Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für Verteidigung, Bevölkerungsschutz und Sport VBS

armasuisse

Bundesamt für Landestopografie swisstopo

Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95'

Bericht 20 2007

Andreas Schlatter
Urs Marti

2007

Teil 12: Landeshöhennetz 'LHN95': Konzept, Referenzsystem, kinematische Gesamtausgleichung und Bezug zum Landesnivellement 'LN02'

© 2007 **swisstopo**
Bundesamt für Landestopographie
Office fédéral de topographie
Ufficio federale di topografia
Uffizi federal da topografia
Federal Office of Topography
Seftigenstrasse 264
3084 Wabern

Redaktion: A. Wiget
Seftigenstrasse 264
CH-3084 Wabern
Tel: +41 31 963 24 69
Fax: +41 31 963 24 59
E-mail: adrian.wiget@swisstopo.ch
Auflage: 300 Exemplare

ISBN 978-3-302-10002-9

---

swisstopo Doku ist die Nachfolgeserie der Reihe "Berichte aus der L+T" in welcher über die wichtigen Arbeiten aus den Bereichen von swisstopo berichtet wird.

swisstopo Doku est la suite de la série "Berichte aus der L+T", qui décrivent les projets et activités les plus importants de swisstopo.

swisstopo Doku is the follow-up of the series "Berichte aus der L+T" in which important projects and activities of swisstopo are described.

Inhaltsverzeichnis:

Vorwort 1

1 Einleitung, Zielsetzungen und Projekt 2
1.1 Bedeutung moderner Höhenbestimmung und –systeme 2
1.2 Zusammenhang mit der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95 3
1.3 Aufbau der Dokumentation 4
1.4 Das 'Projekt LHN95' 4

2 Höhensysteme und Höhenrahmen 8
2.1 Referenzsysteme und -rahmen 8
2.2 Höhenbezugsflächen für die Lage- und Höhenbestimmung 8
2.3 Höhenarten 13
2.4 Definition eines Höhenreferenzsystems 22
2.5 Die Realisierung eines Höhenreferenzrahmens 23
2.6 Zusammenfassung und Vergleich der Höhensysteme 23

3 Höhenmessverfahren und ihr Bezug zu den Höhenrahmen 26
3.1 Das geometrische Nivellement 26
3.2 Die trigonometrische Höhenbestimmung 26
3.3 Satellitenmessverfahren 28
3.4 Photogrammetrie und Laseraltimetrie 29
3.5 Die barometrische Höhenbestimmung (Hypsometrie) 30
3.6 Messgenauigkeit und Höhenart: eine Grobübersicht 31

4 Konzept und Grunddaten zur Festlegung des neuen Landeshöhennetzes LHN95 32
4.1 Einleitung 32
4.2 Die Definition der Höhensysteme in LV95 33
4.3 Der Bezug zu den internationalen Höhensystemen 41
4.4 Das Konzept zur Realisation der Höhenreferenzrahmen in LV95 46
4.5 Die Grunddaten 49

5 Kinematische Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen und Berechnung der geopotentiellen Koten 64
5.1 Einleitung 64
5.2 Ablaufschema zur Berechnung der geopotentiellen Koten der Hauptpunkte 64
5.3 Berechnung der beobachteten Potentialdifferenzen und Reduktion auf die Hauptpunkte 66
5.4 Das Modell der kinematischen Ausgleichung 71
5.5 Gewichtung der einzelnen Messungen und Lagerung der Ausgleichung 72
5.6 Die Schleifenschlüsse des Landesnivellements 77
5.7 Die Hauptresultate der kinematischen Ausgleichung 85

6 Rezente vertikale Bewegungen 91
6.1 Einleitung 91
6.2 Möglichkeiten und Grenzen des Präzisionsnivellements 91
6.3 Diskrete Einzelresultate und das Modell der rezenten vertikalen Bewegungen in der Schweiz 94
6.4 Der Einfluss der rezenten Höhenänderungen auf die Höhenrahmen 101

7 Vom Potential zur orthometrischen Höhe: die Berechnung der mittleren Schwere 102
7.1 Einführung und verwendete Berechnungsprogramme 102
7.2 Die verwendeten Massen- und Dichtemodelle 103
7.3 Die Berechnung der mittleren Schwere in der Lotlinie 105
7.4 Interpolation von Oberflächenschweren 107

7.5 Einfluss der Massenmodelle auf die orthometrischen Höhen 110
7.6 Genauigkeitsabschätzungen zu den orthometrischen Höhen 115
7.7 Näherungsformeln und der Vergleich mit den strengen orthometrischen Höhen 119
7.8 Zusammenfassung und Ausblick 120

8 Kombinierte Ausgleichung von orthometrischen Höhen aus dem Nivellement, GPS-Höhen und Geoidmodell 122
8.1 Die Konsistenz der Höhen 122
8.2 Die Theorie zur kombinierten Ausgleichung von Nivellement, GPS und Geoid 122
8.3 Die GPS-Höhen aus den landesweiten Kampagnen und die Gesamtlösung CHTRF04 125
8.4 GPS/Nivellementpunkte der neuen Landesvermessung LV95 126
8.5 Die Inkonsistenzen im Geoidmodell CHGeo98 129
8.6 Das neue Geoidmodell CHGeo2004 als Grundlage für den konsistenten Höhenrahmen LHN95 133

9 Die definitive Festlegung des konsistenten Höhenbezugsrahmens LHN95 der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95 138
9.1 Die grundlegenden Entscheide und Festlegungen 138
9.2 Die Realisierung des Höhenreferenzrahmens LHN95 139
9.3 Konzept zur Berechnung der orthometrischen Höhen LHN95 sämtlicher HFP1 140
9.4 Test an drei Linien des Landeshöhennetzes 142
9.5 Der Vergleich mit den europäischen Höhenreferenzrahmen 147
9.6 Die Horizontunterschiede zu den Nachbarländern 150

10 Die Modellierung des Überganges LHN95 ⇔ LN02 155
10.1 Einleitung und Definition der 'Spanne' als Unterschied zwischen den Höhenrahmen LHN95 und LN02 155
10.2 Grunddaten für die Analyse der Höhenrahmen und Stützpunkte für die Transformation 157
10.3 Analyse der Zwänge im bestehenden Höhenrahmen LN02 158
10.4 Analyse der Differenzen unter den strengen Höhenarten und zu LN02 168
10.5 Die Realisierung der Transformation LHN95 ⇔ LN02 173
10.6 Das Programm *HTRANS* 185
10.7 Testberechnungen und Genauigkeitsuntersuchungen mit bestehenden Daten 187

11 Schlussbetrachtungen und Ausblick 202
11.1 Schlussbetrachtungen 202
11.2 Ausblick 203

Literaturverzeichnis 205

Abkürzungsverzeichnis 213

Vorwort

Der vorliegende Bericht beschreibt die grundlegenden geodätischen Arbeiten, welche in den letzten zehn Jahren beim Bundesamt für Landestopografie (swisstopo) im Zusammenhang mit der Einführung eines neuen Höhensystems und seiner Realisierung in der Form des Höhenbezugsrahmens LHN95 entstanden sind. Da es sich dabei um ein Generationenwerk der Landesvermessung handelt, wurde Wert auf eine sorgfältige und umfassende Dokumentation dieser Grundlagen gelegt. Die beschriebenen Arbeiten sind einerseits als Dissertation von Andreas Schlatter am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich und anderseits als Projektarbeit im Rahmen der Landesvermessung entstanden. Die Dissertation in der ausführlichen Originalfassung wurde als Band in der Berichtsreihe 'Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz' der Schweizerische Geodätische Kommission (SGK) publiziert. Die vorliegende DOKU vervollständigt als "Teil 12" die Reihe zum "Aufbau der Landesvermessung der Schweiz 'LV95'". Sie stellt eine gekürzte Fassung der erwähnten Dissertation dar und soll vor allem den Bedürfnissen der Benützer des neuen Höhenbezugsrahmens 'LHN95' dienen.

Der Aufbau eines neuen, potentialtheoretisch strengen Höhensystems für die Schweiz war eine langfristige Zielsetzung von swisstopo bevor die Arbeiten für eine neue Landesvermessung Mitte der Achtzigerjahre aufgenommen wurden. Schon bei der Einführung des Landesnivellements (Höhenbezugssystem der bisherigen Landesvermessung 'LN02') zu Beginn des letzten Jahrhunderts, waren die theoretischen Grundlagen und die konzeptionellen Voraussetzungen vorhanden, um ein strenges Höhensystem mit Berücksichtigung des Einflusses des Schwerefeldes einzuführen. Auf Grund der dringenden Nachfrage nach Höhendaten konnte aber mit der Publikation der Resultate der Messungen und der provisorischen Berechnungen nicht abgewartet werden, bis definitiv ausgeglichene Höhen vorhanden waren. Als "vorläufiger Ersatz" wurden "provisorische Gebrauchshöhen" publiziert, welche aus den alten Höhenwerten der Knotenpunkte des "Nivellement de Précision der SGK (NdP, 1864-1891)" abgeleitet worden waren. Nach Abschluss der Messungen um 1927 war es dann zu spät - die provisorischen Gebrauchshöhen waren nun schon so weit verbreitet, dass auf die Einführung streng ausgeglichener Höhen, als deren definitiver Ersatz, verzichtet werden musste. Die Besonderheit, dass die Schweiz, als eines der wenigen europäischen Länder, ein Gebrauchshöhensystem als Grundlage für alle Vermessungen verwendet, wurde lange bemängelt. Aus heutiger Sicht ist dieser Umstand auch als Chance zu betrachten, da heute ganz andere technische Möglichkeiten verfügbar sind, um ein modernes Höhenbezugssystem aufzubauen.

Trotz der Tatsache, dass in 'LHN95' hauptsächlich die alten Landesnivellement-Messdaten aus dem letzten Jahrhundert fast vollumfänglich eingeflossen sind, stellt das Landeshöhennetz 'LHN95' im Vergleich zum bisherigen Höhenbezugsrahmen 'LN02' einen Quantensprung dar. Der grosse Vorteil liegt u. a. darin, dass eine strenge kinematische Ausgleichung mit Berücksichtigung der tektonischen Vertikalbewegungen durchgeführt werden konnte, sodass nun die alten Zwänge des NdP endgültig ausgemerzt sind. Dazu kommt, dass in diese Ausgleichung ein immenser Messdatensatz von wiederholten Nivellements und genauen Schweredaten einfliesst. Für die zukünftige Entwicklung und den Einsatz der GNSS-Messtechnik wurde zudem eine ganz wesentliche Voraussetzung geschaffen. Durch den Einbezug der ellipsoidischen Höhen aus dem Anschluss ans GNSS-Referenznetz 'LV95' entsteht ein Höhendatensatz, der mit dem Geoidmodell CHGeo2004 und dem 3D-Koordinatensatz 'CHTRF2004' zusammen einen konsistenten kombinierten geodätischen Bezugsrahmen bildet. Damit kann zukünftig der Einsatz der rationellen Höhenmessung mit GNSS anstelle der kostspieligen Nivellements bei der Verdichtung der Netze realisiert werden.

Die neue Landesvermessung (LV95) wurde in den letzten Jahren zu einem sehr umfassenden Werk, welches mit dem strategischen Entscheid des Bundes, eine neue Nationale Geodateninfrastruktur (NGDI) aufzubauen, zusätzlich an Bedeutung gewonnen hat. Aus der ursprünglichen, zeitlich befristeten Projektarbeit "LV95" wurde eine kontinuierliche Weiterentwicklung mit einer Vielzahl von Zielsetzungen, welche nun auch eine umfassende neue Bezeichnung 'Landesvermessungswerk 95, (LVW95)' erhält.

Andreas Schlatter, dem Projektleiter von LHN95 und Autor dieses Berichtes, Urs Marti, dem genialen Entwickler von diversen Software-Bausteinen, dem 'Team LHN' sowie allen am Projekt beteiligten Partnern danke ich für die immense Arbeit, welche in den letzten Jahren für den Aufbau des neuen Höhensystems und für dessen Realisierung durch die Neuberechnung des Landeshöhennetzes 'LHN95' und nicht zuletzt auch für die vorliegende, gelungene Dokumentationsarbeit geleistet wurde.

Wabern, 11. April 2006

Bereich Geodäsie
Dr. Dieter Schneider, Leiter

1 Einleitung, Zielsetzungen und Projekt

Der vorliegende Bericht dokumentiert die Erstellung des neuen Landeshöhennetzes LHN95 als Teil der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95. Das Projekt LV95 wurde am Bundesamt für Landestopografie (swisstopo) Mitte der 80er-Jahre des vergangenen Jahrhunderts initiiert, um die Landesvermessung den Möglichkeiten der modernen satellitengeodätischen Messmethoden anzupassen und praxistauglich zu gestalten.

Die Arbeiten an LHN95 können als Vertiefung und praktische Umsetzung der Dissertation von Bruno Wirth [1990] an der ETH Zürich betrachtet werden. Seine Vorarbeiten zur Theorie und die Entwicklung von Programmen zur Bestimmung des Störpotentials und den daraus abgeleiteten Grössen wie den mittleren Schweren entlang der Lotlinie werden eingesetzt, um mit den Daten des Landesnivellements den Referenzrahmen eines neuen, potentialtheoretisch strengen Höhensystems zu realisieren. Eine weitere wichtige Grundlage bildet die Dissertation von Urs Marti [1997], die das cm-Geoid der Schweiz zum Thema hat.

1.1 Bedeutung moderner Höhenbestimmung und –systeme

Die Höhenbestimmung birgt keine grösseren Probleme, solange man sich auf Höhendifferenzen in kleinräumiger Umgebung beschränkt. Die Bestimmung von absoluten Höhen bietet dagegen grundlegende Probleme, welche nicht vom Schwerefeld losgelöst werden können. Dass die Schweiz als Binnenland keinen direkten Anschluss an einen Meerespegel besitzt, ist eine weitere Einschränkung.

Die Frage nach den 'wahren Höhen' galt lange Zeit als ein theoretisches, für die alltägliche Vermessung und in Teilen auch für die Landesvermessung jedoch eher unbedeutendes Problem. In der Schweiz beschäftigten sich damit ausschliesslich Spezialisten der Landesvermessung in enger Zusammenarbeit mit der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK). Aus geodätischer Sicht stand dabei die strenge Reduktion des Landesnivellements aufgrund der Einflüsse des Schwerefeldes im Vordergrund. Diese Arbeit hatte zwei wesentliche Ziele: Einerseits wollte man den Nachweis der effektiven Messgenauigkeit des Nivellements erbringen und die qualitativ bestmöglichen Höhen ermitteln. Andererseits war die Schweiz als Binnenland gefordert, mit dem Anschluss an die Höhennetze der Nachbarländer einen geeigneten Höhenhorizont durch die Verbindung mit den unterschiedlichen Meerespegeln festzulegen. Galt es aber, die verbesserten Höhen in die Praxis einzuführen, überwogen die Befürchtungen vor den Umtrieben und der Verwechslungsgefahr mit den bestehenden Höhennetzen. Erst durch die modernen satellitengeodätischen Methoden, die auch die praktische Vermessung revolutioniert haben, wurde die Frage nach den absoluten Höhen relevant.

Mit der Forderung nach der Kompatibilität von GPS-Höhen mit den Landeshöhen ist es unumgänglich, sich mit den strengen, schwerefeldbezogenen Höhenarten auseinanderzusetzen. GPS liefert geozentrisch-kartesische Koordinaten bzw. mit einem entsprechenden Referenzellipsoid, nebst Länge und Breite sog. *ellipsoidische Höhen h* als rein geometrisch definierte Grössen. Den direkten Bezug zu den (*physikalischen) orthometrischen Höhen H* bildet ein präzises *Geoidmodell* mit den *Geoidundulationen N* (s. Abb. 1.1-1).

Ein Höhensystem gilt als konsistent, wenn die Bedingung:

$$h - H - N = 0$$

erfüllt ist, was mit geeigneten Ansätzen zu einer gemeinsamen Ausgleichung der drei Grössen erreicht werden kann. Erst wenn diese Konsistenzbedingung mit einer entsprechenden Genauigkeit eingehalten ist, können die satellitengeodätischen Methoden für die Bestimmung von *absoluten physikalischen Höhen* genutzt werden.

Die Landeshöhen wurden bis anhin aus terrestrischen Messungen bestimmt und unterliegen dem Einfluss des Schwerefeldes. Je nach der gewählten Rechenart resultieren daraus unterschiedliche Höhenarten. Aufgrund der eingeschränkten Rechenmittel und den fehlenden Kenntnissen über das reale Schwerefeld waren dies zu Beginn der Erarbeitung der geodäti-

schen Grundlagen für Vermessung und Karten meist nur genähert streng physikalische Höhen (Gebrauchshöhen).

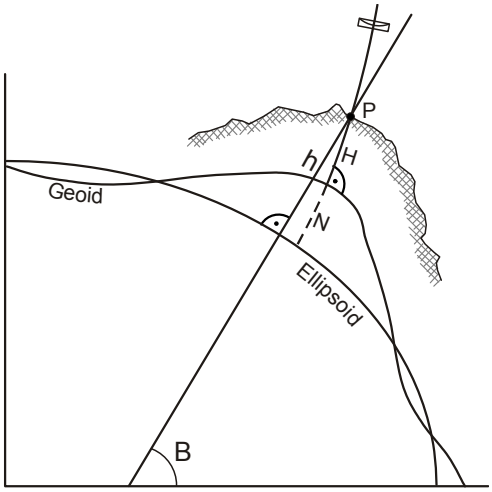


Abbildung 1.1-1: Ellipsoidische Höhe h, orthometrische Höhe H und die Geoidundulation N

Heute stehen sowohl die notwendigen Ausgangsdaten wie auch die Rechenmittel zur Verfügung. Da seitens der offiziellen amtlichen Vermessung nach wie vor kein Bedarf an der Einführung eines neuen Höhensystems in der Schweiz besteht, müssen geeignete Methoden gefunden werden, welche eine operationelle Transformation der strengen Höhen in die Gebrauchshöhen erlauben.

1.2 Zusammenhang mit der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95

Ab Mitte der 80er Jahre erlaubten die neuen Methoden der Satellitengeodäsie, neue Zielsetzungen zu verfolgen, welche mit den klassischen geodätischen Messtechniken nicht erreicht werden konnten. swisstopo entschloss sich damals, in enger Zusammenarbeit mit den Mitgliedern der SGK, unter dem Projektnamen LV95 eine neue, zeitgemässe und den Benutzerbedürfnissen angepasste Landesvermessung aufzubauen. Zu den Institutionen, welche sich direkt und über die Dachorganisation SGK beteiligten, gehören das Astronomische Institut der Universität Bern (AUIB) und das Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich (IGP-ETHZ). Die Vorgeschichte, das Konzept, die Projektorganisation und die Planung zu LV95 sind in [Schneider et al. 1995a] ausführlich dargelegt. Ein Hauptbestandteil des Projektes LV95 war die Erstellung eines auf GPS-Messungen beruhenden 3D-Grundlagennetzes (sog. *GPS-Landesnetz LV95*). Daneben musste auch der Bezug zum Schwerefeld hergestellt und das Landesnivellement erneuert werden. In den Zielsetzungen [Schneider et al. 1995a] wurde u. a. festgehalten:

- ***Bezug zum lokalen Schwerefeld und Berechnung eines Zentimeter-Geoidmodelles:*** *…Berechnung eines genauen Geoidmodelles (Zentimeter-Geoid), um den Bezug zwischen rein geometrischen Messmethoden und vom Schwerefeld beeinflussten Messungen herstellen zu können.*
- ***Landeshöhennetz:*** *Potentialtheoretisch strenges Höhennetz (orthometrisches und/oder Normalhöhensystem) in Raum und Zeit, realisiert durch die wiederholte Messung (Nivellement und Schwere), strenge Reduktion und gemeinsame kinematische Ausgleichung der verschiedenen Messepochen des Landesnivellements unter Einbezug von ellipsoidischen Höhendifferenzen aus dem GPS-Landesnetz (Anschlüsse ans LHN95) und von Geoidundulationen aus oben genanntem Geoidmodell.*

Urs Marti hat die Modellierung des Zentimeter-Geoids für die Landesvermessung im Rahmen seiner Dissertation an der ETH Zürich gelöst [Marti 1997]. In der ersten Phase des Projektes LV95 wurde der Erstellung des GPS-Landesnetzes LV95 das grösste Gewicht beigemessen. Die Bearbeitung eines neuen Höhensystems wurde (wie auch die Geoidmodellierung) teilweise mit Ressortforschungs-Projekten an den Lehrbereich von Prof. Kahle (Geodäsie- und Geodynamik Labor der ETH Zürich; GGL-ETHZ) delegiert.

1.3 Aufbau der Dokumentation

Die vorliegende Dokumentation ist in 11 Kapitel gegliedert:

Im nachfolgenden Unterkapitel wird die Organisation des *Projektes LHN95* mit den beteiligten Personen kurz zusammengefasst. Im Kapitel 2 (*Höhensysteme und Höhenrahmen*) werden die Grundlagen zu den potentialtheoretisch strengen Höhensystemen erarbeitet. Es umfasst die Definition der Höhensysteme von den unterschiedlichen Höhenarten bis hin zu den Höhenreferenzrahmen der Landesvermessung. Kapitel 3 behandelt die Höhenmessverfahren und ihren Bezug zu den Höhenrahmen.

Die danach folgenden Kapitel sind vollumfänglich der *Realisierung des neuen Landeshöhennetzes LHN95* gewidmet. Das Kapitel 4 befasst sich mit der Definition der Höhensysteme innerhalb der neuen Landesvermessung LV95, dem Konzept zur Realisierung und den verwendeten Grunddaten. Ein wichtiger Bestandteil der Realisierung ist die kinematische Ausgleichung der verschiedenen Messepochen des Landesnivellements mit den geopotentiellen Koten und deren jährlichen Änderungen als Hauptresultat (Kapitel 5). Dass die Höhenänderungen teilweise die *rezenten vertikalen Bewegungen* der oberen Erdkruste repräsentieren, ist keine neue Erkenntnis der Arbeiten am LHN95. Das Kapitel 6 behandelt daher hauptsächlich die Festlegung des kinematischen Modells der Höhenänderungen (CHKLM95).

Der Weg *von den Potentialen zu den strengen orthometrischen Höhen* wird im Kapitel 7 erläutert. Dieses Kapitel beruht wesentlich auf den Arbeiten von [Wirth 1990] und [Marti 1997]. Die Verknüpfung der geometrischen Höhen aus GPS mit den schwerefeldbezogenen, orthometrischen Höhen aus dem Landesnivellement ist im Kapitel 8 dargelegt. Das Kapitel zeigt auf, wie die *Konsistenz* dieser Grössen für die neue Landesvermessung LV95 realisiert wurde. *Die definitive Festlegung von LHN95*, Vergleiche mit den europäischen Höhenreferenzrahmen und die Horizontunterschiede zu den benachbarten Staaten entlang der Landesgrenze findet man im Kapitel 9. Eine umfangreiche Analyse der resultierenden Höhen und die Transformation zwischen diesen beiden Höhenrahmen mit Hilfe der *Software HTRANS* werden im Kapitel 10 erarbeitet. Den Abschluss der Dokumentation bilden die Schlussbetrachtungen und der Ausblick.

Details zum geschichtlichen Hintergrund der Höhenbestimmung in der Schweiz und zur Bestimmung der rezenten Bewegungen aufgrund der Landesnivellementmessungen sind [Schlatter 2006] zu entnehmen.

1.4 Das 'Projekt LHN95'

Die Realisierung von LHN95 ist eingebetet in das Gesamtprojekt 'Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95'. Im Laufe seiner Entstehung wurden die Arbeiten zu LHN95 innerhalb swisstopo formell zuerst als hoheitliche Aufgabe der Landesvermessung und ab ca. 1999 in zwei unterschiedlichen Projekten (LHN95, LHN95+) formell abgehandelt. Die Konzeptstudien und die groben Zielsetzungen für LHN95 wurden bereits vor 1995 in den Arbeitsgruppen zum Gesamtprojekt LV95 ausgearbeitet. Die eigentliche Realisierung von LHN95 in Form eines Projekts betrifft den Zeitraum zwischen 1996 und 2004.

1.4.1 Vorgeschichte und Zielsetzung

Die Hauptzielsetzung von LHN95 ist die Etablierung eines potentialtheoretisch strengen Höhenrahmens (orthometrisches Höhensystem und/oder Normalhöhensystem) in Raum und Zeit für die neue Landesvermessung der Schweiz LV95. Dieser soll durch die wiederholten Messungen (Nivellement und Schwere) und deren strenge Reduktion und gemeinsame kinematische Ausgleichung unter Einbezug von ellipsoidischen Höhendifferenzen aus dem GPS-Landesnetz (Anschlüsse an LHN95) und von Geoidundulationen aus dem Geoidmodell CHGEO98 erstellt werden.

Die Realisierung von LHN95 war anfänglich im Zeitraum zwischen 1996 und 2001 vorgesehen. Dabei war geplant, folgende Aspekte zu berücksichtigen:

- Berücksichtigung der tektonischen Bewegungen zwischen verschiedenen Messepochen mittels Modellierung der Kinematik der obersten Erdkruste;
- Berücksichtigung der räumlichen Variation des Schwerefeldes und der Äquipotentialflächen (Geoidmodell);
- Vermeidung systematischer Fehlereinflüsse beim Nivellement (Lattenmassstab, Refraktion etc.);
- Verwendung geeigneter Ausgleichungsmodelle.

Studien über geeignete Höhensysteme, Konzepte zur Realisierung wie auch die ersten Berechnungen für das künftige Geoidmodell der Schweiz waren, wie in Kapitel 1.2 erwähnt, bereits vor 1996 abgeschlossen [Schneider et al. 1995a und 1995b, Wirth 1990]. Aufgrund der Dringlichkeit für die Landes- und die amtliche Vermessung und der vorhandenen Personalressourcen wurde die Erstellung des GPS-Landesnetzes LV95 mit erster Priorität behandelt. Erst der Bedarf von geeigneten Höhengrundlagen für den Bau der beiden AlpTransit Basistunnels Gotthard und Lötschberg führten Ende 1995 dazu, die Realisierung zu forcieren.

1.4.2 Organisation des Projektes

Zu Beginn der Arbeiten an LV95 stand die Arbeitsgruppe 'Höhensysteme' unter der Leitung von Dr. Dieter Schneider, damals Leiter der Sektion Nivellement und geodätische Spezialarbeiten. Ab 1993 beschäftigte sich Urs Marti im Zusammenhang mit der Geoidmodellierung mit Software-Entwicklungen für die Berechnung von orthometrischen Höhen. 1996 realisierte er die Software für die Erfassung der Landesnivellement-Messungen. Mit seiner Anstellung im März 1997 wurde Andreas Schlatter mit der Projektleitung betraut. Zu diesem Zeitpunkt waren die ersten, für AlpTransit Gotthard vorgezogenen Datenerfassungen bereits im Gange.

Bis anfangs 1999 standen die Datenerfassungen LN und die Berechnungen für die (provisorischen) orthometrischen Höhen LHN95 für AlpTransit Gotthard und Lötschberg im Vordergrund [Schlatter et al. 1999a und 1999b]. 1999 wurde LHN95 mit einer geplanten Laufzeit bis 2003 bei swisstopo offiziell als Projekt im Prozess Geodätische Entwicklungen und Aufträge geführt. Mit dem Projektantrag wurden zur besseren Strukturierung der geplanten Arbeiten die folgenden Teilprojekte definiert und etappiert:

Teilprojekt	Arbeit	Ausführung
LHN95-LIN	Datenerfassung LN-Linienmessungen und LV95-Anschlussmessungen	bis Ende 2000
LHN95-V	Pilotprojekt Verdichtungsmessungen mit GPS in Zusammenarbeit mit dem Kanton Bern	bis Ende 2000
LHN95-KIN	Kinematische Ausgleichung LHN95; Konsistenz zwischen GPS/Geoid/Nivellement; Berechnung der orthometrischen Höhen aller HFP1	2000 – 2003
LHN95-NF	Erfassung der Nachführungsmessungen	2000 – 2001
LHN95-TrF	Transformation / Übergang zwischen Höhensystemen	2000 – 2002
LHN95-DB	Überführung in Grundlast Landesvermessung, Erstellen einer Datenbank, inkl. Geräte- und Softwarebeschaffung	2001 – 2003

Tab. 1.4-1: Teilprojekte und ursprüngliche Etappierung des Projekts LHN95 (1999)

1.4.3 Projektablauf und beteiligte Personen

Der Projektablauf und die beteiligten Personen und die Resultate werden anhand der Teilprojekte dokumentiert.

1.4.3.1 LHN95-LIN: Erfassung der Linienmessungen und LV95-Anschlussmessungen

Sämtliche noch nicht digital vorliegenden Haupt- und Sekundärlinien des Landesnivellements wurden vollständig erfasst. Ebenso wurden alle LN-Anschlüsse (nivellitisch oder mit GPS) von LV95-Haupt- und Verdichtungspunkten für die Verarbeitung im LHN95 erfasst und dokumentiert (s. a. Kapitel 4.5 und 8.4). An den Erfassungsarbeiten beteiligten sich in alphabetischer Reihenfolge folgende Personen:

D. Gutknecht, Ch. Hagin (Prakt. 1997), P. Kummer, B. Mattli, R. Näf (temp. 1996/97), A. Papafitsoru Marti (temp. 1998/99), W. Santschi, A. Schlatter, P. Schild (temp. 1998/99), T. Schneider (temp. 1997/98), C. Valiquer (alle swisstopo) sowie E. Furler (1996/97) vom Konsortium Vermessung Gotthard-Basistunnel (VI-GBT).

Diese Arbeiten konnten im Jahre 2000 planmässig abgeschlossen werden.

1.4.3.2 LHN95-V: Pilotprojekt zur Verdichtungsmessung mit GPS

Im Zusammenarbeit mit dem kantonalen Vermessungsamt Bern (heute Amt für Geoinformation AGI) wurde im Emmental und am Sustenpass untersucht, inwieweit sich GPS als Ersatz für die aufwändigen Nivellementmessungen in HFP2-Netzen einsetzen lässt und welche Schlüsse sich für die Erstellung und den Unterhalt der künftigen HFP2-Netze ziehen lassen. Dieses Teilprojekt wurde schon 1997 lanciert und 2000 mit einem Technischen Bericht und einem Fachartikel [Schlatter et al. 2001] abgeschlossen.

1.4.3.3 LHN95-KIN: Kinematische Ausgleichung LHN95

Dieses Teilprojekt bildet den Hauptteil der Arbeiten an LHN95. Die Berechnungsabläufe und deren Ergebnisse sind wesentlicher Bestandteil der vorliegenden Dokumentation. Mit den Arbeiten an LHN95-KIN beschäftigten sich in erster Linie Andreas Schlatter und Urs Marti.

Der Abschluss dieses Teilprojektes war ursprünglich 2003 geplant. Die reine kinematische Ausgleichung mit den Daten des Landesnivellements wäre zu diesem Zeitpunkt auch abgeschlossen gewesen. Es hat sich aber gezeigt, dass für die Erstellung eines konsistenten Höhenrahmens zusammen mit einem neuen Geoidmodell die Datengrundlage noch ungenügend war (s. Kapitel 8 und 9). Man wartete deshalb die Resultate der Kampagne für die zusätzlichen GPS/Nivellementpunkte (CHGEO2003 [Schlatter et al. 2005]) und die zweite vollständige Nachmessung des GPS-Landesnetzes LV95 (CHTRF2004 [Brockmann und Ineichen 2004]) ab. Erst im März 2005 (mit Messdatenbestand bis Ende 2004) wurden das neue Geoidmodell CHGeo2004 und somit auch der Höhenrahmen LHN95 veröffentlicht.

1.4.3.4 LHN95-NF: Erfassung der Nachführungsmessungen

Um für alle HFP1 des LHN95 künftig orthometrische Höhen zur Verfügung stellen zu können, mussten auch die umfangreichen Nachführungsarbeiten entlang den Messlinien erfasst werden. Dies umfasste jedoch nur die Nachführungen vom Zeitpunkt der jeweils letzten LN-Linienmessungen an. Diese Arbeiten erledigte C. Valiquer unter Mithilfe von B. Mattli und A. Schlatter in den Jahren 2000 und 2001.

1.4.3.5 LHN95-TrF: Transformation / Übergang zwischen den Höhensystemen

Wichtiges Element des Projektes LHN95 ist die Entwicklung der Software *HTRANS* für den Übergang zwischen den beiden Höhenrahmen LHN95 und LN02. Da die amtliche Vermessung im Gebrauchshöhenrahmen LN02 verbleibt, ist *HTRANS* ein wesentliches Hilfsmittel für die GPS-gestützte Höhenbestimmung (s. Kapitel 10).

Das Konzept und die notwendige Software für die Ermittlung und Verwendung dieser Transformationsfläche erstellte Urs Marti. Die Arbeiten konnten erst mit der Veröffentlichung von LHN95 im März 2005 abgeschlossen werden. Die Software wie auch die Daten stehen als Internet-Anwendung und als eigenständige Applikation dem breiten Anwenderkreis zur Verfügung.

1.4.3.6 LHN95-DB: Überführung in die Grundlast der Landesvermessung, Erstellung einer Datenbank etc.

Dieses Teilprojekt wurde geführt, um die Investitions- und Personalkosten für die Entwicklung der Fixpunkt-Datenbank (Fixpunkt-Datenservice FPDS) tragen zu helfen. FPDS verwaltet sämtliche Fixpunkte der Kategorien 1 und 2 der Landes- und der amtlichen Vermessung. Die Anwendung für die Höhenfixpunkte der Landesvermessung (HFP1) in den Rahmen LN02 und LHN95 im FPDS war bis zur Erstellung dieses Berichtes (2006) noch nicht verfügbar.

Am Projekt FPDS in Zusammenhang mit LHN95 arbeiteten hauptsächlich Hanspeter Christ und Dominique Andrey.

1.4.4 Projektabschluss, Betrieb und Unterhalt

Das Projekt LHN95 wurde "offiziell" am 23. Januar 2004 im Rahmen einer erweiterten Projekt-Oberleitungssitzung abgeschlossen. Die Veröffentlichung des neuen Geoidmodells CHGeo2004, des neuen Höhenrahmens LHN95 und der Transformations-Software *HTRANS* erfolgte am 18. März 2005 im Rahmen eines öffentlichen Kolloquiums an swisstopo.

Nicht alle der ehrgeizigen Ziele konnten mit Projektabschluss/Veröffentlichung erreicht werden. Bis anhin existieren nur von einer gezielten Auswahl (ca. 15%) aller HFP1 die vollständigen Informationen im Höhenreferenz-Rahmen LHN95. Die Grundlagen zur Vervollständigung aller HFP1 sind vorhanden, die Arbeit ist nach wie vor pendent und mangels Ressourcen aufgeschoben. Ebenso müssen die Entwicklungsarbeiten am FPDS noch abgeschlossen werden. Demzufolge sind auch die organisatorischen Abläufe für diese künftig routinemässigen Abläufe noch nicht festgelegt und dokumentiert.

Dessen ungeachtet werden der Unterhalt (Nachführung/Revision) und die Erneuerungen (Neumessungen) am Landeshöhennetz weiters fortgesetzt. Diese Aufgaben obliegen dem Prozess Geodätische Fixpunkte des Bereichs Geodäsie und sind im Management-System swisstopo (MS-swisstopo) zusammen mit den Qualitätsstandards für LHN95 [Schneider et al. 2005] dokumentiert.

2 Höhensysteme und Höhenrahmen

In diesem Kapitel werden die Grundbegriffe, die Definitionen und die wichtigsten Formeln für die Bestimmung von strengen, nach potentialtheoretischen Grundsätzen aufgebauten Höhensystemen zusammengestellt. Diese Aufstellung lehnt sich in erster Linie an die Publikationen von [Wirth, 1990] und [Marti, 1997] an, welche sich als ausgezeichnete Grundlagen und Vorarbeiten zur vorliegenden Arbeit anbieten.

2.1 Referenzsysteme und -rahmen

Im Sinne der modernen geodätischen Grundlagen wird nachfolgend versucht, die Begriffe *Referenzsystem* und *Referenzrahmen* streng zu unterscheiden[1]. Unter einem Referenzsystem versteht man ganz allgemein die theoretische Definition eines Koordinatensystems in Raum und Zeit. Der Referenzrahmen beschreibt die Realisierung des Referenzsystems in Form von ermittelten Koordinatensätzen geodätischer Netze und der zugehörigen Parametersätze für deren Transformation in andere Rahmen [Schneider et. al. 1995b].

Diese strenge Unterscheidung ist bei historischen Festlegungen und Realisierungen von Lage- und Höhengrundlagen nicht mit letzter Konsequenz möglich, weil oft für System und Rahmen die gleichen Bezeichnungen verwendet wurden.

2.2 Höhenbezugsflächen für die Lage- und Höhenbestimmung

In älteren Abhandlungen (z. B. [Bäschlin 1948]) betrachtete man die Bestimmung der physischen Erdoberfläche als das Ziel jeder Vermessung. Um Punkte dieser Erdoberfläche einander lage- und höhenmässig zuordnen zu können, bedarf es einer Bezugsfläche, auf die sich alle Lage- und Höhenangaben beziehen. Solche Flächen werden benötigt, um die Form und Gestalt der Erdoberfläche oder Teilen davon mathematisch beschreiben zu können und damit den ingenieurtechnischen und auch zivilrechtlichen Anforderungen (bspw. Wasserbau, Kataster etc.) gerecht zu werden. Sowohl die klassische wie auch die moderne Satellitengeodäsie kann dieses Ziel letztendlich nur approximativ erreichen, indem Näherungsflächen zur Darstellung der exakten Erdoberfläche verwendet werden.

2.2.1 Die geometrischen Bezugsflächen: Ebene, Kugel und Ellipsoid

Aus der allgemeinen Vermessungskunde ist bekannt, dass für die einfache Lage- und Höhenmessung kleiner Gebiete eine Ebene als Bezugsfläche angenommen werden darf. Bei der einfachen trigonometrischen Höhenbestimmung darf aber schon ab einer Distanz von wenigen hundert Metern die Erdkrümmung nicht mehr vernachlässigt werden; die Erdoberfläche wird als Kugel modelliert.

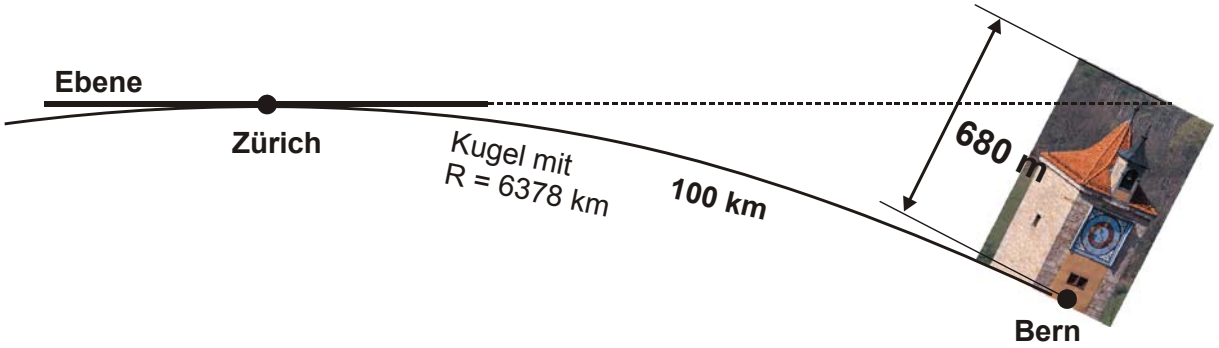


Abbildung 2.2-1: Ebene und Kugel als Referenzfläche: der Einfluss der Erdkrümmung ist beeindruckend; ein 100 km entfernter Turm muss bereits 680 m hoch sein, damit er über dem Horizont sichtbar ist.

[1] Die Begriffe Referenzsystem (-rahmen) und Bezugssystem (-rahmen) werden als Synonyme verwendet.

Aus der klassischen Landesvermessung ist bekannt, dass mit den auftretenden Distanzbereichen auch für die Lagemessungen die Abplattung der Erde mit berücksichtigt werden muss; die Erdoberfläche eines Landes wird mit einem möglichst geeigneten Rotationsellipsoid angenähert, einem sog. lokalen Referenzellipsoid (s. Abb. 2.2-2 Mitte).

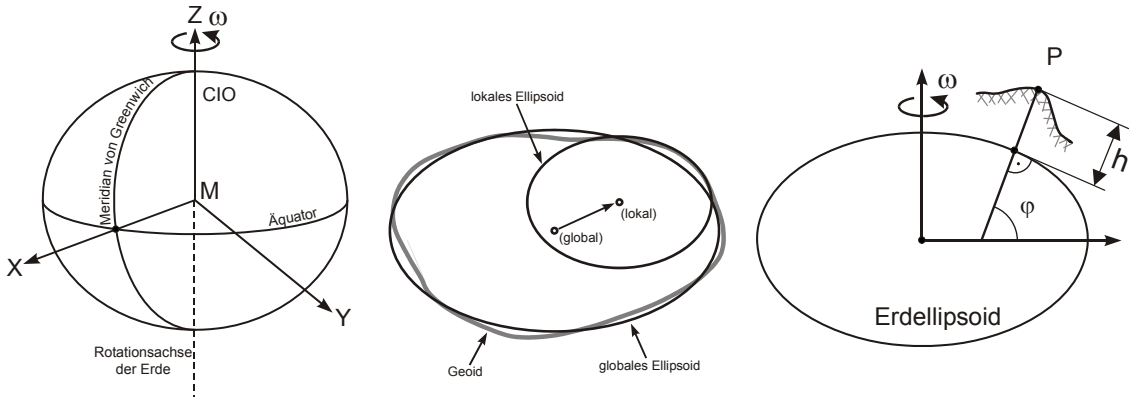


Abbildung 2.2-2: Globales terrestrisches Referenzsystem und das Ellipsoid als Referenzfläche:
Links: globales terrestrisches System; Mitte: globales und lokal angepasstes Ellipsoid;
Rechts: Ellipsoidische Höhe entlang der Ellipsoidnormalen

Die Approximation durch das Rotationsellipsoid beschäftigte bis anhin nur die Spezialisten der Landesvermessung. Mit dem wachsenden Einsatz der satellitengeodätischen Messverfahren in der alltäglichen Vermessung müssen auch die Anwender über minimale Kenntnisse verfügen, wie die Messungen vom globalen System in die Ebene überführt werden können. Grundsätzlich sind die globalen terrestrischen Bezugsysteme rechtshändige, geozentrisch kartesische Koordinatensysteme mit dem Ursprung im Massenzentrum der Erde, der Z-Achse durch den Nordpol. Die X-Z-Ebene enthält den mittleren Nullpunkt im Observatorium in Greenwich (Abb. 2.2-2 links). Durch ein geeignetes globales Bezugsellipsoid wird der Zusammenhang zwischen den kartesischen Koordinaten X,Y,Z und den geodätischen Koordinaten φ, λ und h hergestellt. Die *ellipsoidische Höhe h* ist mathematisch definiert als die Länge der Ellipsoidnormalen vom Erdellipsoid zu einem Punkt auf der Erdoberfläche (s. Abb. 2.2-2 rechts).

Es gibt mehrere globale aber auch lokale geodätische Systeme (fast jedes Land hat eine eigenes), deshalb kann es für einen Oberflächenpunkt P auch mehrere Werte für die ellipsoidische Höhe h geben.

2.2.2 Die physikalischen Bezugsflächen: Das Schwerefeld, die Äquipotentialflächen und das Geoid.

Sowohl die lokale wie auch die globale Annäherung der Höhen über geometrisch definierte Bezugsflächen wie die Ebene oder das Referenzellipsoid genügen für die exakte Höhenbestimmung in der Landesvermessung nicht. Hier muss eine durch das *Schwerefeld* bestimmte Bezugsfläche verwendet werden, welche möglichst die durch die unregelmässige Massen- und Dichteverteilung verursachten Störungen berücksichtigt.

Dabei spielt der Begriff der *Äquipotentialflächen* eine zentrale Rolle. Alle in der Vermessung verwendeten Instrumente werden mit Senkloten oder Libellen nach diesen Äquipotentialflächen ausgerichtet. Der Unterschied zu den geometrisch definierten Bezugsflächen wirkt sich in der Regel für die Bestimmung der Lagekoordinaten nur wenig aus, ist für die Bestimmung von absoluten Höhen aber von grosser Bedeutung. Diejenige Äquipotentialfläche, welche durch die theoretische mittlere Oberfläche der ruhenden Weltmeere verläuft, wird als *Geoid* bezeichnet und erhält heute mit der satellitengeodätischen Höhenbestimmung wie GPS eine hohe Bedeutung als Referenz für potentialtheoretisch strenge Höhen.

Die Mechanik lehrt, dass das Schwerefeld der Erde ein Kraftfeld ist, dessen Form durch die Gravitationskraft G_P und die Zentrifugalkraft Z_P bestimmt wird. Die Gravitationskräfte, welche auf einen Körper wirken, werden durch die Massenverteilung an der Erdoberfläche (Berge und

Täler) und im Erdinnern (Dichteunterschiede) beeinflusst. Die Zentrifugalkräfte entstehen durch die Rotation der Erde um ihre eigene Achse. Sie lassen sich in einem Punkt P durch das Schwerepotential W_P als Summe der beiden Potentiale G_P (Gravitationspotential) und Z_P (Zentrifugalpotential) beschreiben.

$$W_P = G_P + Z_P = \Gamma \int \frac{dm}{d} + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \qquad (2.2\text{-}1)$$

mit
- Γ = Gravitationskonstante
- dm = Massenelement = ρ·dV (Dichte x Volumenelement)
- d = räumlicher Abstand von dm zu P
- ω = Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation
- r = Abstand von P zur Rotationsachse

Alle Punkte mit konstantem Schwerepotential W bilden Flächen im Raum, welche als *Äquipotentialflächen* oder oft auch als *Niveauflächen* bezeichnet werden. Das Geoid ist diejenige Äquipotentialfläche W = W_0, welche durch die ruhenden Weltmeere und ihre theoretische Fortsetzung unter den Kontinenten gebildet würde. Als anschauliche Fläche bildet das Geoid die wichtige Höhenbezugsfläche für die Höhenbestimmung. Die *orthometrische Höhe H*, die Länge der Lotlinie (vgl. nachfolgendes Kapitel) vom Geoid zum Punkt P, entspricht einer möglichen Definition der Meereshöhe eines Punktes P (vgl. Kapitel 2.2.4 und 2.3.4).

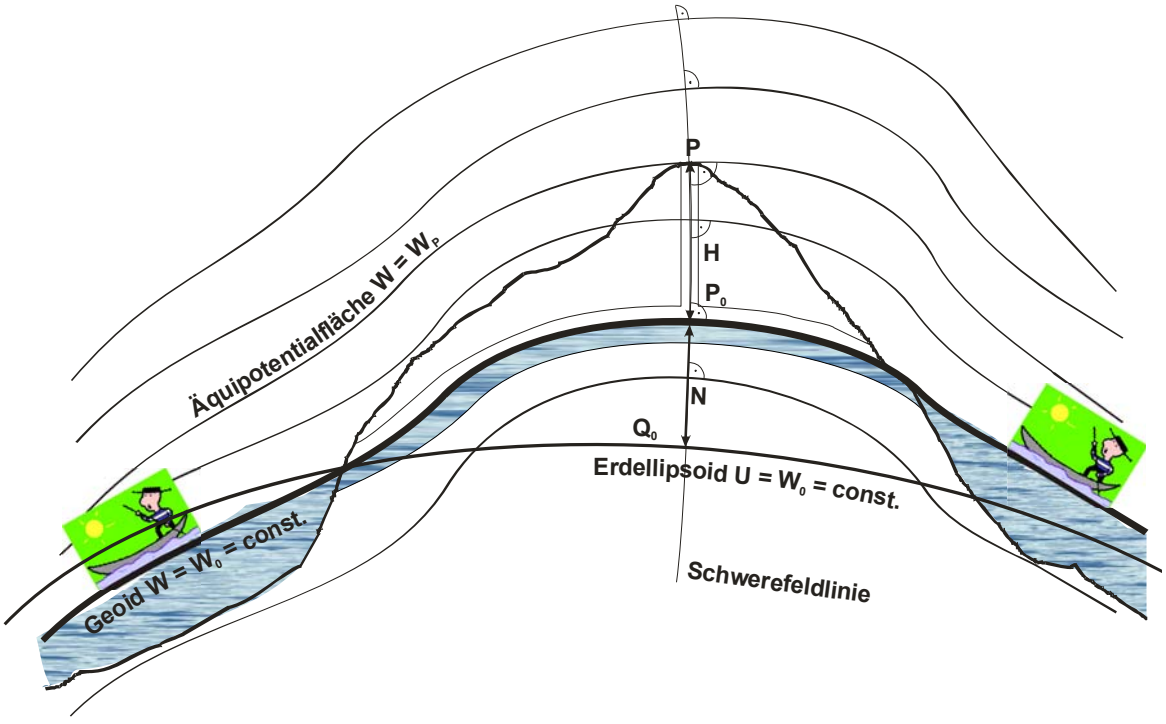


Abbildung 2.2-3: Schwerefeld, Äquipotentialflächen, Geoid, Ellipsoid und orthometrische Höhe H

Trotz der einfachen Anschaulichkeit des Geoids liegt die Schwierigkeit in der praktischen Realisierung der Punkte dieser Fläche und darin, dass sie keine analytische Fläche ist, also nicht mathematisch streng definiert werden kann. Reduziert man den Einfluss der Wellen und der Gezeiten durch Beobachtungen an Pegeln, so resultiert die mittlere Meeresoberfläche. Wegen der unterschiedlichen Dichte des Wassers infolge von Salzgehalt und Temperatur aber auch aufgrund von Meeresströmungen weicht diese Fläche um ± 1-3 m von einer Äquipotentialfläche ab [Wirth 1990].

Der Betrag des Potentials auf dem Geoid wurde deshalb international festgelegt. Er beträgt im Global Reference System 1980 (GRS80) 6'263'686.0850 m^2s^{-2} und entspricht dem Normalpo-

tential U_0 auf dem GRS80-Ellipsoid [Moritz 1988] (Potential der Normalschwere).

2.2.3 Schwerevektor, Schwerefeldlinien und Lotlinie: aus dem Potential abgeleitete Hilfsgrössen

Die *Schwerefeldlinien* sind die Orthogonaltrajektorien zum Schwerepotential W und stehen somit normal zu den Äquipotentialflächen. Sie bilden räumliche Kurven, da die Niveauflächen im Allgemeinen nicht parallel sind. Die Tangenten an diese Schwerefeldlinien werden als *Lotlinien* bezeichnet. Der *Schwerevektor* g steht im Punkt P parallel zur Lotlinie. Er resultiert aus der Ableitung des Potentials W in Richtung der maximalen Änderung:

$$\vec{g} = grad(W) \qquad (2.2\text{-}2)$$

Der Betrag des Schwerevektors wird als Schwere bezeichnet. Er lässt sich mit Absolut-Gravimetern messen.

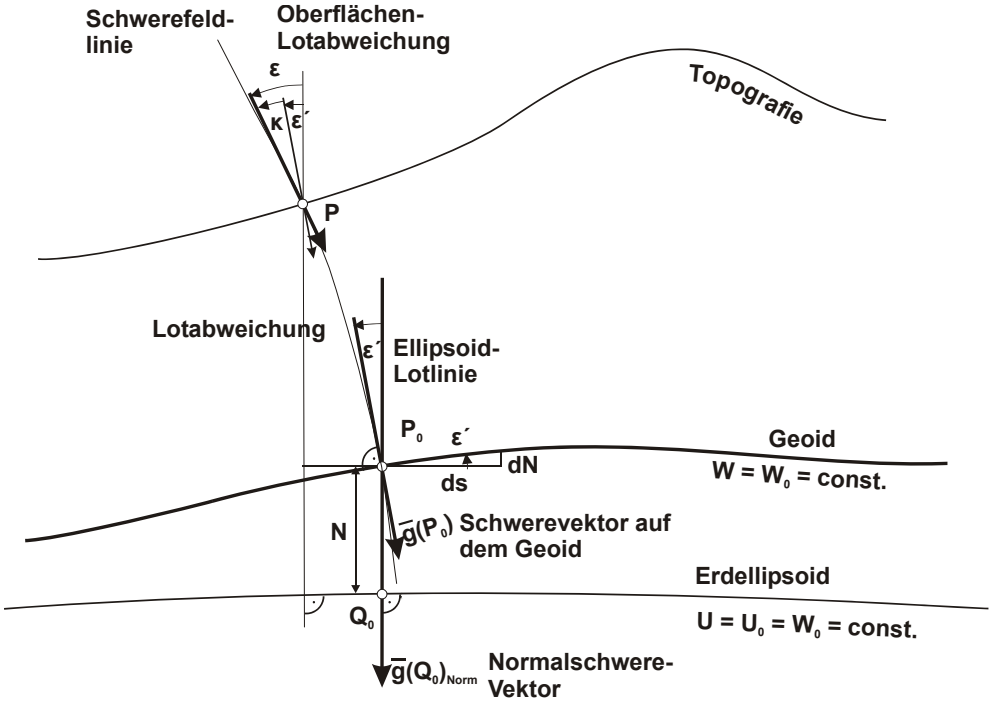


Abbildung 2.2-4: Schwerevektor, Normalschwerevektor, Lotabweichung und Lotkrümmung (nach [Wirth 1990])

2.2.4 Der Bezug zwischen den geometrischen und den physikalischen Höhensystemen

Um den Bezug zwischen den geometrischen und den physikalischen Höhensystemen an einem realen Beispiel darzustellen, benutzen wir die Definition des mittleren Erdellipsoids GRS80 (Global Reference System 1980), welches auch als Bezugsellipsoid des *IERS Terrestrial Reference System (ITRS)* des *International Earth Rotation Service* verwendet wird [Moritz 1988, Boucher and Altamini 1989]. Die elementaren Begriffe werden in den Graphiken Abbildung 2.2-4 und 2.2-5 veranschaulicht.

Das mittlere Erdellipsoid des GRS80 ist so festgelegt, dass es an seiner Oberfläche dasselbe Potential aufweist, wie das Geoid ($U_0 = W_0$; vgl. Kapitel 2.2.2). Zudem besitzt es die gleiche Winkelgeschwindigkeit, Gesamtmasse und den gleichen Schwerpunkt, wie sämtliche durch das Geoid begrenzten Massen.

Das Potential W_P eines Punktes P lässt sich nun aufteilen in einen *Normalanteil* resp. *Normalpotential* U_P, welcher vom mittleren Erdellipsoid verursacht wird und in einen *Störanteil* T_P, welcher durch die Unregelmässigkeiten der Erdform und der Dichteverteilung entsteht. Als *Geoidundulation N* bezeichnet man den Abstand entlang der Ellipsoidnormalen zwischen dem Erdellipsoid und dem Geoid.

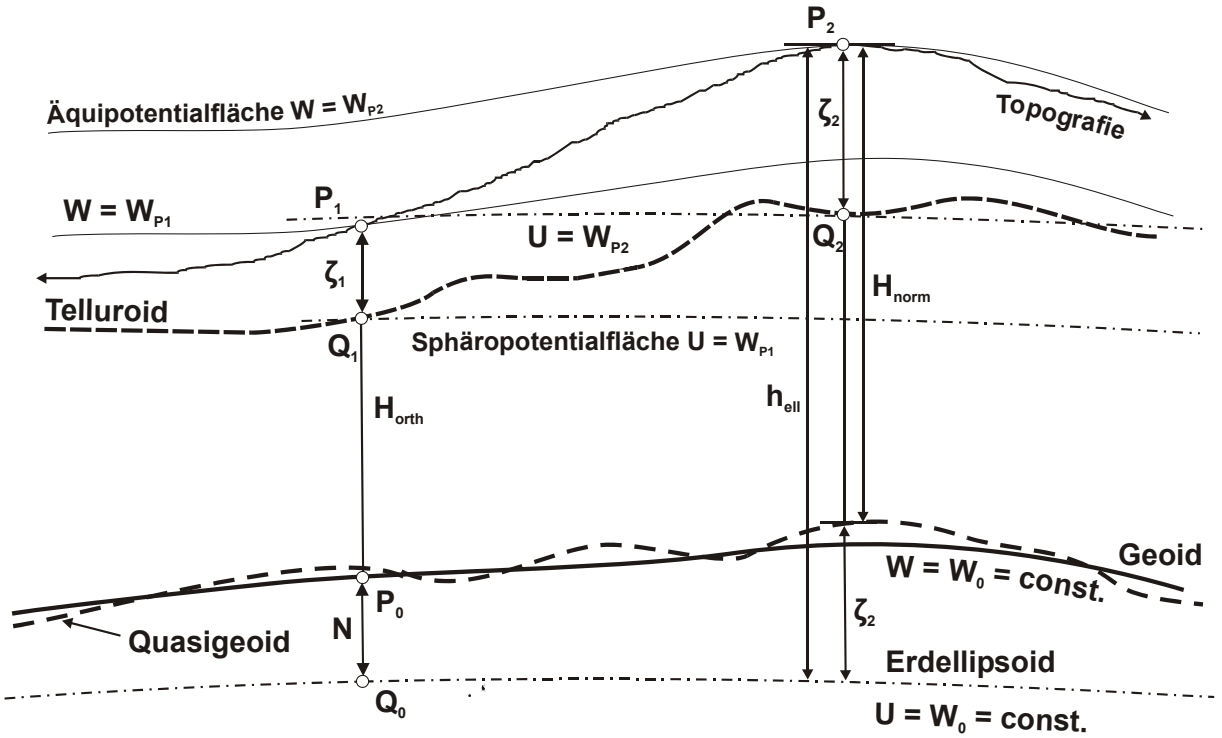


Abbildung 2.2-5: Schwere- und Normalpotential: die Bezugsflächen Geoid, Ellipsoid, Telluroid und Quasigeoid (nach [Wirth 1990]).

Wie beim Erdschwerefeld ergeben sich auch beim Erdellipsoid Äquipotentialflächen, nämlich die Flächen mit konstantem Normalpotential U. Die *Ellipsoidnormalen* bilden dabei die Orthogonaltrajektorien, welche streng genommen ebenfalls gekrümmte Linien im Raum sind. Der *Normalschwerevektor* $\vec{g}_{norm}$ ergibt sich, indem in Formel 2.2-2 anstelle des Schwerepotentials W_P das Normalpotential U_P eingesetzt wird:

$$\vec{g}_{norm} = grad(U) \qquad (2.2\text{-}3)$$

Der Winkel zwischen dem Normalschwerevektor und dem Schwerevektor bezeichnet man als *Lotabweichung ε* (s. Abb. 2.2-4). Der Winkel ist an der Erdoberfläche in Punkt P und auf dem Geoid in Punkt P_0 im Allgemeinen nicht identisch. Man unterscheidet die *Oberflächenlotabweichung ε* und die *Lotabweichung auf dem Geoid ε'*. Die Differenz zwischen diesen Winkeln wird als *Lotkrümmung κ* bezeichnet.

Im Allgemeinen sind das Potential W_P und das Normalpotential U_P eines Punktes P an der Erdoberfläche nicht identisch. Die Äquipotentialfläche des Erdellipsoids (Sphäropotentialfläche[2]) mit demselben Schwerepotential $U = W_P$ verläuft durch einen von P unterschiedlichen Punkt Q. Den Abstand zwischen diesen beiden Punkten bezeichnet man als *Höhenanomalie ζ*.

Trägt man von der Erdoberfläche alle Höhenanomalien ζ ab resp. sucht man alle Punkte Q, für welche das Normalpotential identisch ist mit dem Schwerepotential des darüber liegenden Punktes P an der Erdoberfläche, so resultiert mit dem *Telluroid* eine weitere Bezugsfläche. Entsprechend bildet das *Quasigeoid* jene Fläche die entsteht, wenn die Höhenanomalien zur Ellipsoidoberfläche addiert werden.

Anhand Abbildung 2.2-5 lassen sich bereits drei unterschiedlichen Höhenarten erkennen, welche im Kapitel 2.3 noch näher erläutert werden. Als *orthometrische Höhe* H_{orth} bezeichnet man die Länge der gekrümmten Lotlinie vom Geoid (P_0) bis zum Punkt P auf der Topographie. Die

[2] Sphäropotentialflächen sind mit Ausnahme der Randfläche des Erdellipsoids keine Ellipsoide.

Länge der Linie vom Fusspunkt auf dem Quasigeoid bis zum Punkt P wird dementsprechend als *Normalhöhe* H_{norm} definiert. Die *ellipsoidische Höhe* h_{ell} entspricht der Länge der Ellipsoid-Lotlinie zwischen dem Fusspunkt Q_0 auf dem Ellipsoid und dem Punkt P.

Sowohl die Schwerefeldlinien und wie auch die Ellipsoid-Lotlinien sind gekrümmte Linien. In der Praxis ist die Abweichung zur Geraden vernachlässigbar klein. In [Wirth 1990] wurde anhand eines Extrembeispiels in der Schweiz (orthometrische Höhe 3000m, ε_P = 60", ε_0 = 30") nachgewiesen, dass die Differenz zwischen der Länge der gekrümmten Schwerefeldlinie und derjenigen der Sehne im Mikrometerbereich liegt!

Zur Umrechnung dieser drei Höhenarten gelten die folgenden einfachen jedoch für die weiteren Betrachtungen in dieser Publikation wichtigen Beziehungen:

$$\boxed{h_{ell} = H_{orth} + N = H_{norm} + \zeta} \qquad (2.2\text{-}4)$$

Was zur anschaulicheren Betrachtung gegenüber dem mittleren Erdellipsoid dargelegt wurde, kann auch gegenüber einem lokalen Ellipsoid, wie es üblicherweise in der Landesvermessung verwendet wird, berechnet werden.

Weltweit differieren die Undulationen N um ±100 m vom globalen Referenzellipsoid [Geiger 1990]. Innerhalb der Schweiz weicht das Geoid um ±3-4 m vom entsprechenden Ellipsoid ab [Marti 2002]. Da mit moderner satellitengeodätischer Höhenbestimmung (GPS, GLONASS etc.) ellipsoidische Höhen h oder ellipsoidische Höhendifferenzen resultieren, ist aufgrund der Formel 2.2-4 die Bedeutung des Geoids nicht nur als Höhenbezugsfläche ersichtlich. Nur mit den Kenntnissen über die Geoidundulationen (oder Höhenanomalien) können mit GPS potentialtheoretisch strenge Höhen bestimmt werden.

2.3 Höhenarten

Nach den potentialtheoretischen Betrachtungen zu den Höhenbezugsflächen widmet sich das folgende Kapitel der Definition und Herleitung der unterschiedlichen Höhenarten. Mit der Herleitung der strengen Formeln zur Berechnung dieser Höhen nähert sich das Kapitel der praktischen Realisierung eines Höhenrahmens mit den klassischen und modernen Messmethoden der Geodäsie.

Die wesentlichen Grundlagen und Terminologien wurden der Publikation von [Wirth 1990] entnommen, welche sich vor allem an [Bäschlin 1948] anlehnt.

2.3.1 Nivellementhöhen und Gebrauchshöhen

In der allgemeinen Vermessungskunde bezieht man die Höhenbestimmung näherungsweise auf Niveauflächen, die konzentrische Kugeln und damit Parallelflächen sind und berücksichtigt im Normalfall die Erdkrümmung. Wie in Kapitel 2.2.3 dargelegt, sind die tatsächlichen Niveauflächen des Erdschwerefeldes keine Parallelflächen.

Um den Unterschied zwischen *Nivellementhöhen* (oft auch *geometrische Höhen* genannt) und orthometrischen Höhen schematisch darzustellen, stellt man sich entlang der Bergflanke die durch die Lattenumstellpunkte gelegten, gekrümmten Äquipotentialflächen vor, welche die Schwerefeldanomalien symbolisieren. Wird nun entlang der Topographie zwischen dem Punkt A, welcher auf dem Geoid liegt, und dem Punkt B nivelliert, so resultiert die Nivellementhöhe vom Punkt B zu:

$$H_B^{(niv)} = H_A + \Delta H_A^B = H_A + \sum \delta H_i^{'} \qquad (2.3\text{-}1)$$

wobei jeweils der zweite Term der Gleichung 2.3-1 der rohen Nivellementhöhendifferenz entspricht.

Die orthometrische Höhe (vgl. 2.3.4) des Punktes B entspricht bekanntlich der Länge der Lotlinie von B_0 bis B und resultiert als:

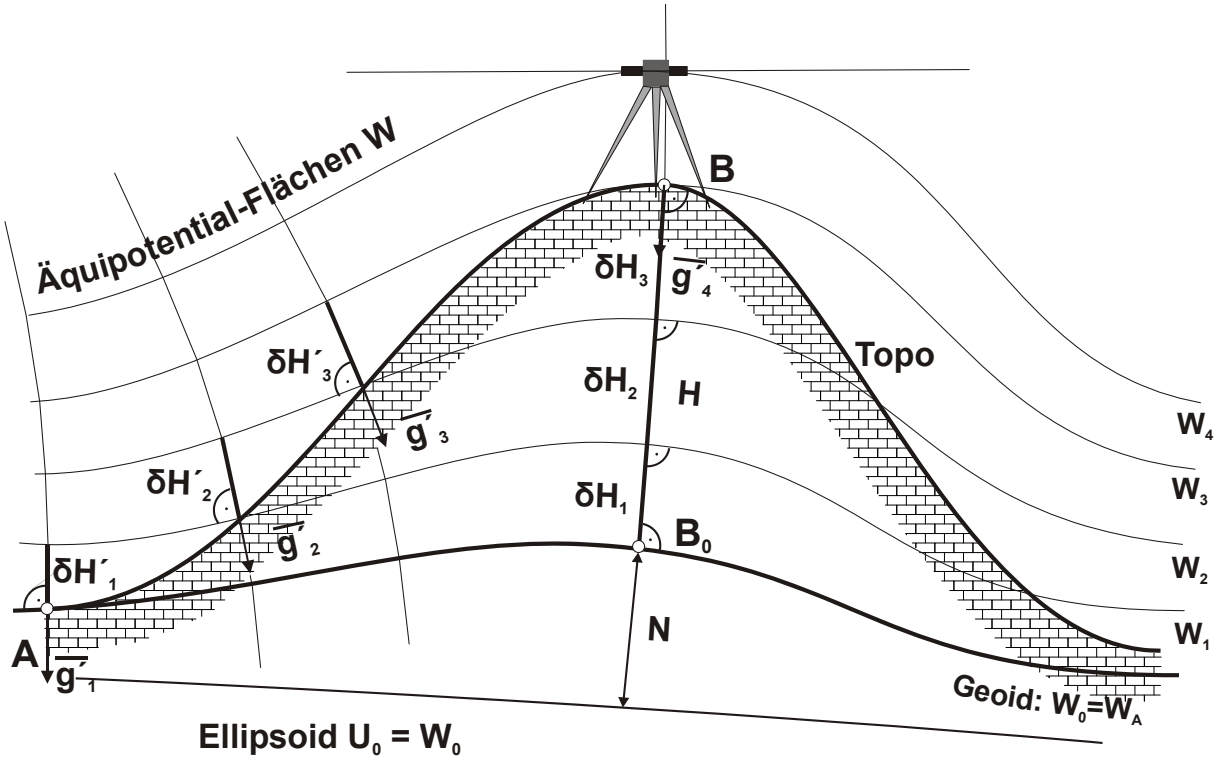


Abbildung 2.3-1: Nivellement und Äquipotentialflächen

$$H_B^{(orth)} = H_{B_0} + \sum \delta H_i = H_A + \sum \delta H_i \qquad (2.3\text{-}2)$$

Nivellementhöhen sind keine eindeutigen, streng definierten Höhen. Aus der Abb. 2.3-1 ist deutlich erkennbar, dass die Nivellementhöhendifferenz vom gewählten Weg abhängig ist. Selbst wenn man fehlerfrei über eine geschlossene Schleife nivelliert, so wird aufgrund der Schwerefeldanomalien als Abschlussfehler nicht Null resultieren, sondern ein berechenbarer *theoretischer Schleifenschluss*. Die Differenz zwischen der Nivellementhöhe und der orthometrischen Höhe des Punktes B bezeichnet man als die *orthometrische Korrektur E* (vgl. Kapitel 2.3.9).

Die Nivellementhöhen haben wegen der Einfachheit der Methode und der hohen Nachbargenauigkeit der Bestimmung für die alltäglichen Vermessungsarbeiten nach wie vor eine sehr grosse Bedeutung. Für lokale Arbeiten sind die Unterschiede zu den potentialtheoretisch strengen Höhen meist vernachlässigbar klein. Erst auf Stufe der Landesvermessung und insbesondere im Alpenraum, wo die Beträge der Schleifenschlussfehler diejenigen der Messgenauigkeit des Nivellements übersteigen, ist die strenge Reduktion des geometrischen Nivellements aufgrund der Einflüsse des Schwerefeldes resp. die Einführung potentialtheoretisch strenger Höhen angebracht.

Das bestehende Landeshöhennetz der Schweiz LN02, welches durch die Schlaufen des Landesnivellements gebildet wird, ist im Prinzip ein reines Nivellementhöhennetz. Durch das Einzwängen der unreduzierten Nivellementmessungen in Knotenwerte älterer Herkunft spricht man auch von *Gebrauchshöhen,* ein Begriff, welcher sich auch in Österreich etabliert hat [Zeger 1986]. Anstrengungen zur strengen Reduktion dieses Netzes wurden im Laufe des 20. Jahrhunderts mehrmals unternommen. Erst das Aufkommen der satellitengeodätischen Messmethode GPS Ende der 80er-Jahre stellt neue potentialtheoretische Anforderungen an ein präzises Geoidmodell und an ein entsprechendes Landeshöhennetz (vgl. Kapitel 4).

2.3.2 Die geopotentiellen Koten C

Während in älteren Lehrmitteln die potentialtheoretisch strengen Höhenarten oft mit den Korrekturen des geometrischen Nivellements erklärt wurden, nähern sich die neueren Definitionen über die *geopotentiellen Koten* an.

Aus der Physik ist bekannt, dass die Potentialdifferenz ΔW zwischen zwei benachbarten Äquipotentialflächen der zu leistenden Arbeit entspricht, um eine Einheitsmasse von der einen Niveaufläche auf die andere zu bringen. Liegt wie in Abb. 2.3-1 der Punkt A auf dem Geoid, so stellt $C_B = -\Delta W$ die geopotentielle Kote von B dar:

$$C^B = -\Delta W_{AB} = -(W_B - W_A) = -(W_B - W_{B_0}) = \sum g_i' \delta H_i' = \int_{B_0}^{B} g dH \qquad (2.3\text{-}3)$$

Dabei gilt für die Ableitung des Schwerepotentials W in Richtung der äusseren Flächenormalen der Niveaufläche $\vec{n}$ die Differentialgleichung $dW = -g \cdot dn$. Damit wird der Zusammenhang zwischen dem Potentialunterschied als physikalische Grösse und dem Höhenunterschied benachbarter Niveauflächen als geometrische Grösse hergestellt. Als eigentliche Potentialdifferenzen weisen die geopotentiellen Koten die Einheit m^2s^{-2} auf, was der Gewohnheit widerspricht, Höhenunterschiede als Längenmass zu betrachten. In der Geodäsie wählt man als gebräuchliche Einheit die sog. *geopotentielle Einheit*:

1 GPU (geopotential unit) = 10 m^2s^{-2},

da sonst die Koten gegenüber den metrischen Differenzen einen Massstabsfaktor von ca. 9.8 aufweisen würden.

Die geopotentiellen Koten können mit Nivellement- und Schweremessungen hypothesenfrei berechnet werden. Sie weisen die vorzügliche Eigenschaft auf, unabhängig vom gewählten Messweg zu sein (was letztendlich dem physikalischen Grundgesetz der Energie entspricht), sodass auch keine theoretischen Schleifenschlussfehler entstehen. Die einheitlichen europäischen Nivellementnetze des UELN (United European Levelling Net) werden deshalb aufgrund der Potentialdifferenzen, welche die einzelnen Länder aus ihren Landesnivellementnetzen abliefern, ausgeglichen und die Knotenpunkte als geopotentielle Koten publiziert (vgl. Kapitel 4.3).

Das gleiche Verfahren wird bei den Berechnungen des neuen Landeshöhennetzes der Schweiz LHN95 angewendet. Um die Schleifenschlussfehler zu umgehen, erfolgt die eigentliche Ausgleichung des Nivellementnetzes mit Hilfe von Potentialdifferenzen und die gesuchten Höhen der Fixpunkte resultieren zuerst in Form von geopotentiellen Koten.

Wegen dem Nachteil des nichtmetrischen Höhensystems finden die geopotentiellen Koten keinen Eingang in die praktische Landesvermessung. Sie müssen durch einen geeigneten Schwerewert dividiert und dadurch in ein metrisches System transformiert werden.

2.3.3 Die dynamischen Höhen HD

Die *dynamischen Höhen* werden aus den geopotentiellen Koten gewonnen, indem man diese durch den konstanten *Normalschwerewert auf 45° Breite und Meereshöhe 0* dividiert:

$$H^D = \frac{1}{g_{norm}^{45^o}} \sum g_i' \cdot \delta H_i' = \frac{C}{g_{norm}^{45^o}} \qquad (2.3\text{-}4)$$

wobei der Normalschwerewert auf Breite 45° 9.806199 ms^{-2} beträgt.

Äquipotentialflächen des Schwerefeldes (Niveauflächen) haben somit dieselbe dynamische Höhe. Sie sind wie die geopotentiellen Koten widerspruchs- und hypothesenfrei. Da die Oberfläche eines ruhenden Gewässers sich einer Niveaufläche angleicht, wären die dynamischen Höhen das geeignete Höhensystem für alle hydrologischen Anwendungen.

Nebst der Parallelität zu den Niveauflächen besitzen die dynamischen Höhen aber keine geometrische Bedeutung. In Gebieten mit grossen Höhendifferenzen (z.B. Alpenraum) oder mit wesentlichen Abweichungen zur 45° Breite weisen sie beträchtliche Massstabsdifferenzen zum geometrischen Nivellement auf. Daher fanden sie auch nie Eingang in die praktische Landesvermessung.

2.3.4 Die Normalhöhen HN

Man kann sich den breiten- und höhenabhängigen Massstabsverzerrungen der dynamischen Höhen entziehen, wenn man anstelle der Normalschwere auf 45º Breite und Meereshöhe 0 die mittleren Normalschweren entlang der Lotlinie verwendet.

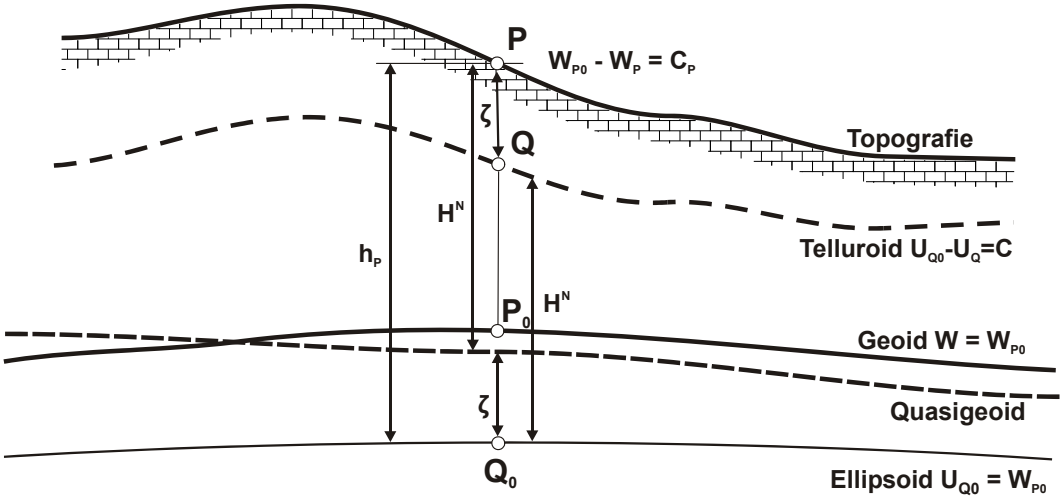


Abbildung 2.3-2: geometrische Bedeutung der Normalhöhe H^N und der Höhenanomalie ζ.
W: Potential im aktuellen Schwerefeld; U: Potential des Erdellipsoids.

$$H^N = \frac{1}{\bar{g}_{norm}^{(P)}} \sum_i g_i' \cdot \delta H_i' = \frac{C_P}{\bar{g}_{norm}^{(P)}}$$

$$\bar{g}_{norm}^{(P)} = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} g_{norm}^{(\varphi,H)} dH^N \qquad (2.3\text{-}5)$$

Die mittlere Normalschwere entlang der Lotlinie in Formel 2.3-5 kann nach [Heiskanen und Moritz 1967] und [Marti 2002] aus der Normalschwereformel und der Freiluftkorrektur gerechnet werden:

$$\bar{g}_{norm}^{(P)} = g_{Äqu} \frac{1 + \left(\frac{b \cdot g_{Pol}}{a \cdot g_{Äqu}} - 1 \right) \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \varphi}}$$

$$- g_{Äqu} \cdot \frac{H^N}{2a} \left(2 + 2.4 \frac{a-b}{a} + 0.8 \frac{g_{Pol} - g_{Äqu}}{g_{Äqu}} + 2 \left(\frac{g_{Pol} - g_{Äqu}}{g_{Äqu}} - 2 \frac{a-b}{a} \right) \sin^2 \varphi - 3 \frac{H^N}{a} \right)$$

(2.3-6)

mit $\bar{g}_{norm}^{(P)}$ = mittlere Normalschwere in der Lotlinie
$g_{Äqu}$ = Normalschwere am Äquator = 9.780 326 7715 ms^{-2}
g_{Pol} = Normalschwere am Pol = 9.832 186 3685 ms^{-2}
a = grosse Halbachse des Ellipsoids = 6'378'137.0 m
b = kleine Halbachse des Ellipsoids = 6'356'752.3141 m
φ = geodätische Breite
H^N = Normalhöhe [Werte aus GRS80]

Der 1. Term entspricht dabei der Normalschwere auf dem Ellipsoid; der zweite Term der halben Freiluftkorrektur. Ohne den Faktor ½ im zweiten Term resultiert die Formel für die Normalschwere auf Höhe H und Breite φ.

Die mittlere Schwere entlang der Lotlinie ist somit einzig von den Definitionen des geodätischen Referenzsystems (hier GRS80), der geodätischen Breite und der Normalhöhe abhängig, ohne dass die Dichteverteilung im Erdinneren bekannt sein muss. Die Normalhöhe tritt selbst als Parameter auf, obwohl sie eigentlich die ursprünglich gesuchte Grösse ist. Für praktische Anwendungen genügen dafür Näherungen oder iterative Bestimmungen.

Wie bereits im Kapitel 2.2.4 aufgezeigt und in der Abbildung 2.3-2 dargestellt, entspricht die Normalhöhe der Höhe eines Punktes P über dem Quasigeoid resp. der Höhe des Telluroidpunktes Q über dem Erdellipsoid. Der Zusammenhang mit dem eigentlichen Geoid kann nur über das Erdellipsoid aufgezeigt werden.

Mit der Definition für das Potential des Erdellipsoids (U_P) gilt:

$$C_P = W_{P_0} - W_P = (W_{P_0} - U_P) - (W_P - U_P) = (U_{Q_0} - U_P) - (W_P - U_P)$$

mit der Definition des Störpotentials $T_P = W_P - U_P$ und der ellipsoidischen Höhe h_P (vgl. 2.3-14) folgt:

$$C_P = \overline{g}^{(P)}_{Norm} \cdot h_P - T_P \qquad (2.3\text{-}7)$$

und durch dividieren mit $\overline{g}^{(P)}_{Norm}$ erhalten wir gemäss 2.3-5 die Normalhöhe H^N.

Aus der Bedingung $H^N = h_P - \zeta_P$ und 2.3-7 folgt eine andere Betrachtungsweise der Höhenanomalie resp. der Quasigeoidhöhe über dem Erdellipsoid:

$$\zeta_P = \frac{T_P}{\overline{g}^{(P)}_{Norm}} \qquad (2.3\text{-}8)$$

Flächen gleicher Normalhöhe sind im Allgemeinen keine Äquipotentialflächen mehr. Die Normalhöhen weisen aber den Vorteil auf, dass sie einfach und einzig aus den Positionen der Punkte und den geopotentiellen Koten abgeleitet werden können. Sie werden deshalb in vielen Ländern Osteuropas verwendet und sind Bestandteil der offiziellen Höhensysteme der Nachbarländer Deutschland [LV-Info 2004] und Frankreich [Levallois et Maillard 1970], [Levallois 1970].

In Gebieten mit grossen Schwereanomalien weichen die Normalhöhen stark von den orthometrischen Höhen ab. Die Höhenanomalien sind streng mit der Topografie korreliert. Dies ist einer der Hauptgründe, wieso die Normalhöhen nicht für das neue Landeshöhennetz der Schweiz (LHN95) verwendet wurden.

2.3.5 Die orthometrischen Höhen H

Im Gegensatz zu den Normalhöhen beziehen sich die *orthometrischen Höhen* auf die tatsächlichen mittleren Schweren entlang der Lotlinie ($\overline{g}$):

$$H_B = \frac{1}{\overline{g}^{(B)}} \int_0^H g dH = \frac{1}{\overline{g}^{(B)}} \int_0^H g' dH' = \frac{1}{\overline{g}^{(B)}} \sum_i g'_i \cdot \delta H'_i = \frac{C}{\overline{g}^{(B)}} \qquad (2.3\text{-}9)$$

Die orthometrische Höhe entspricht der tatsächlichen Länge der gekrümmten Lotlinie vom Fusspunkt B_0 auf dem Geoid bis zum Punkt B (vgl. Abb. 2.3-1 und Formel 2.3-2). Wegen der Anschaulichkeit und der Definition anhand der realen Schwereverhältnisse werden die orthometrischen Höhen oft auch als die *'wahren Meereshöhen'* bezeichnet [Niethammer 1932, 1945].

Die mittlere Schwere entlang der Lotlinie ist weder theoretisch streng herleitbar noch praktisch messbar. Dazu müsste ein Schacht von der Oberfläche des Punktes B bis auf Geoidhöhe abgeteuft werden, um darin die tatsächlichen Schweren zu messen. Sie kann aber aus der beobachteten Schwere an der Oberfläche und mit Hypothesen über die Massen- und Dichteverteilung im Erdinneren berechnet werden. [Wirth 1990] hat dazu eine entsprechende Formel hergeleitet,

welche auch in [Marti 1997 und 2002] verwendet wurde und die Grundlage für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Berechnungen ist:

$$\bar{g}^P = g^P_{beob} + \frac{1}{2} g^P_{frei} - g^P_{Modelle} - \frac{T^P_{Modelle} - T^0_{Modelle}}{H_P} \qquad (2.3\text{-}10)$$

Dabei bedeuten:

g^P_{beob} = beobachteter Oberflächenschwerewert in Punkt P

g^P_{frei} = Freiluftkorrektur in Punkt P

$g^P_{Modelle}$ = Wirkung der Massenmodelle auf den Betrag des Schwerevektors in Punkt P

$T^P_{Modelle}$ = Wirkung der Massenmodelle auf das Potential in Punkt P (Störpotential in P)

$T^0_{Modelle}$ = Wirkung der Massenmodelle auf das Potential auf Höhe 0

Die Formel ist in der Praxis nur dann streng gültig, wenn alle Massen, welche unterschiedliche Wirkungen auf das Potential im Punkt P und auf Geoidhöhe verursachen, tatsächlich in den Modellen erfasst sind. Die in dieser Arbeit zur Berechnung der orthometrischen Höhen verwendeten Massen sind identisch mit denjenigen für die Geoidbestimmung in [Marti 2002] und werden in einem separaten Kapitel 7 näher vorgestellt.

Bis auf den Spezialfall des Geoids (orthometrische Höhe 0) sind die Flächen gleicher orthometrischer Höhen keine Äquipotentialflächen.

Noch werden die orthometrischen Höhen in den einzelnen Ländern eher selten gebraucht. Die exakten Kenntnisse über die Massenverteilungen sind oft nicht vorhanden und der Unterschied in flachen Gebieten zwischen den Normalhöhen und den orthometrischen Höhen ist zu unbedeutend, als dass sich die aufwändigere Berechnung rechtfertigen würde.

In den topographisch anspruchsvolleren Alpengebieten überzeugen die orthometrischen Höhen durch den Unterschied zu den ellipsoidischen Höhen, welcher mit einer regelmässigeren, ruhig verlaufenden und dadurch einfach interpolierbaren Geoidfläche modelliert werden kann (vgl. a. Kapitel 4.2.2.1). Neben der Verwendung in der vorliegenden Arbeit für die strenge Berechnung der Höhen der neuen Landesvermessung in der Schweiz ist der Gebrauch der *strengen* orthometrischen Höhen nur von der Österreichischen Landesvermessung bekannt [Höggerl 1986].

2.3.6 Die Helmert'sche orthometrische Höhe

Wegen der aufwändigen und auf Hypothesen beruhenden Berechnung werden in der Praxis die strengen orthometrischen Höhen eher selten verwendet. Stattdessen wird für die mittlere Schwere entlang der Lotlinie eine Näherungsformel eingesetzt, welche in flachem Gelände eine geeignete Annäherung darstellt. Die Formel geht davon aus, dass jede Station auf einer ebenen Platte liegt, welche eine konstante Gesteinsdichte aufweist. Ohne Herleitung ergibt sich dadurch die *Helmert'sche orthometrische Höhe* zu:

$$H = \frac{1}{g^P_{beob} + 0.0424 \cdot H} \cdot \sum_i g_i^{'} \cdot \delta H_i^{'} = \frac{C}{g^P_{beob} + 0.0424 \cdot H} \qquad (2.3\text{-}11)$$

2.3.7 Normal-orthometrische und sphäroidische Höhen

Werden bei der Bestimmung der Helmert'schen Höhen (s. 2.3-11) die beobachteten Schweren $g_i^{'}$ durch Normalschwerewerte ersetzt, entsteht ein weiterer Spezialfall, nämlich die *normal-orthometrischen Höhen*:

$$H = \frac{1}{g^P_{norm} + 0.0424 \cdot H} \cdot \sum_i g^{(\varphi_i, H_i)}_{norm} \cdot \delta H_i^{'} \qquad (2.3\text{-}12)$$

Wenn bei der Bestimmung von Normalhöhen (s. 2.3-5) anstelle der gemessenen Schweren g_i' die Normalschwerewerte verwendet werden, resultieren die *sphäroidischen Höhen*:

$$H = \frac{1}{\overline{g}_{norm}^{(P)}} \cdot \sum_i g_{norm}^{(\varphi_i, H_i)} \cdot \delta H_i' \qquad (2.3\text{-}13)$$

Bei beiden Höhenarten erfolgt die Herleitung nicht mehr über die geopotentiellen Koten C. Die Höhen haben keinen direkten Bezug zum Erdschwerefeld sondern stützen sich auf die Äquipotentialflächen eines von einem Erdellipsoid verursachten Normalschwerefeldes.

Sphäroidische wie auch die normal-orthometrischen Höhen gründen auf den Normalschweren (vgl. Formel 2.3-6) und haben vor allem eine historische Bedeutung. In vielen Ländern, welche über keine oder nur wenige Schweremessungen verfügten, waren die Berechnungen und die Reduktionen der Nivellementmessungen in Form von sphäroidischen Korrektionen ohne weiteres anwendbar (vgl. Kapitel 2.3.10). Normal-orthometrische Höhen wurden beispielsweise in den Bundesländern der ehemaligen BRD bis vor kurzem verwendet. Die AdV (Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland) hat aber bereits 1993 beschlossen, in allen Bundesländern das Normalhöhensystem einzuführen. (z. B. Schneid und Meichle 2005).

Analog zu den sphäroidischen Höhen oder den normal-orthometrischen Höhen könnte man auch *normal-dynamischen* Höhen berechnen. In der älteren Literatur wie [Bäschlin 1948] finden sich dazu auch Definitionen und Formeln zur entsprechenden Reduktion der Nivellementmessungen.

2.3.8 Die ellipsoidische Höhe, die Geoidundulation N und die Höhenanomalie ζ

Die *ellipsoidische Höhe* h_P eines Punktes P ist definiert als der Abstand des Punktes P vom Referenzellipsoid. Dieses System ist rein geometrisch festgelegt und unterliegt dadurch keinen Einflüssen des tatsächlichen Schwerefeldes oder der zeitlichen Schwerefeldänderungen. Die ellipsoidischen Höhen werden somit nicht zu den eigentlichen physikalischen Höhensystemen gezählt. Die ellipsoidische Höhe kann trotzdem als Differenz des Normalschwerepotentiales U dargestellt werden (vgl. Abb. 2.3-2):

$$h_P = \frac{-(U_P - U_0)}{\overline{g}_{norm}^{(P)}} \qquad (2.3\text{-}14)$$

Die ellipsoidischen Höhen haben enorm an Bedeutung gewonnen, weil sie mit den satellitengeodätischen Methoden direkt gemessen werden können. Eine der aktuellen Herausforderungen der Geodäsie ist deshalb die exakte Geoidbestimmung, um den Bezug zum Schwerefeld und den nationalen Höhensystemen zu gewährleisten. Wie bereits in 2.2-4 erwähnt, bestehen zwischen den ellipsoidischen, den orthometrischen und den Normalhöhen die einfachen aber wichtigen Zusammenhänge:

$$h_{ell} = H_{orth} + N = H_{norm} + \zeta \qquad (2.2\text{-}4)$$

2.3.9 Die Reduktion des Nivellements: Schleifenschluss und orthometrische Korrektion

In der klassischen Landesvermessung führte die Berechnung von "wahren" (orthometrischen) Höhen mit Hilfe von Nivellement- und Schweremessungen nicht wie in Kapitel 2.3.2 angedeutet über die geopotentiellen Koten, sondern über die sog. Reduktion und Ausgleichung der Nivellements. In [Schürer 1944] wurden die Ausgleichung der 18 Hauptpolygone des schweizerischen Landesnivellements (vgl. Abb. 4.5-1) und die Berechnung ausgewählter orthometrischer Höhen in ausgezeichneter Weise beschrieben. Das Verfahren kann in drei Schritte aufgeteilt werden:

1. Berechnung der *theoretischen Schleifenschlüsse* der 18 Nivellementschlaufen
2. Verteilung der beobachteten Schleifenschlüsse (bedingte Ausgleichung) auf die 48 Polygonseiten der 18 Nivellementschlaufen. Daraus resultieren die ausgeglichen Nivellementhöhen.
3. Berechnung der orthometrischen Korrekturen zur Reduktion der ausgeglichenen Nivellementhöhen in orthometrische Höhen.

Im Folgenden werden die wesentlichen Formeln zur Herleitung der Grössen in Schritt 1 und 3 wiedergeben.

2.3.9.1 Der Schleifenschluss beim Nivellement

Wie in den Kapiteln 2.3.1 und 2.3.2 angedeutet, ist die Summe der gemessenen Höhendifferenzen einer geschlossenen Nivellementschlaufe nicht gleich Null. Die Summe dieser gemessenen Höhendifferenzen ergibt den *beobachteten Schleifenschluss* w_0, welcher natürlich auch von den zufälligen Fehlern der Messungen beeinflusst ist (vgl. Abb. 2.3-1):

$$\sum_{A}^{P=A} \delta H_i' = w_0 \qquad (2.3\text{-}15)$$

Unter der Annahme fehlerfreier Messungen bezeichnet man die Summe aus Formel 2.3-15 als den *theoretischen Schleifenschluss* z_0. Um z_0 herzuleiten, bedienen wir uns der Definition, dass die Summe der Potentialdifferenzen Null ist:

$$\sum_{A}^{P=A} g_i' \delta H_i' = 0 \qquad (2.3\text{-}16)$$

Unter Zuhilfenahme einer beliebigen Konstanten $g_0 \neq 0$, der Bildung der Differenz:

$$g_i = g_0 + (g_i - g_0)$$

und der Annahme, dass die beobachteten Höhendifferenzen $\delta H'$ frei von zufälligen Messfehlern sind, kann die Gleichung 2.3-16 folgendermassen umgeschrieben werden:

$$\sum_{A}^{P=A} \left(g_0 + \left(g_i' - g_0\right)\right)\delta H_i' = g_0 \sum_{A}^{P=A} \delta H_i' + \sum_{A}^{P=A} \left(g_i' - g_0\right)\delta H_i' = g_0 z_0 + \sum_{A}^{P=A} \left(g_i' - g_0\right)\delta H_i' = 0$$

und somit gilt für den theoretischen Schleifenschluss z_0:

$$z_0 = -\frac{1}{g_0} \sum_{A}^{P=A} \left(g_i' - g_0\right)\delta H_i' \qquad (2.3\text{-}17)$$

wobei anstelle der gemessenen Höhendifferenzen $\delta H_i'$ auch genäherte Werte eingesetzt werden können.

Wie bereits in [Jung 1957] postuliert, sollte die immer noch verwendete Bezeichnung "theoretischer (Schleifen-)Schluss*fehler*" vermieden werden, da es sich bei z_0 nicht um einen Fehler handelt. Allenfalls als Schlussfehler könnte die Differenz $w = w_0 - z_0$ benannt werden, da sie den Unterschied zwischen beobachtetem und theoretischem Schleifenschluss darstellt und bei entsprechender Sorgfalt in den Messungen nur noch eine Folge der zufälligen Fehler mit dem Erwartungswert $E(w) = 0$ ist. [Niethammer 1945] verwendete dazu den bezeichnenden Wert *Widerspruch.*

Der Teil der Oberflächenschwere g, welcher sich als rationale Funktion der Höhe darstellen lässt, liefert keinen Beitrag zum theoretischen Schleifenschluss z_0. Denkt man sich nämlich g zerlegt in einen höhenabhängigen Teil $g(H)$ und einen Restbetrag g_r, sodass $g = g(H) + g_r$, dann resultiert aus 2.3-17:

$$z_0 = -\frac{1}{g_0}\sum_{A}^{P=A}\left(g_i^{'}(H) + g_{i,r} - g_0\right)\delta H_i^{'} = -\frac{1}{g_0}\sum_{A}^{P=A}\left(g_{i,r} - g_0\right)\delta H_i^{'} - \frac{1}{g_0}\sum_{A}^{P=A} g_i^{'}(H)\delta H_i^{'}$$

$$z_0 = -\frac{1}{g_0}\sum_{A}^{P=A}\left(g_{i,r} - g_0\right)\delta H_i^{'}$$

da das zweite Glied über eine geschlossene Schlaufe den Wert 0 ergibt. Bereits aus [Helmert 1890] wusste man, dass die Höhenabhängigkeit der gravimetrischen Beobachtungen keinen Einfluss auf den theoretischen Schleifenschluss hat (vgl. auch [Jung 1957]). Dies ist auch ein wichtiger Anhaltspunkt, wieso selbst im Hochgebirge mit grossen Höhenunterschieden die Schleifenschlüsse verhältnismässig klein bleiben (vgl. Kapitel 5.6.3).

Ersetzt man in Formel 2.3-17 die gemessenen Schweren durch Normalschwerewerte, so resultiert der sog. *sphäroidische* oder *normale Schleifenschluss*:

$$z_{oS} = -\frac{1}{g_0}\sum_{A}^{P=A}\left(g_{norm}^{\varphi_i, h_i} - g_0\right)\delta H_i^{'} \qquad (2.3\text{-}18)$$

In Kapitel 5.6 werden die unterschiedlichen Schleifenschlüsse am Beispiel der wiederholten Landesnivellement-Messungen behandelt.

2.3.9.2 Die orthometrische Korrektur des Nivellements

Die *orthometrische Korrektur E* ist die Differenz zwischen der orthometrischen Höhe und der rohen Nivellementhöhe eines Punktes B *entlang eines vorgegebenen Nivellementweges* vom Punkt A nach B. Sie darf nicht verwechselt werden mit der Differenz zwischen der orthometrischen und der ausgeglichenen Nivellementhöhe (Gebrauchshöhe) eines Punktes B.

Die Formeln zu den Korrekturen sind beispielsweise in [Elmiger und Chaperon 1997] und in [Wirth 1990] hergeleitet. Die orthometrische Korrektur setzt sich zusammen aus einem wegabhängigen Anteil E1, welcher zum (negativen) Schleifenschluss in 2.3-17 führt, und einem Potentialteil E2.

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{g_0}\sum_{A}^{B}\left(g_i^{'} - g_0\right)\delta H_i^{'} + H_A\left(\frac{\overline{g}_A - g_0}{g_0}\right) - H_B\left(\frac{\overline{g}_B - g_0}{g_0}\right) \qquad (2.3\text{-}19)$$

[Jung 1957], welcher ebenfalls eine hilfreiche Herleitung festhält, bezeichnet die Korrektionsanteile treffend als "potentielle Weg-Reduktion" (PWR) und "vertikale potentielle Reduktion" (VPR).

Analog kann man für die *Korrektion der Normalhöhen* schreiben:

$$E_N = E_1 + E_2 = \frac{1}{g_0}\sum_{A}^{B}\left(g_i^{'} - g_0\right)\delta H_i^{'} + H_A^N\left(\frac{\overline{g}_{norm}^{A} - g_0}{g_0}\right) - H_B^N\left(\frac{\overline{g}_{norm}^{B} - g_0}{g_0}\right) \qquad (2.3\text{-}20)$$

Die *sphäroidische Korrektion* erhält man wiederum durch das Ersetzen der beobachteten Schweren g durch die Werte der Normalschweren.

2.3.10 Bemerkungen zur Terminologie

Wer sich mit älteren Publikationen befasst, bemerkt die laufende Änderung der Bezeichnungen der Höhen- und der Reduktionsarten. Insbesondere der Begriff "orthometrisch" wurde im Laufe des 19. und 20. Jahrhunderts für die nach obiger Theorie unterschiedlichen Reduktionsarten verwendet. Dies im Übrigen immer in der hehren Absicht, die Herleitung der sog. "wahren Höhen" zu erklären.

Bevor es möglich war, bei der Reduktion des geometrischen Nivellements von gemessenen Schwerewerten auszugehen, beschränkte man sich darauf, wenigstens den Einfluss der normalen Schwere zu berücksichtigen. So berichtete beispielsweise [Hilfiker 1902] in seinem Werk zur Festlegung des Höhenhorizontes für die Schweiz noch von orthometrischen Korrekturen, ob-

wohl nach strenger Terminologie es sich eigentlich um sphäroidische Korrekturen handelte.

Auch in den ersten Berichten zum Vergleich der europäischen Mittelwasser [Börsch 1891] wurden die sphäroidischen Korrekturen als 'orthometrisch' bezeichnet, trotzdem wurde bereits auf die von [Helmert 1890] durchgeführten Studien zum wirklichen Verlauf der Schweren hingewiesen.

Die ersten Erwähnungen der auch in dieser Arbeit verwendeten Terminologie finden sich in Studien von [Bäschlin 1925] und [Niethammer 1932]. Ihre Veröffentlichungen waren Studienaufträge zur Reduktion des schweizerischen Präzisionsnivellements. Mittlerweile haben sich diese Bezeichnungen im deutschen Sprachraum festgesetzt. Eine Verwirrung bezüglich der in der Praxis verwendeten Landeshöhen besteht jedoch weiterhin. Auch die Frage nach den tatsächlich *wahren Höhen* scheint nach wie vor ein ungelöstes, beinahe philosophisches Problem zu sein. Oft steht die Forderung im Vordergrund, dass Höhen geometrisch deutbar sein müssen (bspw. orthometrische Höhen) im krassen Gegensatz zur Praxistauglichkeit [s. a. Lelgemann und Petrovic 1997].

2.4 Definition eines Höhenreferenzsystems

Um ein strenges physikalisches *Höhenreferenzsystem*[3] eindeutig zu definieren, genügen zwei Angaben:

1. Die *Ausgangshöhe*
2. Die *Art der verwendeten Höhen*

Als *Ausgangshöhe* eines Punktes, von welchem aus die Höhendifferenzen berechnet werden, dient in der Regel eine Pegelstation, welcher die Höhe 0 zugeordnet wurde. Aus praktischen Gründen oder bei Ländern ohne Anschluss ans Meer wird oft die Höhe eines beliebigen stabilen Punktes von einem Pegelanschluss aus abgeleitet. Künftig wäre aber auch eine Definition denkbar, welche sich einzig auf ein globales Geoid als Ausgangshöhe bezieht. Dazu würde in einem Fundamentalpunkt die ellipsoidische Höhe in einem wohl definierten internationalen Referenzsystem (z.B. ITRS) festgehalten und mit den Undulationen aus einem globalen Geoidmodell der Bezug zu den physikalischen Höhen hergestellt. Die Festlegung wäre dadurch losgelöst von der Realisierung über die mittleren Meereswasser eines Pegelanschlusses.

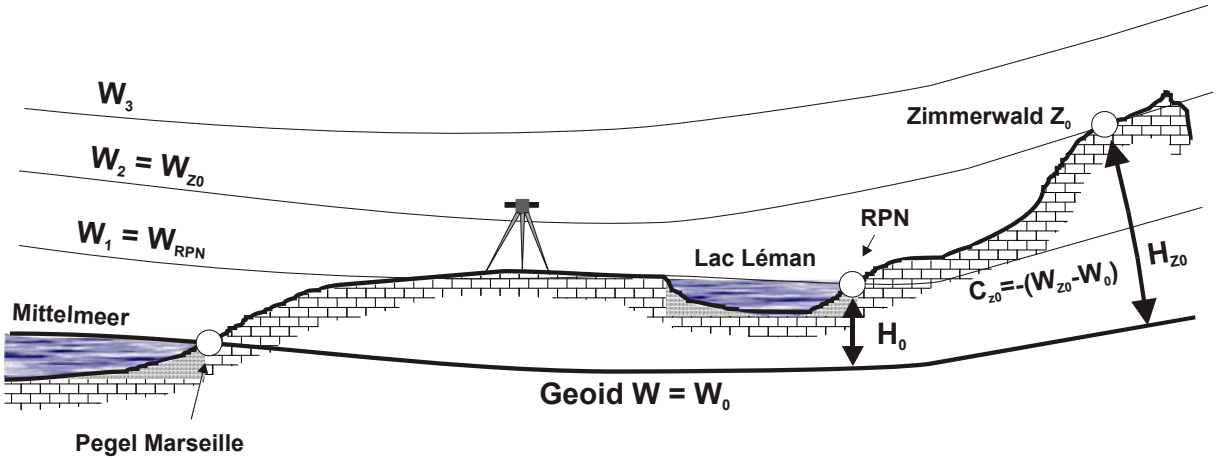


Abbildung 2.4-1: Schematische Darstellung der (orthometrischen) Ausgangshöhe RPN und Zimmerwald *Z0*.

Die *Art der Höhen* als zweite Festlegung des Höhensystems beschreibt die Formel zur Berechnung der Höhendifferenzen aus den geopotentiellen Koten oder aus den reinen Nivellementmessungen. Die verschiedenen Möglichkeiten wurden in den Kapiteln 2.3.2- 2.3.7 beschrieben.

[3] Die Begriffe *Höhensystem* und *Höhenreferenzsystem* sind in dieser Arbeit gleichbedeutend

Die Definition der *Gebrauchshöhen* genügt im Prinzip den gleichen Ansprüchen. Sie gelten aber nicht als strenge, physikalisch definierte Höhenart; ein Gebrauchshöhensystem ist daher auch kein streng definiertes und eindeutiges Höhensystem.

Der strenge Bezug zu den satellitengeodätisch bestimmbaren ellipsoidischen Höhen mit Formel 2.2-4 ist nur bei der Verwendung von orthometrischen oder Normalhöhen gegeben. Die Wahl der Höhenart bestimmt also, ob für die Bezugsfläche ein *Geoid*- oder ein *Quasigeoid*-Modell eingesetzt werden muss. Diese Tatsache hat viele Landesvermessungsämter bewogen, ihre Gebrauchs- oder normal-orthometrischen Höhensysteme auf die strengen orthometrischen oder Normalhöhensysteme umzustellen.

2.5 Die Realisierung eines Höhenreferenzrahmens

Die *klassische Realisierung* eines strengen *Höhenreferenzrahmens*[4] erfolgt nach wie vor über die aufwändigen Nivellement- und Schweremessungen. Sämtliche Länder Europas hatten dazu Mitte des 19. Jahrhunderts begonnen, Nivellementnetze höherer Ordnung zu erstellen. Später wurden diese Netze meist mit Schweremessungen ergänzt und im Laufe der Zeit vollständig überarbeitet und neu gemessen. Die Verdichtung dieser 1.-Ordnungsnetze erfolgte durch Nivellements tieferer Ordnung und/oder klassische trigonometrische Messungen.

Wegen der unterschiedlichen Verfügbarkeit der Schweremessungen, dem Fehlen einer einheitlichen Ausgangshöhe oder dem Festhalten an den bestehenden Höhenwerten entstanden unter den Ländern Europas eine Vielzahl unterschiedlicher Höhenreferenzsysteme und -referenzrahmen.

Arbeiten zur Vereinheitlichung der Höhensysteme und -rahmen in Europa sind seit Langem im Gange (vgl. a. Kapitel 4.3). Seit Mitte der 50er-Jahre wurden ausgewählte Messungen der einzelnen Länder gesammelt. Unter dem Namen UELN[5] (United European Levelling Network) wurden seither mehrere Lösungen in Form von geopotentiellen Koten der Knotenpunkte präsentiert (UELN-73, UELN-95 etc.). Die Kombination von UELN mit GPS-Messungen und Pegelbeobachtungen wird seit 1997 mit dem Projekt EUVN (European Vertical Reference Network) vorangetrieben [Ihde und Augath 2003]. Ein zweites Projekt EVS2000 (European Vertical System) befasst sich auch mit der kinematischen Ausgleichung mehrerer Nivellementmessepochen.

Moderne Realisierungen von Höhenrahmen werden deshalb aus der Kombination von Nivellement- und Schweremessungen mit den modernen GPS-Messungen abgeleitet (vgl. Kapitel 10). Grund dafür sind die Konsistenzanforderungen an die 'geometrischen' (ellipsoidischen), die physikalischen Höhen und die Geoidmodelle.

2.6 Zusammenfassung und Vergleich der Höhensysteme

Die Suche nach den "wahren Höhen über Meer" beschäftigte eine Vielzahl von Geodäten über grosse Zeiträume. Es ist für den Laien nur schwer verständlich, wieso eine internationale Normierung immer noch nicht stattgefunden hat. Es gibt aber mehrere, teilweise gegenläufige Gründe, wieso die Frage nach der geeigneten Höhe nicht abschliessend beantwortet werden kann. Folgendes Kapitel versucht, die unterschiedlichen Anforderungen an ein Höhensystem mit den unterschiedlichen Erwartungen der Benutzerkreise zu bündeln und einen Überblick über Eignung und Verwendung zu geben. Den geschichtlichen Hintergrund zu den Höhen in der Schweiz liefern dabei die Kapitel 4 und 5. Angaben zu den numerischen Unterschieden ausgewählter Höhenarten am Beispiel der Schweiz sind im Kapitel 10 ersichtlich.

---

[4] Die Begriffe *Höhenrahmen, Höhenbezugsrahmen* und *Höhenreferenzrahmen* sind in dieser Arbeit gleichbedeutend

[5] oft wird auch die Abkürzung REUN (Réseau Européen Unifié de Nivellement) verwendet

2.6.1 Die technisch-philosophische Betrachtungsweise: Arbeit vs. Länge

[Jung 1957] teilte die Frage nach den Höhen in zwei Hauptanschauungen ein:

- Potentialkoten – im Speziellen die dynamischen Höhen – werden immer dann gebraucht, wenn es gilt, *eine Arbeit zu messen.*
- Orthometrischen Höhen werden immer dann verwendet, wenn es gilt, Längen zu messen.

Der lebendige Fluss des Wassers verführt zur Betrachtungsweise, dass Höhenlinien in Karten zweckmässiger Schnitte mit Niveauflächen als mit Parallelflächen zum Geoid sein sollten. Nivellementmessungen und unter gewissen Vorraussetzungen auch die trigonometrische Höhenbestimmung in der Landesvermessung nähern sich den orthometrischen Höhen mehr an, als die dynamischen Höhen. Insbesondere beim Nivellement werden unmittelbar *Längendifferenzen* gemessen. Historisch gesehen haben nebst den rein wissenschaftlichen Überlegungen wohl in erster Linie die messtechnischen Gründe dazu geführt, dass man sich hauptsächlich um die Gruppe der orthometrischen Höhen bemüht hat.

Die Basis für die einzelnen Höhenarten werden aber weiterhin die geopotentiellen Koten sein, deren Herleitung aus Nivellement- und Schweremessungen mit den heutigen Messtechniken zwar aufwändig aber technisch betrachtet nahezu problemlos ist. Schon seit Längerem werden im europäischen Raum die Höhen in dieser Form bestimmt und ausgeglichen. Es wird den einzelnen Landesvermessungsämtern überlassen sein, die für ihr Land geeignete Höhenart festzulegen.

Die Höhenbestimmung mit satellitengeodätischen Methoden wird nach wie vor an Bedeutung gewinnen, da viele Länder aus Kostengründen nicht mehr in der Lage sein werden, ihre Höhennetze mit Nivellementmessungen zu unterhalten. Der Bezug von den ellipsoidischen zu den potentialtheoretisch strengen Höhensystemen führt dabei über die Geoid- resp. Quasigeoid-Modelle und dadurch einzig zu den orthometrischen oder den Normalhöhen.

2.6.2 Die praktische Betrachtungsweise

Wie oft in der Wissenschaft war die Theorie der Praxis weit voraus geschritten. Der potentialtheoretische Hintergrund der Höhen war bereits F.R. Helmert Ende des 19. Jahrhunderts bekannt. Drei wesentliche Gründe waren dafür verantwortlich, dass die Theorie meist nicht in die Praxis umgesetzt werden konnte:

1. Die Schweremesstechnik war noch nicht soweit fortgeschritten, als dass die notwendige Anzahl der Schwerebeobachtungen für die strengen Höhenarten effizient hätte gemacht werden können.
2. Vor der Einführung der ersten Rechenmaschinen und Computer war der Aufwand für die Berechnung der strengen Schwereduktionen enorm, sodass von einer praktischen Anwendung der orthometrischen Höhen von Anfang an abgesehen wurde.
3. Die enorme technische Entwicklung im Eisenbahn- und Strassenbau erforderten eine schnelle Erstellung von Vermessungsgrundlagen auch für die Höhen. Wegen den obigen beiden Punkten konnten die strengen Höhenarten nicht oder nicht so schnell in der Praxis eingeführt werden. Stattdessen wich man auf normal-orthometrische, sphäroidische oder oft auf (Nivellement)-Gebrauchshöhen aus. Waren diese Höhen einmal flächenmässig und verbindlich eingeführt, scheiterte die allgemeine Umstellung auf ein strenges Höhensystem oft am Willen der Anwender, welche den Nutzen eines Systemwechsels (oft auch berechtigterweise) nicht erkennen können.

Um den Bezug zu den historischen Gebrauchshöhen auch mit den satellitengeodätischen Messmethoden zu gewährleisten, müssen Transformationsmethoden, -parameter und –flächen zwischen potentialtheoretisch strengen Höhen und den Gebrauchshöhen erarbeitet werden (vgl. Kapitel 10).

2.6.3 Zusammenstellung und Klassierung der Höhenarten

Kriterium	Geopotentielle Koten	Dynamische Höhen	Quasi-dynamische Höhen	Orthometrische Höhen	Helmert'sche ortho. Höhen	Normalhöhen	Gebrauchshöhen	Normalorthometrische Höhen	Sphäroidische Höhen	Ellipsoidische Höhen
Theoretische Kriterien										
Potentialtheoretisch streng (auf geopotentiellen Koten aufgebaut)	Ja	Ja	Nein	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein
Hypothesen zu Dichteverteilung in der Erdkruste notwendig	Nein	Nein	Nein	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein
Hydrologische Eignung	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein
Geometrische Anschaulichkeit der Bezugsflächen	Äquipotentialflächen	Äquipotentialflächen	lokale Äquipotentialflächen	Geoid	Geoid	Quasigeoid	Keine	Keine	Keine	Ellipsoid
Modellierbarkeit der Bezugsflächen	Ja	Ja	Keine	Ja	Ja	Ja	Keine	Keine	Keine	Ja
Gleiche Höhen bilden Äquipotentialflächen	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein	Nein[6]
Praktische Kriterien										
Metrische Eigenschaften (Abweichung zu den terrestrischen Messmethoden)	Schlecht (Massstab)	Mässig (Massstab)	Gut	Gut	Gut	Gut	Gut	Gut	Mässig	Schlecht
Schwerebeobachtungen notwendig	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein	Nein
Einfache Berechnung aus Potentialwerten	Ja	Ja	Nicht möglich	Nein	Ja	Ja	Nicht möglich	Nicht möglich	Nicht möglich	Nicht möglich
Verbreitung / Akzeptanz	Gut	Schlecht	Unbekannt	Mässig	Gut	Sehr gut	Gut	Gut	Mässig	Sehr gut
Anschaulichkeit der Höhen	Gut	Gut	Gut	Sehr gut	Mässig	Mässig	Mässig	Mässig	Mässig	Sehr gut

Tabelle 2.6-1: Zusammenstellung und Klassierung der Höhenarten

[6] Nur bezüglich einem Normalellipsoid

3 Höhenmessverfahren und ihr Bezug zu den Höhenrahmen

Das vorliegende Kapitel hat nicht zum Ziel, Höhenmessverfahren im Detail zu erläutern. Viel mehr wird versucht, den Bezug zwischen den Höhenmessverfahren und den Höhenbezugsrahmen resp. den Höhenarten aufzuzeigen. Dies ist insofern von Bedeutung, da nicht mit allen Messverfahren reine Höhenarten reproduziert werden. Einige Messmethoden alleine liefern sog. "Mischhöhen", welche sich zur Interpolation zwischen Ausgangshöhen eignen oder zuerst mittels Transformationen in ein übliches Höhensystem umgewandelt werden müssen.

Die Ideen zu diesem Kapitel wurden teilweise [Elmiger und Chaperon 1997] sowie [Weber 2001] entnommen.

3.1 Das geometrische Nivellement

Als historische und in vielen Ländern immer noch aktuelle Methode gilt das Präzisionsnivellement nach wie vor als Grundlage für die Landes-Höhenbestimmung. Die weitaus kostengünstigeren satellitengeodätischen Methoden sind nur dann eine ernsthafte Konkurrenz, wenn die Kenntnisse des lokalen Schwerefeldes resp. des Geoids oder Quasi-Geoids auch eine gleichwertige Bestimmungsgenauigkeit zulassen. Zurzeit ist der Trend eher dahin gerichtet, dass die beiden Methoden zusammen mit Schwerefeld-Messungen herangezogen werden, um die lokale Geoidbestimmung zu verbessern. Erst dann ist die Voraussetzung geschaffen, dass die GNSS-Methoden das Präzisionsnivellement in der Landesvermessung ablösen. Diese Arbeiten sind unter dem Stichwort CGN (Combined Geodetic Network) bekannt. Diesem Thema ist speziell das Kapitel 10 gewidmet.

Trotz dem Nachteil der höheren Kosten haben Nivellementmessungen weiterhin ihre Bedeutung im urbanen Siedlungsraum und überall dort, wo eine hohe Nachbargenauigkeit zwischen den Höhenfixpunkten gefragt ist.

Rohe Nivellementmessungen ergeben aufgrund der nicht parallelen Niveauflächen nur genähert orthometrischen Höhen. Man spricht deshalb auch von geometrischen resp. Gebrauchshöhen (s. Kapitel 2.3.1). Bei Fixpunktnetzen mit nur geringer Ausdehnung von wenigen km ist dies bedeutungslos. Erst die Schweremessungen entlang den Nivellementlinien erlauben, die Krümmungen der Niveaulinien zu erfassen und für die Berechnung der Höhen zu verwenden, um daraus sog. "wahre" oder schwerefeldbezogene Höhen zu bestimmen. Abbildung 3.2-1 soll nochmals die unterschiedlichen Wege von den Nivellement- und Schweremessungen zu den strengen und genäherten Höhenarten gemäss Kapitel 2.3 aufzeigen.

3.2 Die trigonometrische Höhenbestimmung

Während das Nivellement methodenbedingt meist entlang von Strassen (in anderen Ländern auch entlang von Bahnlinien) geführt wurde[7], erzeugte man die herkömmliche flächendeckende Höhenbestimmung von Fixpunktfeldern durch trigonometrische Messungen. Aufgrund des Genauigkeitsverlustes über grosse Distanzen erfolgte die Festlegung der Höhen aller Punkte immer über die Triangulationen tieferer Ordnung. In der Schweiz ist dies die Triangulation IV. Ordnung, welche ein Bestandteil der amtlichen Vermessung (AV) ist.

Die Anbindung an einen Höhenrahmen erfolgte aber immer über die übergeordneten Landeshöhennetze, welche mittels Präzisionsnivellement erstellt wurden. Die Triangulation und damit die trigonometrische Höhenbestimmung hat in der Landesvermessung vollständig an Bedeutung verloren, da die Lagekoordinaten durch die GNSS-Messungen weitaus genauer und kostengünstiger erzeugt werden können. Trigonometrische Höhenbestimmungen haben dort noch ihre Berechtigung, wo aufgrund der Zugänglichkeit der Objekte oder der Horizontabdeckungen keine anderen Methoden möglich sind.

[7] Im Gegensatz zur Schweiz wurden die Nivellementmessungen in vielen Ländern motorisiert durchgeführt.

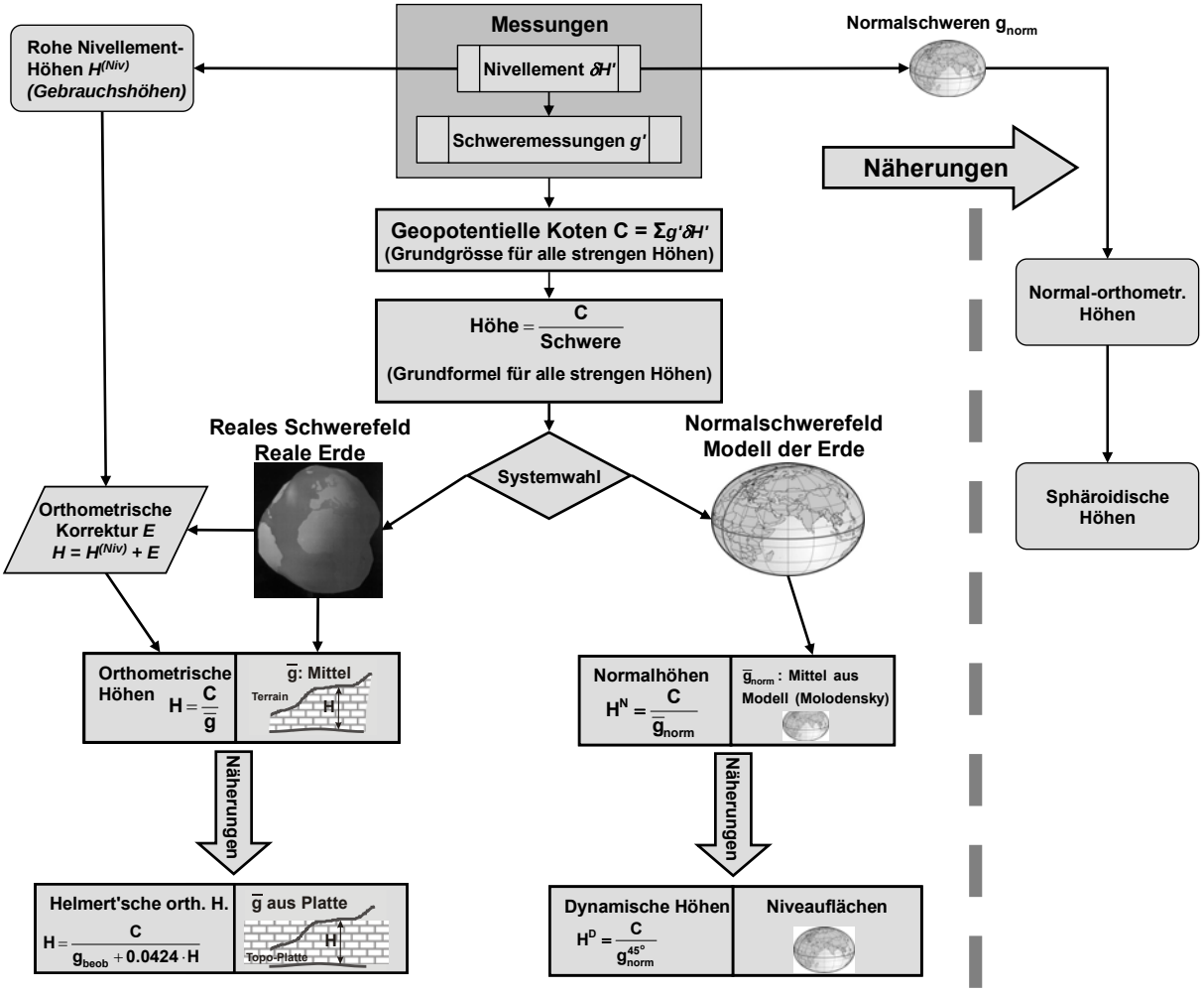


Abbildung 3.2-1: Der Weg von den Nivellementmessungen zu den strengen und den genäherten Höhenarten (nach [Elmiger und Chaperon 1997]; s. a. Kapitel 2.3)

Aus reinen trigonometrischen Messungen ohne Schwerefeldkorrekturen können nur genähert orthometrische Höhen resp. Höhendifferenzen erzeugt werden. Man bezeichnet sie wie bei den rohen Nivellementmessungen als Gebrauchshöhen.

Die Berücksichtigung des Schwerefeldes erfolgt über die Korrektur der Lotabweichungen resp. der Lotkrümmung an den gemessenen Höhenwinkeln.

- Berücksichtigt man die *Lotabweichung*[8] ε, so resultieren *ellipsoidische Höhen(-differenzen)*
- Berücksichtigt man die *Lotkrümmung*[9] κ, so resultieren *orthometrische Höhen(-differenzen)*. Gleichbedeutend ist die Verwendung der Kombination von Lotabweichungen mit den Differenzen der Geoidundulationen zwischen Stations- und Zielpunkten (Anwendung bspw. im Ausgleichungsprogramm LTOP der swisstopo [Gubler 2002]).

Deutlich zum Ausdruck kommt dies in einer Skizze aus [Wirth 1990]:

[8] Differenz zwischen der Lotlinie und der Ellipsoidnormalen an der Erdoberfläche resp. auf Punkthöhe
[9] Differenz zwischen der Lotabweichung an der Oberfläche und der Lotabweichung auf dem Geoid

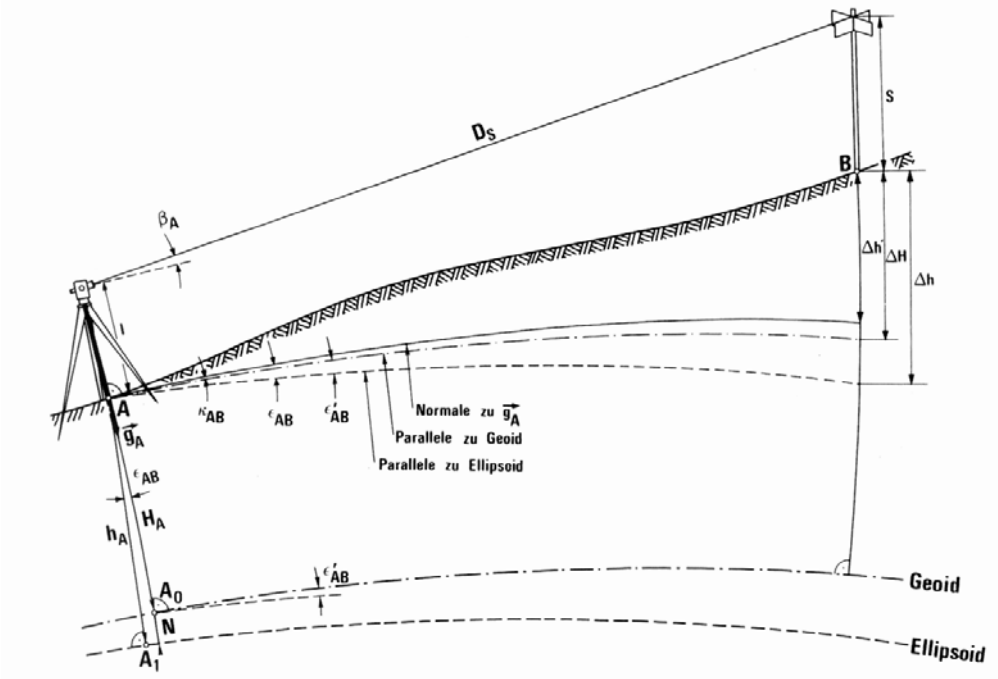


Abbildung 3.2-2: trigonometrische Höhenbestimmung und die resultierenden Höhenarten (aus [Wirth 1990])

Die Berücksichtigung der Lotabweichungen im Gebirge führt zu einer Verbesserung der Messgenauigkeit a posteriori bei gegenseitig ausgeführten Messungen, da der Einfluss des Schwerefeldes mit berücksichtigt wird. Oft wird bei der Anbindung an bestehende Höhen vernachlässigt, dass durch Lotabweichungskorrekturen grundsätzlich unterschiedliche Höhenarten resultieren. Die Methode der trigonometrischen Höhenbestimmung ist ein typisches Beispiel, wie bei der Vernachlässigung/Berücksichtigung des Schwerefeldeinflusses Mischhöhen entstehen können, falls die Anschlusshöhen nicht in derselben Höhenart vorliegen.

3.3 Satellitenmessverfahren

Die GNSS-Messverfahren (GPS, GLONASS) aber auch die Laser-Distanzmessungen zu Satelliten liefern in erster Linie Koordinaten in einem erdfesten geozentrischen kartesischen Koordinatensystem, dessen Ursprung im Massenschwerpunkt *M* der Erde liegt. Diese geozentrischen Koordinaten können bezüglich einem beliebig dimensionierten, gegenüber *M* evtl. verschobenen Referenzellipsoid mit dem Zentrum *O* im Ursprung in ellipsoidische Koordinaten und Höhen umgerechnet werden (s. Abb. 3.3-1 links). Die ellipsoidischen Höhen *h* sind vom lokalen Schwerefeld unbeeinflusst und können nur mit detaillierter Kenntnis der Undulationen *N* des zum entsprechenden Referenzellipsoid gehörenden Geoids (resp. Quasigeoids) in orthometrische Höhen *H* (resp. Normalhöhen) umgerechnet werden (s. Abb. 3.3-1 rechts).

Mit GNSS können ellipsoidische Höhendifferenzen über sehr grosse Distanzen (einige 100 km) mit sehr hoher Genauigkeit (einige mm bis wenige cm) bestimmt werden. Die grosse Herausforderung liegt z. Z. darin, lokale Geoidmodelle und globale Schwerefeldmodelle zu bestimmen, welche eine Transformation der ellipsoidischen Höhen in die schwerefeldbezogenen Höhensysteme erlauben, ohne dass ein wesentlicher Genauigkeitsverlust in Kauf genommen werden muss.

Die GNSS-Messverfahren haben die trigonometrischen Methoden für die (Lage)-Fixpunktbestimmung komplett abgelöst und die Qualität der Resultate geradezu revolutioniert. Und wo keine wesentlichen Einschränkungen bezüglich Horizontabdeckung bestehen, verdrängen die GNSS-Messungen auch die tachymetrischen Methoden in der klassischen Detailaufnahme.

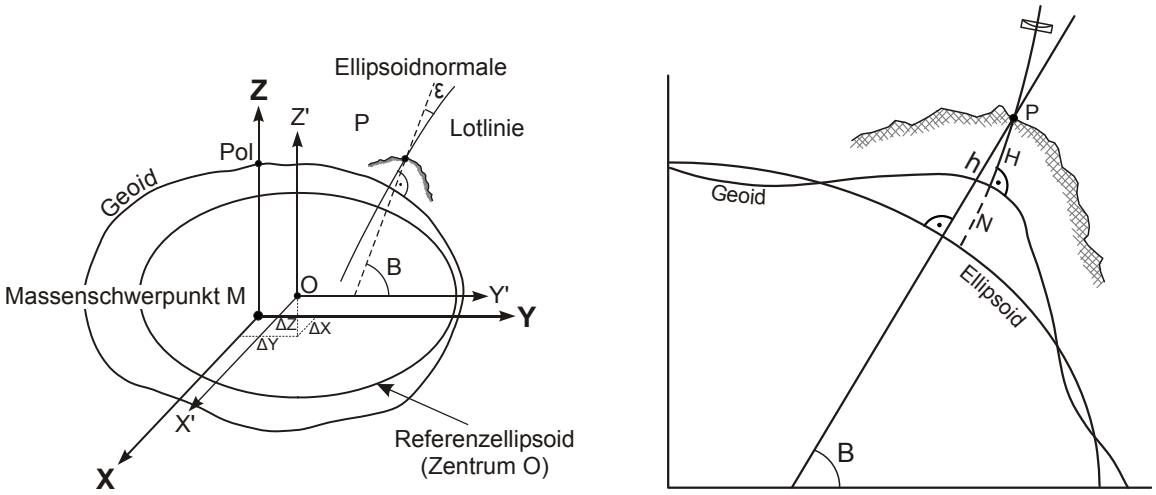


Abbildung 3.3-1: links: geozentrisch kartesisches Koordinatensystem mit Ursprung im Massenschwerpunkt M der Erde und der Z-Achse durch den Pol sowie dem Referenzellipsoid, dessen Ursprung O von M verschoben ist.
rechts: Zusammenhang zwischen den ellipsoidischen und den orthometrischen Höhen resp. zwischen dem Ellipsoid und dem Geoid als Referenzflächen.

Für Vermessungsarbeiten wird GNSS ausschliesslich in einem differentiellen Messmodus eingesetzt, sei dies unter Einsatz eines Korrektur- oder Positionierungsdienstes oder durch relative Messungen zwischen zwei oder mehreren Empfängern. Ohne Korrektur durch ein Geoidmodell resultieren ellipsoidische Höhen resp. Höhendifferenzen. Werden diese Messungen durch Anschluss an Referenzpunkte in einem Landeshöhenbezugsrahmen gelagert, so weichen die neu bestimmten (ellipsoidischen) Höhen je nach horizontaler und vertikaler Gebietsausdehnung und örtlicher Variation des Geoids mehr oder weniger von den strengen Höhenarten ab. Es entsteht ein weiteres Beispiel für ein Mischhöhensystem. Im Kapitel 10 ist ausführlich dargelegt, wie GNSS-Messungen in die üblichen Höhenbezugsrahmen der Schweizerischen Landesvermessung transformiert werden können.

3.4 Photogrammetrie und Laseraltimetrie

Bei der herkömmlichen photogrammetrischen Höhenbestimmung ist die Art der resultierenden Höhen jeweils abhängig von den verwendeten Höhenpasspunkten. Liegen diese in Gebrauchshöhen vor, so sind die Resultate von derselben Art.

Aktuelle Aero-Photogrammetrie aber auch die Laseraltimetrie erfolgen meist unter gleichzeitiger Bestimmung des Kamerastandortes resp. der Flugtrajektorie mittels GNSS-Methoden. In erster Linie liegen Kamera- und Laserhöhen als ellipsoidische Höhen vor. Die gemessene oder abgeleitete senkrechte Distanz zwischen dem Aufnahmestandort und dem Terrain ist nach allenfalls systembedingten Korrekturen eine rein geometrische Höhendifferenz. Die daraus abgeleitet Höhe eines Terrainpunktes entspricht somit der Höhenart des Kamerastandortes resp. der Flugtrajektorie. Die Abweichung zwischen gekrümmter Schwerefeldlinie und dem senkrechten Messstrahl ist dabei bedeutungslos (s. a. 2.3.1). Erst die Berücksichtigung eines Geoidmodells erlaubt die Herleitung von Höhen, welche ans Erdschwerefeld gebunden sind. Ob die Geoidundulationen auf Flug- oder Terrainhöhe angebracht wird, ist gleichbedeutend.

Dies gilt aber nicht für die Umwandlung von ellipsoidischen Höhen in Normalhöhen. Die Höhenanomalien sind auf Flug- und Terrainhöhe unterschiedlich. Streng genommen dürfen nur die ellipsoidischen Höhen des Terrains in Normalhöhen umgewandelt werden. Es ist dies eine der wesentlichen Unzulänglichkeiten der Normalhöhen, dass die Normalhöhendifferenz einer senkrechten Distanz nicht der gemessenen Längendifferenz entspricht.

3.5 Die barometrische Höhenbestimmung (Hypsometrie)

Die barometrische Höhenbestimmung wird heute vor allem in der Avionik / Aviatik / Flugzeugnavigation noch eingesetzt. Zudem dient sie als günstige Höhenmessmethode für meteorologische Ballonsonden. Was die Vermessung betrifft, ist die Hypsometrie eine historische Messmethode und findet seit längerem in der Landesvermessung keine Anwendung mehr. Diese Art der Höhenbestimmung hatte ihre Bedeutung in der Erkundung des Alpenraumes und in der einfachen Bestimmung von Höhen für die Landestriangulation oder einzelnen Höhenkoten für Landeskarten zur Zeit des 18. und 19. Jahrhundert. Die Messmethode ist zudem mit einer Genauigkeit von wenigen Metern über eine Ausdehnung von mehreren Kilometern zu wenig genau, um zwischen verschieden Höhensystemen zu unterscheiden.

3.6 Messgenauigkeit und Höhenart: eine Grobübersicht

Die Idee zur nachfolgenden Tabelle stammt von [Weber 2001] und zeigt in einer Grobübersicht die wichtigsten Höhenmessverfahren, deren Genauigkeit und ihre Hauptanwendungszwecke in der praktischen Landesvermessung. Einige der Verfahren gehören längst der Geschichte an, wie beispielsweise die Hypsometrie (barometrische Höhenbestimmung) oder die Tachymetrie (hier im Sinne von Messtischaufnahmen).

Ursprüngliche Höhenart[10]	**Strenge Höhen (Schwerefeld) oder Gebrauchshöhen**	**"Mischhöhen": zur Interpolation zwischen Ausgangshöhen geeignet**[11]				**Höhen über dem Ellipsoid**	
Messverfahren	Präzisionsnivellement Schweremessungen	Trigonometrische Höhenbestimmung	Tachymetrie (Messtisch)	Barometrische Höhenbestimmung	Photogrammetrie	Laserscanning Radar-Altim.	GNSS-Methoden
Genauigkeit über 1km[12]	1 mm	Bei günstiger Verteilung der Anschlusspunkte				30 cm - 1m	5mm bis 5cm je nach Messdauer
		2 - 5 cm	10 – 30 cm	2 m	10 – 30 cm		
Hauptsächliche Anwendung	Lokale und nationale Höhenbezugsrahmen	Höhenbestimmung von LFP	(Hist.) topografische Geländeaufnahmen, Höhenlinien	Topografische Einzelpunkte	Höhenlinien, digitale Gelände- und Oberflächenmodelle		Höhen der LFP, Permanentstationen, Einzelpunkte
Anwendungszeit in der Schweiz[13]	Seit 1864 bis heute	1825/32 bis ca. 2000[14]	Beginn des 19. Jahrhunderts	18./19. Jahrhundert	terrestrisch ab 1924 Luftphoto. ab 1928	Seit 2000	Seit 1985

Tabelle 3.6-1: Höhenmessmethoden, Genauigkeiten und Anwendung in der praktischen Landesvermessung

[10] Intrinsische Höhenart, welche in erster Linie aus der Messmethode anfällt. Hier wird vernachlässigt, dass durch Transformationen oder schwerefeldbezogene Korrekturen aus den Messverfahren grundsätzlich auch andere Höhenarten hergeleitet werden können. Dies erfolgt grundsätzlich nie ohne Genauigkeitsverlust!

[11] Bewusst oder vielfach unbewusst entstehen sog. Mischhöhen durch die Einzwängung der Messungen in Anschlusspunkte mit anderen Höhenarten (gegenüber den Messungen). Ein klassisches Beispiel ist die Anbindung von GPS-Messungen ohne Schwerefeldkorrektur (ellipsoidischen Höhendifferenzen) an die Gebrauchshöhen der Anschlusspunkte. Auf diese Art bestimmte Höhen von Neupunkten sind streng genommen Mischhöhen.

[12] Ungefähre Angaben für den Haupteinsatz in der Landesvermessung. Jedes Messverfahren kann für spezielle Anwendungen und mit entsprechender Sorgfalt bedeutend genauere Höhen liefern.

[13] Bezüglich dem praktischen Einsatz in der Landesvermessung.

[14] Die klassische trigonometrische Lagefixpunktbestimmung ist durch die GNSS-Methoden in der Landesvermessung beinahe vollständig abgelöst worden. Somit erfolgt auch die Höhenbestimmung der LFP durch die satellitengeodätischen Methoden.

4 Konzept und Grunddaten zur Festlegung des neuen Landeshöhennetzes LHN95

4.1 Einleitung

Die ersten konzeptionellen Arbeiten zur Festlegung eines neuen Landeshöhennetzes der Schweiz mit der Bezeichnung LHN95 fallen zusammen mit den ersten Studien zur neuen Landesvermessung der Schweiz LV95. Diese Vorstudien und Systemdefinitionen sind hauptsächlich in [Schneider et al. 1995a und 1995b Ausgabe 2001] festgehalten. LHN95 ist daher auch als Teilprojekt der neuen Landesvermessung LV95 zu betrachten.

Die Konzepte und Systemdefinitionen zu LV95 sind durch die nachfolgenden Ausgangslagen und Zielvorstellungen geprägt [Schneider et al. 1995b]:

- **Einführung der 'Space Geodesy'** (insbesondere GPS): Die Messmethoden der modernen Satellitengeodäsie ermöglichen den Aufbau weltweiter terrestrischer Netze und Bezugsrahmen.
- **Globale und kontinentale Bezugssysteme**: Die gleichen Messmethoden erlaubten und förderten die Definition von gemeinsamen globalen, kontinentalen und nationalen Bezugssystemen. Dies ermöglichte die Realisation von zentimetergenauen Übergängen zwischen den Bezugssystemen von Nachbarländern. In Europa wurde mit der Definition des European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89) ein Standard geschaffen, der einen einheitlichen Bezug aller modernen Landesvermessungen auf dem Kontinent erlaubt.
- **Untersuchung und Modellierung von tektonischen Bewegungen:** Durch wiederholte Messung der terrestrischen Netze mit modernen satellitengeodätischen Methoden ist es möglich, tektonische Bewegungen zu untersuchen. Umgekehrt kann die hohe Genauigkeit dieser Methoden mittel- und langfristig nur durch die Modellierung und Berücksichtigung der tektonischen Bewegungen optimal für die Realisation von geodätischen Bezugsrahmen höchster Qualität umgesetzt werden.
- **Duale Systemwahl:** Die unterschiedlichen, teilweise divergierenden Anforderungen der wissenschaftlichen Geodäsie und der Landesvermessung einerseits sowie der amtlichen Vermessung andererseits führten schon früh zur Idee der dualen Systemwahl (CHTRS95/CH1903+). CHTRS95 ist das auf ETRS89 gestützte, global gelagerte Bezugssystem, welches auch ein kinematisches Modell umfasst. Mit CH1903+ wird ein System geschaffen, in welchem die vorteilhaften, für die Schweiz optimierten Projektions- und Koordinateneigenschaften des alten Systems CH1903 faktisch beibehalten, jedoch zeitgemäss definiert und in LV95 präzis realisiert werden können.
- **Neue Festlegung des Fundamentalpunktes 'Sternwarte Zimmerwald'**: Die alten Fundamentalpunkte (ideeller Lagefundamentalpunkt alte Sternwarte Bern, Höhenfundamentalpunkt Repère Pierre du Niton, Geoidnullpunkt Schwerzenbach) werden rechnerisch und mit Messungen zur Sternwarte Zimmerwald verlegt, welche den neuen und gemeinsamen Fundamentalpunkt der Schweiz bildet.
- **Transformationsmethoden zwischen neuen und den bestehenden Bezugsrahmen**: Insbesondere für die AV muss eine einfache Möglichkeit realisiert werden, um sowohl in Lage wie auch in Höhe zwischen den neuen und den alten Bezugsrahmen in genügender Genauigkeit transformieren zu können.
- **Potentialtheoretisch strenges Landeshöhennetz LHN95 und Zentimeter-Geoid**: Als Ersatz des bisherigen Gebrauchshöhensystems und des Höhenrahmens LN02 ist die Einführung eines potentialtheoretisch strengen Landeshöhensystems vorgesehen, welches zusammen mit dem entsprechenden Geoidmodell die Ergänzung zu den geometrischen Höhen der Bezugsrahmen CHTRFxx und LV95 bildet.

Das Projekt LV95 beinhaltete also auch die Einführung neuer Höhensysteme für die Schweize-

rische Landesvermessung. In der damaligen Projektphase zur Definition der dreidimensionalen Systeme konnten nur generelle Annahmen zur Definition der Höhensysteme und –rahmen getroffen werden. Wichtig war aber, dass mit der dreidimensionalen Festlegung eines realen Fundamentalpunktes in Zimmerwald auch eine kompatible Datumsdefinition der Höhenbezugssysteme erfolgte.

Die allgemeine Wahl und Definition der terrestrischen Bezugsrahmen und -systeme ist in [Schneider et al. 1995b] ausführlich beschrieben. Vorliegendes Kapitel beschränkt sich hauptsächlich auf die Thematik der Höhensysteme und -rahmen und liefert dazu auch ergänzende Informationen. Die Festlegung der Höhenreferenzrahmen der neuen Landesvermessung 1995 kann aber nur im Kontext mit der allgemeinen Definition der dreidimensionalen Referenzsysteme und –rahmen erfolgen.

4.2 Die Definition der Höhensysteme in LV95

4.2.1 Das Konzept der dualen Systemwahl: die global und lokal gelagerten Systeme CHTRS95 und CH1903+ der neuen Landesvermessung LV95

Mit der neuen Landesvermessung LV95 wurde versucht, den Anschluss an die globalen Bezugsysteme (ITRS, ETRS) zu realisieren, gleichzeitig aber auch die idealen Eigenschaften der Systemdefinition von CH1903, insbesondere der Kartenprojektion für die amtliche Vermessung und die Kartenwerke beizubehalten. Diese unterschiedlichen Anforderungen führten zur Definition von zwei Systemen, dem **global gelagerten Bezugssystem CHTRS95** und dem **lokal gelagerten Bezugssystem CH1903+**, was auch zum Begriff der *dualen Systemwahl* führte.

Der Übergang von einem ins andere System wird durch eine klar definierte, einfache mathematische Transformation festgelegt, deren Parameter, einmal festgesetzt, immer gültig bleiben (s. Abb. 4.2-1).

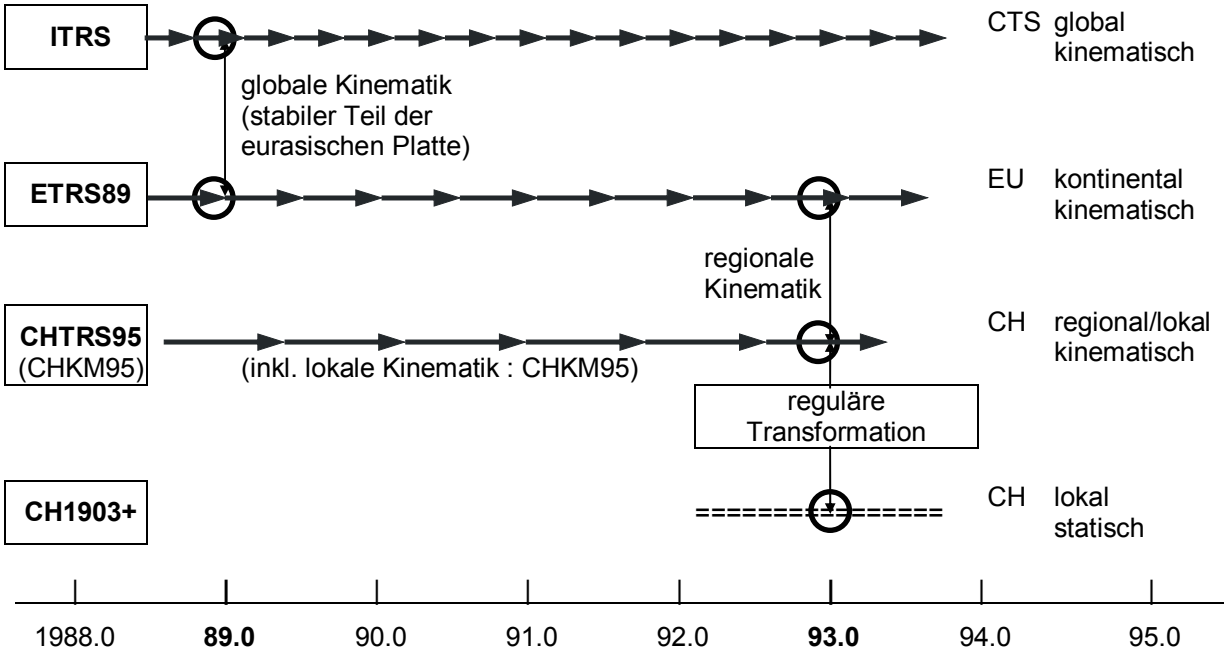


Abbildung 4.2-1: Skizze der Verknüpfung der globalen und lokalen Bezugssysteme (aus [Schneider et al. 1995b])

4.2.2 Die Definition der Höhenbezugssysteme

In Übereinstimmung mit dem Konzept der dualen Systemwahl wurden auch beim ergänzenden Höhenbezug zwei unterschiedliche Festlegungen vorgeschlagen:

1. Als Ergänzung zum *global gelagerten, dreidimensionalen System CHTRS95* wird ein strenges Höhensystem vorgeschlagen, das ans europäische Nivellementnetz UELN (s. a. 4.3)

angeschlossen ist. Es soll primär wissenschaftlichen Zielen dienen, den Höhenbezug zu den europäischen Höhennetzen herstellen und somit den Bezug zu jenen der Nachbarländer gewährleisten.

2. Als Ergänzung zum lokal gelagerten System CH1903+ wird ein zweites, strenges Höhensystem festgelegt, welches den bisherigen Ausgangspunkt Repère Pierre du Niton mit seiner Höhe von 373.6 m als ideellen Fundamentalpunkt beibehält und die lokale Lagerung für die amtliche und die Landesvermessung zumindest mit der Systemdefinition garantiert.

Für beide ergänzenden Höhensysteme soll aber Zimmerwald (Z_0)[15] definitionsgemäss als neuer Fundamentalpunkt gelten.

Wie in Kapitel 2.4 dargelegt, werden grundsätzlich nur zwei Angaben benötigt, um ein strenges physikalisches Höhensystem zu festzulegen:

1. Die Ausgangshöhe
2. Die Art der verwendeten Höhen

Die beiden Definitionen werden in den folgenden Kapiteln erläutert. Zur besseren Übersichtlichkeit findet sich am Schluss des Kapitels 4.2 eine Zusammenfassung.

Abbildung 4.2-2: Repère Pierre du Niton im Hafenbecken von Genève. Höhenfundamentalpunkt des bisherigen Bezugssystems CH1903 und des Höhenbezugsrahmens LN02.

[15] Zimmerwald als Geostation der neuen Landesvermessung LV95 ist gleichzeitig das Observatorium des astronomischen Instituts der Universität Bern.

Abbildung 4.2-3: Geostation Zimmerwald Z_0: Fundamentalpunkt der Bezugssysteme CHTRS95 und CH1903+ der neuen Landesvermessung der Schweiz.

4.2.2.1 Die Wahl der Höhenart

Die Wahl der Höhenart wird als erstes behandelt, weil sie direkt Auswirkung auf die Festlegung der Ausgangshöhe und vor allem auf die Höhenbezugsfläche hat.

Im Gegensatz zu früheren geodätischen Arbeiten im Bereich der Landeshöhennetze, welche sich ausschliesslich auf Nivellement- und Schweremessungen gestützt hatten, muss heute berücksichtigt werden, dass mit den modernen satellitengeodätischen Messmethoden ellipsoidische Höhendifferenzen über kontinentale Entfernungen rasch und unter gewissen Voraussetzungen mit bisher unerreichter Genauigkeit gemessen werden können. Der Bezug zwischen den physikalischen und den mathematischen Höhen ist wie in Kapitel 2.4 beschrieben streng nur über die Bezugsflächen *Geoid-* oder *Quasigeoid* resp. deren Modelle realisierbar. Dies schränkt die möglichen Höhenarten auf die *orthometrischen* und die *Normalhöhen* ein. Für die neue Landesvermessung LV95 musste also geklärt werden, welches Höhensystem für die Anwendung im topographisch schwierigen Gebiet der Schweiz als Ersatz der bisherigen Gebrauchshöhen vorzuziehen ist.

Diese Vorabklärungen wurden im Rahmen des Projektes LV95 bereits für die Erstellung des neuen Geoids der Schweiz durchgeführt [Marti 1997, Schneider et al. 1995b]. In der Tabelle 4.2-1 werden die Hauptkriterien und deren Beurteilung tabellarisch nochmals aufgeführt. Unter der Berücksichtigung dieser Argumente hatte die *Arbeitsgruppe LV95* als Ergänzung zum *lokal gelagerten Bezugssystem CH1903+* die Einführung *orthometrischer Höhen* vorgeschlagen. Bei der Beurteilung der Kriterien wurde dem Argument der besseren Modellierbarkeit des Geoids im Alpenraum ein verhältnismässig grosses Gewicht beigemessen. Diese auf den ersten Blick einseitige Gewichtung wurde damit begründet, dass aus wirtschaftlichen Überlegungen die Höhenbestimmung durch GPS-Messungen im Alpenraum an Bedeutung gewinnen wird. Hingegen konnte im Mittelland und damit in den Agglomerationsgebieten, wo bereits ein immenser Bestand an Höhendaten vorhanden ist, bezüglich der Auswahl des Höhensystems kein wesentlicher Unterschied festgestellt werden.

Kriterien	Orthom. Höhen H	Normalhöhen H^N
a) theoretische Kriterien		
➢ potentialtheoretische Strenge der Systeme	+	+
➢ Hypothesen zur Dichteverteilung im Erdinnern	-	+
➢ einfache Berechnung der Höhen aus den Potentialwerten	-	+
b) Vor- / Nachteile bei kombinierten Netzen		
➢ geometrische Anschaulichkeit der Bezugsflächen (Geoid / Quasigeoid)	+	-
➢ Einfache geometrische Beziehung zu den ellipsoidischen Höhen mit Hilfe von Geoid- / Quasigeoidmodellen herstellbar	+	+
➢ Modellierbarkeit der Bezugsflächen (Geoid / Quasigeoid) im Flachland und Hügelgebiet	+	+
➢ Modellierbarkeit der Bezugsflächen (Geoid / Quasigeoid) im Alpengebiet	+	-

Tabelle 4.2-1: Vor- und Nachteile der orthometrischen Höhen gegenüber den Normalhöhen als Ersatz der bisherigen Gebrauchshöhen (aus [Schneider et al. 1995b])

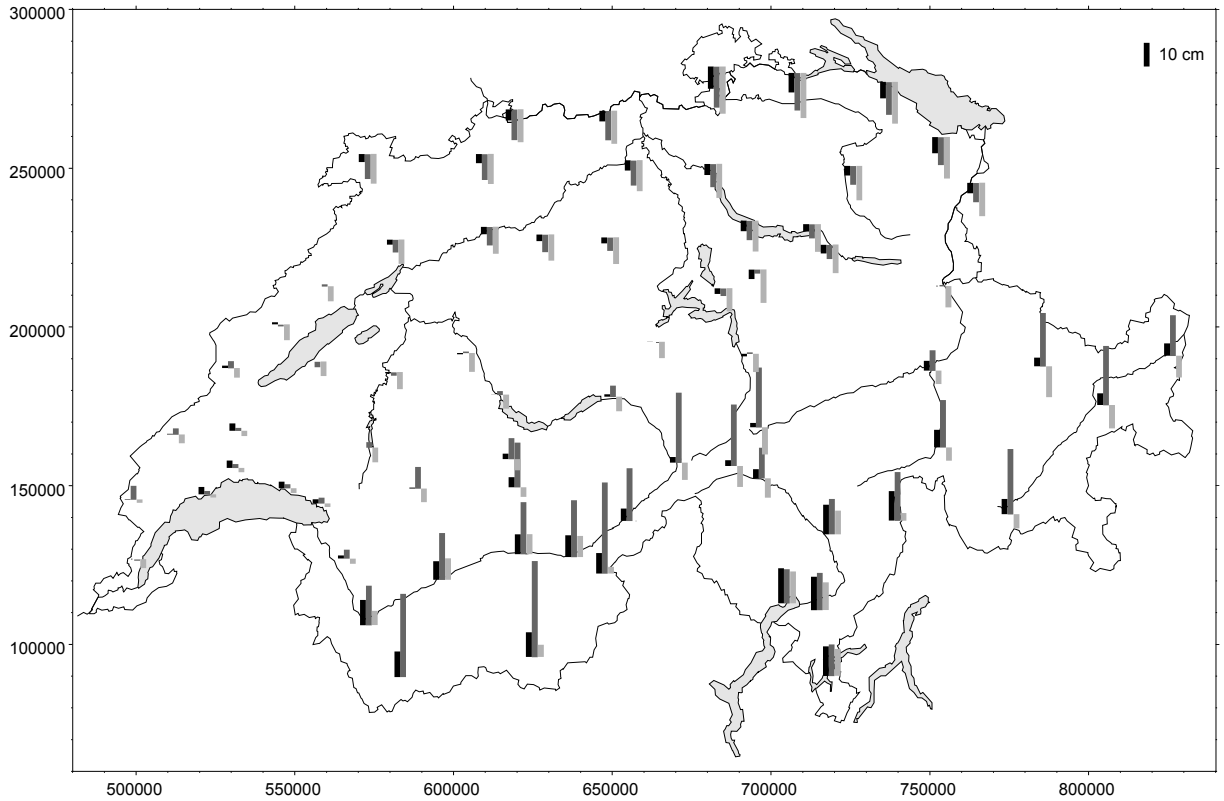


Abbildung 4.2-4: Vergleich zwischen den offiziellen Gebrauchshöhen ausgewählter Punkte des Landesnivellements und den neuen Höhensystemen (*aus [Schneider et al. 1995b]); schwarze Balken* (links): Höhenänderungen verursacht durch Netzzwänge und Kinematik (Differenz zwischen einer kinematischen Ausgleichung ohne Berücksichtigung der Schwere minus offizielle Gebrauchshöhen LN02);
dunkelgraue Balken (Mitte): Differenz orthometrischen Höhe minus LN02;
hellgraue Balken (rechts): Differenz Normalhöhen minus LN02.

Die relativ grossen Differenzen zu den bestehenden Höhen, welche bei der Einführung von orthometrischen Höhen auf den Alpenpässen zu erwarten sind, wurden für die Umstellung in der AV nicht als schwer wiegendes Hindernis bewertet. Nachfolgende Abbildung aus ersten Berechnungen für die Voruntersuchungen zeigt, welche Unterschiede zu den Gebrauchshöhen bei den unterschiedlichen Szenarien *reine Nivellementhöhen mit Kinematik, orthometrischen Höhen, Normalhöhen* schweizweit entstehen (weiter gehende Analysen zu diesem Thema finden sich in Kapitel 10).

Als ergänzende Höhenart des *global gelagerten Bezugssystems CHTRS95* wurden die *geopotentiellen Koten* gewählt. Somit ist der entsprechende nationale Höhenrahmen auch kompatibel mit den entsprechenden europäischen Realisationen (UELN, EUVN s. Kapitel 4.3). Aus diesen Werten können wahlweise Normalhöhen oder orthometrische Höhen im selben System abgeleitet werden und die geforderte Kompatibilität mit den Nachbarländern ist gewährleistet.

4.2.2.2 Die Ausgangshöhen und der neue Fundamentalpunkt Zimmerwald (Z0)

Mit zunehmender Tendenz wurde swisstopo seit Mitte der 90er Jahre damit konfrontiert, die Transformationsparameter zwischen den internationalen Systemen (ITRS, ETRS, WGS84 etc.) und der neuen Landesvermessung LV95 (CHTRS95, CH1903+) definitiv zu veröffentlichen. Insbesondere die Datumstransformationen der mit den IGS-Bahnen ausgewerteten GPS-Messungen für die AlpTransit - Bauwerke aber auch die Transformationssoftware GPSREF von swisstopo verlangten nach einer offiziellen Festlegung der Ausgangshöhe. Die Verlegung des alten Bezugspunktes Repère Pierre du Niton (RPN) zum neuen Fundamentalpunkt Zimmerwald (Z_0) der Landesvermessung LV95 wurde bereits in der Konzeptphase zum Projekt LV95 beschlossen [Schneider et al. 1995a].

Aus den obigen Gründen wurde am 15. Januar 1998 eine gemeinsame Sitzung der Ausschüsse *'Referenzsysteme'* und *'Höhensysteme'* der Arbeitsgruppe LV95 einberufen. Dabei wurden Beschlüsse gefasst, welche das weitere Vorgehen für die Festlegung des Fundamentalpunktes Zimmerwald (Z_0) und der offiziellen Transformationsparameter beinhalten. Explizit wurde protokolliert:

> *a) "CHTRS95: die orthometrische Höhe H_0 von Z_0 wird mit dem Wert H_0 = 897.8033 m publiziert"*

sowie

> *b) "CH1903+: Wir legen die orth. Höhe H_0 von Z_0 so fest, dass aus den Nivellementmessungen Stand 1998 (inkl. sämtliche 1^O – Messungen der Polygone 1,2,3,5,6,7) RPN zur Epoche 1993.0 eine orthometrische Höhe von 373.600 m erhält"*

Die Herleitung der beiden Ausgangshöhen des Fundamentalpunktes Zimmerwald ist in [Schneider et al. 1995b] als Definitionen festgehalten und in [Schlatter und Marti 1998] ausführlich beschrieben.

4.2.2.3 Die Ausgangshöhe von Z0 in CH1903+

Die Herleitung der Ausgangshöhe erfolgte mit einer kinematischen Ausgleichung (s. Kapitel 5) der damals verfügbaren Landesnivellement-Messungen (s. Abb. 4.2-5).

Grundsätzlich werden diese Berechnungen mit Schwerepotentialen durchgeführt, da die eingehenden Beobachtungen als geopotentielle Koten resp. Potentialdifferenzen vorliegen. Erst in einem zweiten Schritt werden die geopotentiellen Koten mit Hilfe der mittleren Schweren entlang der Lotlinie in orthometrische Höhen umgewandelt (s. Kapitel 7). Das Schwerepotential von Repère Pierre du Niton (RPN) musste daher so festgelegt werden, dass nach der Umrechnung wiederum die orthometrische Höhe von 373.600 m erreicht wird. Der in *[Hilfiker 1902]* festgelegte Horizont mit Anschluss am Pegel Marseille wird somit ausdrücklich als *orthometrisch* betrachtet, auch wenn dies nicht der ursprünglichen Festlegung entspricht.

Mit der mittleren Schwere in der Lotlinie von $\bar{g}^{(RPN)}$ = 980'587.38 mgal lässt sich sein Potential berechnen:

Potential RPN (CH1903+) C = 366.3475 GPU

Da ein kinematisches Modell für die Berechnung der orthometrischen Höhendifferenz aus den Landesnivellement-Messungen eingeführt wurde, muss dieser Höhe einer Epoche zugeordnet werden. Es wurde gewählt:

Epoche für die obigen Werte (Potential und orthometrische Höhe): **1993.0**

Im März 1995 wurde die Station Zimmerwald an das Landesnivellement angeschlossen. Dies erlaubte zusammen mit den in Abb. 4.2-5 dargestellten LN-Messungen die Berechnung des Schwerpotentials auf dem neuen Fundamentalpunkt. Für den Mastbolzen (MB = BES 498) ergab sich folgender Wert:

Potential Zimmerwald MB (CH1903+) C = 880.4475 GPU (Ep.1993.0)

Die beobachtete Schwere im Punkt Zimmerwald beträgt 980'512.010 mgal (Messung 1995) und die mittlere Schwere in der Lotlinie wurde zu $\overline{g}^{(Z_0)}$ = 980'556.07 mgal berechnet. Daraus ergibt sich die orthometrische Höhe von Zimmerwald MB:

H_{Z0} (CH1903+) = 897.9063 m (Ep.1993.0)

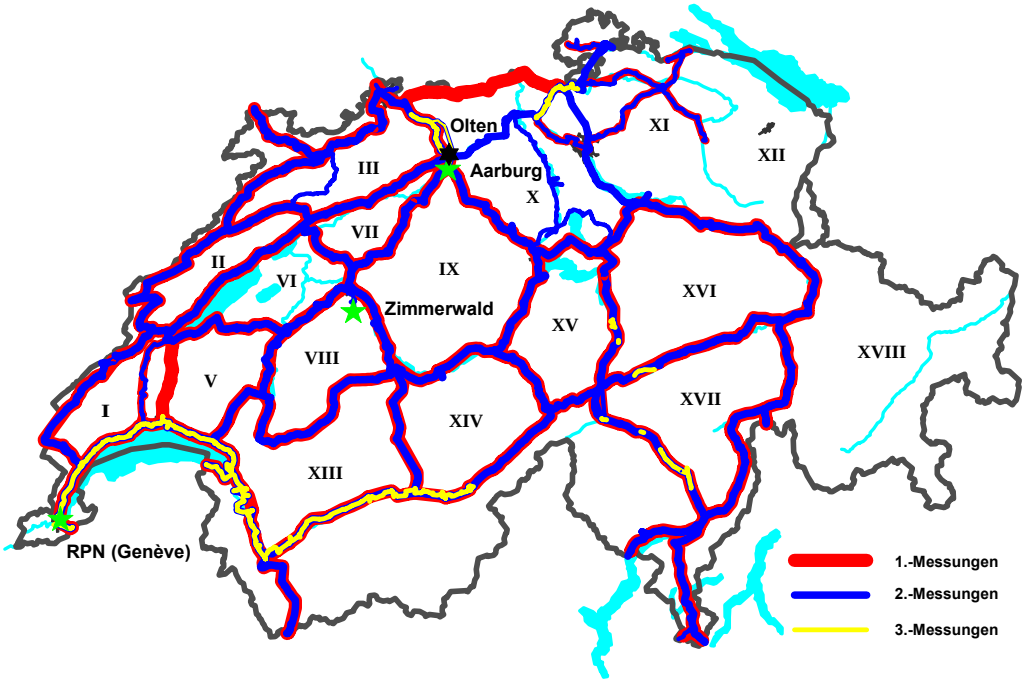


Abbildung 4.2-5: Verwendete Haupt- und Sekundärlinien des Landesnivellements für die Berechnung der orthometrischen Höhe des neuen Fundamentalpunktes Zimmerwald Z_0.

4.2.2.4 Das Schwerepotential von Z0 in CHTRS95

Dem strengen Höhensystem zum *global gelagerten Bezugssystem CHTRS95* sollen die Resultate des Europäischen Nivellementnetzes UELN (Referenz: neuer Pegel Amsterdam) zugrunde gelegt werden. Dabei wird der Knotenpunkt 'Olten C' (Lösung UELN 73 *[Ehrnsberger und Kok, 1986]*) als Fixpunkt betrachtet (Epoche 1993.0). 'Olten C' ist identisch mit dem Höhenfixpunkt 1. Ordnung (HFP1) SO 85.

Olten C (SO 85) C = 393.2465 GPU

Mit den in 6.2.2.3 erwähnten Berechnungen resultiert für das Potential des RPN:

Potential RPN (CHTRS95) C = 366.2459 GPU (Ep.1993.0)

und daraus die orthometrische Höhe RPN H = 373.497 m

Die Differenz der orthometrischen Höhen des RPN zwischen CH1903+ (LHN95) und CHTRS95

beträgt demnach 0.103 m. Sie hat ihre Ursachen im Pegelunterschied zwischen Marseille und Amsterdam, aber auch in den Messfehlern und den nicht berücksichtigten Hebungen.

Im Fundamentalpunkt Zimmerwald ergibt sich das Potential durch Abzug des Offsets von 0.1016 GPU:

Potential Zimmerwald MB (CHTRS95) C = 880.3459 GPU (Ep.1993.0)

was der Definition des neuen Fundamentalpunktes in CHTRS95 entspricht.

4.2.3 Das kinematische Modell der Höhenbezugssysteme

Damit die hohen Anforderungen an die Genauigkeit der modernen geodätischen Netze erfüllt werden können, ist es unabdingbar, den kleinen Bewegungen der auf der obersten Erdkruste verankerten geodätischen Messpunkte Rechnung zu tragen. Diese Bewegungen können durch Änderung der Lagekoordinaten und Höhen der Messpunkte pro Zeitintervall parametrisiert werden. Unter der Voraussetzung der zeitlichen Kontinuität lassen sich diese Bewegungen durch diskrete Geschwindigkeitsfelder beschreiben.

Die geodätische Netzausgleichung in der Raum-Zeit-Domäne wird als *kinematische Ausgleichung* bezeichnet. Dabei werden simultan mit den Koordinaten und/oder Höhen deren zeitlichen Ableitungen (Geschwindigkeitsvektoren) geschätzt. Die resultierenden Geschwindigkeits- und Strainfelder werden auch als kinematische Modelle bezeichnet [Schneider et al. 1995b].

Als Bestandteil der geodätischen Systemdefinition *CHTRS95* wird auch ein lokales/regionales *kinematisches Modell* mit der Bezeichnung *CHKM95* festgelegt werden. CHKM95 soll sowohl die regionale Bewegung im Gebiet der Schweiz bezüglich des kontinentalen Bezugssystems ETRS89 (Divergenz des Systems CHTRS95 bezüglich ETRS89) sowie die lokalen Bewegungen (Deformationen) innerhalb der Grundlagennetze dreidimensional beschreiben. Da die konkrete Berechnung erst mit der Auswertung der Wiederholungsmessungen im GPS-Landesnetz erfolgen kann, wurde per Definition für die Geschwindigkeit des Fundamentalpunktes Z_0 in Zimmerwald als vorläufige Näherung ein Nullvektor angenommen [Schneider et a. 1995b].

Auch die beiden Wiederholungsmessungen des GPS-Netzes LV95 in den Jahren 1998 und 2004 zur Realisierung der Referenzrahmen CHTRF98 und CHTRF2004[16] liessen keine signifikanten Bewegungen der diskreten Punkte nachweisen, so dass aus den GPS-Messungen zur Zeit noch kein offizielles kinematisches Modell CHKM95 berechnet werden konnte und als interessante Aufgabe für die Zukunft pendent bleibt [Wiget et al. 2005].

Das *lokal gelagerte System CH1903+* hingegen weist per Definition kein kinematisches Modell auf. Seine Koordinaten sind als statische Werte bezogen auf die Epoche t_0 = 1993.0 zu betrachten.

Diesen beiden kinematischen Systemdefinitionen haben sich auch die ergänzenden Höhensysteme der neuen Landesvermessung LV95 unterzuordnen. So werden die geopotentiellen Koten im System CHTRS95 auch zeitliche Änderungen (dC/dt) aufweisen, sodass auf Wunsch auch zeitabhängige Potentialwerte resp. Höhen berechnet werden können.

Die orthometrischen Höhen in CH1903+ werden, zwar ebenfalls kinematisch ausgeglichen, dann aber per Definition zur Referenzepoche t_0 = 1993.0 festgehalten.

Mit den Auswertungen der ersten Wiederholungsmessungen des Landesnivellements wurden schon bald systematische und signifikante Höhenänderungen im Bereich der Alpen relativ zum Mittelland von bis zu 1.5 $mm \cdot a^{-1}$ entdeckt[17] (s. Kapitel 6.1). Diese Phänomene wurden nach

[16] CHTRFxx sind die Realisierungen des dreidimensionalen Bezugssystems CHTRS95 mittels GPS-Messungen. Die erste Realisierung erfolgte mit CHTRF95, die weiteren sind CHTRF98 und CHTRF2004.

[17] $mm \cdot a^{-1} \equiv$ mm/Jahr

längeren Diskursen als tektonische Hebung der Alpen interpretiert. Um heutzutage der hohen Genauigkeit der Nivellements in der Schweiz Rechnung zu tragen, ist es bei der gemeinsamen Ausgleichung wiederholter Messungen unumgänglich, kinematische Ansätze zu wählen (s. Kapitel 5). Die Einführung eines kinematischen Modells für *die Realisation der Höhenbezugsrahmen* in beiden Systemen mit Hilfe der Landesnivellement-Messungen ist folglich eine notwendige Voraussetzung (s. Kapitel 6). Das Modell der Höhenänderungen wird aus den Resultaten der kinematischen Ausgleichung gebildet. Es wird für beide Systeme als CHKLM95 (CH Kinematic Levelling Modell 95) bezeichnet.

Damit neben der Höhe auch ein diskretes Feld der Vertikalgeschwindigkeiten geschätzt werden kann, ist auch die Definition eines hypothetischen Bezugspunktes mit vorgegebener Geschwindigkeit notwendig. Aufgrund tektonischer Überlegungen wurde dazu ein Nivellement-Punkt innerhalb einer Fixpunktgruppe in Aarburg (HFP1 AG 471) am Jurasüdfuss ausgewählt und dessen Vertikalgeschwindigkeit zu 0 $mm \cdot a^{-1}$ festgesetzt. Damit wurde faktisch ein weiterer geodätischer Fundamentalpunkt zumindest für das kinematische Modell des Landeshöhennetzes festgelegt. Da das Modells CHKM95 noch fehlt, wird dieser Punkt weiterhin als Referenzpunkt für die kinematische Lagerung sowohl des ergänzenden Höhensystems zu CHTRS95 wie auch zu CH1903+ dienen.

4.2.4 Die Höhenreferenzrahmen von LV95

Die Höhenreferenzrahmen der neuen Landesvermessung LV95 sind die Realisierungen der in den vorangegangenen Unterkapiteln beschriebenen Höhenreferenzsysteme in Form von diskreten Punkten und deren Höhen. Das Konzept der dualen Systemwahl äussert sich natürlich auch in den entsprechenden Referenzrahmen.

4.2.4.1 Die global gelagerten Höhenbezugsrahmen CHVRFxx

Basierend auf dem Bezugssystem *CHTRS95* werden die globalen Höhenbezugsrahmen *CHVRFxx* (CH Vertical Reference Frame des Jahres xx) realisiert. Mit Einbezug der jeweils aktuellsten Messungen des Landesnivellements und weiterer neuer Messungen im GPS-Landesnetz LV95 oder eines aktuelleren Geoidmodells werden laufend neue Rahmenbestimmungen erzeugt. Aufgrund der laufend ergänzten Messungen werden auch Anpassungen am kinematischen Modell CHKLMxx vorgenommen, was sich vor allem in der gesteigerten Qualität der Potentialraten aus der kinematischen Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen äussert. CHVRFxx ist jeweils der ergänzende Höhenbezugsrahmen zum 3D-Bezugsrahmen CHTRFxx.

4.2.4.2 Der lokal gelagerte Höhenbezugsrahmen LHN95

Analog zur Realisierung des 3D-Bezugsrahmens *LV95* im lokal gelagerten terrestrischen Bezugssystem *CH1903+* wird der ergänzende Höhenrahmen des 'Landeshöhennetzes *LHN95'* mit einem definierten Datensatz einmalig bestimmt und zur Referenzepoche t_0 = 1993.0 festgehalten. Neuere Messungen des Landesnivellements und des GPS-Landesnetzes LV95 werden in diese Rahmenlösungen LV95/LHN95 eingezwängt, sofern sich aus den neuen Messungen keine signifikanten lokalen Punktverschiebungen oder Messfehler in den älteren Beobachtungen nachweisen lassen. Offizielle Grenzwerte dazu sind in [Santschi et al. 2002] festgehalten.

Mit der Festlegung des Höhenrahmens LHN95 wird auch das CHKLM95 als das kinematische Modell für die Ausgleichung der LHN-Messungen einmalig bestimmt und eingefroren. CHKLM95 ist die Grundlage, um alle Beobachtungen mit nur einer Messepoche auf die Referenzepoche 1993.0 zu transformieren.

Die Bezugsfläche zwischen den ellipsoidischen Höhen aus den 3D-Bezugsrahmen CHTRFxx und LV95 sowie dem physikalischen Höhenreferenzrahmen LHN95 bildet das Geoidmodell CHGeo2004. Die aktuelle Aufgabe der modernen Landesvermessung ist es, die beiden Rahmenlösungen zusammen mit dem Geoidmodell *konsistent* zu verbinden. Dieser Problematik ist ein separates Kapitel (Kapitel 8) gewidmet. Das Konzept zur Realisierung der konsistenten Rahmen ist im Unterkapitel 4.4.1 beschrieben.

4.2.5 Zusammenfassung zu den Höhenbezugssystemen und -rahmen

Die in den einzelnen Unterkapiteln umschriebenen System- und Rahmendefinitionen werden zur besseren Übersicht in der Tabelle 4.2-2 zusammengefasst. Zur Vervollständigung sind auch die Angaben zum bestehenden Referenzsystem CH1903 resp. zum Höhenrahmen LN02 festgehalten.

4.3 Der Bezug zu den internationalen Höhensystemen

In den vorangegangenen Kapiteln wurde beschrieben, wie das global gelagerte, ergänzende Höhenbezugssystem zu CHTRS95 an das Europäische Höhennetz angeschlossen ist, insbesondere wie die Festlegung des Potentials des Fundamentalpunktes Zimmerwald Z_0 erfolgte. Nachfolgend sind die Entstehung, die Definitionen und der aktuelle Stand der europäischen Höhenbezugssysteme und -rahmen kurz umschrieben. Die Vergleiche der europäischen Höhenrahmen mit der definitiven Realisierung von LHN95 (und CHVRF93) sind im Kapitel 9.5 zu finden.

4.3.1 UELN: Unified European Levelling Network

Die internationalen Aktivitäten bezüglich einer europäischen Gesamtausgleichung der nationalen Präzisions-Nivellementmessungen mit dem Ziel, einheitliche europäische Meereshöhen zu bestimmen, wurden schon kurz nach dem 2. Weltkrieg wieder aufgenommen [Untersee 1957]. Unter den Namen UELN (United European Levelling Network) oder auch REUN (Réseau Européen Unifiée de Nivellement) wurde ab dem Jahre 1955 auf Beschluss der IUGG[18] in Europa begonnen, Nivellement und Schweremessungen zu sammeln. Zwei Hauptziele wurden damals definiert [Remmer 1986]:

- Ein gemeinsames europäisches Höhendatum zu definieren und zu realisieren.
- Vergleiche zwischen den mittleren Meereshöhen an verschiedenen Pegeln entlang der europäischen Küste durchzuführen.

Beides sind Ziele, welche bereits Ende des 19. Jahrhunderts verfolgt wurden und noch heute aktuell sind (s. a. [Schlatter 2006]). Eine erste Lösung für Westeuropa wurde 1963 unter dem Namen UELN-55 präsentiert und das Projekt vorübergehend abgeschlossen. Ähnliche Arbeiten wurden gleichzeitig auch in Osteuropa unter dem Namen EPNN durchgeführt.

An der 15th General Assembly der IUGG in Moskau im Jahre 1972 war beschlossen worden, ein neues UELN zu etablieren. 1973 hatte die IAG Subkommission für UELN ihre erste Zusammenkunft; man beschloss deshalb, das neue europäische Nivellementnetz UELN-73 zu benennen. Die Zielsetzung war weitgehend gleich wie 1955, allerdings sollte mit den damals jüngsten zur Verfügung stehenden Nivellementdaten der einzelnen Länder gearbeitet werden.

[18] Beschluss der IUGG-Generalversammlung in Rom 1954

Höhenbezugssysteme und -rahmen der neuen Landesvermessung 1995 (LV95)				**Alte Landesvermessung LV03**	
Terrestrisches Bezugs-system und -rahmen	**Globale Lagerung**	**Lokale Lagerung**	Verweis Kapitel	**(lokale Lagerung)**	Verweis
Übergeordnetes terrestr. Bezugssystem	**CHTRS95**	**CH1903+**	4.2.1	**(CH1903) LN02**	nähere Angaben zu LN02 finden sich in [Schlatter 2006 und 2007]
Bezugsrahmen	**CHTRFxx**	**LV95**	4.2.4	**LV03**	
Definitionen zum ergänzenden Höhenbezugssystem			4.2.2	kein ergänzendes System	
Höhenart	**Geopotentielle Koten**	**Orthometrische Höhen**	4.2.2.1	**Gebrauchshöhen**	
Ausgangshorizont	**Z_0: Fundamentalpunkt Zimmerwald**			**Repère Pierre du Niton**	
Ausgangshöhe	**C_0 = 880.3459 GPU t_0 = 1993.0**	**H_0 = 897.9063 m t_0 = 1993.0** (C = 880.4475 GPU)	4.2.2.3	**RPN: 373.6 m**	
abgeleitete Grössen: Herkunft	H_0 = 897.8027 m H^N_0 = 897.7154 m aus UELN Lösung 1973/86; Epoche 1975.0 (Bezug zu Pegel Amsterdam)	(damit H_{RPN} = 373.600 m) aus Definition RPN (LN02) orthometrisch abgeleitet (Bezug zu Pegel Marseille)	4.2.2.4		
kinemat. Modell System	CHKM95 für CHTRS95	keines (Höhen mit t_0 = 1993.0 festgehalten)	4.2.3	Keines	
Höhenbezugsrahmen	**CHVRFxx**	**LHN95**	4.2.4	**LN02**	
kinemat. Modell Rahmen	**CHKLMxx**	**CHKLM95**	4.2.4		
kinematische Referenz	**Aarburg: dC/dt = 0 mgpu/a**				
Potentialraten	dC/dt [mgpu·a^{-1}]	(dC/dt [mgpu·a^{-1}])	4.2.4		
Abgeleitete Grössen	dH/dt [mm·a^{-1}]	(dH/dt [mm·a^{-1}])			

Tabelle 4.3-1: Übersicht der Höhenbezugssysteme und Rahmen der neuen Landesvermessung 1995

Als Abschluss der Arbeiten am UELN-73-Netz wurde 1986 unter dem Namen UELN-73/86 die definitive Ausgleichung präsentiert [Ehrnsperger and Kok 1986]. Insgesamt 14 Länder hatten sich mit Daten im Umfang von 91'750 km Präzisionsnivellement und 774 Punkten beteiligt. Der Beitrag der Schweiz beschränkte sich auf 1'315 km Messungen zwischen nur 13 Punkten (s. Abb. 4.3-1). Die Länder waren aufgefordert, ihre Messungen in Form von Potentialdifferenzen zwischen den Punkten abzuliefern. Hauptresultate waren die ausgeglichenen geopotentiellen Knotenpunkte und deren mittleren Fehler aus der freien Ausgleichung gegenüber dem Referenzpunkt im Pegel von Amsterdam (NAP: Normaal Amsterdams Peil). Die Ergebnisse dieser statischen Berechung sind insofern von Bedeutung, weil sie dazu dienten, das Potential des Fundamentalpunktes Zimmerwald in CHTRS95 festzulegen (s. Kapitel 4.2.2.4).

In [Ehrnsperger und Kok 1986] und [Remmer 1986] wurde das Problem der statischen Berechnungen bereits thematisiert. Die fennoskandischen, postglazialen Hebungsphänomene waren bereits bekannt, trotzdem war einzig die Schweiz in der Lage, Daten zu den rezenten Hebungen der Punkte zu liefern. Glücklicherweise wurden die gemeinsamen Grenzanschlüsse von den einzelnen Ländern zum gleichen Zeitpunkt gemessen, zumal das Messmaterial aus einem Zeitraum zwischen 1943 und 1976 stammt. Nachträglich hat sich zumindest der Grenzanschluss Chiasso lokal als sehr instabil erwiesen, was sich im Vergleich mit den Resultaten von LHN95 dominant äussert (s. Kapitel 9.5).

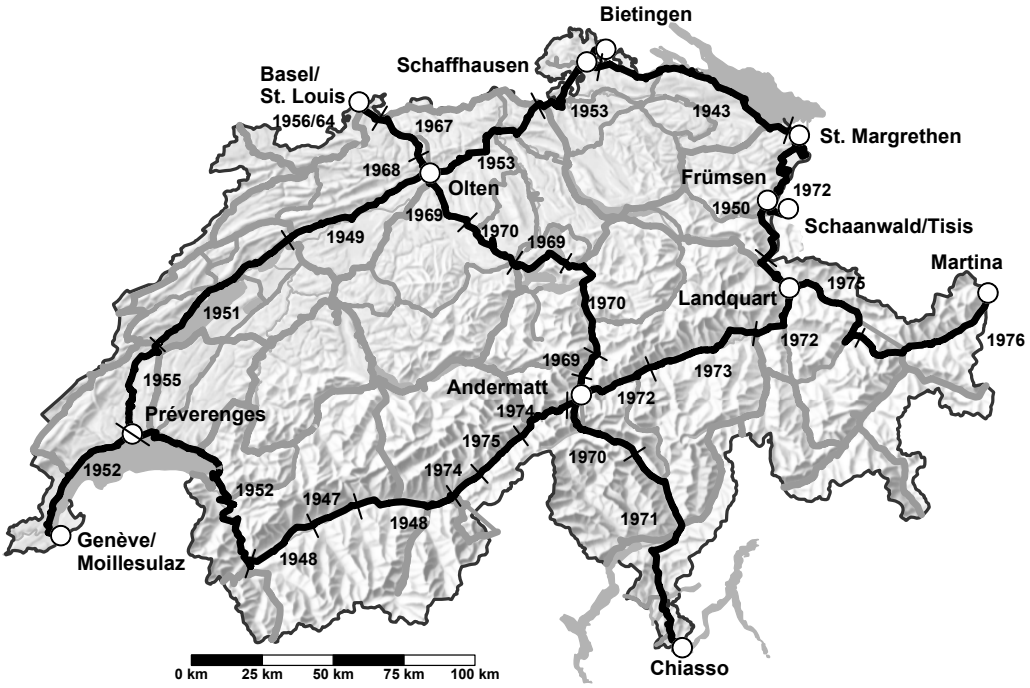


Abbildung 4.3-1: Die Messungen (schwarze Linien) zum Schweizer Beitrag zu UELN-73 und UELN-95.

Nach einem Unterbruch von knapp 10 Jahren wurden die Arbeiten an UELN von der IAG-Subkommission für kontinentale Netze in Europa (EUREF) 1994 wieder aufgegriffen. Der Hauptgrund war eine dringende Anfrage des CERCO (Comitée Européen des Responsables de la Cartographie Officielle) an die Technical Working Group (TWG) von EUREF zur Realisierung eines Europäischen Höhensystems mit einer Genauigkeit von 0.1 m. Die Arbeiten wurden unter der Bezeichnung UELN-95 gestartet. Hauptmerkmal der neuen Ausgleichung war die Erweiterung des ursprünglichen Datensatzes mit Messungen aus Zentral- und Osteuropa. Der Schweizer Datensatz wurde beibehalten, obwohl auf einzelnen Abschnitten neuere Messungen vorhanden waren. Zudem war unter dem Namen "UELN 2000" die Entwicklung eines kinematischen Höhensystems geplant [Ihde and Augath 2003].

Unter dem Namen UELN-95/98 wurde am EUREF-Symposium im Jahre 1999 die jüngste UELN-Lösung präsentiert. Insgesamt wurden von 3'063 Knotenpunkten die unbekannten Potentiale berechnet. Die freie Ausgleichung ist wie UELN-73/86 im NAP gelagert. Im Unterschied zu den alten Lösungen wurde die Gewichtung der Beiträge der einzelnen Länder aus einer Varianz-Komponenten-Schätzung erzeugt. Es resultierte eine a-posteriori Standardabweichung von 1.10 mgpu/km [Ihde und Augath 2003], [Sacher et al. 1999]. Da diese Lösung erst 1999 homologisiert wurde, fand sie keinen Eingang mehr in die Festlegung von Zimmerwald Z_0 in CHTRS95.

Für künftige Test- und Neuberechungen im UELN-Netz hat das Bundesamt für Landestopografie im Jahre 2002 einen erweiterten und aktuelleren Datensatz an das Rechenzentrum am Bundesamt für Geodäsie und Kartographie (BKG) abgeliefert (s. Abb. 4.3-2). Die Tatsache, dass der Knotenpunkt in Chiasso instabil ist (Senkung mit ca. 4 mm·a^{-1}), erschwerte aber die Integration dieser Daten. Um die aktuelleren Messungen einführen zu können, musste der Knoten Chiasso für die Testberechnungen aufgebrochen werden, sodass keine offizielle UELN-Verbindung zwischen der Schweiz und Italien mehr bestand (s. a. Kapitel 9.5 und [Sacher et al. 2002]).

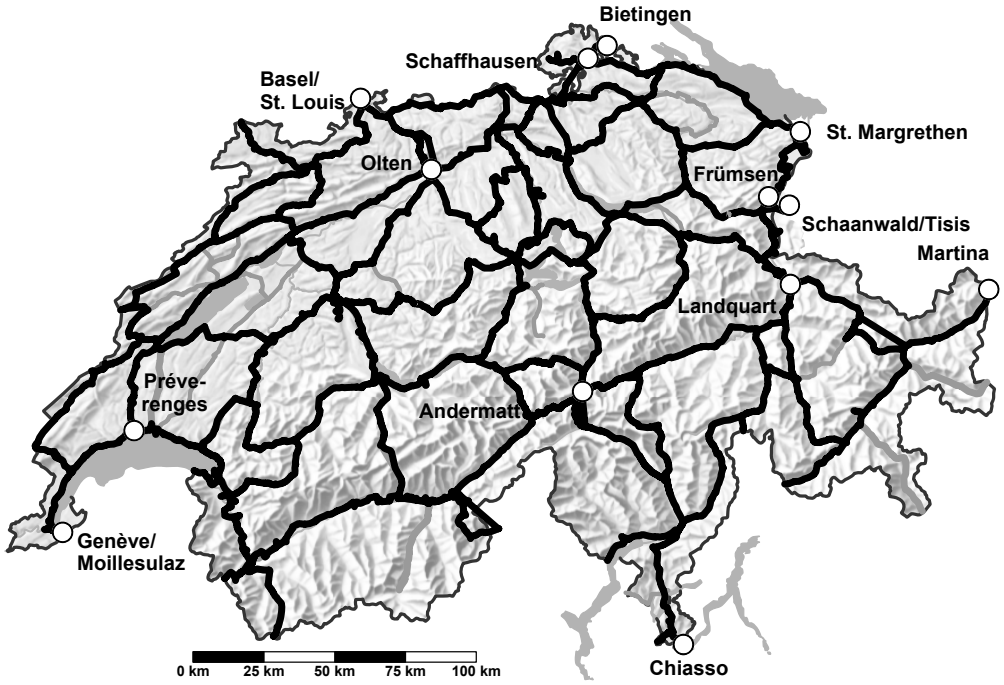


Abbildung 4.3-2: Erweiterter und aktualisierter Datensatz 2002 der Schweiz (mit den alten UELN-Knotenpunkten). Beitrag zur künftigen Neuberechnungen des UELN-Netzes

4.3.2 EUVN: European Vertical Reference Network

Das Projekt EUVN (European Vertical Reference Network) wurde 1995 von der EUREF mit den praktischen Zielen lanciert, die verschiedenen nationalen Höhendaten mit cm-Genauigkeit zu vereinen, insbesondere auch in Ländern, welche keinen Anschluss an das UELN haben [Ihde und Sacher 2002]. Kernaktivität von EUVN war die Bestimmung von dreidimensionalen Koordinaten in ETRS89 mit GPS auf 196 in Europa verteilten Stationen. Diese Aktion ermöglichte es, die schwerefeldbezogenen Höhen aus dem UELN mit GPS-Höhen zu vergleichen. Darin enthalten waren auch 63 Pegel-Stationen entlang der europäischen Küsten. Ziel war es auch, diese EUVN-Stationen mittels Nivellement mit den nächstgelegenen UELN-Knoten zu verbinden. Dadurch konnten die Stationen als eigentliche GPS/Nivellement-Punkte in das UELN95-Netz ergänzt werden und damit an eine neue europäische Geoidbestimmung beitragen. Um diese Daten noch zusätzlich zu verdichten, wurde von EUREF das Projekt EUVN_DA (EUVN Densification Action) lanciert.

Die Schweiz beteiligte sich mit insgesamt 7 EUVN-Stationen und weiteren 12 EUVN_DA-Stationen (s. Abb. 4.3-3).

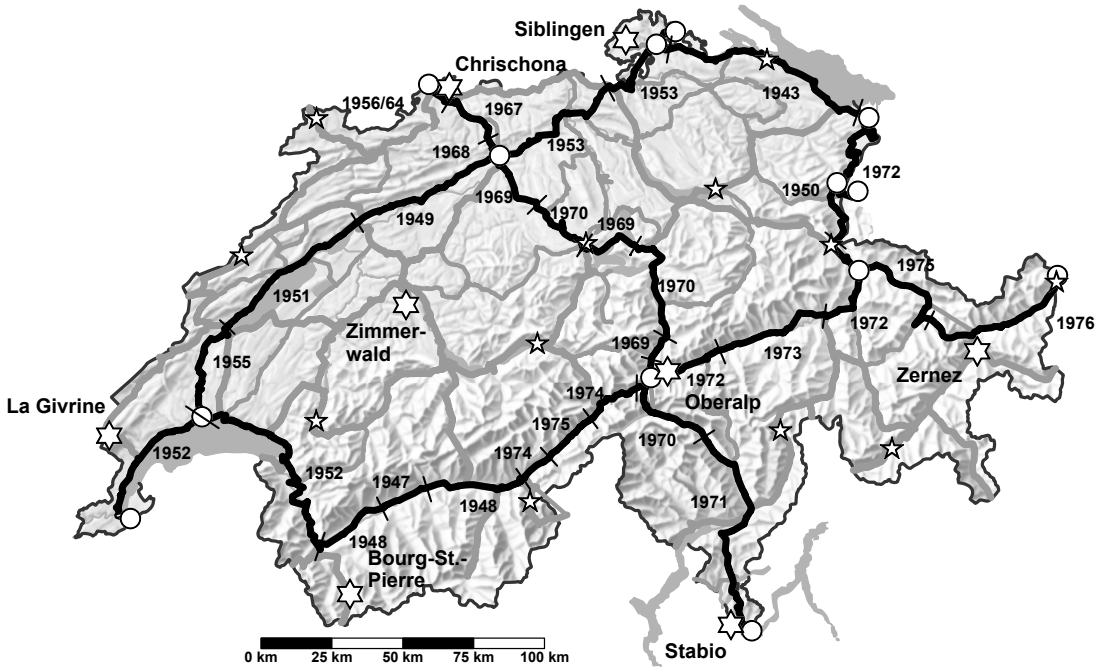


Abbildung 4.3-3: UELN-73/95-Verbindungen mit dem Schweizer Beitrag zu den EUVN-Punkten (grosse Sterne) sowie zu EUVN_DA (kleine Sterne).

4.3.3 EVRS und EVRF2000: European Vertical Reference System und European Vertical Reference Frame 2000

Als Antwort auf die CERCO-Anfrage definierte EUREF in der Resolution Nr. 5 des Symposiums 2000 in Tromsø das European Vertical Reference System (EVRS). Diese Definition erfolgte auf die Empfehlung eines Spatial Reference Workshop in Marne-la-Vallée im November 1999. Die Definition von EVRS wurde durch die folgenden beiden Vorgaben festgelegt:

- Ausgangshöhe: das Datum des Normaal Amsterdams Peil (NAP)
- Art der Höhen: Potentialdifferenzen bezüglich NAP oder daraus abgeleitete, äquivalente Normalhöhen

Als Realisation von EVRS wurden UELN-95/98 und EUVN zusammen unter dem Namen EVRF (European Vertical Reference Frame) gutgeheissen. Dies bedeutete gleichzeitig die Ablösung von UELN-73/86 als offizielle Lösung.

Offiziell ist EVRS als schwerefeldbezogenes Höhensystem durch die folgenden Konventionen definiert [Ihde and Augath 2003]:

1. Für das vertikale Datum gilt die Bezugsfläche, für welche das Schwerepotential W_0 dem Normalpotential U_0 gleichgesetzt ist.
2. Die Höhenkomponenten sind die Potentialdifferenzen ΔWP zwischen dem Potential WP des Erdschwerefeldes und der EVRS-Bezugsfläche W0. Die Potentialdifferenz -WP wird gleichwertig als geopotentielle Kote cP bezeichnet. Normalhöhen sind äquivalent mit den geopotentiellen Koten cP.
3. EVRS ist in Übereinstimmung mit den IAG Resolutionen als sog. "zero tidal system" definiert.

Der erste Punkt wird eingeführt, damit der Bezug zu einem globalen System definiert ist.

Für die praktische Realisation (EVRF2000) sind folgenden Erläuterungen notwendig:

1. Das vertikale Datum wird durch die Bezugsfläche W_0 durch NAP definiert. Folglich ist die geopotentielle Kote $c_{NAP} = 0$.
2. Für zugehörige Parameter und Konstanten werden die Definitionen des Geodetic Reference System 1980 (GRS80) verwendet. Daraus folgt, dass das Schwerepotential durch NAP WNAP dem Normalpotential des GRS80-Ellipsides U0GRS80 gleichgesetzt ist.
3. Das Datum ist fixiert durch die geopotentielle Kote und der äquivalenten Normalhöhe im UELN-Knoten Nr. 000A2530/13600.

Die praktische Realisation erfolgt durch die Knotenpunkte des UELN-95-Netzes. Die geopotentiellen Koten und die Normalhöhen sind unter der Bezeichnung UELN-95/98 verfügbar, für welche nun der Namen EVRF2000 verwendet wird.

4.3.4 EVS: A Kinematic European Vertical System

Als künftige Aufgabe wird die Realisation eines europäischen, kinematischen vertikalen Systems betrachtet. Ähnlich wie in den ergänzenden Höhenbezugssystemen zu CHTRS95 und CH1903+ (LHN95) sollen aufgrund von wiederholten Nivellementbeobachtungen die Geschwindigkeiten auf den diskreten Knotenpunkten berechnet werden. Um diese Berechnungen zu unterstützen, sollen auch Geschwindigkeitsschätzungen aus den GPS-Permanentstationen mit einbezogen werden. Das EVS-Projekt wurde 1999 gestartet. In erster Linie ist geplant, die bestehende UELN-Datenbank mit Wiederholungsmessungen der einzelnen Länder zu erweitern. swisstopo hat zu diesem Zweck den Datensatz einer provisorischen Berechnung für LHN95 aus dem Jahre 1999 mit sämtlichen Messungen an EUREF abgeliefert.

4.4 Das Konzept zur Realisation der Höhenreferenzrahmen in LV95

In Kapitel 4.2 wurde dargelegt, wie die Höhenbezugssysteme zur neuen Landesvermessung definiert und welche Realisationen von Höhenbezugsrahmen geplant sind. Der eigentliche konzeptionelle Ablauf zur Realisierung und Berechnung der Höhenrahmen wird im vorliegenden Unterkapitel grob umschrieben. Die einzelnen Arbeitsschritte werden sodann in den nachfolgenden Kapiteln separat dokumentiert. Eine schematische Übersicht des Berechnungsablaufes ist in der nachfolgenden Abbildung 4.4-1 und der Tabelle 4.4-1 ersichtlich.

4.4.1 Die globalen Höhenbezugsrahmen CHVRFxx und die konsistenten Höhenbezugsrahmen CHVRVxx-C

Wie vorgängig erläutert soll zum global gelagerten Bezugssystem CHTRS95 auch ein ergänzendes global gelagertes Höhensystem mit Anschluss ans UELN (und später evtl. auch an verbesserte Höhensysteme wie EVRS oder EVS2000) verwendet werden. Im Unterschied zum Höhensystem in CH1903+ soll dieses System durch den Einbezug des kinematischen Modells CHKM95 ein diskretes Geschwindigkeitsmodell erhalten und damit dem Benutzer auf Wunsch zeitabhängige Höhen liefern. Allerdings liegt dieses 4D-Modell zum Zeitpunkt dieser Veröffentlichung noch nicht vor. Die zeitlichen Änderungen der Potentialwerte in CHTRS95 stammen einzig aus der kinematischen Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen (CHKLM95).

Als Realisierung dieses System sind die Höhenbezugsrahmen CHVRFxx zu betrachten. Sie entstehen einzig durch die unverzwängte kinematische Ausgleichung der vorhandenen Daten des Landeshöhennetzes (Nivellement und Schwere) seit Beginn des 20. Jahrhunderts und der speziellen Anschlussmessungen an das GPS-Netz LV95.

Eine wesentliche Zielsetzung des Projektes LHN95 ist die Erreichung eines konsistenten Höhenrahmens (Widerspruchsfreiheit zwischen den ellipsoidischen Höhen aus LV95, dem Geoidmodell CHGeo2004 und den orthometrischen Höhen LHN95; s. dazu Kapitel 8). Es ist unvermeidbar, dass beim Versuch, GPS-Höhen, das Geoidmodell und die orthometrischen Höhen gesamthaft auszugleichen, Zwänge in den einzelnen Lösungen entstehen werden. Um die Vorteile der unverzwängten Lösungen weiterhin nutzen zu können und trotzdem über einen konsistenten Höhenrahmen verfügen zu können, werden die sog. '–C' – Lösungen der Referenzrah-

men eingeführt (C steht dabei für *constraint*). Dies bedeutet insbesondere, dass mit den 'gezwängten' Bezugsrahmen CHTRF03-C und CHVFR03-C sowie dem Geoidmodell CHGeo2004-C die Konsistenzbedingung:

$$h_{ell} - H_{orth} - N = h_{ell} - H_{norm} - \zeta = 0 \qquad \text{(aus 2.2-4)}$$

erfüllt ist.

In Abbildung 4.4-1 ist der schematische Berechnungsablauf zur Erreichung der konsistenten Höhenrahmen erläutert.

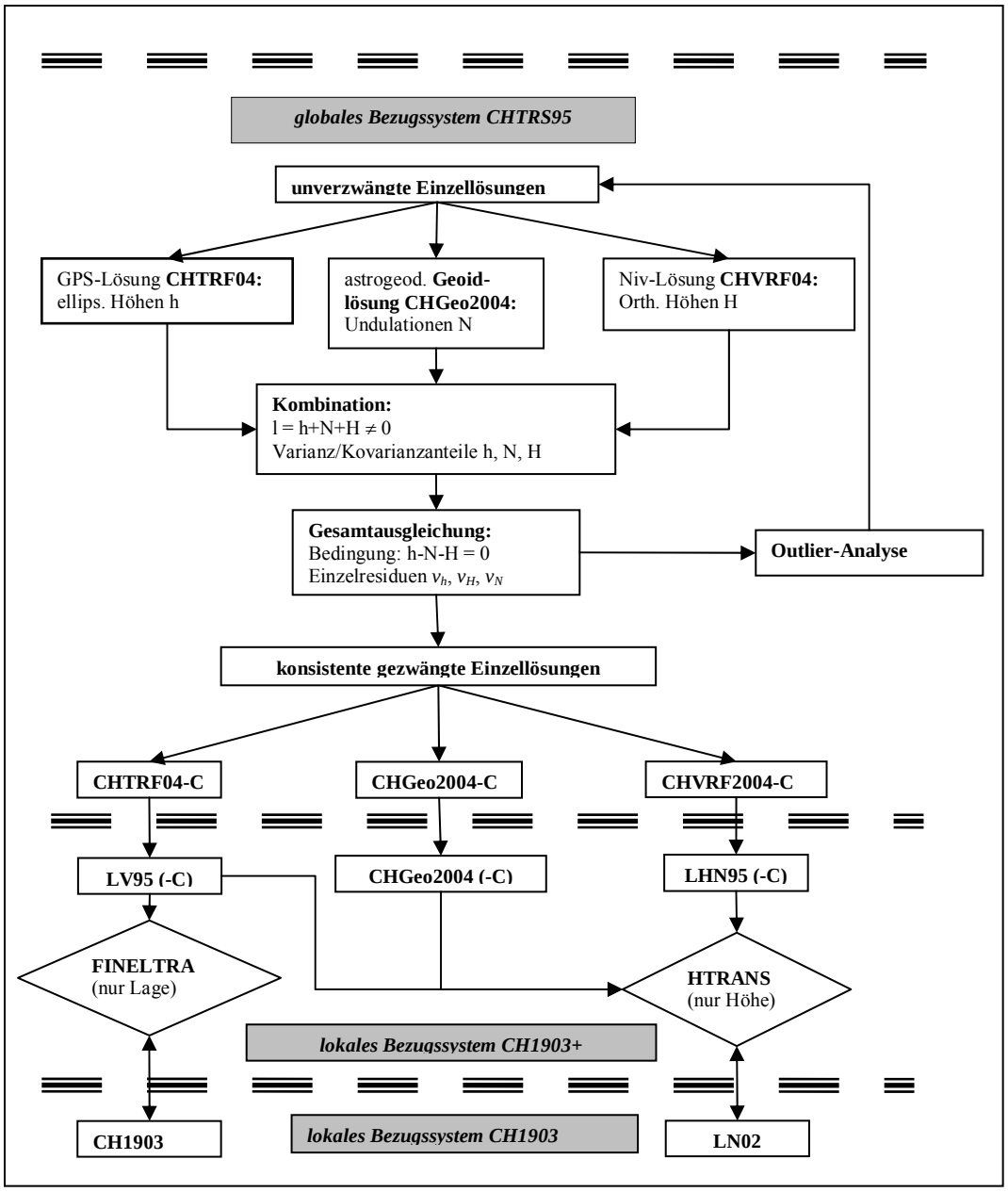


Abbildung 4.4-1: Schematischer Ablauf zur Berechnung der Höhenrahmen CHVRF und LHN95

4.4.2 Der lokale Höhenbezugsrahmen LHN95 als spezielle Abwandlung des globalen Höhenbezugsrahmens CHVRF2004-C

Zum lokalen Bezugssystem CH1903+ und dem Bezugsrahmen LV95 wird ein ergänzendes Höhensystem bzw. Höhendatum definiert und durch den Höhenbezugsrahmen LHN95 realisiert. Der Datensatz LHN95 entsteht aus dem speziellen Datensatz *CHVRF2004-C* einzig durch Veränderung des Ausgangswertes C_0 im Fundamentalpunkt Zimmerwald. Der lokale Bezugsrahmen soll statisch bleiben, d.h. die Höhen werden auf der Referenzepoche 1993.0 festgehalten. Lokale Höhenänderungen an Punkten, wie sie bis anhin im Gebrauchshöhenrahmen LN02 durch Neumessungen oder Revisionsmessungen angefallen sind, werden natürlich weiterhin zu lokalen Nachführungen der Höhen führen.

Das spezielle, aus der kinematischen Ausgleichung der LHN-Messungen erstellte Modell *CHKLM95* ist fester Bestandteil des Höhenrahmens. Dies ist eine unabdingbare Voraussetzung, um alle Höhenfixpunkte 1. Ordnung (HFP1) des Höhenrahmens zur Referenzepoche 1993.0 zu berechnen.

Ursprünglich sollte LHN95 das bisherige Gebrauchshöhensystem LN02 auch für die AV mittelfristig und gleichzeitig mit der Einführung von LV95 ablösen. Dieses Vorhaben der Landesvermessung wurde von den interessierten Vermessungskreisen in der Schweiz nicht gutgeheissen, da die Befürchtungen bezüglich der Verwechslungsgefahr mit alten LN02-Höhen und der administrative, technische und wirtschaftliche Aufwand einer Umstellung gegenüber den Vorteilen einer vereinfachten Höhenbestimmung in einem strengen, unverzwängten Rahmen höher gewichtet wurden. Die Einführung von LHN95 in der AV wurde als langfristiges Ziel auf einen unbekannte Zeitpunkt hinausgeschoben (s. a. Kapitel 1 und 10) [Wicki et al. 2002].

Um den Benützern trotzdem einen optimalen Nutzen der GPS-Höhenbestimmung zu gewährleisten, muss ein Transformationsprogramm zur Verfügung gestellt. Mit dem Programm *HTRANS* können Höhen zwischen den beiden Höhenrahmen LN02 und LHN95 transformiert werden (s. Kapitel 10). Der Höhenrahmen LHN95 erhält so indirekt eine wichtige Bedeutung für die amtliche Vermessung [Schlatter 2004].

4.4.3 Zusammenfassung des Berechnungsablaufs zu CHVRF2004 und LHN95

Nachfolgende Tabelle 4.4-1 hält nochmals die einzelnen Arbeitsschritte übersichtlich fest und zeigt, wo die detaillierten Angaben in den nachfolgenden Kapiteln zu finden sind. Unter der Voraussetzung, dass man für LHN95 die zu Grunde liegenden geopotentiellen Koten anstelle der orthometrischen Höhen verwendet, weichen die Rahmenlösungen CHVFR2004 und LHN95 nur um eine konstante Potentialdifferenz voneinander ab. Der Grund liegt im identischen Messmaterial und den kinematischen Ausgleichungen, welche sich nur in der Lagerung im Fundamentalpunkt unterscheiden.

Mit jeder späteren Neumessung im Landeshöhennetz wird quasi eine neue Lösung CHVRFxx entstehen, welche sich vom statischen Höhenrahmen LHN95 unterscheidet. Die nachfolgenden Kapitel, welche im Wesentlichen die Berechnung des Höhenrahmens LHN95 beschreiben, gelten stillschweigend auch für die Rahmenlösung CHVRF2004.

Die Berechnung des unverzwängten 3D-Bezugsrahmens CHTRF2004 und des Geoidmodells CHGeo2004 werden in der vorliegenden Arbeit nur soweit erwähnt und dokumentiert, als dies für das Verständnis und den Ablauf notwendig ist. Ausführlichere Angaben zu diesen Themen sind [Brockmann und Ineichen 2004], [Marti 1997, 2002] sowie [Marti und Schlatter 2005] zu entnehmen.

	Beschreibung	Kapitel
LHN95 CHVRF2004	Kinematische Ausgleichung der LHN-Daten (Schweremessungen und Nivellements) zur Berechnung der geopotentiellen Koten und deren zeitlichen Änderungen	**5**
CHKLM95	Kinematisches Modell aus der Ausgleichung der LHN-Daten	**6**
Orth. Höhen	Berechnung der mittleren Schweren und der orthometrischen Höhen LHN95	**7**
CHTRF04	Kombinierte Ausgleichung sämtlicher GPS-Messungen im GPS-Landesnetz LV95 von 1988 bis Ende 2004	**8.3**
CHGeo2004	Astrogeodätische Lösung des Geoidmodells CHGeo2004	**8.6**
Analyse der Gesamtresiduen	Analyse der Gesamtresiduen zwischen den unverzwängten Lösungen CHVRF2004, CHTRF04 und CHGeo2004	**8.6**
Kombinierte Ausgleichung	Gesamtausgleichung zur Erzeugung der Einzelresiduen und der Pseudo-Residualflächen.	**8.6**
Konsistente, gezwängte Einzellösungen	Erzeugung der gezwängten Einzellösungen LHN95, LV95 und CHGeo2004-C	**(8.6) 9**
LHN95	Die definitive Festlegung und Realisierung des Höhenreferenzrahmens LHN95 (Grundlage für den Übergang zwischen den Höhenrahmen LHN95 und LN02)	**9**
HTRANS	Untersuchung und Festlegung des Überganges zwischen den Höhenrahmen LHN95 und LN02	**10**

Tabelle 4.4-1: Ablauf zur Berechnung der Höhenrahmen und Bezug zur vorliegenden Dokumentation

4.5 Die Grunddaten

Der historische Abriss von den ersten Höhenbestimmungen in der Schweiz bis zur Vollendung des Schweizerischen Landesnivellements ist in [Schlatter 2006] ausführlich beschrieben. Nachfolgende Unterkapitel dokumentieren die Grunddaten, wie sie für die Erstellung des neuen Landeshöhennetzes der Schweiz LHN95 verwendet wurden. Im Vordergrund stehen dabei eher die technischen und statistischen Aspekte zu den Präzisionsnivellement-Messungen. Ausführliche Angaben zu den GPS- und Schweremessungen sowie der Geoidbestimmung sind in der referenzierten Literatur zu finden.

4.5.1 Landesnivellement-Messungen

4.5.1.1 Die Entstehung und die Netzstruktur des Landesnivellements

Unmittelbar nach der Festlegung des Ausgangspunktes des Schweizerischen Höhensystems LN02 im Jahre 1902 folgte der Beginn der Präzisions-Nivellementmessungen zum Schweizerischen Landesnivellement (LN) als konsequente Fortsetzung der Arbeiten des sog. Versicherungsnivellements (VN). Das Netz folgte über weite Strecken den Linien des Nivellement de Précision (NdP) der SGK.

Die hierarchische Gliederung in sog. Haupt- und Sekundärlinien resp. 1.- und 2.-Ordnungsmes-

sungen war vor allem für die Erstmessungen von Bedeutung. Abbildung 4.5-1 zeigt das ursprüngliche Hauptnetz, welches in 18 Polygone gegliedert und in den Jahren 1903 – 1927 gemessen wurde. Die Netzhierarchie hatte mit der Zeit an Bedeutung verloren, da für die Erstellung des Höhenrahmens LN02 alle Messungen in Knotenpunkte des NdP eingezwängt und die resultierenden Höhen als offizielle Werte publiziert wurden. Zudem unterscheidet sich die Messqualität zwischen Haupt- und Nebenlinien meistens nicht. Auch der Netzunterhalt und die Dokumentation der Fixpunkte erfolgten kantons- und nicht linienweise. Nur bei den Wiederholungsmessungen versuchte man weiterhin, zuerst die Haupt- und erst danach die Sekundärlinien nachzumessen.

Abbildung 4.5-3 zeigt alle Messungen, welche für das LN ausgeführt wurden. Das heutige Landeshöhennetz (LHN), welches im Rahmen des Projektes LHN95 im Jahre 1998 bereinigt worden ist [Schlatter und Mattli 2002a], unterscheidet sich nur in wenigen Ausnahmen davon (s. a. Abb. 4.5-2). Ein Beispiel ist die ehemalige, in den Jahren 1946/47 gemessene Sekundärlinie *Lausanne - Romont - Fribourg*, welche mit der Revision des Netzes aus dem LHN gestrichen wurde. Einige Linienabschnitte, welche in den Jahren 1903 - 1947 als Ergänzungsmessungen für die Bedürfnisse der Wasserwirtschaft oder als Grundlage für die Höhenbestimmung in der Triangulation IV. Ord. erstellt worden sind, wurden dagegen mit dieser Netzrevision zu Sekundärlinien aufgewertet.

In Tab. 4.5-1 sind die gemessenen Kilometer (aufgeteilt in Erst- bis Drittmessungen) der Haupt-, Neben- und Ergänzungsmessungen aufgelistet. Das LHN umfasst ca. 3'200 km Haupt- und 1'250 km Sekundärlinien, also insgesamt 4'450 km Linienmessung. Diese Zahlen sind nur Näherungswerte, längere Abzweigungen von den eigentlichen Messlinien sind darin nicht enthalten. Oft bestehen auch grössere Überlappungen bei Anschlussmessungen in den Knotenbereichen, welche in den obigen Zahlen nicht korrigiert wurden.

Hierarchie	**1.-Messung 1903 - 1947**	**2.-Messung 1943 - 2004**	**3.-Messung 1986 – 2003**
Hauptlinien (1.$^{Ord.}$)	3'072 km	3'183 km	646 km
Sekundärlinien (2.$^{Ord.}$)	937 km	1'262 km	88 km
Total km 1.$^{Ord.}$+ 2.$^{Ord.}$	**4'009 km**	**4'445 km**	**734 km**
Ergänzungsmessungen, kant. Nivellements	297 km	230 km	-
Wiederholungsmessung	399 km	49 km	13 km
Total km im Zeitraum	**4'705 km**	**4'724 km**	**747 km**

Tabelle 4.5-1: Gemessene Kilometer im Landesnivellement von 1903 - 2004

Die relativ grossen Unterschiede in der Länge der Sekundärlinien zwischen Erst- und Zweitmessung sind mit der nachträglichen Aufwertung von einzelnen Ergänzungsmessungen begründet. Zudem ist die Unterscheidung der Hierarchie zwischen Haupt- und Sekundärlinien bei den offenen Linien am Netzrande nicht immer konsequent gehandhabt worden. Als Hauptlinien werden meist diejenigen Linien betrachtet, welche einen effektiven Anschluss an die Höhennetze des Nachbarlandes ermöglichen.

In der Abb. 4.5-3 sind die Ergänzungsmessungen und kantonalen Nivellements nur dann dargestellt, wenn sie für die Zweitmessungen zu Sekundärlinien aufgewertet wurden (Ausnahme: *Lausanne - Romont - Fribourg* und *Bözberg*). Bei einigen 2.-Messungen existieren keine verwertbaren Erstmessungen mehr, welche aus den Archivdaten hätten erfasst werden können. Beispiele sind die Strecken *Berninapass* (Messungen des Wasserwirtschaftamtes 1909) und *Tiefencastel - Davos* (Messung VN 1898).

Die 399 km Wiederholungsmessungen beinhalten vor allem die Linien im Polygon XIII (1925 - 1927) und die Strecke *Bern - Fribourg - Bulle* (1923). Sie sind als grüne Linien in Abb. 4.5-3 dargestellt. Anlass dieser Messungen waren die grossen Widersprüche im Schleifenschluss des

Polygons XIII und Tests bezüglich der Stabilität der Punkte des LHN (s. a. Kapitel 5.6).

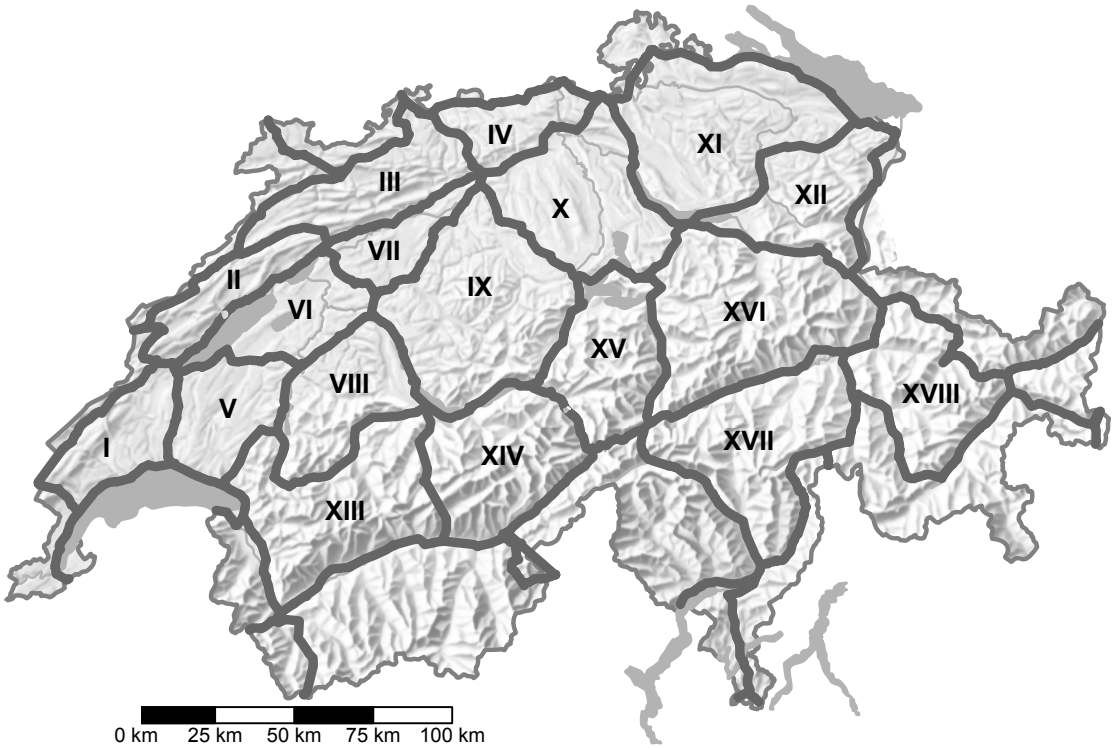


Abbildung 4.5-1: Die ursprünglichen 18 Hauptpolygone des Landesnivellements (LN), gemessen in den Jahren 1903 - 1927

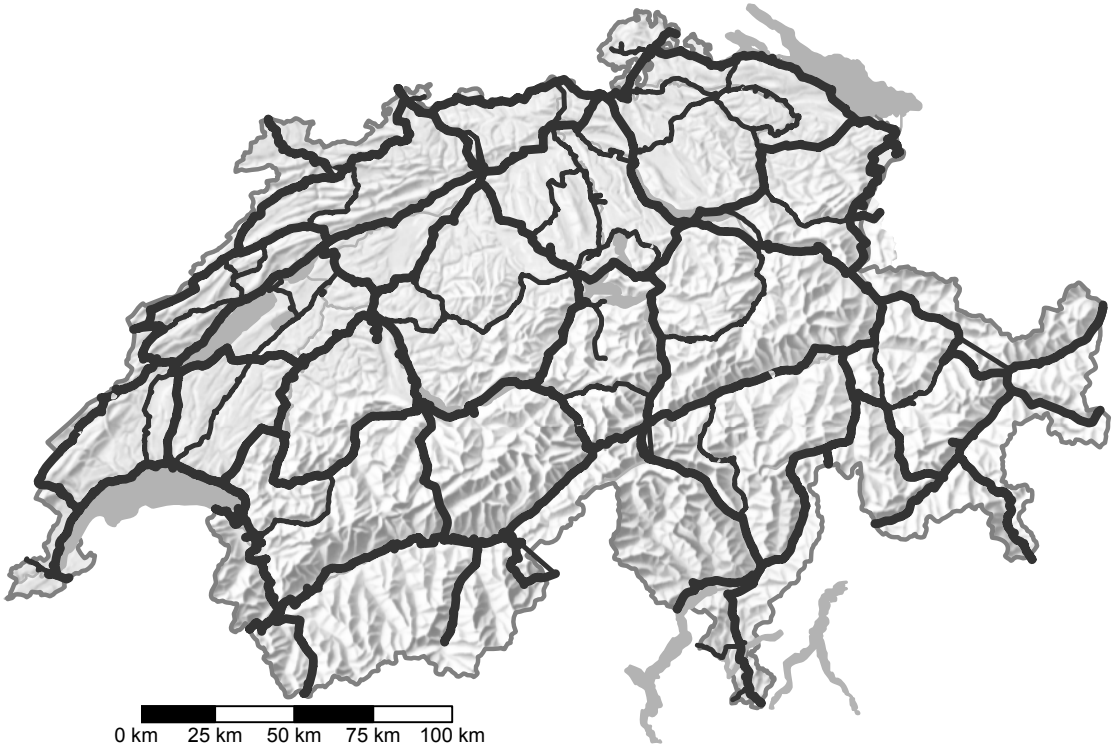


Abbildung 4.5-2: Das aktuelle Landeshöhennetz (LHN) Stand Ende 2004 mit den Sekundärlinien.

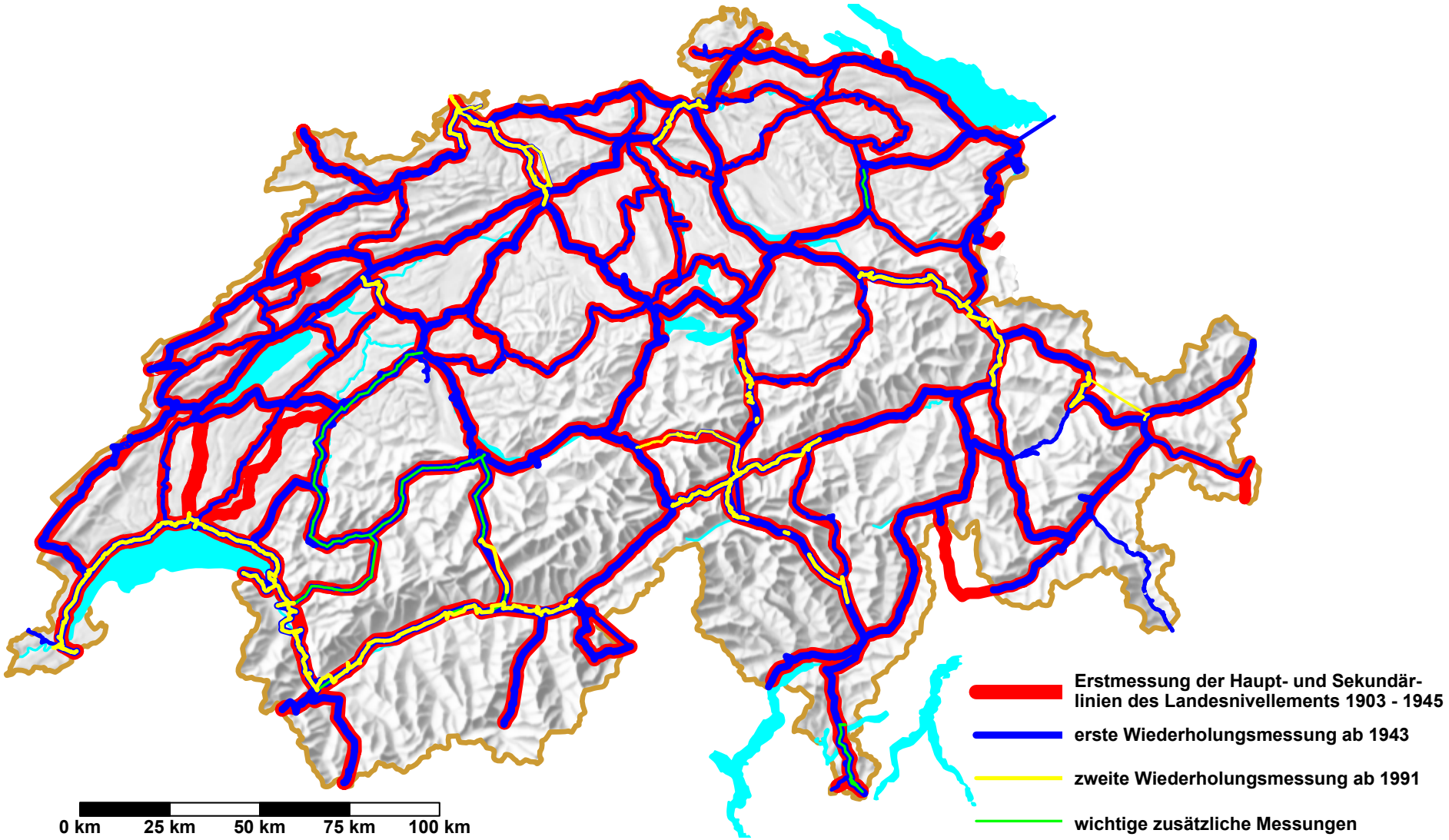


Abbildung 4.5-3: Die Präzisionsmessungen im Schweizerischen Landesnivellement von 1903 - 2004.
Dicke Linien: Haupt- resp. 1.-Ordnungsnetz; dünne Linien: Sekundär- resp. 2.-Ordnungsnetz.

Nur zwei Abschnitte des ursprünglichen Hauptnetzes wurden bis anhin (Stand 2004) nicht wiederholt beobachtet. Es handelt sich um die Linien *Lausanne - Echallens - Yverdon* (1912) und die Verbindung *Bergell - Chiavenna - Splügenpass* (1925). Erstere wurde im Jahre 2005 gemessen, fand in der vorliegenden Arbeit aber keinen Eingang mehr. Der ursprüngliche Perimeter des Polygons XVIII über italienisches Gebiet in Chiavenna wurde aus dem Landeshöhennetz gestrichen. Ebenfalls im Jahre 2005 ist mit den Arbeiten an den Linien Stansstaad - Engelberg und Stans - Emmetten auch die erste Wiederholungsmessung sämtlicher Sekundärlinien abgeschlossen worden.

Von ca. 750 km LHN-Linien liegen bereits 3.-Messungen vor (gelbe Linien Abb. 4.5-3). Begonnen wurde mit diesen Messungen im Hauensteingebiet im Jahre 1991 als Grundlage für tektonische Studien der Nagra. Ab 1992 wurde mit der zweiten Wiederholungsmessung von Brig bis Genève begonnen. Umfangreiche Messungen liegen auch im Gebiet Furka-, Gotthard-, Oberalp- und Lukmanierpass vor. Sie entstanden hauptsächlich im Auftrag der AlpTransit Gotthard AG als Nullmessung für künftige Überwachungsaufgaben im Zusammenhang mit dem Bau des Gotthard-Basistunnels.

Die 230 km kantonale Nivellements im Zeitraum der 2.-Messung entstanden in enger Zusammenarbeit mit den kantonalen Vermessungsämtern meist für die Bedürfnisse des Bundesamtes für Wasser und Geologie (BWG) im Zeitraum zwischen 1998 und 2004 ([Schlatter und Mattli 2002b]; Abb. 4.5-4). Sie wurden mit der gleichen Qualitätsanforderung wie an eine Linie des LHN gemessen. Ohne Bestandteil zu sein, ermöglichen sie oft eine zusätzliche Verbindung innerhalb des LHN und wurden deshalb auch für die Gesamtausgleichung LHN95 verwendet (s. a. Kapitel 5.5.1 und Abb. 5.5-2).

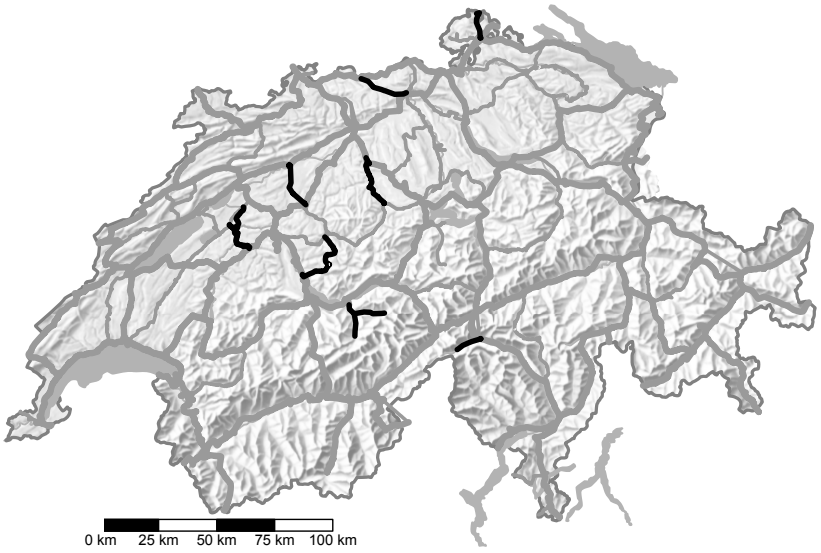


Abbildung 4.5-4: Kantonale Ergänzungsmessungen (kein Bestandteil des LHN), welche für die Gesamtausgleichung LHN95 mit verwendet wurden.

Das Landeshöhennetz der Schweiz gilt als ein eigentlicher Flickenteppich verschiedenster Messungen aus unterschiedlichen Zeiträumen. War es in anderen Ländern üblich, ein Höhennetz in einem bestimmten Zeitraum abschliessend zu beobachten, so ist im LHN die Neumessung eines einzelnen Linienabschnittes eher als Bestandteil einer periodischen Nachführung zu betrachten. Um diesen Umstand statistisch zu unterlegen: Bis Ende 2004 liegen ca. 258 (Teil-)Linienmessungen vor, mit einer durchschnittlichen Länge von 40 km/Faszikel[19]. Dieser Wert

[19] Ein Faszikel ist die Zusammenstellung der Messungen und die Berechnung der beobachteten Höhen sowie die Einzwängung zur Herleitung der Gebrauchshöhen entlang einer Linie aus einer Messkampagne (s. a. Kapitel 4.5.1.4).

betrug bei den Erstmessungen 52 km/Faszikel, bei den Zweitmessungen noch 39 km/Faszikel und reduzierte sich bei den Drittmessungen auf spärliche 17 km/Faszikel. Bei den letztgenannten handelt es sich oft mehr um lokale Ergänzungen als um eigentliche Linienneumessungen.

4.5.1.2 Eingesetztes Instrumentarium und Messmethoden

Im Laufe der über hundert Jahre Landesnivellement änderte sich die Messmethode nicht entscheidend, hingegen kamen verschiedenste Instrumenten- und Mirentypen zum Einsatz. Bei den Messinstrumenten ist eine Einteilung in *Libellennivelliere*, *automatische* (resp. *Kompensator-*) *Nivelliere* und *Digitalnivelliergeräte* gerechtfertigt, wobei die letzteren ebenfalls Kompensatorgeräte sind. In Tab. 4.5-2 und 4.5-3 sind Typen und Einsatzdauer der unterschiedlichen Instrumente und Miren aufgelistet.

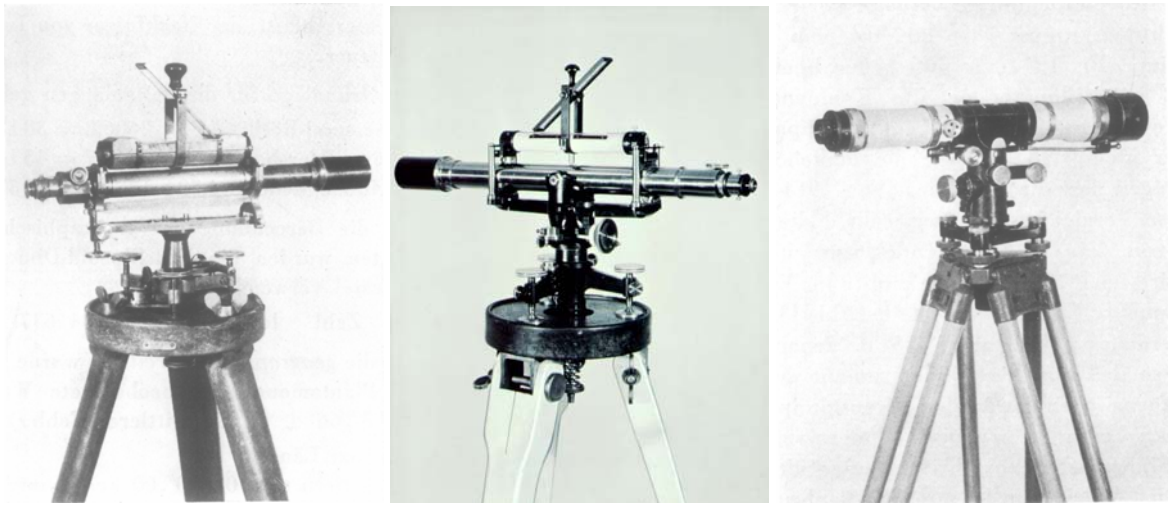


Abbildung 4.5-5: Erste Libellennivelliergeräte im LN: links: KERN 1865 - 1906; Mitte: System Seibt (Breithaupt) 1891 - 1912; rechts: ZEISS-WILD III 1913 – 1945

Bis 1906 fanden tatsächlich Messungen ins LN Eingang, welche noch mit einem für das Nivellement de Précision im Jahre 1865 angeschafften Instrument ausgeführt wurden (s. Abb. 4.5-5 links). Die ersten neueren Instrumente stammten hauptsächlich von der Firma Kern & Cie AG in Aarau; eine Ausnahme war ein Gerät der Bauart *System Seibt* der Firma Breithaupt in Kassel (Abb. 4.5-5 Mitte). Mit der Ablösung der Reversions- und Kompensationsmiren durch die Invarband-Latten (s. Abb. 4.5-6) verschwanden diese Libellennivelliere aus dem eigentlichen LN. An ihre Stelle traten ab 1913 die von Wild konstruierten ZEISS-WILD III - Geräte, welche bis zum Abschluss der Erstbeobachtungen ca. 1945 die LN-Messungen prägten (Abb. 4.5-5 rechts). Die grosse Innovation bei diesem Instrumententyp war der Einsatz eines Planplattenmikrometers, welcher erlaubte, nur noch auf dem vollen cm-Strich einer Latte messen zu müssen und trotzdem die 1/100 mm ablesen zu können. Fast gleichzeitig mit dem Beginn der Zweit-Messungen kamen ab 1946 bis ca. 1969 als letzte Libellennivelliere die WILD N3 - Geräte zum Einsatz.

Als herkömmliche Kompensatornivelliere wurden ausschliesslich die WILD NA2-Geräte im LN eingesetzt. Die erste Messung fand 1966 auf der Linie Weesen - Walenstadt statt. Ab 1969 lösten die WILD NA2 die Libellennivelliere vollständig ab.

Anfangs der 90er-Jahre wurden die ersten Testmessungen mit Digitalnivelliergeräten durchgeführt. Ab 1991 ersetzten die WILD NA3000-Geräte die automatischen Nivelliere. Die Einsatzdauer von elektronischen Geräten ist gegenüber den herkömmlichen Nivellierinstrumenten bedeutend kürzer. Die WILD NA3000 wurden ab 1995 teilweise durch ZEISS DiNi-Geräte und ab 2003 durch das neue LEICA DNA03 abgelöst.

Typ	Einsatz[20]	Hauptsächliche Verwendung	Anzahl	Bemerkungen
a) Libellennivelliergeräte				
KERN SGK	(1865) - 1906	(NdP, VN,) LN 1.$^{Ord.}$	1	Kern & Cie AG Aarau
KERN top. Bureau (id. KERN SGK)	(1895) - 1912	VN, LN 1.$^{Ord.}$	1	Kern & Cie AG Aarau
System Seibt	1903 - 1912	LN 1.$^{Ord.}$	1	F.W. Breithaupt, Kassel
KERN top. Bureau (nach Typ Seibt geb.)	1905 - 1912	LN 1.$^{Ord.}$	1	Kern & Cie AG Aarau
ZEISS-WILD III	1913 - 1930	LN 1.$^{Ord.}$	3	Carl Zeiss (-Wild), Jena
ZEISS-WILD III	1926 - 1945	LN 2.$^{Ord.}$	2	Carl Zeiss (-Wild), Jena
ZEISS-WILD II	1919 - 1931 1936 - 1940	Ergänzungsmessungen kantonale Nivellements	2	Carl Zeiss (-Wild), Jena
WILD N3	1946 - 1969	LN 1.$^{Ord.}$	2	Wild AG, Heerbrugg
b) automatische Nivelliergeräte (Kompensatornivelliere)				
WILD NA2	1966 - 1991[21]	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	7	Wild AG, Heerbrugg
c) Digitalnivelliergeräte				
WILD NA3000/3003	1992 - 2002	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	3	Wild AG, Heerbrugg
ZEISS DiNi10	1995 - 2001	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	1	Zeiss AG, Jena
ZEISS DiNi11	1997 - 2003	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	1	Zeiss AG, Jena
ZEISS DiNi12	2003 -	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	2	Trimble-Zeiss, Jena
LEICA DNA03	2003 -	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	2	Leica AG, Heerbrugg

Tabelle 4.5-2: Präzisionsnivelliergeräte im Einsatz für das Landesnivellement seit 1903

Der zweite wesentliche Bestandteil einer Nivellement-Ausrüstung sind die Messlatten (sog. Miren). Zu Beginn der Präzisions-Nivellementmessungen hatten sie den gewichtigeren Anteil an der Qualität der Resultate, auch wenn ihre Bedeutung nicht von Anfang an erkannt wurde. Drei wesentliche Lattentypen kamen im Landesnivellement zum Einsatz: die *Reversions*-, die *Kompensations*- und die *Invarband*-Miren (s. Abb. 4.5-6). Invarlatten mit Strichcode-Ablesung basieren auf dem gleichen Prinzip wie die Invarband-Latten mit cm-Teilung.

Diese Lattentypen unterscheiden sich markant in der Masshaltigkeit des Lattenmeters resp. des Lattenmassstabs. Bei den Reversionsmiren fand die Kalibrierung des Massstabes mit Hilfe eines Stahlstabes (später mit einem Invarstab) während den Messungen täglich im Felde statt. Die Kompensationsmiren besitzen im Innern der Latte ein bimetallisches Lineal, welches erlaubt, die infolge von Temperatur- und Feuchtigkeitsvariationen eintretenden Längenänderungen der Mire direkt abzulesen. Diese Vergleichsmessungen fanden mehrmals während eines Messtages statt. Beiden Lattentypen war gemeinsam, dass die Teilungen direkt auf Holz aufgetragen sind, was die Masshaltigkeit gegenüber Invar trotz ausgeklügelten Kalibriermethoden

[20] Die Jahrzahlen beziehen sich auf den erstmaligen resp. den letzten Einsatz des *Instrumententyps* im LN.

[21] Für Spezialmessungen werden noch heutzutage die WILD NA2 verwendet.

massiv einschränkte.

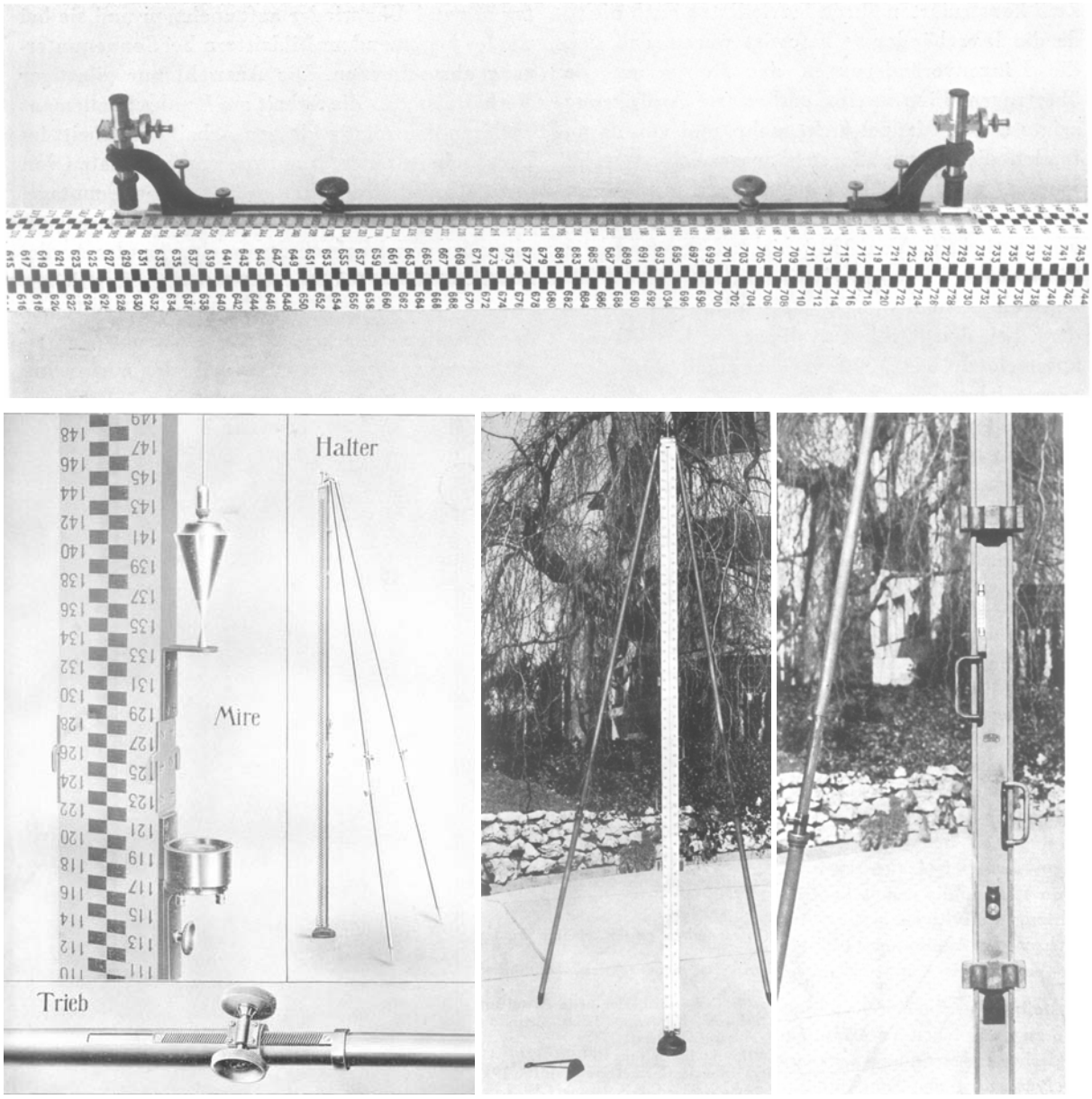


Abbildung 4.5-6: Erste Mirentypen im Landesnivellement: oben: Reversionsmire (Dreieckprofil) mit Komperatorstab (ca. 1903); unten links: Kompensationsmire mit Detail der Lattenstreben (ca. 1910); unten Mitte und rechts: erste Invarband-Miren mit Lattenaufsatz und Scharreisen (ca. 1912)

Ingenieur Heinrich Wild (1877 - 1951) begann Anfang des 20. Jahrhunderts mit den ersten Versuchen, die ausdehnungsarme Legierung *Invar* für Präzisionsmiren zu verwenden. Ab 1913 fanden diese Latten zusammen mit dem ebenfalls von Wild konstruierten ZEISS-WILD III-Gerät rasch Anklang. Die Massstabskontrollen der Latten beschränkten sich von nun an auf Vergleiche vor und nach den Feldkampagnen. Bis 1986 waren die Invarbänder in Holzlattenkörpern eingebaut. Die ab 1985 eingesetzten Latten zu den Geräten der beiden Firmen Wild (später Leica) und ZEISS (später Trimble) wurden ausschliesslich durch die Firma NEDO in Dornstetten (D) produziert. Die Lattenkörper waren aus Leichtmetall gefertigt.

Typ	Einsatz[22]	Hauptsächliche Verwendung	Anzahl	Bemerkungen
a) Reversionsmiren (Holzmiren)				
KERN 'SGK'	ca. 1892 - 1907	(VN), LN 1.$^{Ord.}$	3	nach den Miren des NdP nachgebaut (V - VII[23])
KERN top. Bureau	ca. 1892 - 1906	(VN), LN 1.$^{Ord.}$	1	Kern & Cie AG, Aarau (IV)
KERN neu	1906 - 1938	LN 1.$^{Ord.}$, Ergänzungsmessungen, kant. Niv.	2	neuer Typ mit Lattengestell Kern, Aarau (XI, XII)
b) Kompensationsmiren (Holzmiren)				
System Goulier alt	ca. 1898 - 1906	(VN), LN 1.$^{Ord.}$,	1	erste Kompensationsmire (Nr. VIII) Portier, Paris
System Goulier neu	1904 - 1911	LN 1.$^{Ord.}$	2	Latten IX und X
System Goulier neu	ca. 1911 - 1934	LN 1.$^{Ord.}$, Ergänzungsmessungen, kant. Niv.	4	Latten XIII - XVI Hersteller Portier, Paris?
c) Invar-Miren mit cm-Teilung				
ZEISS-WILD	1914 - 1930	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$	2	Erste Invarlatten, Holzfassung
ZEISS-WILD	1914 - 1953	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$, Ergänzungsmessungen	2	Erste Invarlatten, Holzfassung
ZEISS	1927 - 1954/61	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$, Ergänzungsmessungen	4	Holzfassung
WILD GPLE3	1946 - 1986	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.$^{Ord.}$, Ergänzungsmessungen	20	Holzfassung
NEDO-WILD	1985 - [24]	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.^{Ord}	8	Metallfassung
d) Invar-Miren mit Strichcode				
NEDO-WILD GPCL3	1990 - 2002	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.^{Ord}	8	Metallfassung
NEDO-ZEISS LD13	1995/03 -	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.^{Ord}	10	Metallfassung
NEDO-LEICA GPCL3	2003 -	LN 1.$^{Ord.}$ und 2.^{Ord}	4	Metallfassung

Tabelle 4.5-3: Präzisionsmiren im Einsatz für das Landesnivellement seit 1903

Wichtig für die späteren Berechnungen ist die Tatsache, dass hauptsächlich die eingesetzten Lattentypen und weniger die Instrumente die Qualität der Messungen bestimmten (s. Kapitel 5.5). Die Landestopografie (L+T) legte von Anfang an grosses Gewicht auf die Kalibrierung der Latten, auch wenn die Verhältnisse im Prüfraum die tatsächlichen Verhältnisse im Feld nicht mit letzter Sicherheit wiedergeben konnten. Ab 1903 besass die L+T einen eigenen Komparator der *société genevoise pour la construction d'instruments de physique et de mécanique à Genève*, dessen Eichstab regelmässig bei den offiziellen Behörden geprüft wurde. Anfänglich wurden die

[22] Die Jahrzahlen beziehen sich auf den erstmaligen resp. den letzten Einsatz des *Lattentyps* im LN

[23] Nummerierung der Miren in den Akten des LN

[24] Für Spezialmessungen stehen heute noch Invar-Miren mit cm-Teilung zur Verfügung

Metall- und Invarstäbe kalibriert, welche für die Abgleichung der Reversionsmiren im Felde im Einsatz waren. Ab 1914 wurden die Invarband-Miren jeweils zu Beginn und am Ende der Feldsaison im Keller der Landestopografie auf dem Komperator abgeglichen [Favre 1947]. Von 1984 bis 1996 führte die L+T die Prüfung der Latten am Eidgenössischen Amt für Messwesen (EAM, heute METAS) durch; dieses Amt verfügte über einen Komparator mit eingebautem Laserinterferometer. Die Arbeiten wurden ab 1996 an das IGP-ETHZ delegiert. Der Komperator dieses Instituts basiert ebenfalls auf der Laserinterferometrie. Zudem sind für die Kontrolle der Strichcode-Latten die Ablesungen mit einem CCD-Zeilensensor automatisiert worden. Der Ausdehnungskoeffizient der Invarbänder wurde zudem in der Klimakammer bestimmt.

4.5.1.3 Beobachter und Gehilfen

Hinter Messnetzen, Linienmessungen und Instrumentarium stecken immer Personen, welche die Arbeiten auf die eine oder andere Art und Weise prägten. Es würde den Rahmen sprengen, alle Beteiligten namentlich zu erwähnen. Allein ca. 80 Beobachter standen zwischen 1903 - 2004 im Einsatz für das LN, darunter klingende Namen wie Hilfiker (1903 - 1912), Gassmann (1903 - 1926), Favre (1915 - 1944), Hunziker (1926 - 1956), Untersee (1929 - 1955), Gubler (1968 - 1983) und viele mehr. Umso erstaunlicher ist es, dass ein zentraler Bestandteil der Arbeiten, nämlich die Vorbereitung der Messlinien mit dem Versetzen der Fixpunkte und den Hilfsnieten, seit der namentlichen Erfassung von 1924 an nur von 13 Sachbearbeitern geleistet wurde. Georges Roux prägte diese Arbeiten von 1938 - 1979 wesentlich, erstaunlicherweise ohne je an einer Neumessung beteiligt gewesen zu sein.

Die historischen Informationen zum Kapitel 4.5.1 stammen von [Hilfiker 1905], [Hilfiker und Niethammer 1910] und [Zölly 1948]. Eine wichtige Arbeit ist auch die Neuerfassung des Verzeichnisses der Linien des Landesnivellements seit 1903 [Bruderer und Mattli 1998].

Abbildung 4.5-7: Messequipe im Landesnivellement zu Beginn des 20. Jahrhunderts

4.5.1.4 Die Digitalisierung der Landesnivellementmessungen

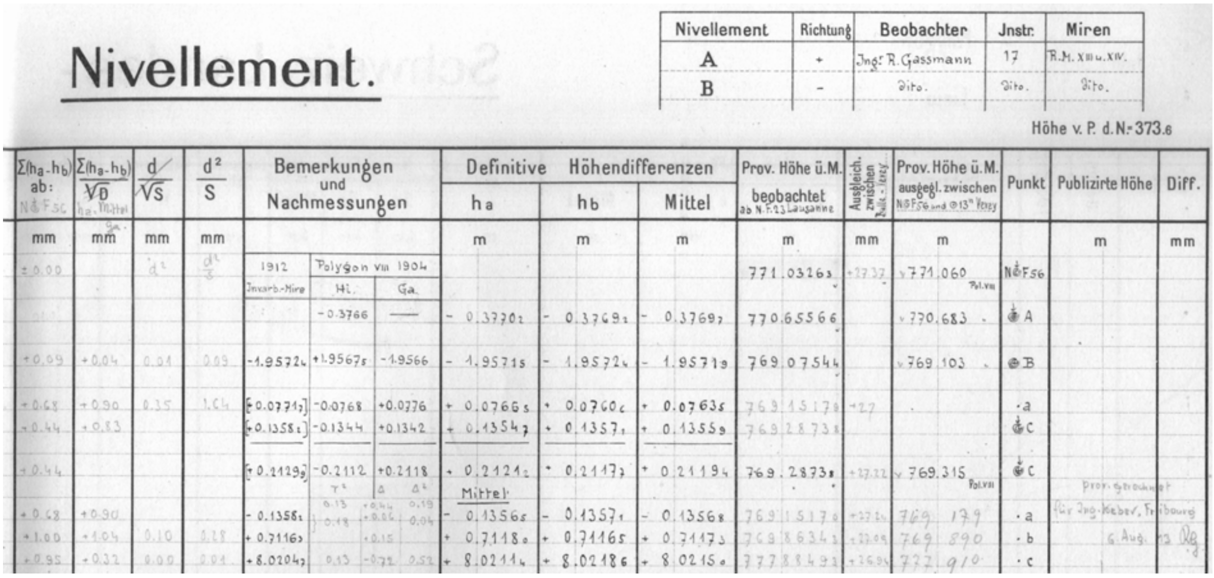
Um die umfangreichen LN-Daten seit 1903 für die Berechnungen im Projekt LHN95 auf elektronischen Datenträgern verfügbar zu machen, mussten sie aus den handschriftlichen Zusammenstellungen der Messungen und den Höhenberechnungen (sog. Faszikel) erfasst werden (s. Abb. 4.5-8). Ein Faszikel umfasst jeweils die rohen, um die Latteneichwerte korrigierten Höhendifferenzen der Hin- und Rückmessung eines Linienabschnittes, welche zuerst gemittelt, anschliessend zu beobachteten Nivellementhöhen aufsummiert und zuletzt in die Knotenpunkte mit bestehenden Höhen proportional zum Messweg (linear) eingezwängt werden. Erst ab 1984 waren die Messungen auf elektronischen Datenträgern verfügbar und konnten automatisch neu

aufbereitet werden.

Die Erfassung dieser Messung war ein zentraler Punkt des Projektes LHN95 und beschäftigte mehrere Sachbearbeiter der Landestopografie und temporäre, speziell für diese Arbeit eingesetzte Aushilfen von 1996 bis ca. 2001. Die eigentliche Digitalisierung der Daten ist ein mehrstufiges Verfahren mit folgendem Grobablauf:

1. **Zuordnung einer eindeutigen Ordnungsnummer**: Um den Fixpunkten ihre eindeutige Ordnungsnummer zuzuordnen, mussten teilweise die ältesten Punktverzeichnisse seit 1920 konsultiert werden.
2. **Erstellen einer Punktdatei**: Von sämtlichen noch existierenden Fixpunkten wurden deren Attribute aus der bestehenden LN-Datenbank in eine Punktdatei kopiert und mit den zerstörten oder gelöschten Punkten sowie den Hilfsnieten ergänzt.
3. **Erstellen eines Steuerfiles**: Damit mit der Erfassung der Messungen die Berechnung der beobachteten Höhen automatisiert werden konnte, musste die Hierarchie der Linie (Mess- und Berechnungsablauf entlang der Linie inkl. aller Abzweigungen) vorgängig definiert werden.
4. **Erfassen der Messungen**: Hin- und Rückmessungen sowie die Messdistanz wurden aus den Faszikeln erfasst. Die Berechung der beobachteten Höhen erfolgte automatisch im Programm EXCEL und diente zur Kontrolle der Erfassungsarbeit (s. Tab. 4.5-4)
5. **Export in ein (ASCII)-Resultatfile**: Die EXCEL-Dateien wurden in ein ASCII-File exportiert. Von jedem erfassten Faszikel existiert eine ASCII-Datei als Grunddatei für die Berechnungen in LHN95.

Details zu den Erfassungsarbeiten sind in [Näf 1997] dokumentiert.



Nivellement.

Nivellement	Richtung	Beobachter	Jnstr.	Miren
A	+	Jng.r R. Gassmann	17	R.M. XIII u. XIV.
B	-	dito.	dito.	dito.

Höhe v. P. d. N.- 373.6

Σ(ha-hb) ab: N.F56	Σ(ha-hb)/√D ha. Mittel Ga.	d/√s	d²/S	Bemerkungen und Nachmessungen			Definitive Höhendifferenzen ha	hb	Mittel	Prov. Höhe ü.M. beobachtet ab N.F.23 Lausanne	Ausgleich. zwischen Bulle - Vevey	Prov. Höhe ü.M. ausgegl. zwischen N.F56 und 13ᵃ Vevey	Punkt	Publizirte Höhe	Diff.
mm	mm	mm	mm				m	m	m	m	mm	m		m	mm
±0.00		d²	d²/s	1912	Polygon VIII 1904					771.0326$_3$	+27.37	771.060 Pol. VIII	N.F56		
				Invarb.-Mire	Hi.	Ga.									
					-0.3766	——	-0.3770$_2$	-0.3769$_2$	-0.3769$_7$	770.65566		770.683	A		
+0.09	+0.04	0.01	0.09	-1.9572$_4$	+1.9567$_5$	-1.9566	-1.9571$_5$	-1.9572$_4$	-1.9571$_9$	769.07544		769.103	B		
+0.68	+0.90	0.35	1.64	[+0.0771$_7$]	-0.0768	+0.0776	+0.0766$_5$	+0.0760$_6$	+0.0763$_5$	769.15179	+27		a		
+0.44	+0.83			[+0.1358$_2$]	-0.1344	+0.1342	+0.1354$_7$	+0.1357$_1$	+0.1355$_9$	769.28738			c		
+0.44				[+0.2129$_9$]	-0.2112	+0.2118	+0.2121$_2$	+0.2117$_3$	+0.2119$_4$	769.2873$_8$	+27.22	769.315 Pol. VIII	c		
					r²	Δ Δ²	Mittel							prov. gerechnet	
+0.68	+0.90			-0.1358$_1$	0.13 0.18	+0.44 +0.06 0.19 0.04	-0.1356$_5$	-0.1357$_1$	-0.1356$_8$	769.15170	+27.24	769.179	a	für Ing. Weber, Fribourg	
+1.00	+1.04	0.10	0.28	+0.7116$_3$		+0.15	+0.7118$_0$	+0.7116$_5$	+0.7117$_3$	769.86343	+27.09	769.890	b	6. Aug. 13	Rg
+0.95	+0.32	0.00	0.01	+8.0204$_7$	0.13	-0.72 0.52	+8.0211$_4$	+8.0218$_6$	+8.0215$_0$	777.88493	+26.94	777.910	c		

Abbildung 4.5-8: Handschriftliches Faszikel (Ausschnitt aus der Linie Faszikel 8: Bulle - Lausanne - Fribourg 1912; Schrift R. Gassmann)

Bulle-Lausanne-Yverdon-Fribourg									Hin	Rück	Dist.[m]	Δ	gem. Höhe	Σ Dist	Datum	Anzahl	D*D/r	Gr.	T
	.0	Bulle																	
FR	54	T3H	56	771.05900					0.00000	0.00000	0	0	771.03263	0					
FR	53	T4H	A	770.68200	FR	54	T3H	56	-0.37702	0.37692		-10	770.65566	0	Mai 12			1	
FR	52	T4V	B	769.10200					-1.95715	1.95724	91	9	769.07544	91	Mai 12	3	0.89	1	
FR	51	T4H	C	769.31300					0.21212	-0.21177	153	35	769.28738	244	Mai 12	4	8.01	1	
FR	2*	T0V	A	0.00000					-0.13565	0.13571	60	6	769.15170	304	Mai 12	2	0.60	1	
FR	3*	T0V	B	0.00000					0.71180	-0.71165	363	15	769.86343	667	Mai 12	8	0.62	1	
FR	4*	T0V	C	0.00000					8.02114	-8.02186	355	-72	777.88493	1022	Mai 12	8	14.60	1	
FR	5*	T2V	D	0.00000					11.97099	-11.97131	411	-32	789.85608	1433	Mai 12	9	2.49	1	
FR	6*	T0V	E	0.00000					10.44400	-10.44378	352	22	800.29997	1785	Mai 12	8	1.38	1	
FR	7*	T0V	F	0.00000					10.98528	-10.98527	498	1	811.28524	2283	Mai 12	11	0.00	1	
FR	8*	T0V	G	0.00000					-9.24940	9.24933	378	-7	802.03588	2661	Mai 12	9	0.13	1	
FR	9*	T0V	H	0.00000					-3.68716	3.68793	318	77	798.34833	2979	Mai 12	7	18.64	1	
FR	10*	T0V	I	0.00000					6.99102	-6.99094	385	8	805.33931	3364	Mai 12	9	0.17	1	
FR	11*	T0V	K	0.00000					-1.75926	1.76008	268	82	803.57964	3632	Mai 12	6	25.09	1	
	3.6	Vuadens																	
FR	12*	T0V	L	0.00000	FR	11*	T0V	K	2.16534	-2.16543		-9	805.74503	3632	Mai 12			1	
FR	173	T5H	354	807.24800	FR	12*	T0V	L	1.48545	-1.48528		17	807.23039	3632	Mai 12			1	
FR	202y	T5H	A	0.00000	FR	173	T5H	354	-1.11794	1.11813		19	806.11236	3632	Mai 12			1	
FR	200y	T4H	B	0.00000	FR	173	T5H	354	-0.97699	0.97699		0	806.25340	3632	Mai 12			1	
FR	13*	T0V	A	0.00000					-2.06360	2.06319	502	-41	801.51625	4134	Mai 12	11	3.35	1	

Tabelle 4.5-4: Erfassung der Messungen und automatische Berechung der Höhen in EXCEL (gleicher Ausschnitt wie Abb. 4.5-8)

```
$$HH  Bulle-Lausanne-Yverdon-Fribourg            aus Excel        20.02.97 15:02
$$+05        +05.2      -13        -13.1      $$01  61.90    BULLE - VEVEY
#   0.0    Bulle
FR   54  T3H 56    771.05900                      0  771.03263  0.000
FR   53  T4H A     770.68200 FR   54  T3H 56        770.65566  0.000 1912.3    1
FR   52  T4V B     769.10200                     91  769.07544  0.091 1912.3  3 1
FR   51  T4H C     769.31300                    153  769.28738  0.244 1912.3  4 1
FR    2* T0V A       0.00000                     60  769.15170  0.304 1912.3  2 1
FR    3* T0V B       0.00000                    363  769.86343  0.667 1912.3  8 1
FR    4* T0V C       0.00000                    355  777.88493  1.022 1912.3  8 1
FR    5* T2V D       0.00000                    411  789.85608  1.433 1912.3  9 1
FR    6* T0V E       0.00000                    352  800.29997  1.785 1912.3  8 1
FR    7* T0V F       0.00000                    498  811.28524  2.283 1912.3 11 1
FR    8* T0V G       0.00000                    378  802.03588  2.661 1912.3  9 1
FR    9* T0V H       0.00000                    318  798.34833  2.979 1912.3  7 1
FR   10* T0V I       0.00000                    385  805.33931  3.364 1912.3  9 1
FR   11* T0V K       0.00000                    268  803.57964  3.632 1912.3  6 1
#   3.6    Vuadens
FR   12* T0V L       0.00000 FR   11* T0V K         805.74503  3.632 1912.3    1
FR  173  T5H 354   807.24800 FR   12* T0V L         807.23039  3.632 1912.3    1
FR  202y T5H A       0.00000 FR  173  T5H 354       806.11236  3.632 1912.3    1
FR  200y T4H B       0.00000 FR  173  T5H 354       806.25340  3.632 1912.3    1
FR   13* T0V A       0.00000                    502  801.51625  4.134 1912.3 11 1
```

Tabelle 4.5-5: Aus EXCEL exportierte ASCII-Datei als Grunddatenformat für die Berechnung in LHN95 (gleicher Ausschnitt wie Abb. 4.5-8 und Tab. 4.5-4)

4.5.2 Schweremessungen

Fast alle geodätischen Messungen wie Nivellement, Höhenwinkel, Kreiselazimute etc. werden mehr oder weniger vom Schwerefeld beeinflusst. Eine grosse Bedeutung haben die Äquipotentialflächen, besonders natürlich das Geoid, also jene Fläche, welche mit dem mittleren Meereshorizont zusammenfällt. Daher geniessen die Schweremessungen, welche den Betrag des örtlichen Schwerevektors bestimmen, einen Stellenwert in der geodätischen Landesvermessung. Die traditionelle gravimetrische Landesvermessung lässt sich in drei wichtige, traditionelle Hauptaufgaben unterteilen:

1. Das *Schweregrundnetz* (oder auch *Landesschwerenetz*) ist quasi der diskrete, übergeordnete Referenzrahmen für alle relativen Schweremessungen, ähnlich den übergeordneten geodätischen Lage- und Höhenbezugsrahmen.
2. Schwermessungen entlang den Präzisions-Nivellementlinien: Diese Messungen für die Berechnung der geopotentiellen Koten sind wegen der nicht vorhandenen Parallelität der Niveauflächen unverzichtbar (s. Kapitel 2).
3. Die gravimetrische Landesaufnahme befasst sich mit den flächendeckenden Schwereaufnahmen für geophysikalische Untersuchungen und Kartierungen (gravimetrischer At-

las). Ursprünglich keine Domäne der geodätischen Gravimetrik gewinnt sie zunehmend an Bedeutung für die Geodäsie, insb. die Geoidbestimmung und die Interpolation von Schwerewerten auf beliebigen Punkten.

Für die Berechnung des neuen Landeshöhennetzes LHN95 sind vor allem die Punkte 2 und 3 massgebend, auch wenn die relativen Schweremessungen letztendlich auf den Ausgangswerten eines Schweregrundnetzes beruhen. Zurzeit sind Arbeiten für eine neue gravimetrische Landesvermessung unter der Bezeichnung Landesschwerenetz 2004 (LSN2004) im Gange [Marti und Schneider 2004]. Sie beinhalten eine Aktualisierung (Neumessung) und das Zugänglichmachen der bisherigen Schweremessungen der Schwerenetze 0.- (Stationen mit Absolutmessungen) bis 2. Ordnung (LV95-Hauptpunkte) und der 3. Ordnung (Messungen entlang dem LHN).

Die ältesten, in den nachfolgenden Berechnungen verwendeten Schweremessungen gehen zurück auf Arbeiten in den Jahren 1953 bis 1957. Damals wurden unter der Leitung der SGK und in Zusammenarbeit zwischen dem Bundesamt für Landestopographie und der ETH Zürich ein neues Schweregrundnetz mit 123 Stationen (alles Punkte des damaligen LN) gemessen. Zudem wurde eine spezielle Testschleife für gravimetrische Einzelaufnahmen (Polygon XVII des LHN) mit 549 Stationen erstellt sowie 864 gravimetrische Messungen auf den Schweizerischen Teilstücken des UELN durchgeführt. All diese Messungen wurden mit *Worden-Gravimetern* der Firma Texas Instruments Inc. durchgeführt [Hunziker 1959], [Hunziker 1962] und [Gassmann 1962].

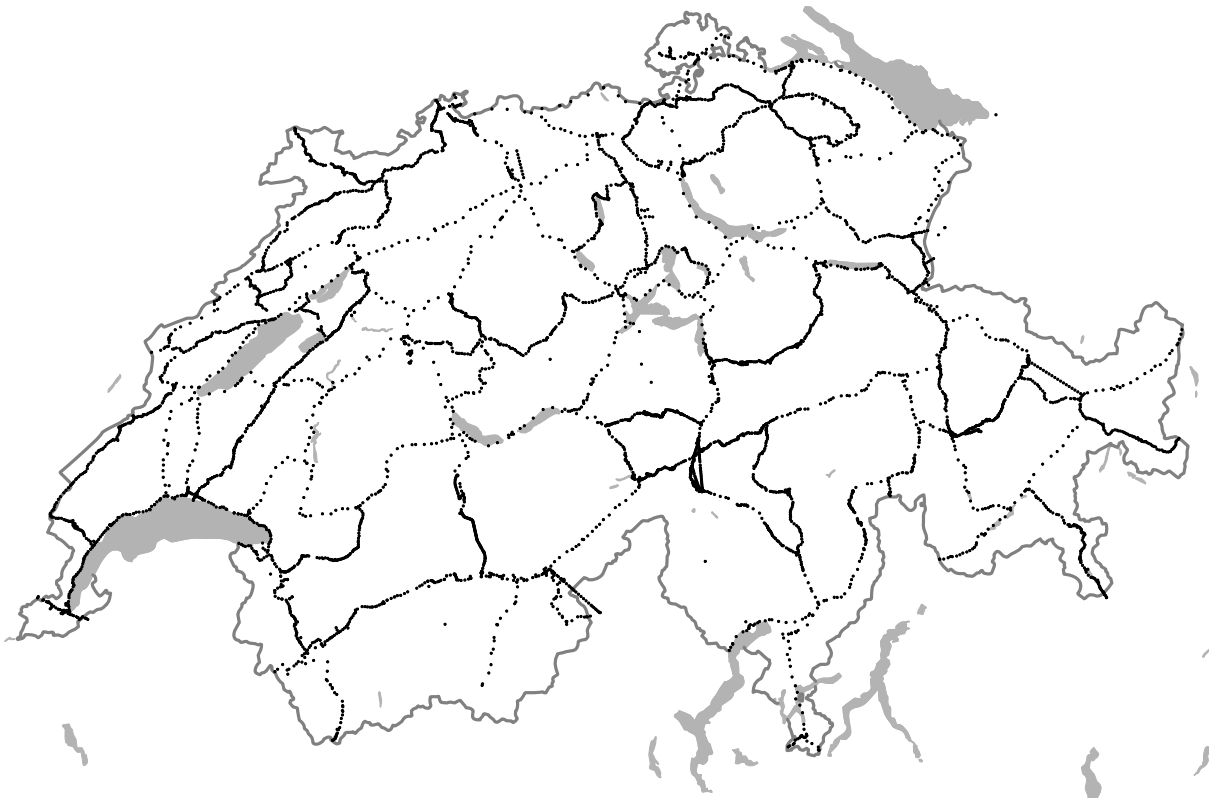


Abbildung 4.5-9: Schweremessdaten entlang des Landeshöhennetzes LHN (Stand Ende 2004, Netz 3. Ordnung des LSN2004)

Diese Schweremessungen sind teilweise noch heute Bestandteil des sog. Schwerenetzes 3. Ordnung des LSN2004. Insbesondere einige Abschnitte der UELN-Schweremessungen sind nach wie vor die massgebenden Daten für die Berechnung der Potentialdifferenzen im LHN95. Die Dichte der Messungen wurde gemäss den Vorgaben aus dem Jahre 1955 der IAG-Kommission für die Ausgleichung der europäischen Nivellementsnetze nach folgenden Kriterien gewählt:

Region	Abstand	Höhendifferenz
Ebene (Mittelland)	ca. 4 km	-
Voralpen (mittlere Höhen-diff.)	< 2 km	< 50 m
Gebirge	< 1.5 km	max. 100 m

Tabelle 4.5-6: Kriterien für die ersten Schweremessungen entlang dem LN

In Abb. 6.5-9 ist diese Verteilung vor allem in den dünn besetzten Linien entlang dem Jurasüdfuss gegenüber den Passlinien gut erkennbar.

Seit 1974 bis Ende 2003 erfolgten die Messungen regelmässig mit einem *LaCoste&Romberg Gravimeter Typ G* im Auftrag der SGK. Sie wurden durch das IGP der ETH Zürich jeweils auf den aktuellen Linien des LHN gemessen, welche im selben Jahr auch nivelliert wurden. Mit der Übernahme dieser Messungen durch Prof. E. Klingelé (ebenfalls IGP-ETHZ) im Jahre 1989 wurde die Messdichte signifikant erhöht. Seit 2004 werden diese Messungen von der swisstopo mit gleichem Instrumentarium in eigener Regie durchgeführt [Marti und Schneider 2004, Schlatter et. al. 2004]. Bis Ende 2004 wurden ca. 5'000 Haupt- und Hilfspunkte des LHN entlang praktisch aller Haupt- und Nebenlinien beobachtet (s. Abb. 4.5-9). Sie erlauben eine zuverlässige Berechnung der Potentialdifferenzen.

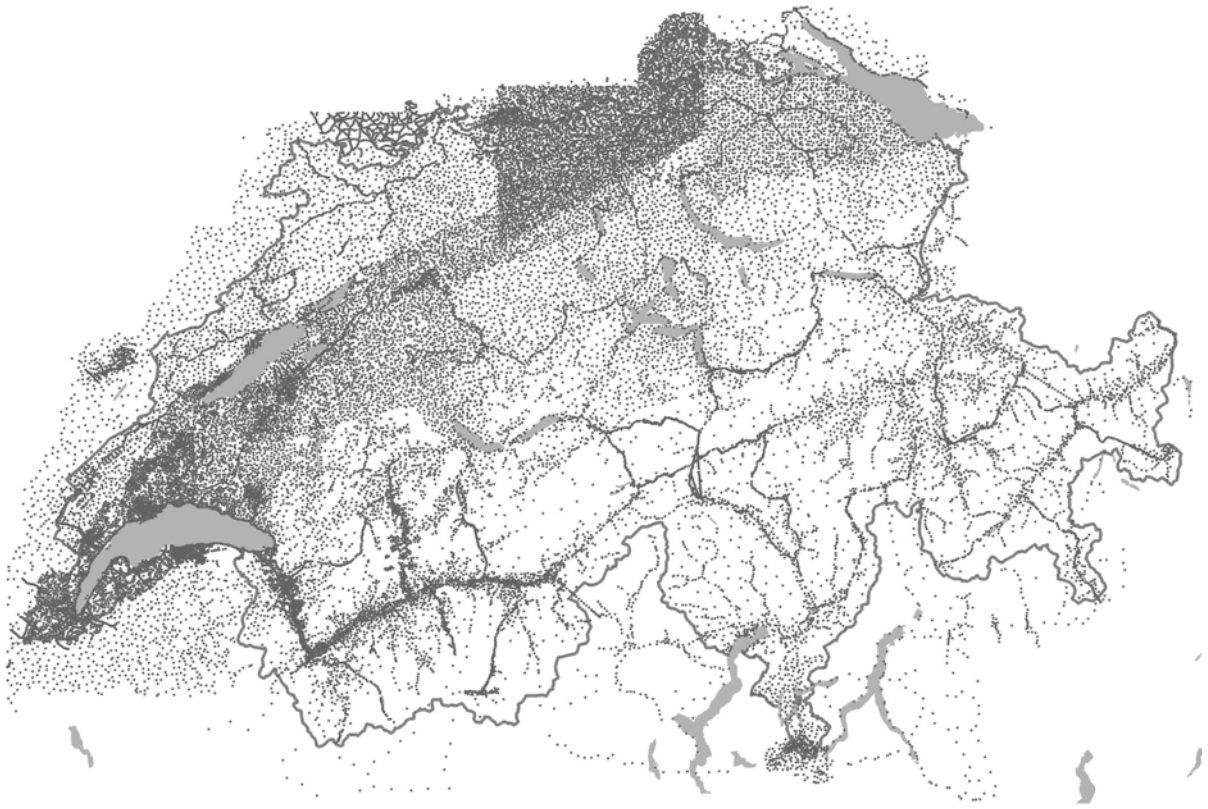


Abbildung 4.5-10: Datensatz der gravimetrischen Landesaufnahme der SGPK

Der umfangreiche Schweredatensatz der Schweizerischen Geophysikalischen Kommission (SGPK) für die gravimetrische Landesaufnahme und die Herstellung der Schwerekarten (z. B. Bougueranomalien) ist kein Bestandteil des LSN2004 [SGPK, Grav. Atlas der Schweiz]. Trotzdem ist er für die Berechnung des LHN95 von zentraler Bedeutung. Die ca. 30'000 Punkte der SGPK wurden mit den 5'000 Punkten des Netzes 3. Ordnung LSN2004 verschmolzen und werden mit den Neumessungen entlang dem LHN laufend ergänzt. Sie bilden die Grunddaten für die Interpolation von Oberflächenschwerewerten auf beliebigen, koordinaten- und höhenmässig bekannten Punkten innerhalb der Schweiz (s. Abb. 4.5-10). Das Netz 3. Ordnung des LSN2004

wird dadurch an Bedeutung verlieren. Künftig können mit den Daten des gravimetrischen Atlas entlang allen Linien mit genügender Genauigkeit Oberflächenschwerewerte für die Berechnung der Potentialdifferenzen interpoliert werden.

Die Berechnung der Potentialdifferenzen und die Interpolation von Schwerewerten sind in den Kapiteln 5. 3 und 7.4 beschrieben.

4.5.3 GPS-Messungen

Die GPS-Höhenmessungen spielen eine entscheidende Rolle bei der kombinierten Ausgleichung zusammen mit den Nivellementmessungen und dem Geoidmodell zur Herleitung eines konsistenten Höhenrahmens (Kapitel 8 und 9). Die in diesem Zusammenhang berücksichtigten GPS-Daten stammen von Messungen der swisstopo im GPS-Netz LV95 und dem übergeordneten europäischen Rahmen (ETRF) aus den Jahren 1988 – 2004. All diese Messungen sind in den Berichtsreihen zur neuen Landesvermessung LV95 (LTBer: Berichte aus der Landestopographie resp. swisstopo DOKU) ausführlich dokumentiert. Eine Übersicht der sog. GPS/Nivellementpunkte innerhalb des GPS-Netzes LV95 ist in Abb. 8.4-1 dargestellt.

4.5.4 Geoidmodelle

Geoidmodelle sind keine eigentlichen Messdaten sondern das Endprodukt in Form einer Bezugsfläche aus unterschiedlichen Messarten wie Lotabweichungen, Schweremessungen, GPS/Nivellement-Messungen und den verfügbaren Massen- und Dichtemodellen. Die von den GPS- und Nivellementmessungen unabhängigen Geoidundulationen (aus astrogeodätischer- und/oder gravimetrischer Geoidbestimmung) sind wiederum wichtige Ausgangsdaten für die Ermittlung eines konsistenten Höhenrahmens. In der Schweiz sind bisher 3 astrogeodätische Geoidmodelle publiziert worden: das Geoid von Elmiger (1975), das Geoid von Gurtner (1978) und die sog. Marti-Geoidmodelle (CHGeo98 [Marti 2002] und CHGeo2004). Die Arbeiten beruhen jeweils auf den erweiterten Daten und verfeinerten Modellen ihrer Vorgänger. Daneben existiert ein weiteres Geoidmodell, das sog. gravimetrische Geoid der Schweiz [Geiger 1990].

Die letztendlich für LHN95 verwendeten Ausgangsdaten sind wie die GPS-Daten im Kapitel 8 beschrieben.

5 Kinematische Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen und Berechnung der geopotentiellen Koten

5.1 Einleitung

Geodätische Netzausgleichungen in der Raum-Zeit-Domäne werden als *kinematische Ausgleichungen* bezeichnet. Die kinematische Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen ist das Kernstück der Berechnungen für das neue Landeshöhennetz der Schweiz. Diese Berechnungen liefern zum einen die ausgeglichenen geopotentiellen Koten für die Ableitung der strengen Höhen. Zum anderen resultieren aus den kinematischen Ausgleichungen auch die "zeitlichen Höhenänderungen" der Fixpunkte, welche im Kapitel 6 unter dem Stichwort 'rezente vertikale Bewegungen' dargelegt und interpretiert werden.

Sämtliche Berechnungen zu diesem Kapitel beruhen auf den Programmen, welche ursprünglich von Erich Gubler (swisstopo) in den 80er-Jahren entwickelt wurden. Die Idee und die Theorie zu diesen Programmen wurden in [Gubler et al. 1984] erstmals dokumentiert und dienten anfänglich einzig dazu, aus den Landesnivellement-Messungen rezente vertikale Bewegungen der obersten Erdkruste zu detektieren. In der Zwischenzeit wurden die Programme KINETZ und KINEPOT weiter entwickelt, um nebst den vertikalen Änderungen auch ausgeglichene geopotentielle Koten der Höhenfixpunkte zu berechnen. Die beiden Programme unterscheiden sich wie folgt:

KINETZ: Berechnung von Potentialdifferenzen aus Nivellement- und Schweremessungen; Reduktion der Linienmessungen des Landesnivellements auf ausgewählte Hauptpunkte. Netzausgleichung mit Potentialdifferenzen nach der Methode der kleinsten Quadrate (MdkQ) unter gleichzeitiger Schätzung von zeitlichen Änderungen der Potentiale.

KINEPOT: Netzausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate unter gleichzeitiger Schätzung von zeitlichen Änderungen der Potentiale.

KINEPOT unterscheidet sich von KINETZ insofern, dass es nur den kinematischen Netzausgleichungs-Teil umfasst. Dafür können in KINEPOT anstelle der Potentialdifferenzen auch reine Höhendifferenzen ausgeglichen werden.

In den ersten drei Unterkapiteln 5.2 - 5.5 ist der Ablauf der Berechungen und der theoretische Hintergrund beschrieben. Die beiden nachfolgenden Kapitel behandeln den Aufbau und die Ergebnisse der kinematischen Ausgleichung von Landesnivellement-Linien am Beispiel der Lösung für die unverzwängten Höhenrahmen *CHVRF04/LHN95* (s. Kapitel 4).

5.2 Ablaufschema zur Berechnung der geopotentiellen Koten der Hauptpunkte

Das Schema in Abb. 5.2-1 und die nachfolgenden Beschreibungen gliedern den Berechnungsablauf von den ausgewerteten Nivellement-Messungen bis zu den ausgeglichenen geopotentiellen Koten.

1. **Berechnung der unverzwängten Potentialdifferenzen:**
   Die Ausgangsdaten sind die einzelnen Nivellement-Linienmessungen (Faszikel[25]) aus den Daten des LHN sowie die Schweremessungen entlang den LN-Linien. Faszikelweise werden die beobachteten Höhen mit Hilfe der Schweremessungen zwangsfrei in Potentialdifferenzen umgerechnet ($\Delta C = \sum g_i' \cdot \delta H_i'$, 2.3-3).

[25] Ursprünglich ist ein Faszikel im Landesnivellement die Zusammenstellung der Messungen zur Berechnung der beobachteten Höhen und der Gebrauchshöhen LN02 entlang der neu vermessenen Linie. Die Faszikel sind fortlaufend nummeriert. Diese eindeutige Struktur wird auch für die Berechnung der geopotentiellen Koten beibehalten.

2. Reduktion der Messungen auf die Hauptpunkte:
Die Messungen werden auf die Hauptpunkte reduziert. Hauptpunkte sind die Knotenpunkte (Verbindungen zwischen den Faszikeln und eigentlichen Knoten der Schlaufen des LN) sowie ausgewählte, a priori als stabil geltende Punkte des LN. Dazu werden die einzelnen Potentialdifferenzen zwischen diesen Punkten aufsummiert und die dazwischen liegenden Hilfspunkte aus den Daten eliminiert. Dadurch wird die nachfolgende kinematische Ausgleichung (4.) im Voraus von störenden oder überflüssigen (Hilfs-) Punkten des LN befreit. Aus diesem Arbeitsschritt resultieren wiederum einzelne Faszikel mit minimal gelagerten, geopotentiellen Koten als Ausgangsdaten für die kinematische Ausgleichung (s. Kapitel 5.3).

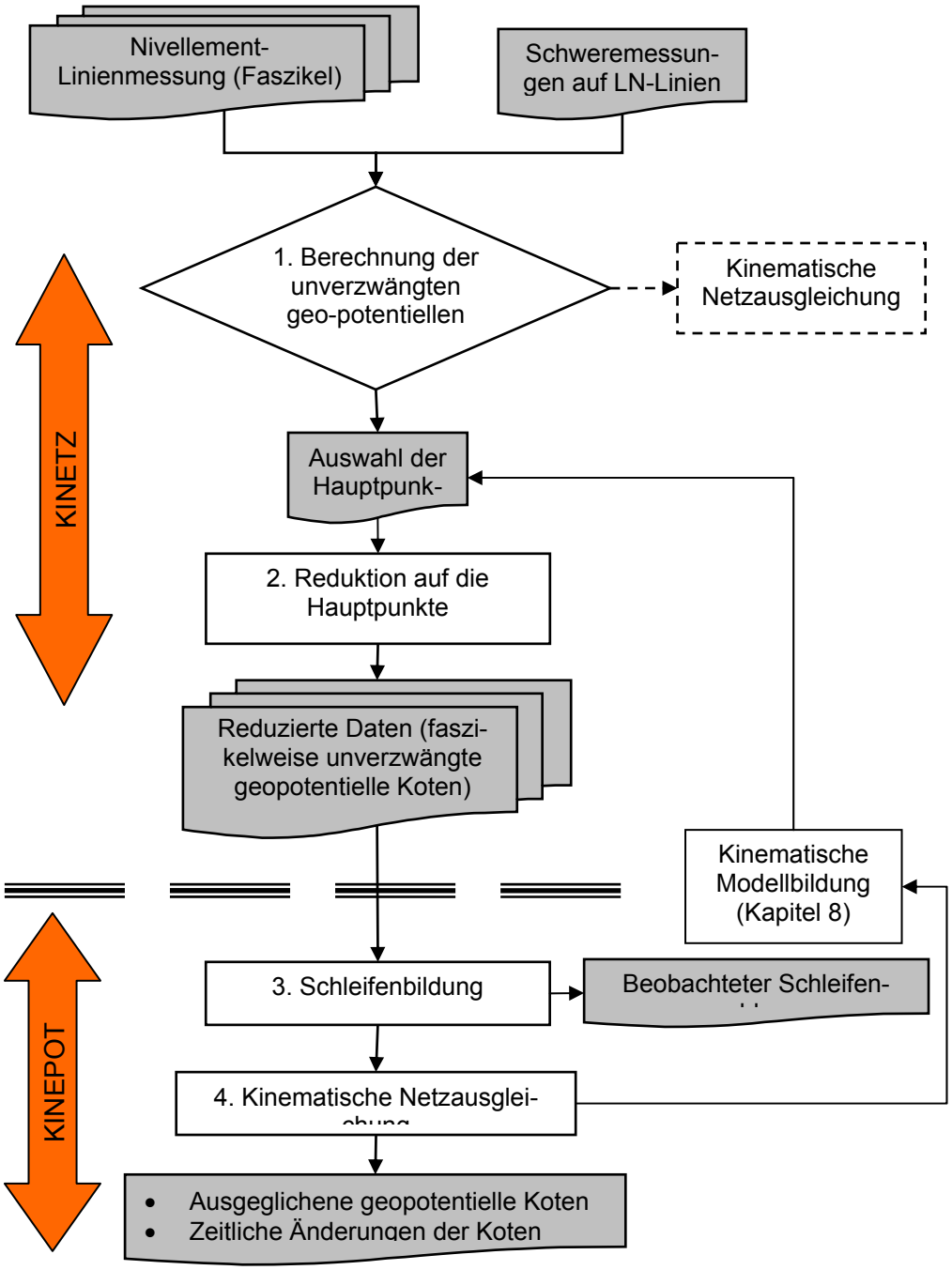


Abbildung 5.2-1: Schematischer Ablauf zur Berechung der ausgeglichenen geopotentiellen Koten der Hauptpunkte

3. **Schleifenbildung:**
   Vorgängig der eigentlichen Netzausgleichung werden die Potentialdifferenzen der einzelnen Linienelemente (Faszikel) zu Schleifen aufaddiert. Da der Erwartungswert 0 beträgt, sind diese Schleifenschlüsse wichtige Kontrollen zur korrekten und vollständigen Berechnung der Netze (s. Kapitel 5.5).

4. **Kinematische Netzausgleichung:**
   Kernstück zur Berechnung der ausgeglichenen geopotentiellen Koten ist die kinematische Ausgleichung. Die Theorie zu dieser Berechnung ist in Kapitel 5.4 erläutert. Hauptresultate sind die ausgeglichenen Koten, deren zeitlichen Änderungen und die stochastischen Angaben a posteriori zur Gesamtausgleichung und zu den einzelnen Punkten.

5.3 Berechnung der beobachteten Potentialdifferenzen und Reduktion auf die Hauptpunkte

Zur Berechnung der beobachteten (unverzwängten) Potentialdifferenzen stehen zwei Grunddatensätze zur Verfügung:

1. Die erfassten Rohmessungen des Landesnivellements (Kapitel 4.5)
2. Die Schweremessungen entlang dem Landesnivellement (Kapitel 4.5)

Insgesamt liegen die Messungen des Landesnivellements von 1902 bis zum Jahre 2004 in ca. 290 erfassten oder berechneten Faszikeln (Messabschnitte des Landesnivellements) vor. Die durchschnittliche Länge eines Faszikels beträgt in etwa 40 km. Die Daten sind in Linienmessungen und kürzeren Abzweigungen hierarchisch gegliedert. Der durchschnittliche Abstand zwischen den Punkten beträgt etwa 0.3 – 0.5 km. Vom grössten Teil des Landeshöhennetzes liegen zwei Messepochen vor. Einzelne Linien wurden bis zu vier Mal beobachtet.

Die Schweremessungen wurden in einzelne Polygonabschnitte gegliedert. Natürlich wurden nicht auf allen Punkten des Landesnivellements Schweremessungen durchgeführt. Der Punktabstand ist unterschiedlich. Seit ca. 1980 werden parallel zu den Neumessungen des Landesnivellements systematisch Schweremessungen durchgeführt. Auf diesen Linien ist der Abstand in flachem Gebiet ≤ 1 - 2 km und auf den steileren Abschnitten ≤ 100 Höhenmeter. Auf den älteren Linien liegen die Messungen wesentlich dünner vor; der Abstand beträgt hier ≤ 2 - 5 km. Die Abbildung 4.5-9 gibt einen Eindruck über die Verteilung der Schweremessungen. Auf wenigen Abschnitten, insbesondere den neueren kantonalen Netzverbindungen (HFP2-Linien) liegen keine gemessenen Schweren vor. Hier wurden die Werte aus dem Datensatz der SGPK interpoliert (s. Kapitel 4.5). Tests mit gemessenen Linien im Mittelland haben gezeigt, dass mit der Kollokationsmethode eine Genauigkeit von besser als ±1-2 mgal erreicht wird (s. Kapitel 7.4), was für die Berechnung der Potentialdifferenzen ausreichend ist.

Das Verfahren von den rohen Nivellementmessungen bis zu den auf die Hauptpunkte reduzierten freien geopotentiellen Koten durchläuft drei Schritte:

1. **Interpolation von Schwerewerten für alle Messpunkte**
   Um die einzelnen Höhendifferenzen in Potentialdifferenzen umzurechnen, muss von jedem Start- und Endpunkt einer Differenz ein Schwerewert vorliegen. Zwischen den gemessenen Schweren entlang der LN-Linie müssen dazu zusätzliche Werte interpoliert werden. Grundsätzlich könnten diese Werte aus dem SGPK-Datensatz prädiziert werden. Vorraussetzung dazu wäre, dass für sämtliche Hilfspunkte und auch für die nicht mehr existenten HFP Lage-Koordinaten vorliegen, was leider nicht der Fall ist. Diese Koordinaten nachträglich zu erfassen, wäre ein enormer Aufwand, der sich nicht lohnt.

   Die direkte Zuordnung der Schweremessungen zu den Nivellementpunkten erfolgt über die Punktnummer. Wo keine identischen Punkte vorliegen (dies ist bei älteren Schweremessungen oft der Fall), wird die Zuordnung resp. die Interpolation mit Hilfe der Kilometrierung der beiden Messlinien realisiert.

   KINETZ ermöglicht nun zwei Berechnungsarten:

1. Schätzung eines Höhengradienten (mgal·m^{-1}) zwischen den Schweremessungen und lineare Interpolation der dazwischen liegenden Punkte in Abhängigkeit der Höhe.
2. Vorgabe eines fixen Höhengradienten und höhenabhängige Extrapolation jeweils von der letzten Schweremessung bis zum Zwischenpunkt.

In lokaler Umgebung (< 1-2 km) ist die Schwereänderung in erster Linie mit der Höhenänderung korreliert. Methode 1 besticht dadurch, dass der Höhengradient direkt aus den Messungen geschätzt wird. Empirische Versuche haben jedoch gezeigt, dass diese Methode gerade in flachen Messabschnitten versagt. Liegen die beiden Schwere-Messpunkte auf gleicher Höhe, so werden (wegen der Division durch Werte nahe 0) fehlerhafte resp. nicht signifikante Gradienten berechnet. Weisen dann die Zwischenpunkte bereits geringe Höhenunterschiede auf, liefert Methode 1 die wesentlich schlechteren Resultate als Methode 2.

Aus diesem Grunde wurde beschlossen, sämtliche Schwereinterpolationen auf den LN-Linien nach Methode 2 durchzuführen. Der Schweregradient wurde dabei zu:

-0.20 mgal·m^{-1}

festgelegt, was der Summe des Freiluftgradienten und des höhenabhängigen Einflusses der Bouguer-Plattenreduktion entspricht. Der Freiluftgradient beträgt näherungsweise -0.3086 mgal·m^{-1}. Die Formel für die Bouguer-Plattenreduktion lautet:

$$\Delta g_{Boug} = 0.0419 \cdot \rho \cdot H_P \text{ [mgal]} \qquad (5.3\text{-}1)$$

Bei einer mittleren Dichte ρ von 2.67 g·cm^{-3} kann der Bouguer-Einfluss in Abhängigkeit der Höhe zu 0.1119 mgal·m^{-1} angenommen werden, was zusammen mit dem Freiluftgradienten einen Betrag von -0.1967 mgal·m^{-1} ergibt [Torge 1975]. Aus einer Abschätzung aus allen Schwereinterpolationen entlang den Landesnivellement-Linien (KINETZ-Berechnungsart 1) resultierte ein Mittelwert von -0.21 ± 0.02 mgal·m^{-1}.

Die Abweichungen der Schwerewerte aufgrund der beiden unterschiedlichen Methoden wurden an den Beispielen Frauenfeld - Bischofszell - Wil (Mittelland) und Berninapass (Gebirge) berechnet (s. Abb. 5.3-1). Die Abweichungen (dünne Linie) entlang der Mittellandlinie bewegen sich um ±3 mgal; auf der Gebirgsstrecke am Berninapass sind sie sogar leicht kleiner, weil die geschätzten Gradienten in den steileren Abschnitten besser mit dem Schweregradienten von -0.20 mgal·m^{-1} übereinstimmen.

Es zeigt sich aber, dass die mit diesen Methoden interpolierten Oberflächen-Schwerewerte in den flachen Abschnitten relativ stark streuen und für die Berechnung der mittleren Schweren entlang der Lotlinie als Hauptgrösse für die orthometrischen Höhen nicht verwendet werden sollten (s. 7.4).

2. Berechnung der Potentialdifferenzen und der geopotentiellen Koten

Mit Hilfe der interpolierten Schweren aus Schritt 1 können die nivellierten Höhendifferenzen in Potentialdifferenzen umgerechnet und zu eigentlichen Potentialen aufsummiert werden. Dies erfolgt nach der bekannten Formel $\Delta C = \sum g_i' \cdot \delta H_i'$, wobei für g_i' der Mittelwert der Schweren zwischen Anfangs- und Endpunkt eingesetzt wird. Die Summation der Potentiale erfolgt gegenüber einem frei wählbaren Festpunkt entlang der Messlinie.

Anhand des Beispiels der Schwereinterpolationsmethoden unter 1. wird nun auch der Einfluss auf die resultierenden Potentiale abgeschätzt (s. Abb. 5.3-1). Im Flachland ist der Einfluss auf die aufsummierten Potentiale unbedeutend (graue dicke Linie). Die Potentialwerte unterscheiden sich um ±0.03 mgpu. Am Berninapass zeigen sich leichte systematische Abweichungen zwischen den beiden Methoden, die sich bis auf ein Maximalwert von -0.95 mgpu aufsummieren. Dies ist zwar nicht ganz zufrieden stellend, in Anbetracht der Länge der Strecke und der absoluten (nivellierten) Höhendifferenz von über 2500 m aber

vernachlässigbar.

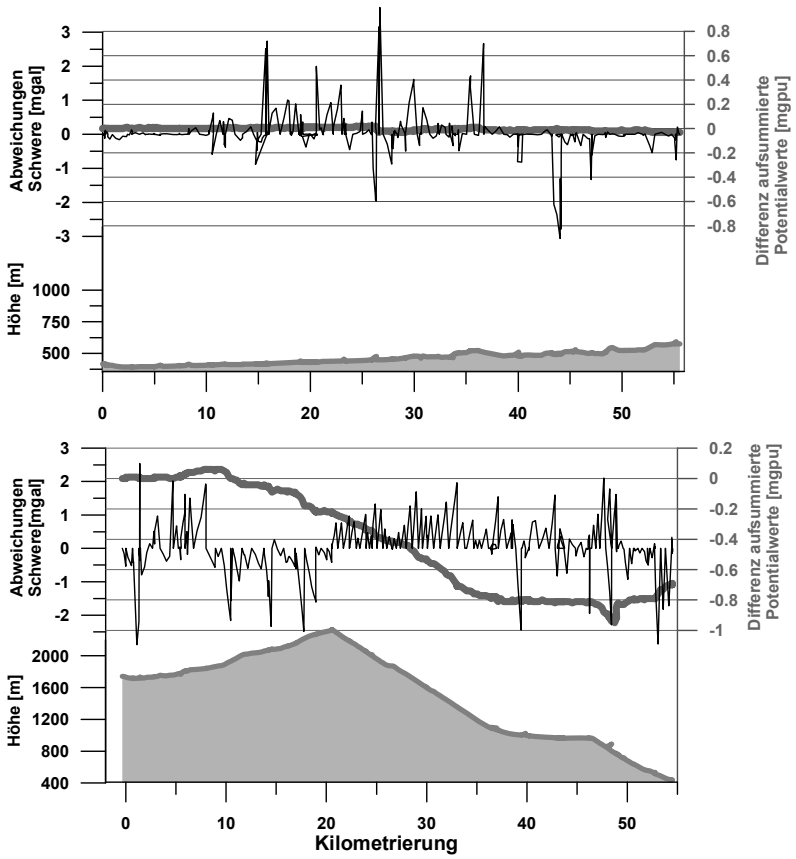


Abbildung 5.3-1: Unterschied zwischen den unterschiedlich interpolierten Oberflächen-Schwerewerten entlang den Nivellementlinien: oben: Frauenfeld – Bischofszell - Wil (Mittelland); unten: Berninapass (Gebirge)

[Wirth 1990] hat im Übrigen aufgezeigt, dass bei Schweremess-Abständen von ≤ 1.7 km im Flachen und ≤ 100 Höhenmeter im Anstieg sowie einer Messgenauigkeit von ≤ 2.3 mgal die Genauigkeit der geopotentiellen Kote nur um ca. 2% kleiner wird als die ursprüngliche Genauigkeit des Nivellements. Dies wird mit den Mittellandmessungen bestätigt, mit den Gebirgsmessungen wird diese Aussage leicht relativiert, da die Schweremessungen hier noch dichter vorliegen.

3. Reduktion auf die Hauptpunkte

Es mag für den mit der Materie weniger vertrauten Leser befremdend wirken, dass eine Reduktion des Datenmaterials hinsichtlich der kinematischen Ausgleichung vorgenommen wird, zumal das Argument der "Rechenleistung" heutzutage für Netze mit vorliegendem Umfang beinahe bedeutungslos geworden ist. Hinter der Reduktion auf die Hauptpunkte stecken wesentlich pragmatischere Gründe:

a) **Elimination sämtlicher Hilfspunkte:** Zwischen 65% und 75% der gemessenen Punkte eines Präzisionsnivellements sind nur Hilfspunkte für die Feldmessung. Bei diesen Punkten wird nicht auf eine stabile und dauerhafte Versicherung Wert gelegt; sie sind deshalb für die Benutzer eines Höhennetzes bedeutungslos.

b) **"Lebensdauer" eines Höhenfixpunktes:** Ein wesentlicher Teil der Höhenfixpunkte des Landeshöhennetzes erlebt leider keine zweite Beobachtung, weil sie oft der Bau- und Renovationstätigkeit zum Opfer fallen. So wurde bereits 1923 anlässlich der ersten Wiederholungsmessung festgestellt, dass 20 Jahre nach der Erstmessung bis zu 25% der Punkte zerstört waren [Gassmann 1925]. Seither hat die Bautätigkeit kaum abgenommen. Es macht wenig Sinn, Punkte in der kinematischen Ausgleichung mitzuführen, welche zwischen der Erst- und der Folgemessung zerstört

wurden. Wichtige Ausnahmen sind jedoch die zwischenzeitlich zerstörten Verknüpfungspunkte zwischen Messlinien der gleichen Epoche.

c) **Übersichtlichkeit der Berechnung:** Aufgrund der linienartigen Struktur und oft leicht abweichenden Messwegen zwischen unterschiedlichen Epochen sind Nivellement-Messungen kein Paradebeispiel für übersichtliche Messdaten einer Netzausgleichung. Es lohnt sich schon deshalb, Netze auf eine grobe Struktur zu reduzieren. Insbesondere instabile Punkte mit mehr als zwei Messepochen stören das gewählte Modell der kinematischen Ausgleichung empfindlich (s. Kapitel 5.4).

d) **Eignung für tektonische Untersuchungen:** Nur wenige Standorte sind tatsächlich geeignet für tektonische Untersuchungen. Eine systematische Begehung durch einen Geologen im Gebiet der Ostschweiz als Grundlage für eine entsprechende Studie hat ergeben, dass nur etwa 15 - 20 % der HFP1, welche überhaupt wiederholt beobachtet wurden, sich für tektonische Untersuchungen eignen [Schlatter 1999].

e) **Repräsentative Verteilung der Punkte:** Mit der vorliegenden kinematischen Ausgleichung (Höhenrahmen CHVRF04/LHN95) müssen nicht zuletzt folgende Ziele erfüllt werden:

   1. Erstellen eines kinematischen Modells für die Bedürfnisse der Landesvermessung (s. Kapitel 4.2 und 6.6). Dazu wird eine repräsentative und möglichst homogen verteilte Auswahl von HFP benötigt, welche sich auch aus geologisch-tektonischer Sicht eignen.
   2. Erstellen des Höhenrahmens für die neue Landesvermessung LV95. Ziel ist es, von sämtlichen HFP1 der Landesvermessung strenge Höhen in den jeweiligen Rahmen zu rechnen. Dazu müssen alle notwendigen Festpunkte zur anschliessenden Einzwängung der einzelnen Linienmessungen bereits in der Gesamtausgleichung integriert sein.
   3. Erarbeiten der Grundlagen für die Transformation vom neuen Landeshöhennetz LHN95 in den bestehenden Höhenrahmen LN02. Solange diese Transformation ausschliesslich auf den Hauptpunkten beruht, wird auch hier eine möglichst repräsentative und homogen verteilte Auswahl an HFPs in beiden Systemen benötigt.

Eine lose Zusammenstellung geeigneter Punkte war bereits durch die Arbeiten von [Gubler 1984] bekannt. Hier fanden sich die wichtigsten Knotenpunkte und eine Auswahl an Punkten für tektonische Untersuchungen. Die Verdichtung dieser Liste zur Erreichung der obigen Ziele erfolgte durch iteratives Vorgehen, indem neu hinzugefügte Punkte in kinematischen Ausgleichungen getestet wurden, bis eine befriedigende Auswahl festgelegt war (s. Abb. 5.2-1). Als Richtwert für den Abstand zwischen den Punkten entlang einer Nivellementlinie wurde eine Grösse von 3 - 5 km angestrebt.

Abbildung 5.3-1 zeigt die Auswahl der Hauptpunkte der kinematischen Ausgleichung. Die eingezeichneten Nivellementlinien stellen das Landeshöhennetz (LHN) dar, wie es künftig seitens der Landesvermessung unterhalten wird. Punkte, welche ausserhalb dieser Linien liegen, stammen von kantonalen Netzverbindungen, ehemaligen Linien des Eidgenössischen Nivellements (LN) oder von ausländischen, in die Gesamtausgleichung integrierten Messungen. Nicht immer gelingt es, eine homogene Verteilung aufrecht zu erhalten. Abgesehen von den Gebieten innerhalb der Schleifen bestehen die grössten Löcher z. Z. im Unterwallis. Hier liegen nur wenige Punkte mit wiederholten Beobachtungen vor, welche sich nicht an Bauten befinden, die auf den instabilen Quartärfüllungen im Talboden fundiert sind. Ähnliche Bilder zeigen sich auch im Vorderrheintal und teilweise im Tessin und im Mittelland.

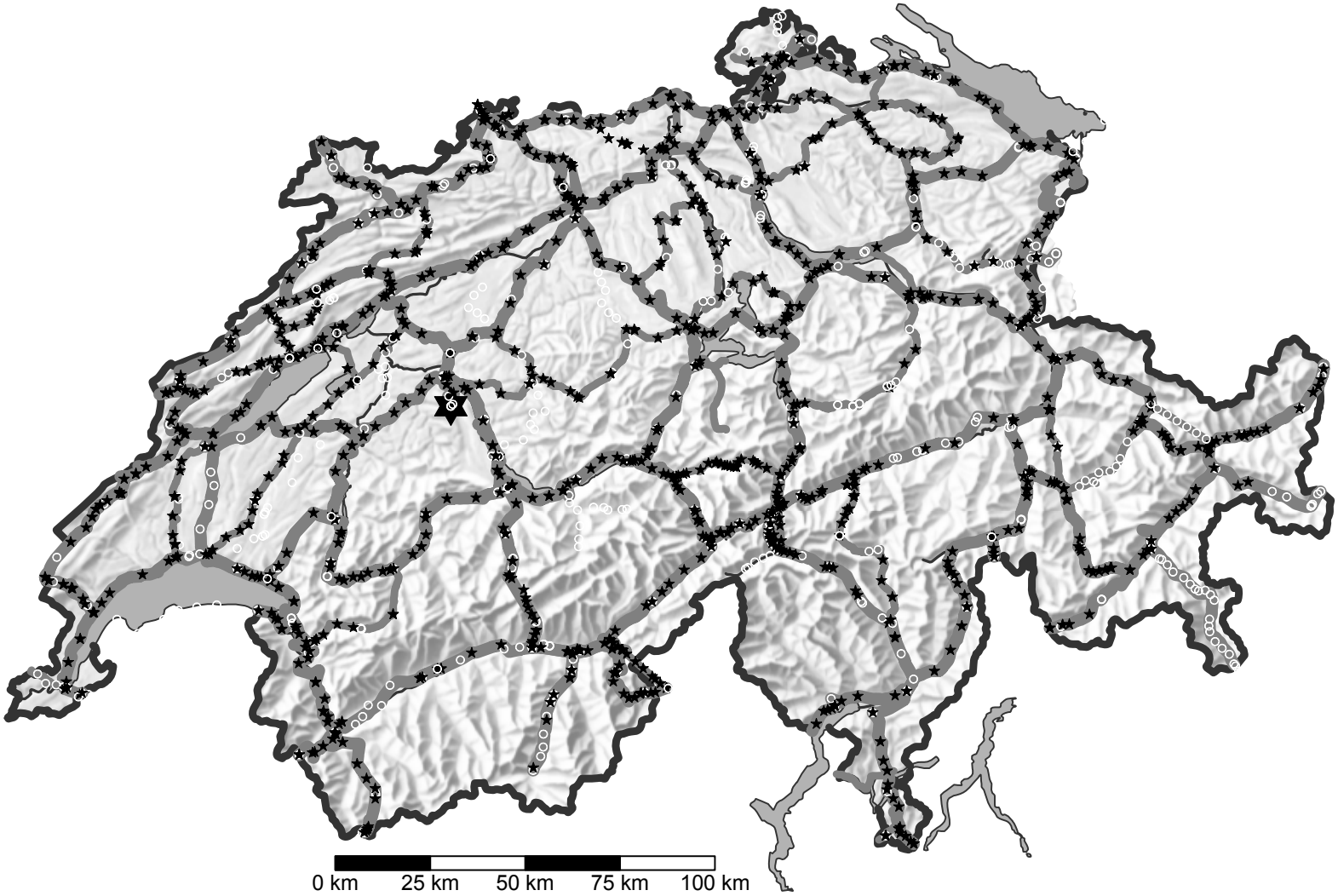


Abbildung 5.3-2: Übersicht über die Hauptpunkte der kinematischen Ausgleichung (CHVRF04/LHN95):
grosser Stern: Zimmerwald Z_0; kleine Sterne: wiederholt beobachtet; weisse Kreise: nur eine Beobachtung

5.4 Das Modell der kinematischen Ausgleichung

Die kinematische Ausgleichung des Gesamtnetzes erfolgt mit dem Programm KINEPOT. Dabei werden in einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate (M.d.k.Q.) aus den Potentialdifferenzen unterschiedlicher Epochen die geopotentiellen Koten C der Höhenfixpunkte zu einem bestimmten Referenzzeitpunkt sowie deren zeitlichen Änderungen[26] als unbekannte Parameter geschätzt. Dem mathematischen Modell liegt eine lineare Funktion in Abhängigkeit der Zeit zugrunde. Für die Potentialänderung wird pro Punkt nur ein Parameter berechnet.

Die Beobachtungsgleichungen des *funktionalen Modells* lauten:

$$\Delta C_{i,j}^{k} + e_{i,j}^{k} = C_j^0 - C_i^0 + (t^k - t^0)(\frac{C_j}{dt} - \frac{C_i}{dt}) \qquad (5.4\text{-}1)$$

wobei:

$\Delta C_{i,j}^{k}$	Potentialdifferenz zwischen den Punkten i und j zur Messzeit t^k
$e_{i,j}^{k}$	Verbesserung der gemessenen Potentialdifferenz
C_i^0, C_j^0	Unbekannte geopotentielle Koten der Punkte i und j zur Referenzzeit t^0
$\frac{C_i}{dt}, \frac{C_j}{dt}$	Unbekannte zeitliche Potentialänderungen der Punkte i und j
t^0	Referenzzeit, auf welche sich die berechneten Koten beziehen
t^k	Zeitpunkt k der betreffenden Messung

Für die Unbekannten können Näherungswerte und verkürzte Parameter eingesetzt werden:

$$C_i^0 = C_{i0}^0 + c_i \qquad (5.4\text{-}2)$$

$$\frac{C_i}{dt} = \frac{C_{i0}}{dt} + v_i \qquad (5.4\text{-}3)$$

Da die Beobachtungsgleichungen bereits linear sind, lauten die Verbesserungsgleichungen somit:

$$\begin{aligned} e_{i,j}^{k} &= c_j - c_i + (t^k - t^0)v_j - (t^k - t^0)v_i \\ &\quad + C_{j0}^0 - C_{i0}^0 + (t^k - t^0)(\frac{C_{j0}}{dt} - \frac{C_{i0}}{dt}) - \Delta C_{i,j}^{k} \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}4)$$

oder zusammengefasst in der üblichen Matrixschreibweise:

$$\mathbf{e} = \mathbf{Ax} - \mathbf{l} \qquad (5.4\text{-}5)$$

wobei:

e	Vektor der Verbesserungen
A	Koeffizientenmatrix
x	Vektor der Unbekannten (geopotentielle Koten c_i und Potentialänderungen v_i als verkürzte Parameter)
l	Absolutglieder

[26] Der Begriff "Geschwindigkeit" ist streng genommen nicht richtig, da die Potentialänderung die Einheit [$m^2 \cdot s^{-3}$] aufweist.

Nach dem Prinzip der M.d.k.Q. müssen die zulässigen Verbesserungen e_i an den einzelnen Messungen so berechnet werden, dass deren Quadratsumme minimal wird, wobei die Beobachtungen gewichtet werden können:

$$\mathbf{e}^T\mathbf{P}\ \mathbf{e} = \mathbf{min} \qquad (5.4\text{-}6)$$

Die Diagonalelemente p_i der Matrix **P** sind die reziproken Werte der Genauigkeit der Beobachtungen im Quadrat. Sie werden in den Programmen KINETZ und KINEPOT folgendermassen ermittelt:

$$\frac{1}{p_i} = (A + B \cdot \sqrt{s} + C \cdot s + D \cdot \Delta C)^2 \qquad (5.4\text{-}7)$$

Im Prinzip ist dieser Ansatz eine Erweiterung des üblichen Fehlerfortpflanzungsgesetzes eines Nivellements mit:

$$\frac{1}{p_i} = (B \cdot \sqrt{s})^2 \qquad (5.4\text{-}8)$$

Für (5.4-7) und (5.4-8) gelten:

A: Unsicherheit der Aufstellung auf dem Fixpunkt (sog. Punktunruhe oder –rauschen)

B: Zufälliger (streckenabhängiger) Messfehler des Nivellements

C: Systematischer (streckenabhängiger) Fehleranteil des Nivellements (für die vorliegenden Berechnungen nicht verwendet)

D: Massstabsfehler des Nivellements

s: Streckenlänge [in km]

ΔC: Höhen- (resp. Potential)-differenz [in gpu]

5.5 Gewichtung der einzelnen Messungen und Lagerung der Ausgleichung

5.5.1 Die Gewichtung der Messungen (stochastisches Modell a priori)

KINETZ/KINEPOT erlaubt, Nivellementmessungen in unterschiedliche stochastische Gruppen einzuteilen. Die Wahl der folgenden Grössen a priori gemäss Formel 5.4-7 beruht auf den wertvollen Erfahrungen aus früheren, landesweiten Berechnungen [v. a. Gubler et. al 1984] und ist zudem auch ein Abbild des verwendeten Instrumentariums:

Gruppe	Herkunft der Messungen	A	B	C	D
		[mgpu]	[mgpu·km$^{-1/2}$]	[mgpu·km^{-1}]	[mgpu·gpu^{-1}]
1	**1. LN ≈ 1903 – 1912** Holzlatten	0.20	0.80	0.00	0.010
2	**1. LN ≈ 1913 – 1945** Invarmiren	0.20	0.80	0.00	0.003
3	**2. LN 1943 – 1992** Invarmiren	0.20	0.60	0.00	0.003
4	**2./3. LN 1992 – 2004** Digitalnivellier / Invarlatten	0.20	0.60	0.00	0.003
5	Fremdmessungen mit ZEISS Ni1	0.20	2.00	0.00	0.010
6	1. LN einfaches Nivellement	0.20	1.10	0.00	0.003
9	Nachführungsmessungen	0.20	2.00	0.00	0.100

Tabelle 5.5-1: Parameter des stochastischen Modells a priori der kinematischen Ausgleichung

Das ***"Punktrauschen"*** a priori (Anteil A, Formel 5.4-7) wird allgemein zu ±0.20 mgpu gewählt. Die Bedeutung dieser Grösse liegt darin, wiederholte Messungen zwischen nahe liegenden

Punkten richtig zu gewichten. Das Prinzip der Punktanordnung im Schweizerischen Landeshöhennetz (Punktgruppen à 3-4 Punkten in unmittelbarer Umgebung (i. A. ≤ 200 m); Abstand der Punktgruppen ≤ 3 km) kann dazu führen, dass trotz Reduktion der Linienmessung auf die Hauptpunkte, Potentialdifferenzen mit sehr geringem Messabstand in die Ausgleichung Eingang finden. Da bei den manuell erfassten Messungen die Messdistanz innerhalb einer Punktgruppe nicht protokolliert wurde, beträgt die Distanz zwischen diesen Punkten 0 Meter. Ohne Anwendung des Punktrauschens erhalten diese Messungen quasi ein unendlich grosses Gewicht, da die Anteile B und D gleich 0 sind.

Die Wahl der ***distanzabhängigen Messgenauigkeit*** (Anteil B) beruht auf den Erfahrungen der kinematischen Ausgleichung (iteratives Vorgehen); sie kann aber auch aus den Resultaten der Schleifenschlüsse (s. nachfolgendes Kapitel 5.5) abgeschätzt werden. Die Genauigkeit eines Präzisionsnivellements wird in der allgemeinen Fachliteratur zu ±0.3 mm/km angegeben (mittlere Fehler aus Hin- und Rückmessung). Es ist aber nicht nur eine Erkenntnis der Netzausgleichungen, dass die absolute Messgenauigkeit eines Nivellements um den Faktor 2-3 schlechter ist als die innere Messgenauigkeit. Der Hauptgrund liegt darin, dass die Differenzen zwischen Hin- und Rückmessungen den symmetrischen Anteil der systematischen Messfehler, welche a priori nicht bekannt sind, nicht beinhalten.

Der am schwierigsten zu schätzende Fehleranteil a priori ist der zufällige ***Massstabsfehler*** (Anteil D). Dies liegt indes nicht an der Präzision der Latteneichung (Massstab, Ausdehnungskoeffizient etc.). Der Massstab kann im Labor bedeutend genauer als ± 1 ppm bestimmt werden, was aber nicht unbedingt dem Verhalten der Mire während den Messungen entspricht. Aus Untersuchungen wird geschätzt, dass die Massstabsunsicherheit einer Invarlatte im Felde in der Grössenordnung von ± 2 ppm liegt [Rüeger und Brunner 2002]. Zudem äussert sich ein systematischer Höhenmassstab nicht im Schleifenschluss. In der kinematischen Ausgleichung kann ein Massstabsfehler nur dann entdeckt werden, wenn mehr als 2 Messepochen vorliegen. Ansonsten "verschwindet" der Einfluss des Massstabes in den Potentialänderungen.

Für die definitive kinematische Ausgleichung wurden insgesamt 7 **Messgruppen** eingeführt, wobei der Hauptteil der Messungen den stochastischen Gruppen 1-4 zugeteilt sind (s. Abb. 5.5-1 - 4):

Gruppe 1: Diese Gruppe beherbergt alle Messungen, welche die ersten zehn Messjahre des 1. LN (1903 – 1912) abdecken. In diesem Zeitraum wurden nur Holzmiren (Typ Kompensations- und Reversionsmiren) verwendet, sodass eine bedeutend grössere Massstabsunsicherheit von ±10 ppm gewählt wurde. Drei wesentliche Streckenabschnitte, welche erst ab dem 2. LN zu Sekundärlinien aufgewertet wurden, sind als Grundlage für die Höhenbestimmung der Triangulation IV. Ordnung noch in den Jahren 1920 – 1925 mit diesen Messlatten nivelliert worden. Es handelt sich um die Messungen *Lukmanierpass 1920, Klausenpass* und *Ofenpass* (beide 1923), welche ebenfalls der Gruppe 1 zugeordnet werden.

Gruppe 2: 1912 wurden die ersten Versuche unternommen, die Legierung *Invar* für die Konstruktion von masshaltigeren Miren zu verwenden. Ein Jahr später standen gebrauchstüchtige Latten zur Verfügung und ab 1913 kam für die Linienmessungen des LN ausschliesslich dieser Lattentyp zum Einsatz[27]. Glücklicherweise wurde der Grossteil der Gebirgsnivellements in den Alpen nicht vor diesem Zeitpunkt ausgeführt. Der Messgruppe 2 werden alle Messungen des 1. LN zugeteilt, welche mit Invarmiren ausgeführt wurden. Sie unterscheiden sich von der Gruppe 1 durch die grössere Massstabsgenauigkeit von ± 3 ppm.

[27] Ohne die später aufgewerteten Linien wie Lukmanier-, Klausen- und Ofenpass (s. Gruppe 1).

Gruppe 3: Um die Messungen des 2. LN abzugrenzen, wurde die stochastische Messgruppe 3 eingeführt. Im Wesentlichen sind hier alle Messungen vertreten, welche ab 1943 bis 1992 ausgeführt wurden. Augrund der verbesserten Messausrüstung wurde die distanzabhängige Messgenauigkeit auf ± 0.6 mgpu·km$^{-1/2}$ erhöht, die Massstabsgenauigkeit jedoch bei ± 3 ppm belassen.

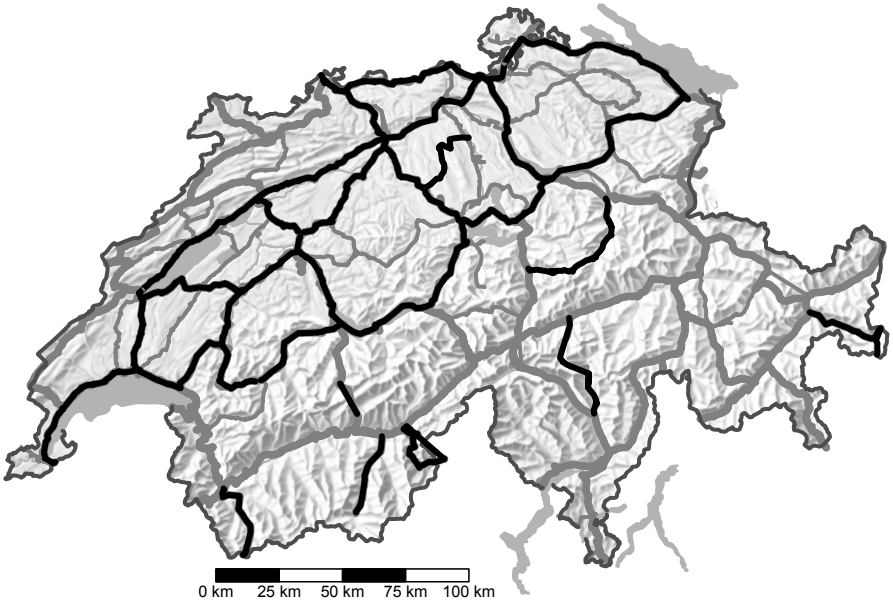


Abbildung 5.5-1: Linien der Messgruppe 1 (1. LN 1903 - 1912; Holzlatten)

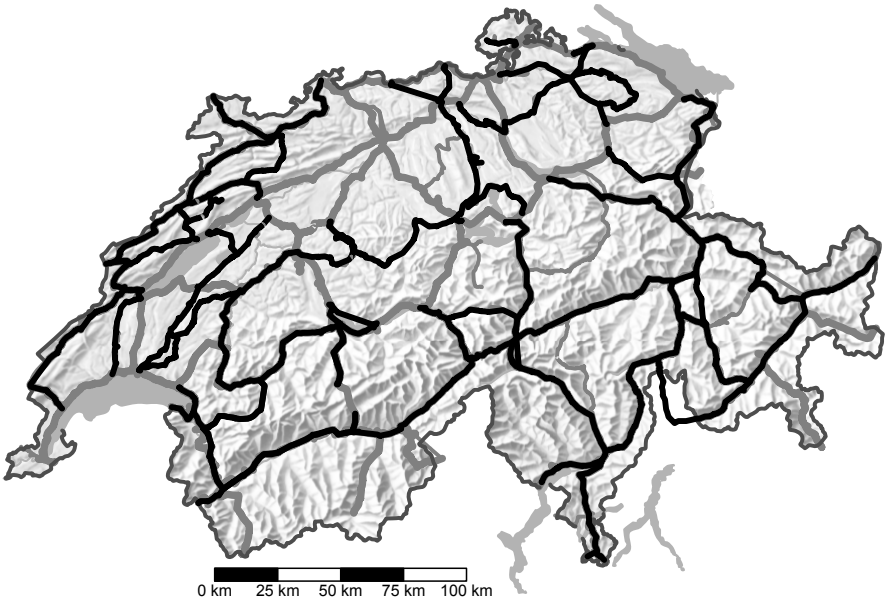


Abbildung 5.5-2: Linien der Messgruppe 2 (1. LN 1913 - 1945; Invarlatten)

Gruppe 4: Seit 1992 kommen im Schweizerischen Landesnivellement ausschliesslich Digitalnivelliere zum Einsatz. Weil zu Beginn bezüglich der Qualität nur rudimentäre Kenntnisse gegenüber dem herkömmlichen Instrumentarium bestanden, sind diese Messungen einer separaten Klasse zugeteilt. Sie weisst jedoch dieselben Koeffizienten a priori wie die Gruppe 3 auf.

Gruppe 5: beinhaltet einige Fremdmessungen, welche mit dem ZEISS Ni1 ausgeführt wurden. Leider wies im Nachhinein dieses erste Kompensator-Nivellier den bedeutenden Mangel der Magnetfeldabhängigkeit auf. Um diese Messungen nicht zu stark zu gewichten und trotzdem in der Ausgleichung mitführen zu können, wurden sie entspre-

chend ungenauer eingestuft. Es handelt sich um die Messungen *Gotthard Strassentunnel 1980* (Konsortium verschiedener Ingenieurbüros) und *Eglisau – Jestetten – Schaffhausen 1982* (LVA Baden-Württemberg).

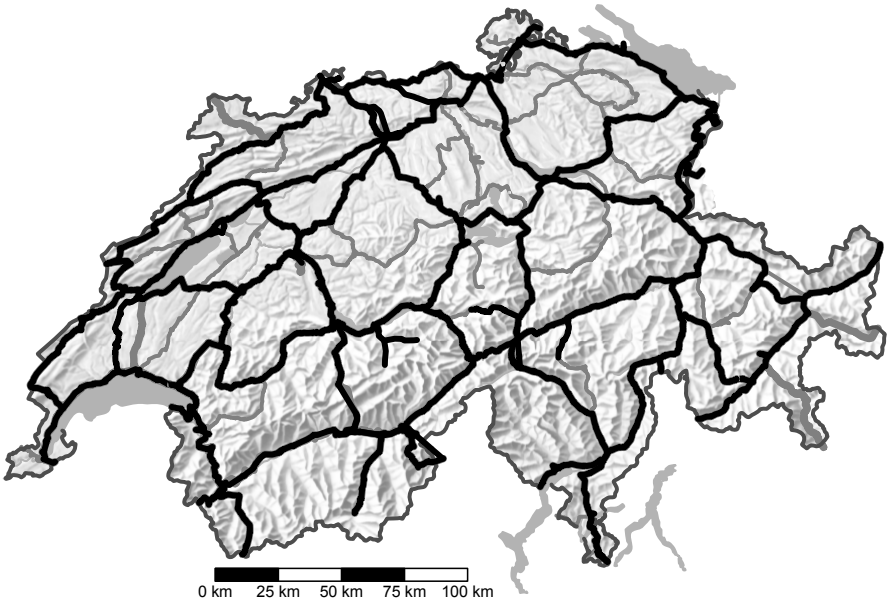


Abbildung 5.5-3: Linien der Messgruppe 3 (2. LN 1943 - 1992; Invarlatten)

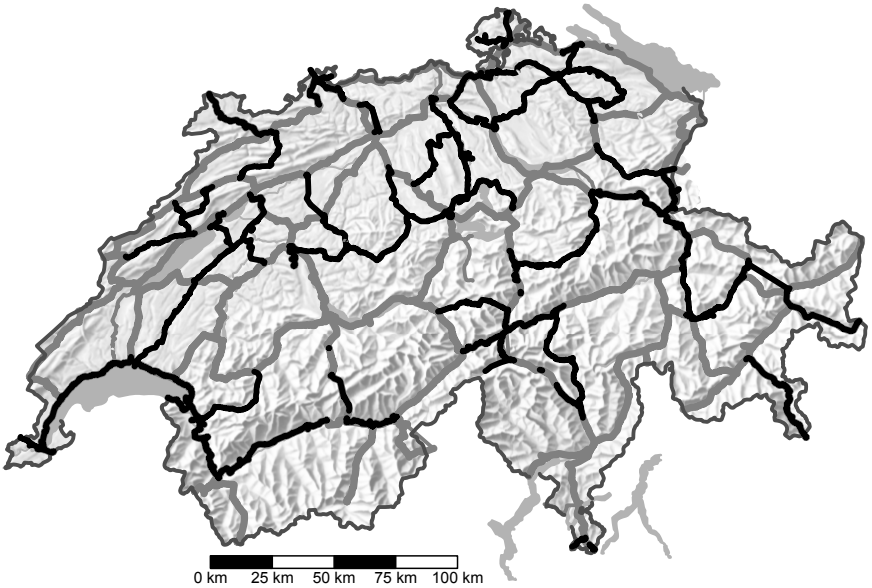


Abbildung 5.5-4: Linien der Messgruppe 4 (2./3. LN 1992 - 2004; Digitalnivelliere / Invarlatten)

Gruppe 6: enthält Messungen des Abschnittes *Lütisburg – Wattwil 1933*, welcher nur in einfacher Richtung ausgeführt wurde.

Gruppe 9: In dieser Gruppe befinden sich sog. Nachführungsmessungen, welche als lokale Ergänzungen meist nur mit einer Messlatte ausgeführt wurden. Es handelt sich dabei oft um Höhen-Anschlüsse an Punkte des GPS-Netzes LV95 (s. Kapitel 8.4: GPS/Nivellementpunkte) und Nachführungen in wichtigen Knotenregionen.

Quellen: [Zölly 1948] und Archiv Abteilung Geodäsie, Landestopographie. Weitere Angaben zur Herkunft und Qualität der Messungen finden sich auch im Kapitel 4.5.1.

5.5.2 Die Lagerung der Ausgleichung

Mit der Messmethode des Nivellements können grundsätzlich nur relative Höhendifferenzen oder bei wiederholten Beobachtungen zusätzlich relative Höhenänderungen zwischen den erfassten Fixpunkten bestimmt werden. Nebst der Definition der a priori - Genauigkeiten muss das auszugleichende Netz daher gelagert werden. Im Allgemeinen ist die Wahl des Ausgangshorizontes und der kinematischen Referenzpunkte meist mehr oder weniger willkürlich.

KINETZ/KINEPOT ermöglicht die folgenden fünf Definitionen für die Schätzung unterschiedlicher Unbekannten pro Messpunkt:

Code 0: Der Punkt gilt mit seinen vorgegebenen (Näherungs-) Werten (s. Formeln 5.4-2 und 5.4-3) als **Festpunkt** bezüglich seines **Potentials und** seiner **Potentialänderung**.

Code 1: Es wird pro Höhenfixpunkt **nur** das (a priori) unbekannte **Potential** geschätzt. Liegen für diesen Punkt mehrere und zu unterschiedlichen Zeiten vorgenommene Messungen vor, so gilt er als Festpunkt bezüglich den Potentialänderungen mit seinem vorgegebenen Wert.

Code 2: Es wird pro Höhenfixpunkt **nur** die **Potentialänderung** geschätzt. Dazu müssen mehrere Messungen vorliegen. Der Punkt gilt jedoch als Festpunkt bezüglich seines vorgegebenen Potentialwertes.

Code 3: Es wird sowohl das **Potential** wie auch die **Potentialänderung** geschätzt. Bei wiederholt gemessenen Höhenfixpunkten in einem minimal gelagerten Netz ist dies der Regelfall.

Code 4: Der Punkt wird in der kinematischen Ausgleichung eliminiert, d.h. die Potentialdifferenzen werden bis zum nächsten Messpunkt aufsummiert und es wird weder ein Potential noch eine Potentialänderung geschätzt.

KINETZ/KINEPOT erlaubt, beliebig viele Punkte sowohl als Höhen- wie auch als kinematische Referenz zu wählen. Eine *minimale Lagerung* einer kinematischen Ausgleichung beinhaltet jedoch einzig die Festlegung der beiden Werte:

- C_{REF}^{0} : *Potential **eines** "Höhen"-Referenzpunktes zur Referenzzeit t^0*
- $\frac{C_{REF}}{dt}$: *zeitliche Potentialänderung **eines** kinematischen Referenzpunktes*

Die beiden Referenzwerte müssen nicht zwingend demselben Punkt zugewiesen sein.

Am Beispiel des Höhenrahmens CHVRF04 ist eine minimale Lagerung durch die Definition zum ergänzenden Höhenbezugssystem im CHTRS95 vorgegeben. Sie entsteht durch das Festhalten des Potentialwertes im Fundamentalpunkt Zimmerwald zum vorgegebenen Referenzzeitpunkt und der Annahme, dass der kinematische Referenzpunkt Aarburg unbewegt ist ($\frac{C_{REF}}{dt}$ = 0 mgpu·a^{-1}; s. Abb. 4.2-2).

5.5.3 Tests zur minimalen Netzlagerung

Bei Ausgleichungen mit Messmaterial über mehr als hundert Jahre, alten Knotenpunkten, welche in der Zwischenzeit zerstört worden sind und einer Vielfalt von Messabschnitten mit Längen von dutzenden von Kilometern bis zu einzelnen Nachmessungen von wenigen hundert Metern ist es von enormer Bedeutung, dass die Wahl der Unbekannten korrekt getätigt wird, damit tatsächlich eine minimale Lagerung vorliegt. Wegen der mangelhaften Redundanz eines Nivellementnetzes im Vergleich mit einem klassischen Triangulationsnetz können Lagerungsfehler, obwohl sie oft einen grossen Einfluss auf die zu schätzenden Unbekannten haben, aufgrund des vergleichsweise geringen Einflusses auf die Verbesserungen an den Beobachtungen nur schlecht aufgedeckt werden.

Um zu testen, ob tatsächlich eine minimale Netzlagerung vorliegt, wurde ein pragmatisches

Verfahren gewählt. Die Beträge der Lagerungselemente wurden wahlweise geändert und die resultierenden Potentiale aller Netzpunkte wie auch deren zeitlichen Änderungen mit den ursprünglichen Werten verglichen. Hebt man beispielsweise das Potential des Referenzpunktes Zimmerwald um einen bestimmten Betrag, so müssen in einem minimal gelagerten Netz sämtlichen Punkte die gleiche Änderung aufweisen. Gleiches gilt auch bezüglich der Potentialänderung, wenn der Ausgangswert des kinematischen Referenzpunktes verändert wird.

5.6 Die Schleifenschlüsse des Landesnivellements

5.6.1 Die reduzierten Schleifenschlüsse w des Landesnivellements und der kinematische Widerspruch wkin

Die ausführliche Theorie zu den Schleifenschlüssen wurde bereits in Kapitel 2.3.9.1 behandelt. Als Vorschritt zur eigentlichen kinematischen Ausgleichung liefert das Programm KINEPOT die Summe der Potentialdifferenzen innerhalb der vordefinierten Polygone des Landesnivellements. Gemäss der Formel

$$\sum_{A}^{P=A} g_i' \delta H_i' = 0 \qquad (2.3\text{-}16)$$

ist der Erwartungswert dieser Schleifenschlüsse gleich 0. Die Abweichung vom Erwartungswert entspricht bei einer Normierung mit einem durchschnittlichen Schwerewert dem reduzierten Schleifenschluss (resp. dem Widerspruch) *w*.

Das folgende Unterkapitel widmet sich etwas ausführlicher diesen Resultaten, sind die reduzierten Schleifenschlüsse doch anschauliche und aufschlussreiche Werte zur Qualität der ausgeführten Präzisionsnivellements. Insbesondere die historischen Netzausgleichungen der Landesnivellements (z.B. [Schürer 1944]) sind als bedingte Ausgleichung der Widersprüche *w* zwischen beobachteten (w_0) und theoretischen Schleifenschlüsse (z_0) durchgeführt worden.

Diese statische Berechnungsart eines Nivellementnetzes und die daraus abgeleiteten Genauigkeitswerte a posteriori für die Nivellementmessungen beruhen aber auf der Annahme, dass die Knotenpunkte der einzelnen Schlaufenverbindungen keinen vertikalen Änderungen unterworfen sind. Mit der kinematischen Ausgleichung versucht man jedoch, aus den wiederholten Messungen vertikale Bewegungen der Punkte zu schätzen. Wie im Kapitel 6 ausführlich beschrieben, liegen im Alpenraum der Schweiz rezente vertikale Hebungen signifikant vor. Im Kapitel 4.5.1 wurde bereits aufgezeigt, dass das Landesnivellement, wie es in der Schweiz erstellt, gemessen und unterhalten wurde, ein eigentlicher Flickenteppich aus einzelnen, zeitlich teilweise weit auseinander liegenden Linienmessungen (Faszikel) ist. So ist es keine Seltenheit, dass die Zeitdifferenz zwischen den ältesten und den jüngsten Abschnitten zur Bildung eines Polygons bis zu 30 Jahre beträgt.

Bevor die reduzierten Schleifenschlüsse der Polygone also aufgelistet und analysiert werden, ist es lohnend, den Einfluss der Knotenbewegungen auf diese Werte abzuschätzen. Abbildung 5.6-1 skizziert dazu den Verlauf einer Nivellementschlaufe, welche sich aus einzelnen Abschnitten zwischen den Knoten K_1 – K_N zusammensetzt. Der Zeitpunkt der Abschnittsmessungen sei t_x und es wird für die nachfolgenden Betrachtungen vorausgesetzt, dass während den Messungen, welche in relativ kurzer Zeit erfolgen, die Bewegungen der Anfangs- und Endpunkte eines Abschnittes keinen Einfluss ausüben.

Abb. 5.6-1 geht von der einfachen Annahme aus, dass nur der Anfangs- und Endknotenpunkt $K_0 = K_n$ einer Schlaufe mit 1…n Knoten eine signifikante Hebung aufweist. Der Einfluss auf den Schlaufenwert, welchen wir als *kinematischen Widerspruch* w_{kin} bezeichnen, beträgt dann:

$$w_{kin} = (t_n - t_1) \cdot \frac{dC_{K^n}}{dt} \qquad (5.6\text{-}1)$$

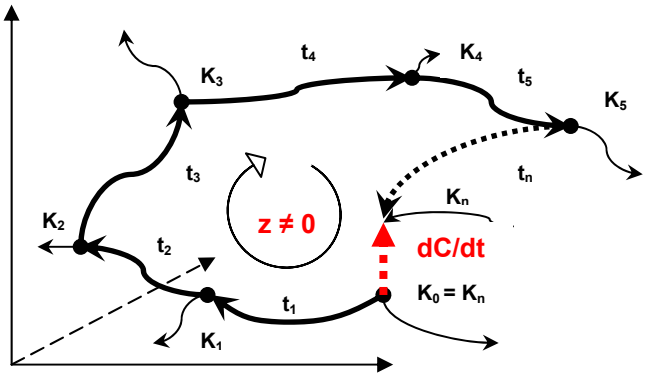


Abbildung 5.6-1: Schleifenschluss und Punktbewegung

Hebt sich also der Knoten um +0.5 mgpu·a^{-1} und sind bis zur Vollendung der Schlaufe ca. 30 Jahre verstrichen, so resultiert ein w_{kin} von +15mgpu, welcher unabhängig von der Schleifenlänge oder der zurückgelegten Höhendifferenz ist[28].

Verallgemeinert man den Einfluss der Punktbewegungen auf den reduzierten Schlaufenwert, so resultiert folgende Formel:

$$w_{kin} = \sum_{i=1}^{n} (t_i - t_1) \cdot \left(\frac{dC_i}{dt} - \frac{dC_{i-1}}{dt} \right) \qquad (5.6\text{-}2)$$

Nachfolgend (Tab. 5.6-1) wird ein fiktives Beispiel behandelt, welches dieselbe Anzahl Anschlussknoten wie in Abb. 5.6-1 enthält und nicht aussergewöhnliche Werte für ein Schweizerisches Gebirgspolygon aufweist. Die Messdauer bis zur Vollendung der Schlaufe beträgt 30 Jahre, die Knotenbewegungen liegen zwischen -0.25 und +1.00 mgpu·a^{-1}.

Knotenpunkt	Knotenbewegung dC/dt	Zeitpunkt t_x der Abschnittsmessung	Einfuss auf w_{kin}
6 (Anf./Ende)	-0.25 mgpu/a		
		t_1 = 1960	± 0.00 mgpu
1	± 0.00 mgpu/a		
		t_2 = 1965	+ 1.25 mgpu
2	0.25 mgpu/a		
		t_3 = 1975	+ 3.75 mgpu
3	0.50 mgpu/a		
		t_4 = 1985	+ 6.25 mgpu
4	0.75 mgpu/a		
		t_5 = 1990	+ 7.50 mgpu
5	1.00 mgpu/a		
		t_6 = 1990	- 37.5 mgpu
Total w_{kin}			**- 18.75 mgpu**

Tabelle 5.6-1: fiktiv. Beispiel für den kinematischen Widerspruch w_{kin} einer Nivellementschlaufe

Obwohl also der reduzierte Schlaufenschluss zu ±0 mgpu erwartet wird, beträgt der kinematische Widerspruch bereits -18.75 mgpu.

Nachfolgend werden nun die reduzierten Schleifenschlüsse der Hauptpolygone des Landesnivellements grafisch aufgezeigt (s. Abb. 5.6-2). Am Schluss des Kapitels 5.6 werden alle Ergebnisse (inkl. kinematischer Widerspruch und theoretischer Schleifenschluss) tabellarisch doku-

[28] Diese Betrachtungen können natürlich auch mit reinen Punktgeschwindigkeiten gemacht werden. Der Unterschied zwischen den Beträgen der zeitlichen Potential- und der Höhenänderungen beträgt nur 2%.

mentiert. Gleichzeitig wird dabei auch die Länge der Polygone, die zurückgelegte Höhendifferenz und die Gesamtzeit bis zur Vollendung der Schlaufe vermerkt.

Die reduzierten Werte, welche eigentlich als Potentialdifferenzen aus dem Programm KINEPOT resultieren, werden zur besseren Anschaulichkeit mit einer mittleren Schwere von 0.980 in das metrische Mass umgerechnet. Sie entsprechen dadurch dem eigentlichen Messwiderspruch

$$w = w_0 - z_0$$

(Differenz zwischen dem beobachteten und dem theoretischen Schleifenschluss; s. 2.3.9.1) und können zur Analyse der Messgenauigkeit verwendet werden.

Im Wesentlichen sind die Beträge der reduzierten Schleifenschlüsse im 2. LN besser als im 1. LN, was vermutlich auf eine Steigerung der Messgenauigkeit zurückzuführen ist. Am deutlichsten zeigt sich dies beim Umfangspolygon mit einer Länge von 1169 km. Hier verringert sich der Schleifenfehler von +78 mm beim 1. LN auf +20 mm beim 2. LN.

Bei 6 von 18 Polygonen sind die Absolutbeträge der Schleifenschlüsse im 2. LN grösser, nämlich bei den Polygonen III, VII, IX, XIII, XVII und XVIII. Die grössten Werte sind dabei beim 1. LN: +35.6 mm (Polygon XVI; 287 km) und beim 2. LN: +39.4 mm (Polygon XIII; 294 km). Bei einer Schleifenlänge von 300 km und einem Messfehler von ± 1 mm·km^{-1} würde ein mittlerer Schleifenfehler von ± 17 mm erwartet.

Bei den Hauptpolygonen des Landeshöhennetzes wurde nun versucht, den kinematischen Widerspruch aufgrund der Knotengeschwindigkeiten zu quantifizieren. Berücksichtig man diesen Wert ebenfalls am Messwiderspruch w, so resultieren hier Grössen, mit welchen man die effektive Qualität der Messungen noch besser bewerten könnte. Allerdings sind die geschätzten Punktbewegungen aus der kinematischen Ausgleichung mit den Schleifenschlüssen korreliert. Ein Schleifenschluss bildet jeweils eine Überbestimmung im Nivellementnetz und hat dadurch einen Einfluss auf die resultierenden Punktbewegungen.

Eine wesentliche Genauigkeitssteigerung in den korrigierten Messwidersprüchen ($w + w_{kin}$) ist in Abb. 5.6-3 nicht erkennbar. Einzelne Schlaufen zeigen leicht kleinere Widersprüche, wenige Schlaufen zeigen aber auch betragsmässig leicht grössere Werte. Eine offensichtliche Steigerung ist einzig beim Polygon 13 erkennbar. Hier wird der Widerspruch in der 2. Messepoche signifikant von 39.4 mm auf 12.2 mm verkleinert. Die Korrekturen sind allgemein in der 2. Messepoche ausgeprägter. Der Grund liegt in den wesentlich längeren Messzeiten, bis ein Hauptpolygon vollständig beobachtet war. Während in der ersten Messepoche die durchschnittliche Zeitdifferenz zwischen der ersten und der letzten Messung eines Polygons nur 7 Jahre betrug, stieg dieser Wert für die zweite Messepoche um mehr als das Dreifache auf 26 Jahre an. Zeitdifferenzen von bis zu 40 Jahren sind dabei keine Seltenheit. Der reine kinematische Widerspruch bewegt sich bei in der ersten Messepoche zwischen ±5 mm, in der zweiten Messepochen zwischen ±7 mm mit einer Ausnahme von -27 mm (Polygon XIII).

Detaillierte Angaben zu den kinematischen Widersprüchen und den berechneten Genauigkeiten sind in der Zusammenstellung in Kapitel 5.6-3 ersichtlich.

5.6.2 Die Berechnung der theoretischen Schleifenschlüsse z0

Bereits in [Schürer 1944] wurden erstmals die theoretischen Schleifenschlüsse z_0 für die Hauptpolygone des Landesnivellements dokumentiert. Gerade in einem gebirgigen Land wie der Schweiz ist es lohnend, sich den Einfluss der Schwereanomalien auf die Schlaufenmessungen zu verdeutlichen.

Die theoretischen Schleifenschlüsse resultieren nicht automatisch aus der kinematischen Ausgleichung. Die vorliegende Berechnung erfolgt auch nicht streng nach Formel 2.3-17. Unter der Verwendung der reduzierten Schleifenschlüsse w aus 5.6.1 ergeben sich die theoretischen Schleifenschlüsse z_0 zu:

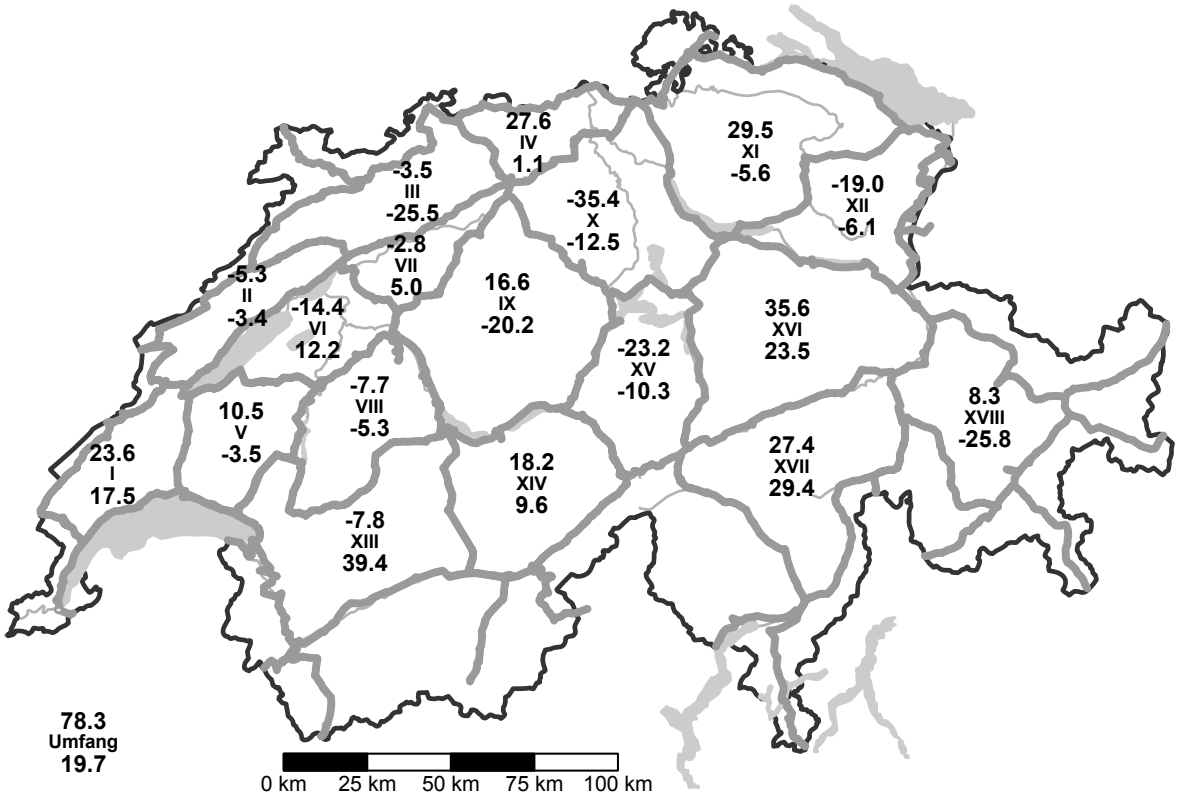


Abbildung 5.6-2: Reduzierte Schleifenschlüsse *w* der Hauptpolygone des Landesnivellements: oben 1. LN, unten 2. LN [mm]

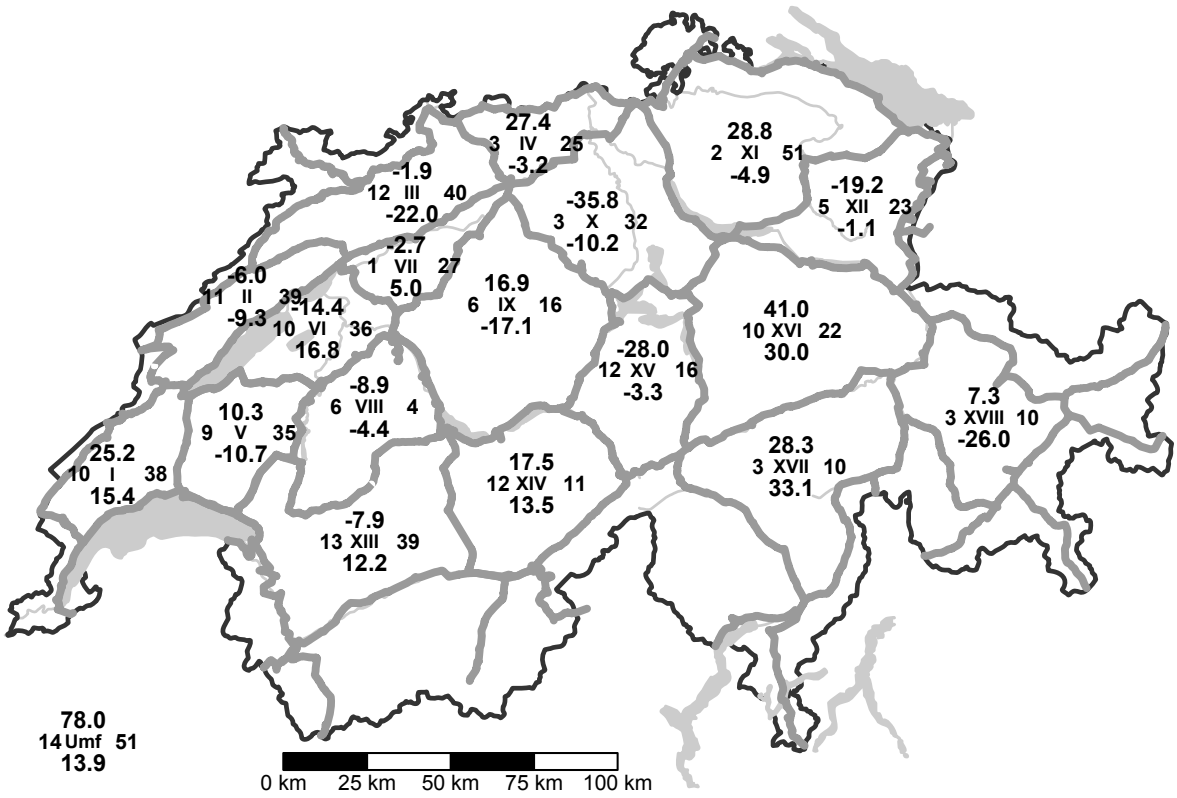


Abbildung 5.6-3: Um die kinematischen Widersprüche reduzierte Schleifenschlüsse der Hauptpolygone des Landesnivellements und Anzahl Jahre bis zur Vollendung einer Schlaufe: oben 1. LN, unten 2. LN [mm]; links Jahre 1. LN, rechts Jahre 2. LN.

$$z_0 = w_0 - w \qquad (5.6\text{-}3)$$

Die Formel setzt voraus, dass die Messfehler sowohl in den beobachteten wie auch in den reduzierten Schleifenschlüssen denselben Abschlusswiderspruch verursachen. Diese Annahme kann getroffen werden, da schon in 4.5.2 gezeigt wurde, dass der Einfluss der Schweremessungen auf die Genauigkeit der Potentiale resp. Potentialdifferenzen vernachlässigbar klein ist (< 2%).

Dazu müssen aber zuerst die beobachteten Schleifenschlüsse w_0 ermittelt werden, welche wiederum die aufsummierten beobachteten Nivellement-Höhendifferenzen repräsentieren. Zu diesem Zwecke werden mit einem Hilfsprogramm in die reduzierten Messfiles (s. Punkt 2 in 5.2) anstelle der Potentialwerte die beobachteten Höhen eingesetzt. Die kinematische Berechung wird nun wiederholt, indem die reinen Nivellementmessungen ausgeglichen werden und so in einem ersten Schritt auch die beobachteten Schleifenschlüsse w_0 resultieren[29].

In der Tabelle 5.6-3 sind die Resultate dieser Berechnungen aufgeführt, in Abb. 5.6-4 sind die beobachteten Schleifenschlüsse w_0 grafisch dargestellt. Die grössten Werte sind dabei im 1. LN mit -73.4 mm (Polygon XIII) und im 2. LN mit -48.4 mm (Polygon XVIII) zu finden. Auf den sehr grossen Wert von -73.4 mm wird bei der Betrachtung der theoretischen Schleifenschlüsse z_0 speziell eingegangen.

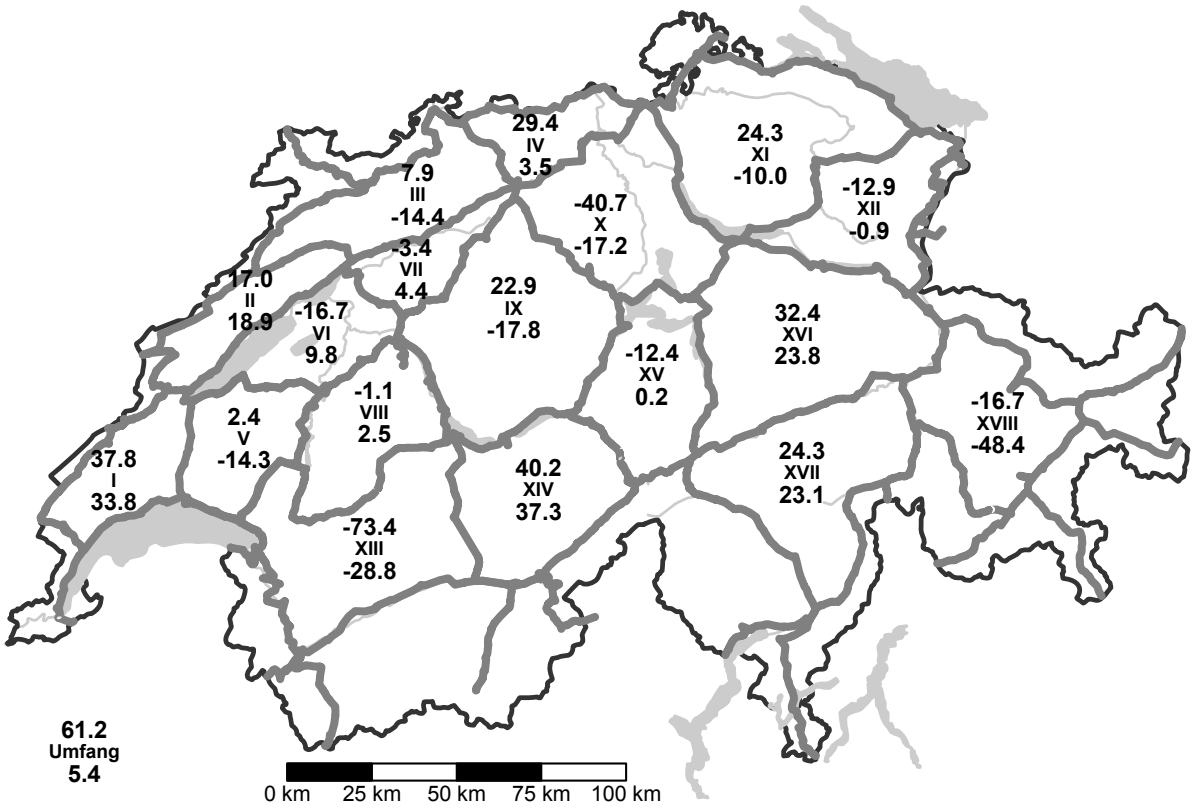


Abbildung 5.6-4: Die beobachteten Schleifenschlüsse w_0 der Hauptpolygone des Landeshöhennetzes: oben 1. LN, unten 2. LN [mm]

Die theoretischen Schleifenschlüsse z_0 können nun auf die in Formel 5.6-3 beschriebene Weise sowohl mit der Erst- wie auch mit der Zweitmessung des Landesnivellements berechnet und verglichen werden. In der nachfolgenden Abbildung 5.6-5 sind nur die Mittelwerte aufgeführt.

[29] Es handelt sich um die identische Ausgleichung, wie sie in Kapitel 10.3 zur Analyse von LN02 verwendet wird.

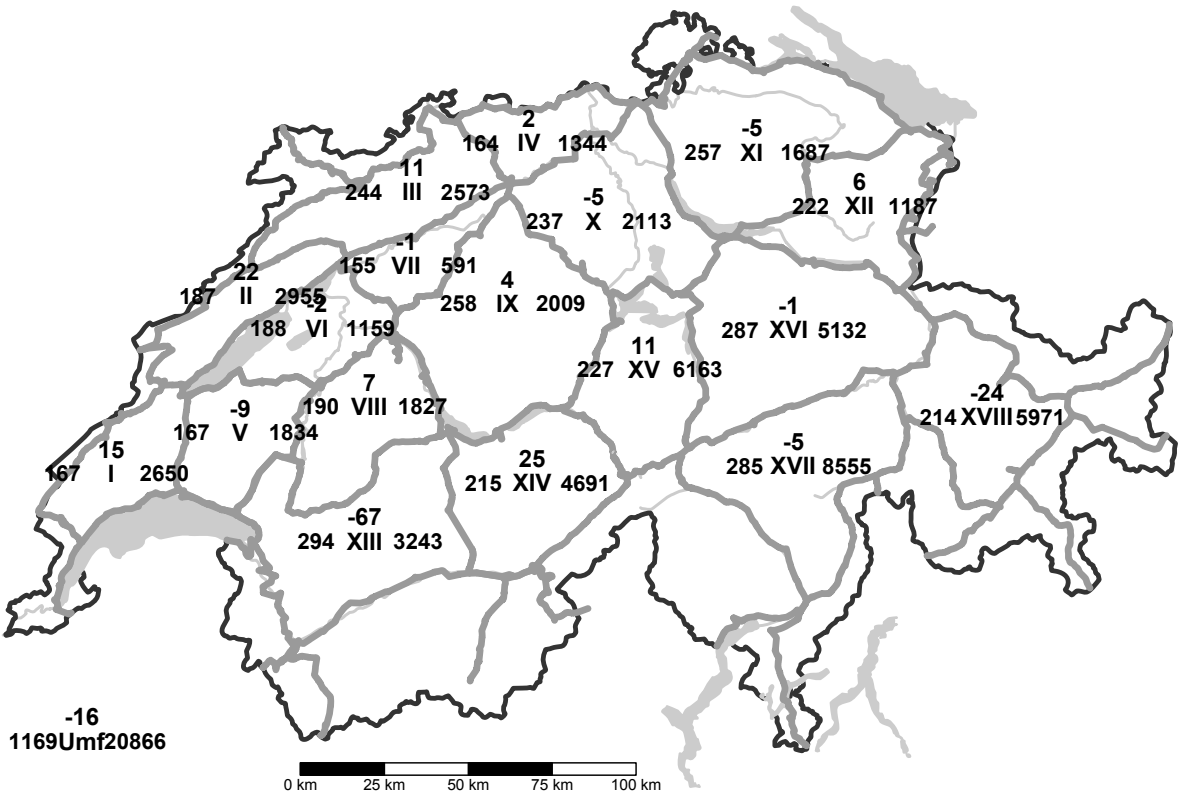


Abbildung 5.6-5: Die theoretischen Schleifenschlüsse z_0 des Landeshöhennetzes:
oben. z_0 [mm]; l.: Länge des Polygons [km]; r.: absolute Höhendifferenz [km]

Die resultierenden theoretischen Schleifenschlüsse z_0 zeigen doch ein überraschendes Bild (auch wenn die Resultate der Hauptpolygone bereits seit den Berechnungen von [Schürer 1944] bekannt waren). Der Grösste Wert befindet sich mit -67 mm im Polygon XIII, welches über knapp 300 km entlang den Freiburgeralpen, durch das Simmental, das Kandertal, den Lötschberg-Scheiteltunnel und über das untere Rhonetal führt.

Gegenüber den restlichen z_0 ist dieser Wert erstaunlich gross und führte dazu, dass das gesamte Polygon XIII nach vollendeter Erstmessung 1916 im 1. LN zwischen 1923 und 1927 nochmals vollständig nachgemessen wurde. Denn in Unkenntnis dieses z_0 wurde der beobachtete Schleifenschluss w_0 als viel zu gross und als eine Folge von systematischen Messfehlern betrachtet. Wie in Kapitel 5.6.1 hergeleitet, betrug der reduzierte Wert w im 1. LN jedoch nur -8 mm, was bezüglich der Polygonlänge von 294 km ein ausgesprochen gutes Resultat ist.

Es ist deshalb nicht erstaunlich und zeugt von der Integrität der Beteiligten, dass auch die Wiederholungsmessung in den Jahren 1923 - 1927 keine Besserung brachte. Der Abschnitt zwischen Gampel und Aigle (ca. 90 km) wurde innerhalb von einem Jahr sogar zweimal nivelliert. Die erste Wiederholungsmessung von 1926 hätte den Polygonschluss XIII auf w_0 = -39 mm reduziert. Die Doppelmessung wies in sich einen Widerspruch von 90 mm auf, sodass die Messung 1927 vollständig wiederholt wurde [Quelle: Gassmann 1927 und 1928].

Dass der beobachtete Schleifenschluss in der Zweitmessung an diesem Polygon -29 mm beträgt (s. Abb. 5.6-4), ist eine Folge des nicht berücksichtigten kinematischen Widerspruchs w_{kin} von -27 mm. Würde man diesen Wert ebenfalls korrigieren, so resultierte wiederum ein beobachteter Schleifenschluss w_0 von -56 mm.

Bei einer durchschnittlichen Länge der Hauptpolygone von 220 km und einer Messgenauigkeit von ± 0.6 mm·km^{-1} bis 1.0 mm·km^{-1} resultiert rechnerisch ein mittlerer beobachteter Schleifenschluss von ± 9mm bis 15 mm. Gegenüber diesen Schleifengenauigkeiten sind die theoretischen Schleifenschlüsse der Mittellandpolygone (IV bis XI) nur von marginaler Bedeutung.

Trotzdem ist es nicht so, dass generell die grossen Gebirgspolygone im Alpenraum automatisch die grössten z_0 aufweisen. So weißt das Polygon XVI (mit 287 km eines der Längsten) mit nur -1 mm das kleinste z_0 des ganzen Netzes auf. Das mit 187 km eher kurze Polygon II im Neuenburger Jura besitzt ein z_0 von beachtlichen 22 mm. Länge und absolute Höhendifferenz sagen also nichts aus über den zu erwartenden theoretischen Schleifenschluss.

Dass die Berücksichtigung der theoretischen Schleifenschlüsse auf die Berechnung der Messgenauigkeit einen signifikanten Einfluss ausübt, wird in Tabelle 5.6-2 nachgewiesen.

5.6.3 Zusammenfassung und Genauigkeitsabschätzung aus den Schleifenschlüssen

Die Tabelle 5.6-3 fasst alle Resultate bezüglich den Schleifenschlüssen des Landeshöhennetzes zusammen.

Mit Hilfe der reduzierten Schleifenschlüsse w lassen sich auf einfache Art und Weise aussagekräftige Abschätzungen zur eigentlichen Messgenauigkeit des Landesnivellements durchführen. Der mittlere Kilometerfehler berechnet sich nach der Formel

$$m = \sqrt{\frac{\left[\frac{w^2}{L}\right]}{n}} \qquad (5.6\text{-}4)$$

wobei:

L Länge der Schleife

n Anzahl der Polygone (ohne das Umfangspolygon)

		Nur Hauptpolygone		mit Sekundärpolygonen	
		m. F.	Anzahl	m. F.	Anzahl
beobachtete Schleifenschlüsse w_0	1. LN	**±1.9 mm/km**	18	±1.6 mm/km	46
	2. LN	**±1.5 mm/km**	18	±1.5 mm/km	45
reduzierte Schleifenschlüsse w	1. LN	**±1.4 mm/km**	18	±1.3 mm/km	46
	2. LN	**±1.1 mm/km**	18	±1.1 mm/km	45
kinematisch reduzierte Schleifenschlüsse ($w + w_{kin}$)	1. LN	**±1.4 mm/km**	18	±1.3 mm/km	46
	2. LN	**±1.0 mm/km**	18	±1.0 mm/km	45

Tabelle 5.6-2: Genauigkeitsabschätzung aus den Schleifenschlüssen

[Schürer 1944] hatte für das erste Landesnivellement mit den reduzierten Schleifenschüssen den identischen mittleren Km-Fehler von ±1.40 mm ausgewiesen. Eine Ausgleichung ohne Berücksichtigung der theoretischen Schlussfehler ergab damals den Wert von ±1.8 mm·km^{-1}.

Sehr deutlich zeigt sich also der Einfluss des theoretischen Schleifenfehlers, welcher bei den beobachteten Schleifenschlüssen w_0 nicht berücksichtigt wurde. Den Haupteinfluss auf die Genauigkeit übt das Polygon 13 aus (s. Abb. 5.6-5). Berücksichtigt man diese Schlaufe im 1. LN nicht, so verringert sich der mittlere Km-Fehler aus den beobachteten Schleifenschlüssen auf ±1.6 mm. Die Genauigkeit bei den reduzierten Schleifenschlüsse wurde nicht wesentlich gesteigert.

Die Genauigkeitssteigerung durch die Berücksichtigung des kinematischen Widerspruchs ist nur geringfügig und kommt letztendlich nur in den Messungen des 2. LN (zweite Epoche) zum Tragen. Hier wird die Genauigkeit aufgrund der Haupt- und der Sekundärlinien-Schlaufen um jeweils 10% auf ±1.0 mm/km gesteigert.

Polygon	Länge	Δ H abs.	Beobachteter Schleifenschluss w_0		Reduzierter Schleifenschluss w		Kinematischer Widerspruch w_{kin}				Korrigierter Schleifenschluss ($w + w_{kin}$)		Theo. Schleifen-Schluss z_0 [30]
			1. LN	2. LN	1. LN	2. LN	1. LN	Δ t	2. LN	Δ t	1. LN	2. LN	
	[km]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[a]	[mm]	[a]	[mm]	[mm]	[mm]
I	167	2650	37.8	33.8	23.6	17.5	1.5	10	-2.0	38	25.2	15.4	**15**
II	187	2955	17.0	18.9	-5.3	-3.4	-0.6	11	-5.9	39	-6.0	-9.3	**22**
III	244	2573	7.9	-14.4	-3.5	-25.5	1.7	12	3.5	40	-1.9	-22.0	**11**
IV	164	1344	29.4	3.5	27.6	1.1	-0.2	3	-4.3	25	27.4	-3.2	**2**
V	167	1834	2.4	-14.3	10.5	-3.5	-0.3	9	-7.2	35	10.3	-10.7	**-9**
VI	188	1159	-16.7	9.8	-14.4	12.2	0.0	10	4.5	36	-14.4	16.8	**-2**
VII	155	591	-3.4	4.4	-2.8	5.0	0.1	1	-0.1	27	-2.7	5.0	**-1**
VIII	190	1827	-1.1	2.5	-7.7	-5.3	-1.2	6	0.9	4	-8.9	-4.4	**7**
IX	258	2009	23.0	-17.8	16.6	-20.2	0.3	6	3.1	16	16.9	-17.1	**4**
X	237	2213	-40.7	-17.2	-35.4	-12.5	-0.4	3	2.3	32	-35.8	-10.2	**-5**
XI	257	1687	24.3	-10.0	29.5	-5.6	-0.7	2	0.7	51	28.8	-4.9	**-5**
XII	222	1187	-12.9	-0.9	-19.0	-6.1	-0.2	5	5.0	23	-19.2	-1.1	**6**
XIII	294	3243	-73.4	-28.8	-7.8	39.4	-0.1	13	-27.1	39	-7.9	12.2	**-67**
XIV	215	4691	40.2	37.3	18.2	9.6	-0.7	12	4.0	11	17.5	13.5	**25**
XV	227	6163	-12.4	0.2	-23.2	-10.3	-4.8	12	7.1	16	-28.0	-3.3	**11**
XVI	287	5132	32.4	23.8	35.6	23.5	5.4	10	6.5	22	41.0	30.0	**-1**
XVII	285	8555	24.3	23.1	27.4	29.4	1.0	3	3.6	10	28.3	33.1	**-5**
XVIII	214	5971	-16.7	-48.4	8.3	-25.8	-1.0	3	-0.3	10	7.3	-26.0	**-24**
Umfang	1169	20866	61.2	5.4	78.3	19.7	-0.3	14	-5.8	51	78.0	13.9	**-16**

Tabelle 5.6-3: Die Schleifenschlüsse der Hauptpolygone des Schweizerischen Landeshöhennetzes

[30] Mittelwert aus dem 1. und 2. LN nach der Formel $z_0 = w_0 - w$

5.7 Die Hauptresultate der kinematischen Ausgleichung

5.7.1 Statistik zur kinematischen Ausgleichung

Aus der kinematischen Ausgleichung erhalten wir folgende statistischen Angaben:

Anzahl Beobachtungen (Potentialdifferenzen)	**3'381**
unbekannte Höhen	**1'582**
unbekannte Potentialänderungen	**1'169**
Total Unbekannte	**2'751**
Überbestimmung	**630**

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit a posteriori berechnet sich aus

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-u}} = \pm 1.34 \text{ mgpu} \approx \mathbf{\pm 1.4 \text{ mm}}$$

wobei *v* der Verbesserung einer Beobachtung entspricht.

Dieser Wert entspricht der Genauigkeit a posteriori einer *nivellierten Strecke* mit einer *Distanz* von *1 km* und einer *Höhendifferenz* von *100 m* und ist daher nicht direkt mit der Messgenauigkeit aus den Schleifenschlüssen vergleichbar.

Der Fehlerquotient zwischen Gewichtseinheit a priori und a posteriori beträgt 0.92.

Die Anteile der einzelnen stochastischen Gruppen (s. Tab. 5.5-1) nehmen dabei folgende Werte an:

		FUER DIST=1 KM, DELTAH=100 M		
BEOBACHTUNGEN	ANZAHL	MF SCHLUSS	A PRIORI	QUOT.
GRUPPE 1	417	1.83 MUGP	2.00 MUGP	**0.91**
GRUPPE 2	820	1.25 MUGP	1.30 MUGP	**0.96**
GRUPPE 3	1249	1.11 MUGP	1.10 MUGP	**1.01**
GRUPPE 4	807	0.84 MUGP	1.10 MUGP	**0.76**
GRUPPE 5	27	1.00 MUGP	3.20 MUGP	**0.31**
GRUPPE 6	4	0.79 MUGP	1.60 MUGP	**0.50**
GRUPPE 9	66	9.03 MUGP	12.20 MUGP	**0.74**

Tabelle 5.7-1: Fehleranteile der einzelnen stochastischen Gruppen

5.7.2 Die ausgeglichenen geopotentiellen Koten und deren relativen mittleren Fehler gegenüber Zimmerwald Z0

Erstes Hauptresultat der kinematischen Ausgleichung sind die ausgeglichenen geopotentiellen Koten. Sie legen den unverzwängten Höhenrahmen CHVRF04 resp. LHN95 fest und bilden die wichtige Grundlage für die Folgearbeiten in den Kapiteln 7 - 10, wie beispielsweise die Berechung der unverzwängten orthometrischen Höhen und Normalhöhen für die Bestimmung des Geoidmodells CHGeo2004 [Marti und Schlatter 2005].

Natürlich interessieren als Interpretationsgrösse einer Ausgleichung nicht die Potentialwerte an sich sondern deren stochastischen Angaben a posteriori. In der folgenden Abb. 5.7-1 sind deshalb die mittleren Fehler der geopotentiellen Koten aus der kinematischen Gesamtausgleichung abgebildet. Es handelt sich dabei um die relativen mittleren Fehler gegenüber dem Referenzpunkt Zimmerwald (Z_0), welcher die (minimale) Höhenlagerung festlegt. Die maximalen Fehler finden sich erwartungsgemäss bei den am weitesten entfernten Punkten im Engadin und betragen ca. ±14 mgpu.

Die Fehler pflanzen sich im Wesentlichen mit der Quadratwurzel des Abstandes zum Referenzpunkt fort. Je dichter die Vernetzung der Polygone ist, umso günstiger wirkt sich dies auf die Fehlerfortpflanzung aus. Deutlich zu erkennen ist deshalb der Genauigkeitsabfall bei den offenen Nivellementlinien am Rande des Netzes. Der Einfluss der vertikalen Ausdehnung des Netzes auf die Genauigkeit ist weniger offensichtlich. Anomalien entstehen auch dort, wo zwischen den letzten Messungen und dem Referenzzeitpunkt grosse Zeiträume liegen (> 50 Jahre).

Sichtbar ist dies nördlich von Lausanne und entlang der Linien am Jura-Südfuss.

Einige spezielle Kenngrössen zur Genauigkeit der geopotentiellen Koten:

- Der mittlere Fehler der Potentialdifferenz Zimmerwald (Z_0) – RPN (Repère Pierre du Niton) beträgt ± 6.5 mgpu. In diesem Genauigkeitsrahmen bewegt sich somit auch die Festlegung des Potentials der Fundamentalstation Zimmerwald gegenüber dem alten Referenzpunkt RPN.
- Im Mittel betragen die relativen mittleren Fehler ± 6.5 mgpu, 75 % der Werte liegen innerhalb ± 7.1 mgpu.

Individuelle Angaben zur Genauigkeit der Potentialdifferenz zwischen bestimmten Punkten können als Funktion der Unbekannten aus der Kovarianzmatrix abgeleitet werden.

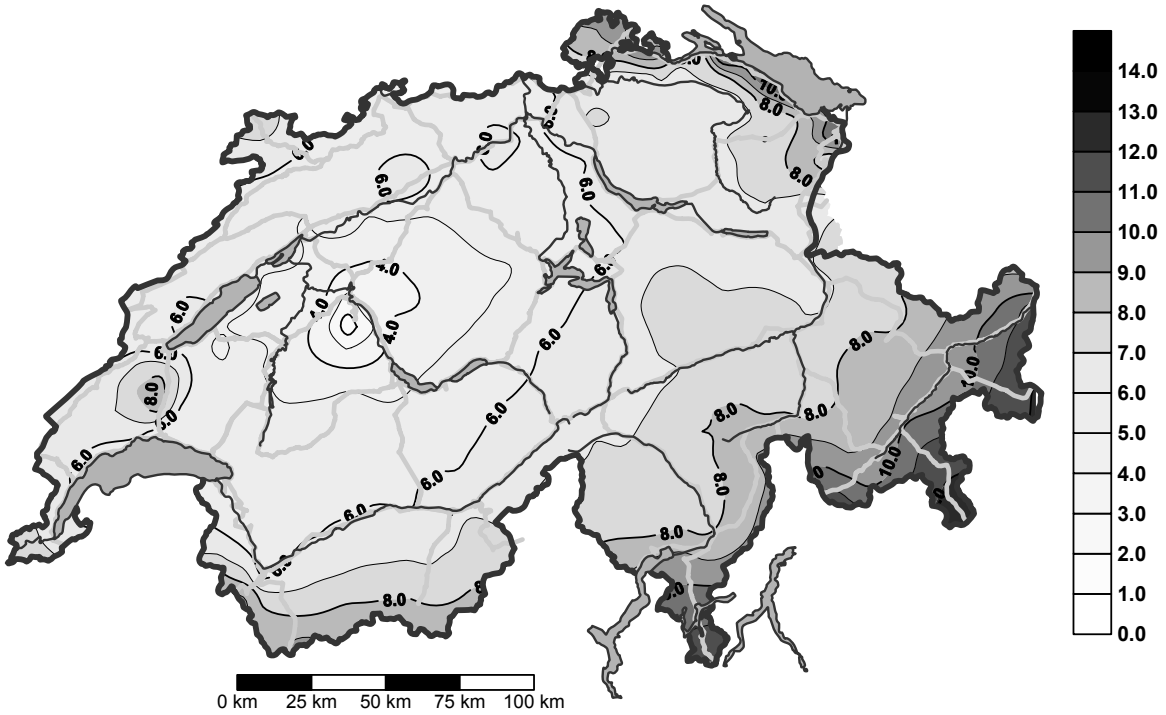


Abbildung 5.7-1: Die relativen mittleren Fehler der geopotentiellen Koten gegenüber dem Referenzpunkt Zimmerwald [mgpu]

5.7.3 Die ausgeglichenen Potentialänderungen und deren relativen mittleren Fehler gegenüber der kinematischen Referenz Aarburg

Das zweite Hauptresultat der kinematischen Ausgleichung bilden die ausgeglichenen Potentialänderungen. Diesen Grössen und deren räumlichen Verteilung ist ein separates Kapitel gewidmet (s. Kapitel 6). Sie dienen nicht zuletzt als wertvolle Indikatoren für die rezenten, tektonisch bedingten Höhenänderungen in der Schweiz.

Die relativen mittleren Fehler der Potentialänderungen zeigen ein ähnliches Bild wie die relativen mittleren Fehler der Potentiale. Im Gegensatz dazu sind die Potentialänderungen aber im kinematischen Referenzpunkt Aarburg gelagert. Die distanzabhängige Fehlerfortpflanzung dominiert, nur in wenigen Gebieten ist auch der Einfluss der nivellierten Höhendifferenz erkennbar, dies hauptsächlich beim Lukmanierpass und beim Klausenpass. Bei diesen beiden Passnivellements wurden die Erstmessungen mit Holzlatten durchgeführt und in der kinematischen Ausgleichung entsprechend geringer gewichtet (s. Abb. 5.5-1).

Die maximalen Werte befinden sich trotzdem an den Netz-Randgebieten im Engadin, im Unterwallis und im Tessin mit ±0.25 mgpu·a^{-1}, ±0.22 mgpu·a^{-1} und ±0.24 mgpu·a^{-1}. Die Genauigkeit zwischen benachbarten Punkten ist natürlich wesentlich höher und kann (wie bei den Potential-

änderungen) mit Hilfe der Kovarianzmatrix als Funktion der Unbekannten berechnet werden.

Wiederum zwei Kenngrössen zu den relativen mittleren Fehlern der Potentialänderungen:

- Der mittlere Fehler der Potentialänderungen zwischen der kinematischen Referenz Aarburg und RPN beträgt ±0.13 mgpu·a^{-1}. Der adäquate Wert zu Zimmerwald kann nicht berechnet werden, da bis zum heutigen Zeitpunkt (Ende 2004) für den Referenzpunkt Zimmerwald (Z_0) nur eine Messepoche zur Verfügung steht.
- Im Mittel betragen die relativen mittleren Fehler der Potentialänderungen ± 0.12 mgpu·a-1; 75% aller Werte liegen innerhalb ± 0.13 mgpu·a-1.

5.7.4 Numerische Tests zum Einfluss des Höhenmassstabes

Hintergrund der nachfolgenden Tests ist die Tatsache, dass sog. symmetrisch-systematische Fehler im Präzisionsnivellement kaum aufzudecken sind. Die klassischen Beispiele dazu sind der Höhenmassstab wie auch die einseitige Refraktion in den Bergstrecken. Es ist nicht Bestandteil dieser Arbeit, Untersuchungen zu diesen Themen durchzuführen, zumal das Werkzeug der kinematischen Ausgleichung dazu nicht geeignet ist. Gerade deswegen sind die in Kapitel 5.7.2 und 5.7.3 dokumentierten stochastischen Angaben zu den geopotentiellen Koten und deren zeitlichen Änderungen immer mit dem entsprechenden Vorbehalt zu interpretieren.

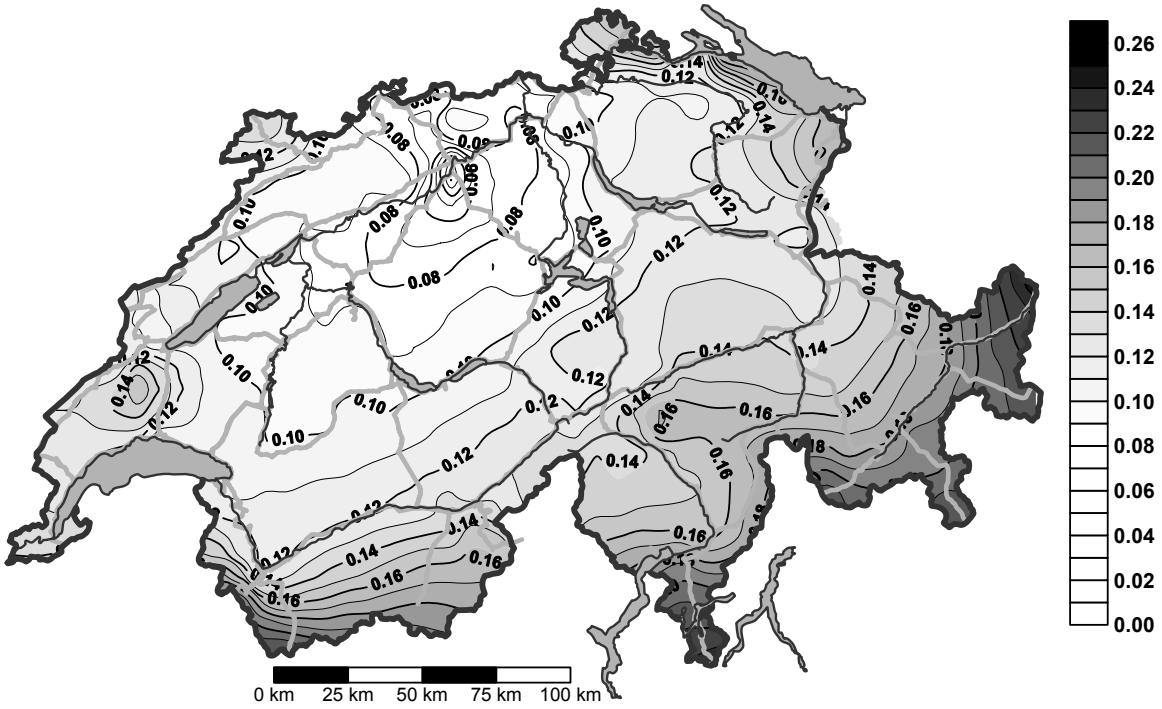


Abbildung 5.7-2: Die relativen mittleren Fehler der Potentialänderungen gegenüber dem Referenzpunkt Aarburg [mgpu·a^{-1}]

Die Wahl der a priori-Grössen des stochastischen Modells für die Messgruppen (Kapitel 5.5) ist ein Zusammenspiel der Erfahrungen aus Präzisions-Nivellementmessungen und dem iterativen Vorgehen in der kinematischen Ausgleichung. In der Tabelle 5.7-1 belegen die Fehleranteile a posteriori (MF Schluss) der einzelnen Messgruppen resp. die Quotienten zu den a priori Werten die Eignung dieser Wahl für die kinematische Ausgleichung. Sie deuten auch nicht auf eine einseitige systematische Verfälschung durch signifikant unterschiedliche Lattenmassstäbe hin.

Da die meisten Linien des schweizerischen Landeshöhennetzes nur zwei Mal beobachtet wurden, besteht zudem die Möglichkeit, dass ein Teil der unterschiedlichen Lattenmassstäbe in den a priori unbekannten Potentialänderungen verschwindet. Bei den Bergstrecken mit mehr als zwei Messepochen wurden unterschiedliche Erfahrungen gemacht:

- Bei einigen Passnivellements wie Susten, Furka, Oberalp und Gotthard wurden die vorliegenden drei Messungen ausschliesslich mit Invarlatten ausgeführt. Es ergaben sich aus den Auswertungen keine Indizien, dass signifikant unterschiedliche Lattenmassstäbe vorliegen, was für die Qualität der Invarlatten seit der Einführung ab 1913 und deren Eichung spricht.
- Am Hauensteinpass liegen ebenfalls drei Messepochen vor, wobei die erste Messung aus dem Jahre 1911 mit Reversions- und Kompensationsmiren ausgeführt wurde. Eine Untersuchung im Rahmen tektonischer Studien für die Nagra im Jahre 1992 mit den Vergleichsmessungen aus den Jahren 1967/68 und 1991 hatte gezeigt, dass diese "Holz"-Lattenmessungen einen systematischen Massstab von ca. 120 ppm aufweisen [Schneider et al. 1992]. Für alle Berechnungen im Rahmen des Projektes LHN95 wurden deshalb die alten Hauenstein-Messungen um diesen systematischen Massstab korrigiert.

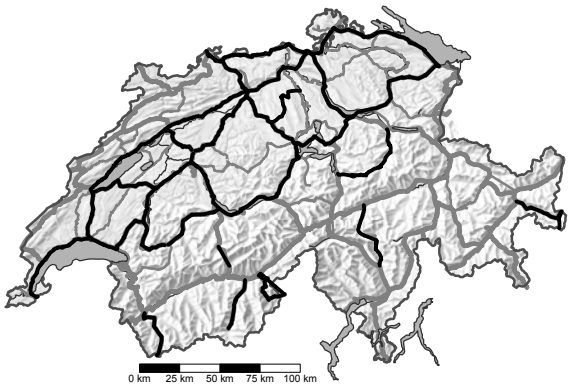


Abbildung 5.7-3: Messungen ohne Invarlatten (stochastische Gruppe 1)

Mit grosser Wahrscheinlichkeit, wenn auch nicht in der Grössenordnung wie am Hauenstein, dürften auch die restlichen Messungen der Gruppe 1 einen systematisch abweichenden Massstab aufweisen. Abb. 5.7-3 zeigt alle in die kinematische Ausgleichung eingehenden Messungen ohne Invarlatten. Wo nur zwei Beobachtungen vorliegen und die Knotenpunkte auf gleicher Höhe liegen, äussern sich die systematischen Einflüsse nicht in Netzzwängen sondern in höhenabhängigen Potentialänderungen.

Beispiele dazu sind am Klausen-, Ofen- und Lukmanierpass bekannt. Diese Netzverbindungen wurden für die Ausgleichung aufrecht erhalten, für die dazwischen liegenden Punkte entlang dieser Passstrecken wurde aber auf das Schätzen von Potentialänderungen bewusst verzichtet, indem pro Epoche eine "Höhen"-Unbekannte definiert wurde. So ist gewährleistet, dass die Netzverbindungen zur Genauigkeitssteigerung beitragen können. Das kinematische Modell, wie es in Kapitel 6 präsentiert wird, bleibt von diesen systematischen Fehlern im Wesentlichen unbeeinflusst.

Was mit der kinematischen Ausgleichung getestet werden kann, ist (neben unrealistischen Potentialänderungen) der Einfluss der stochastischen Werte a priori auf die ausgeglichenen Resultate. Zu diesem Zwecke wurde die Massstabsgenauigkeit a priori der Messgruppe 1 in zwei modifizierten Berechnungen zu ±50 ppm resp. ±100 ppm statt ± 10 ppm angenommen. Die Resultate wurden danach mit denjenigen der ursprünglichen kinematischen Ausgleichung verglichen und in Form von Isolinien in den Abbildungen 5.7-4 bis 5.7-6 dargestellt.

Der Einfluss auf die geopotentiellen Koten ist eher klein. Bei ±50 ppm liegen die Änderungen zwischen -2.7 mgpu und +1.9 mgpu, bei ±100 ppm sind es zwischen -3.7 mgpu und +4.9 mgpu. Diese Maximalwerte liegen im Beispiel ± 50ppm in Rorschach (Bodensee) und in Steinenberg (Sattel - Schwyz), bei ± 100 ppm in Rorschach und in Essertines (VD). Diese lokalen Abweichungen wie in der Region Sattel (Schwyz) deuten auf Zwänge in der ursprünglichen Berechnung hin, welche sich nun mit abgeschwächter Gewichtung in Höhenänderungen äussern.

Bei Essertines ist es nicht der direkte Effekt der Gruppe 1 - Messungen. Die letzte Messung entlang dieser Strecke datiert aus dem Jahre 1912. Die grossen Unterschiede in den Potentialen in dieser Region resultieren aus dem Einfluss der Geschwindigkeits-Änderungen auf die Extrapolation der Werte von 1912 in das Jahr 1993.

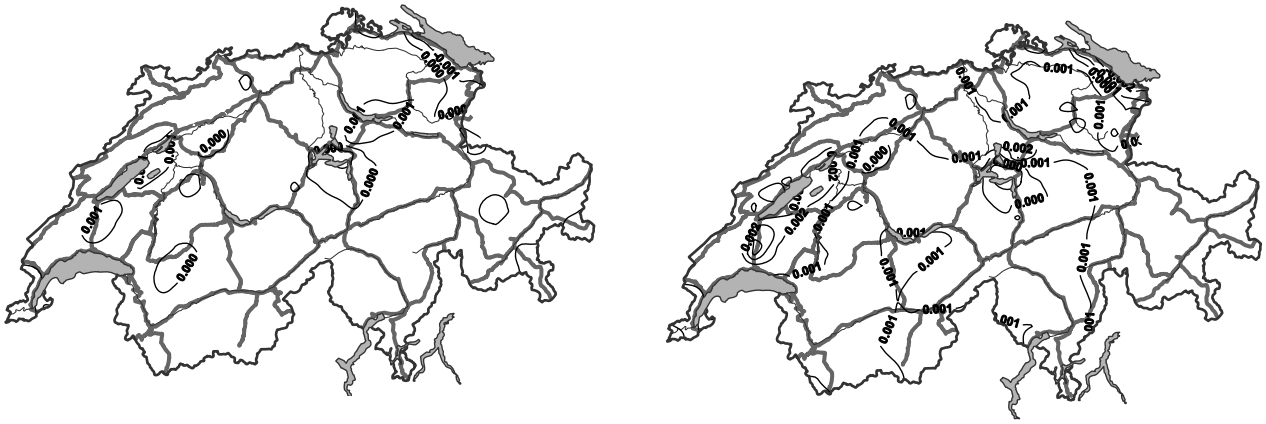


Abbildung 5.7-4: Einfluss der Änderung der Massstabsgenauigkeit a priori der Messgruppe 1 auf die ausgeglichenen geopotentiellen Koten [gpu]: statt ± 10 ppm links ± 50ppm; rechts ± 100 ppm

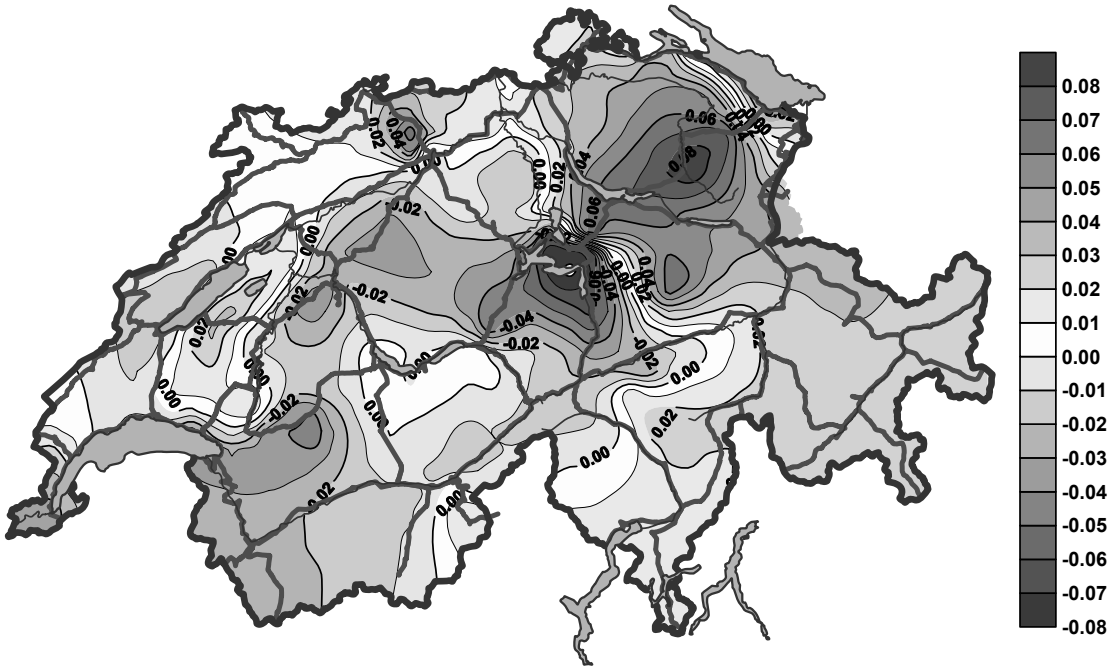


Abbildung 5.7-5: Einfluss der Änderung der Massstabsgenauigkeit a priori der Messgruppe 1 von ±10 ppm auf ±50ppm auf die ausgeglichenen zeitlichen Potentialänderungen in [mgpu·a^{-1}].

In der Wahrnehmung wesentlich grösser erscheint der Einfluss auf die jährlichen Potentialänderungen. Die Maximalwerte betragen: bei ± 50 ppm: -0.089 und +0.126 mgpu/a; bei ± 100 ppm: -0.151 und +0.169 mgpu/a. Sie liegen in beiden Fällen am Hauensteinpass und in Steinen-Schwyz. Diese Änderungen treten nun überall dort markant auf, wo Messungen der Gruppe 1 mit bedeutenden Höhenänderungen vorliegen. In den restlichen Gegenden sind die vorhandenen Effekte eher als Randeffekte zu bewerten.

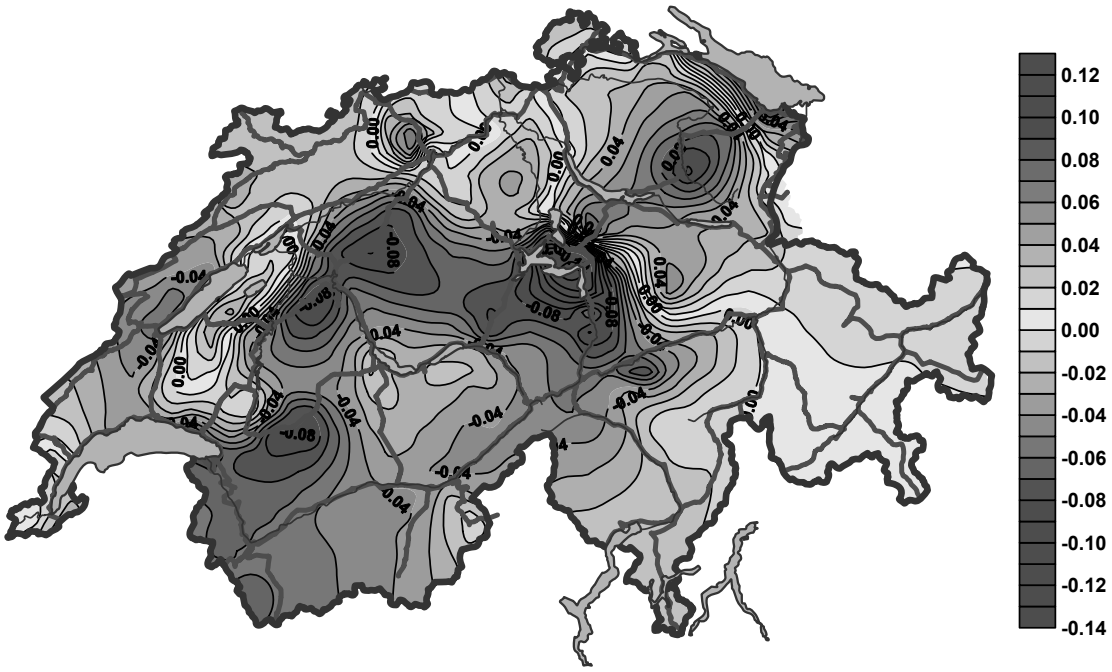


Abbildung 5.7-6: Einfluss der Änderung des Lattenmassstabes a priori der Messgruppe 1 von ±10 ppm auf ±100ppm auf die ausgeglichenen jährlichen Potentialänderungen in [mgpu·a^{-1}].

Mit diesen Testrechungen kann nicht der Einfluss einer allfälligen systematischen Verfälschung ermittelt werden. Es können auch keine Aussagen abgeleitet werden, welches nun die signifikanteren Resultate sind. Sie zeigen aber, wo sich systematische Massstabsungenauigkeiten der Gruppe Messgruppe 1 vor allem auswirken würden. Wesentlich ist daher die Erkenntnis, dass entlang den Linien der Messgruppe 1 insbesondere bei grösseren Höhendifferenzen die resultierenden Potentialänderungen mit der entsprechend Vorsicht interpretiert werden müssen.

6 Rezente vertikale Bewegungen

6.1 Einleitung

6.1.1 Geodäsie und Geodynamik

'Die Geodäsie ist die Wissenschaft von der Ausmessung und der Abbildung der Erdoberfläche [Helmert 1880]'. Dies ist die klassische Definition der Erdmessung von *Friedrich Robert Helmert* (1843 – 1917), einer der bedeutendsten Geodäten der Neuzeit. Diese allgemeine und eher statische Aussage hatte Helmert selber im Jahre 1891 mit sehr viel Weitblick erweitert, indem er über das Nivellement folgendes festhielt:

'Diese Arbeiten haben zudem nicht nur die Bedeutung, die geodätische Grundlage der Höhenbestimmung: das mittlere Niveau der Meere, genauer zu erforschen, sondern sie bieten uns damit zugleich das feinste Mittel, die zeitlichen Veränderungen des Erdkörpers zu erkennen.

Obwohl die letzteren im allgemeinen nur ganz langsam fortschreitende sind und in einigen Decennien in der Regel kaum bemerkbar werden, so wird doch die Erdmessung bei der fortschreitenden Verfeinerung ihrer Hilfsmittel mehr und mehr gezwungen sein, sie zu berücksichtigen [Helmert 1891].

Genau in diesem Spannungsfeld zwischen dem *'Erkennen von Veränderungen'* und dem *'Berücksichtigen der Veränderungen'* bewegt sich auch das vorliegende Kapitel. Nicht nur das Berechnen von vertikalen Änderungen der Höhenfixpunkte aus den Messungen des Landesnivellements ist von Interesse. Die Bestimmung eines modernen und möglichst präzisen Höhenrahmens erfordert zunehmend auch das Modellieren der festgestellten Bewegungen, insbesondere dort, wo keine wiederholten Messungen zur Verfügung stehen.

Helmerts visionäre Abhandlung wurde in der modernen Geodäsie zur Realität. Mit den satellitengeodätischen Messmethoden (GNSS: Global Navigation Satellite System) lassen sich die Plattenbewegungen in der Grössenordnung von einigen cm/Jahr beinahe in Echtzeit nachweisen. Dies führte dazu, dass Angaben zur zeitlichen Änderungen der Koordinaten ein wichtiger Teil der Definition eines globalen Referenzsystems resp. dessen Referenzrahmens geworden sind.

6.1.2 Inhalt und Bedeutung des vorliegenden Kapitels

Das vorliegende Kapitel beschränkt sich auf die Herleitung und Erläuterung von rezenten vertikalen Bewegungen, welche mit der Methode des Präzisionsnivellements in der Schweiz bestimmt wurden.

Das Unterkapitel 6.2 soll die Möglichkeiten und Grenzen des Präzisionsnivellements bezüglich tektonischer Untersuchungen aufzeigen. Anhand der Resultate aus der in Kapitel 5 beschriebenen kinematischen Ausgleichung werden die aktuellsten *rezenten vertikalen Bewegungen* in der Schweiz präsentiert. Aus den diskreten Resultaten auf den ausgewählten Punkten des Landeshöhennetzes wird das Modell CHKLM95 gebildet, welches für das ergänzende Höhensystem zur neuen Landesvermessung LV95 von Bedeutung ist (6.3). Die landesweiten Resultate werden zudem mit Ergebnissen von lokalen Untersuchungen der letzten 8 Jahre verfeinert. Der Einfluss des kinematischen Modells der vertikalen Bewegungen auf die Höhenrahmen wird in den Kapiteln 9 und 10 aufgezeigt.

6.2 Möglichkeiten und Grenzen des Präzisionsnivellements

Dass mit der Methode des Präzisionsnivellements in der Schweiz tektonische Bewegungen detektiert werden können, ist vor allem ein Verdienst der mit der Höhenbestimmung vertrauten Personen Ende des 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts. Hätte man damals nicht die notwendige Sorgfalt bei der Punktversicherung und der Messung walten lassen, wären die heutigen Messresultate wohl wichtig für die eigentliche Höhenbestimmung, für langfristige und tektonische Untersuchungen aber nur bedingt von Nutzen. Um dies zu verdeutlichen, zeigt folgendes Unterkapitel die Möglichkeiten und Grenzen des Präzisionsnivellements.

6.2.1 Geologische und geodätische Zeiträume

Geologisch-tektonische Prozesse haben eine typische Zeitskala von Millionen von Jahren. Das Zeitintervall zwischen geodätischen Messungen beträgt im Falle des Präzisionsnivellements maximal 100 Jahre, bei den GPS-Messungen maximal 15 - 20 Jahre. Die Schwierigkeit, mit geodätischen Messungen tektonische Prozesse nachzuweisen ist offensichtlich.

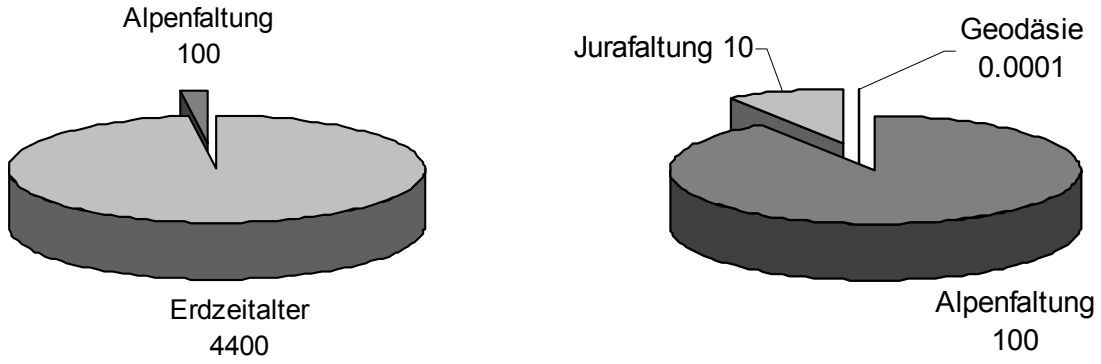


Abbildung 6.2-1: Zeitskala Alpenfaltung, Jurafaltung und Präzisionsnivellement in [Mio. Jahren]

Die 100 Jahre Präzisionsnivellement decken also gerade 0.0001 % der Geschichte der Alpenfaltung ab. Verglichen mit dem Erdradius von 6'370 km entspricht dies einem Anteil an der Distanz von gerade 6.4 m.

Über geologische Zeiträume zeigen tektonische Bewegungen einen klaren Trend. In kürzeren Zeiträumen äusseren sie sich wie ein verrauschtes Signal. Bewegungen entstehen durch elastische Verformungen, isostatische Ausgleichsbewegungen oder während eines Erdbebens. Letztere sind durch ihr zufälliges Auftreten für die Unregelmässigkeit verantwortlich. Messungen über relativ kurze Zeiträume zeigen nur einen kleinen Ausschnitt der Gesamtbewegung. Diese Resultate werden deshalb als instrumentelle Krustenbewegungen bezeichnet. Abbildung 6.2-2 ist an [Egli 2004a] angelehnt und zeigt anschaulich den Unterschied zwischen tektonischer und sog. instrumenteller Krustenbewegung.

Je grösser der Zeitraum zwischen den Messungen ist, umso grösser ist die Wahrscheinlichkeit, dass deren Resultate den geologischen Trend repräsentieren.

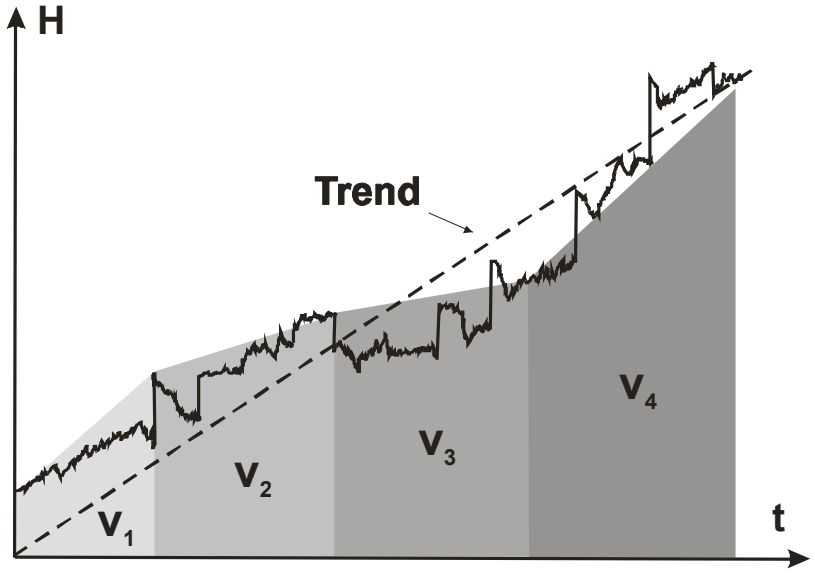


Abbildung 6.2-2: Unterschied zwischen (kurzfristiger) instrumenteller und tektonischer Krustenbewegung (langfristiger Trend).

6.2.2 Überlegungen zur Signifikanz und Darstellung der Resultate

Die Aussagekraft der Ergebnisse aus wiederholten geodätischen Messungen hängt von zwei wesentlichen Faktoren ab:

- von der Messgenauigkeit der (ungenausten) Messung
- vom Zeitintervall zwischen erster und letzter Messung

Die Grösse der Bewegung spielt eigentlich keine Rolle. Je grösser sie aber ist, desto kleiner kann für den signifikanten Nachweis die Messgenauigkeit und/oder der zeitliche Abstand zwischen den Messepochen gewählt werden. Nicht vergessen werden darf aber, dass keine oder nur kleine Bewegungen bei entsprechender Signifikanz auch bedeutsame Resultate sind!

Die Signifikanz relativer Bewegungen zwischen den geodätischen Messpunkten kann bei der Methode des Präzisionsnivellements auf einfache Weise abgeschätzt werden. Grundgrösse ist die Messgenauigkeit, welche wir aus den landesweiten Untersuchungen zu ±0.8 mm/km annehmen.

$$f(x,95\%) = \frac{\sqrt{x} \cdot 0.8mm/km \cdot \sqrt{2} \cdot 1.96}{\Delta t} \qquad (6.2\text{-}1)$$

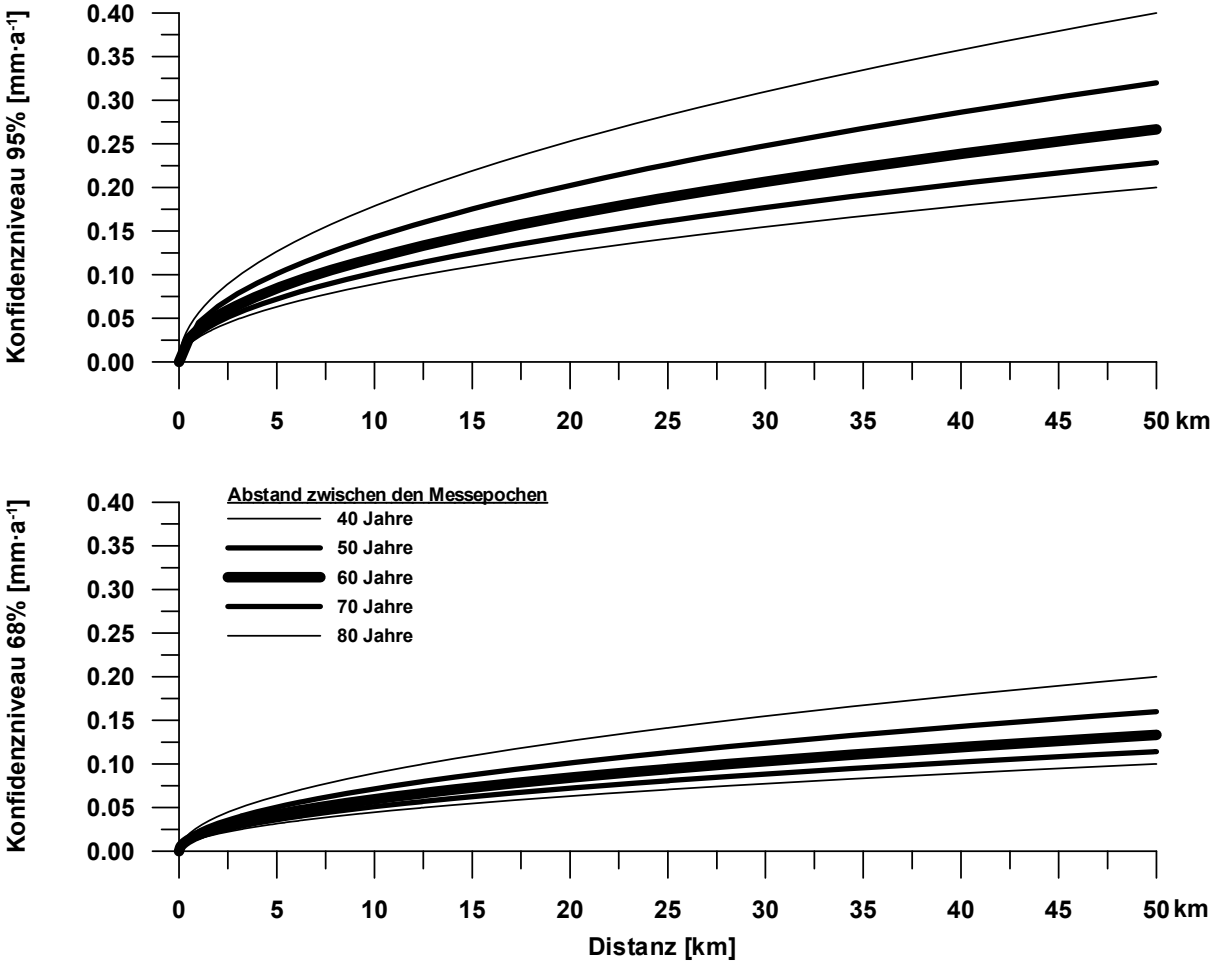


Abbildung 6.2-3: Signifikanzschranken 68% (unten) und 95% (oben) in [mm·a^{-1}] bei einer Messgenauigkeit von 0.8 mm·km^{-1} in Abhängigkeit des Punktabstandes von 0 – 50 km und unterschiedlichen Zeitabständen zwischen den Messungen.

Die Genauigkeit einer Höhendifferenz zwischen zwei Punkten verringert sich mit der Wurzel des Abstandes x in [km]. Die Bewegung selbst, ausgedrückt als Geschwindigkeit, ist der Unterschied zweier Höhendifferenzen dividiert durch den zeitlichen Abstand Δt zwischen den Messungen. Die Genauigkeit ist also um den Faktor $\sqrt{2}$ kleiner als die einzelne Höhendifferenz und umgekehrt proportional zur Zeitdifferenz Δt zwischen den Messungen. Die Anhebung des Konfidenzniveaus von 68% auf 95% entspricht einer Multiplikation mit dem Faktor 1.96.

Mit der Formel 6.2-1 resp. der Graphik Abb. 6.2-3 lässt sich auf einfache Weise abschätzen, inwieweit die relativen Unterschiede zwischen den Geschwindigkeiten beliebiger Punkte tatsächlich signifikant sind oder nur durch die unzulängliche Messgenauigkeit verursacht wurden. Für das schweizerische Landesnivellement kann von einer Zeitdifferenz zwischen den Messungen von ca. 50 - 60 Jahren ausgegangen werden.

6.3 Diskrete Einzelresultate und das Modell der rezenten vertikalen Bewegungen in der Schweiz

Die Resultate zu den rezenten vertikalen Bewegungen der diskreten Punkte des Landeshöhennetzes der Schweiz, wie sie aus der in Kapitel 5 erläuterten Berechnung stammen, basieren auf den Arbeiten der Vorgänger F. Jeanrichard und E. Gubler. Im Unterschied zu deren Arbeiten wurden mit dem Projekt LHN95 des Bundesamtes für Landestopographie sämtliche Präzisions-Nivellementmessungen seit Beginn des 20. Jahrhunderts systematisch digitalisiert (s. Kapitel 4.5.1). Dies erlaubt, nebst den Berechnungen auf den Hauptpunkten des Landeshöhennetzes nun auch verdichtete lokale Untersuchungen zu tätigen. Beispiele dazu sind die detaillierten Studien für die Nagra in der Nordschweiz [Schlatter 1999], die umfangreichen Untersuchungen für die AlpTransit AG im Gotthardgebiet [Schlatter und Mattli 2001] oder die Studien am Hauenstein Basis- und am Lötschberg-Scheiteltunnel [Schlatter 2001], [Schlatter und Valiquer 2003].

In einem ersten Teil (Kapitel 6.3.1) wird die Übersicht einer Auswahl der Hauptpunkte präsentiert und erläutert. Sie zeigt in anschaulicher Art sowohl die regionalen Trends aber auch vereinzelte lokale Anomalien. Zusammen mit sämtlichen geeigneten Hauptpunkten aus der kinematischen Ausgleichung des gesamten Netzes wird ein Modell der rezenten vertikalen Bewegungen erstellt und in einem zweiten Teil (Kapitel 6.3.2) beschrieben. Im Gegensatz zu den diskreten Punktresultaten lassen sich mit Modellbildungen eine flächiges Bild rechnen, welches jedoch lokale Inhomogenitäten vernachlässigt. Für die Berechnung des Höhenreferenzrahmens LHN95 ist dieses Modell von wesentlicher Bedeutung.

6.3.1 Diskrete Einzelresultate

Abbildung 6.3-1 zeigt die aktuellsten Resultate (Stand Ende 2004) rezenter vertikaler Höhenänderungen einer Auswahl von Höhenfixpunkten, wie sie zum grössten Teil von [Gubler et al. 1984] verwendet wurden. Mit Ausnahmen im Mittelland wurden ausschliesslich Punkte gewählt, welche direkt im anstehenden Fels verankert sind. Bei den wenigen Ausnahmen wurde anhand der geologischen Karten oder den vorhandenen geologischen Beurteilungen geprüft, dass sie nicht an Bauten versichert sind, welche in instabilen quartären Ablagerungen fundieren.

Die Auswahl der ca. 200 Punkte ist durch die grafische Darstellungsmöglichkeit eingeschränkt. Die visuelle Verteilung stand im Vordergrund, lokale Strukturen kommen dadurch nur beschränkt zur Geltung. Die Verteilung aller Punkte mit geschätzten Geschwindigkeiten aus der kinematischen Gesamtausgleichung ist in der Abbildung 6.3-6 ersichtlich.

Die aktuellste Darstellung der rezenten Vertikalbewegungen (Abb. 6.3-1) zeigt eine sehr deutliche Hebungszone mit Werten von bis zu 1.5 $mm \cdot a^{-1}$ in den Zentralalpen (oberes Rhonetal, Vorder – und Hinterrheintal) sowie im Engadin. Bezüglich dem hypothetischen Referenzpunkt in Aarburg sind diese Hebungen hoch signifikant; die grünen Doppelbalken zeigen jeweils die doppelte Standardabweichung (Signifikanzniveau 95%).

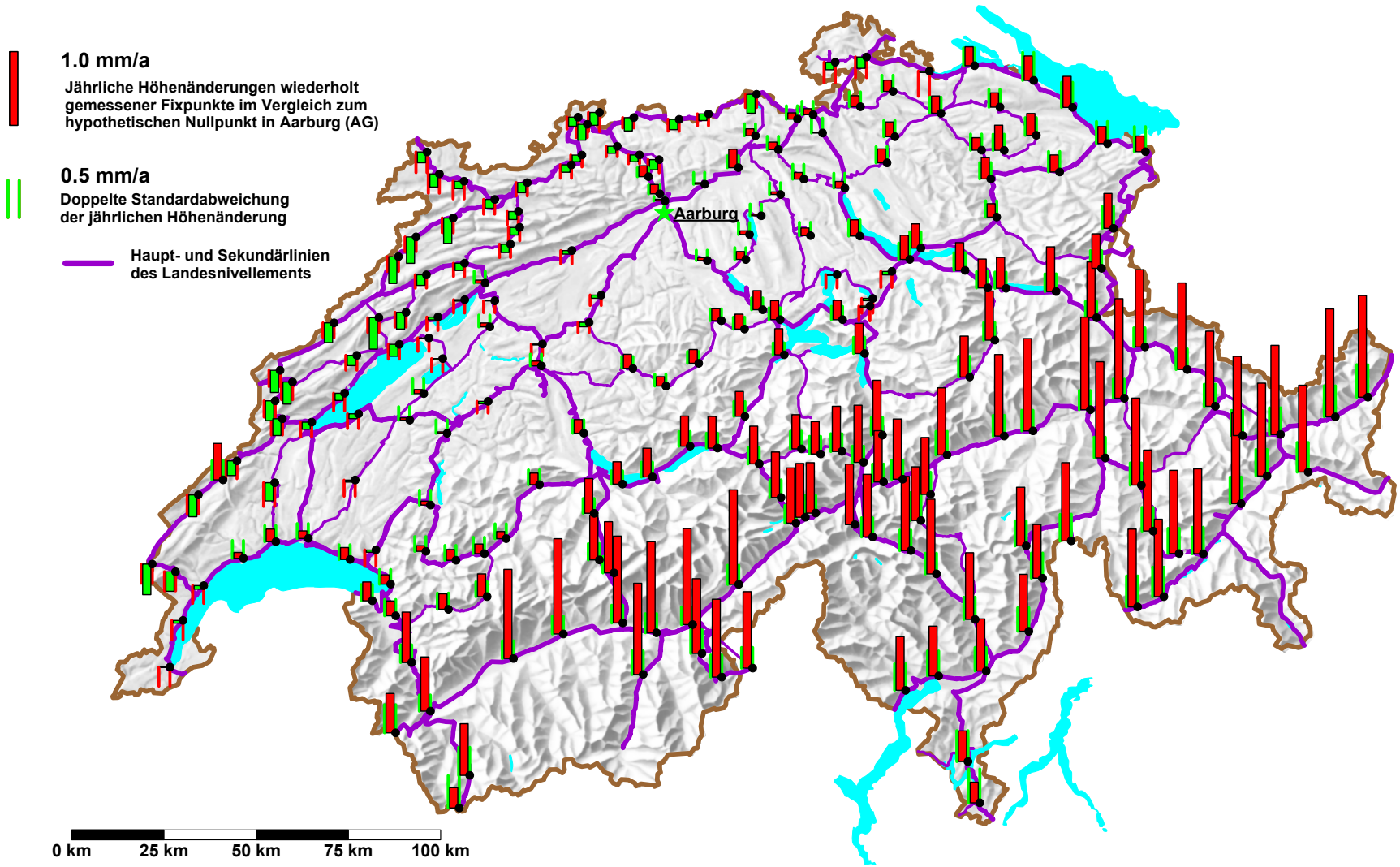


Abbildung 6.3-1: Rezente vertikale Krustenbewegungen entlang den Linien des Landeshöhennetzes (Stand Ende 2004); rote Balken: positive jährliche Höhenänderungen, grüne Balken: negative jährliche Höhenänderungen [$mm \cdot a^{-1}$]

Vom Alpenhauptkamm bis ins Mittelland und in den südlichen Tessin nehmen die Werte der relativen jährlichen Höhenänderungen deutlich ab. Im Gebiet des Westschweizer Juras (Delémont bis Genève) zeigen die Daten sogar mehrheitlich Senkungstendenzen an. Im Mittelland selbst, von Genève bis Zürich, sind keine signifikanten Höhenänderungen festzustellen. Ab Zürich bis hin zum Bodensee zeigt sich ein markanter Anstieg, welcher zu knapp signifikanten Höhenänderungen von bis zu 0.4 mm·a^{-1} in Romanshorn führt.

Auffällige Einzelresultate sind aufgrund der eingeschränkten Darstellungsmöglichkeit nicht ersichtlich. Eine der wenigen lokalen Diskrepanzen zwischen zwei benachbarten Punkten ist in der Region Vallée de Joux südwestlich des Lac de Neuchâtel erkennbar. Die relativen Höhenänderungen sind hoch signifikant und stehen vermutlich im Zusammenhang mit einer noch aktiven Verwerfung in der Nähe von Le Pont [Aubert 1982].

Aus der in Kapitel 7 umschriebenen Gesamtausgleichung resultieren insgesamt 1073 Punkte mit Vertikalgeschwindigkeiten, welche für die spätere Modellbildung verwendet werden (s. Kapitel 6.3.2 und Abb. 6.3-3 bis 6.3-6). Die grösste *positive Vertikalbewegung* gegenüber dem Referenzpunkt Aarburg resultiert mit 1.46 mm·a^{-1} im Unterengadin in der Nähe des Kurhauses Tarasp (Scuol). Die grösste jährliche Höhenänderung mit negativem Vorzeichen befindet sich mit -0.46 mm·a^{-1} in La Cure nördlich des Col de la Givrine (VD) an der Grenze zu Frankreich (ca. 20 km nördlich von Genève).

Es stellt sich die Frage, ob die resultierenden Höhenänderungen realen Bewegungen der oberen Erdkruste entsprechen oder ob sie nicht eine Folge unbekannter oder nicht erkennbarer systematischer Fehler in den Messungen sein könnten. Denkbar wäre beispielsweise, dass die jeweiligen Messungen durch einen Lattenmassstabsfehler verfälscht sind. Solch systematische Fehler würden bei nur zwei Messepochen keine Netzzwänge bewirken, sondern sich proportional zur Höhe der Punkte in deren Höhenänderungen niederschlagen.

Um eine allfällige Korrelation festzustellen, werden die *Vertikalbewegungen* der 1073 Punkte in Abhängigkeit der *Punkthöhe* dargestellt. Zusätzlich werden sie einer der drei tektonischen Grosseinheiten *Jura*, *Mittelland* oder *Alpenraum* zugeteilt, um eine regionale Einschränkung der Resultate zu bewirken. Die Abbildung 6.3-2 widerlegt grösstenteils einen offensichtlichen Zusammenhang. Dass ab einer gewissen Höhenlage keine negativen Vertikalbewegungen mehr zu finden sind, ist kein Widerspruch. Höhen von über 1500 m ü. M. (nur rote Punkte) sind ausschliesslich im Alpenraum entlang den Passlinien zu finden, wo Senkungen normalerweise nicht erwartet werden.

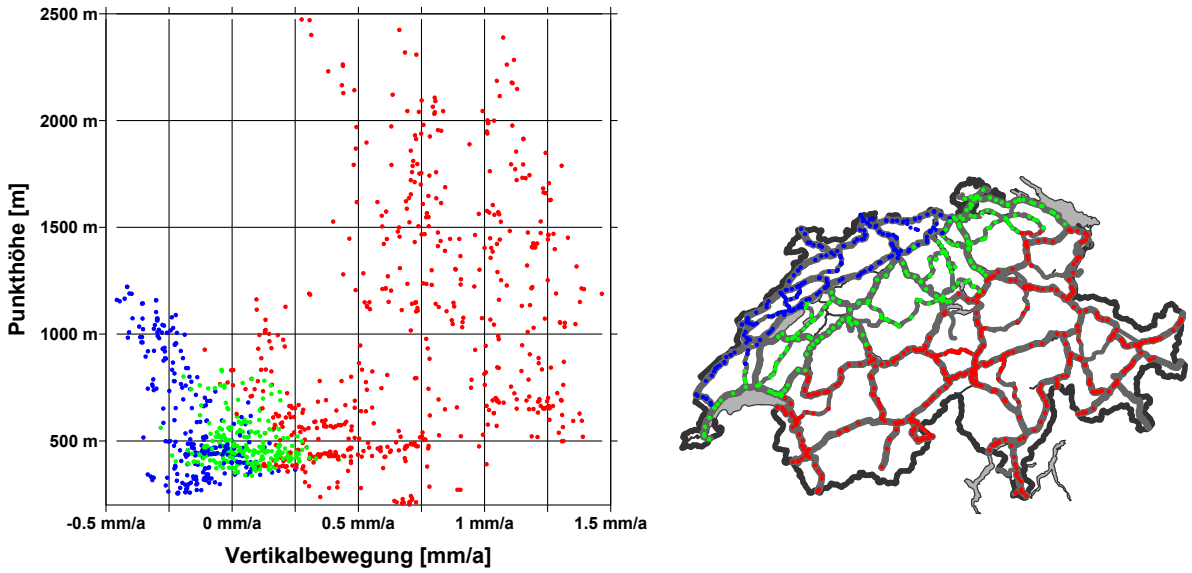


Abbildung 6.3-2: Vertikalbewegungen in Abhängigkeit der Punkthöhe:
blaue Punkte Jura; grüne Punkte Mittelland; rote Punkte Alpen und Tessin

Eine schwache (negative) Korrelation deutet sich einzig im Gebiet des Juras an, indem bei höher gelegenen Punkten negative Vertikalbewegungen häufiger sind. Dies ist jedoch auch eine Folge der höhenmässig mangelhaften Stationsverteilung. Auf den jeweiligen Hochplateaus des Jura fehlen aufgrund der Topografie tiefer gelegene Punkte, welche eine Abhängigkeit widerlegen könnten.

6.3.2 Das Modell CHKLM95 der vertikalen Höhenänderungen in der Schweiz

Die ca. 1'100 auf die Schweiz verteilten Punkte erlauben es, ein Modell der vertikalen Höhenänderungen zu berechnen. Dieses Modell unter dem Namen CHKLM95 (s. Kapitel 4.4) hat für die vorliegende Arbeit zwei wesentliche Bedeutungen:

- Mit dem Modell CHKLM95 lassen sich die rezenten Bewegungen als interpolierte Flächen darstellen, was vor allem die geophysikalische Analyse von *Trends* wesentlich vereinfacht und weitergehende Modellberechnungen erlaubt (s. Abb. 6.6-3).
- Das Modell CHKLM95 ist ein wichtiges Hilfsmittel für die Höhenberechnung aller Punkte in LHN95, welche nur in einer Epoche gemessen worden sind. In einem bewegten Höhensystem muss jede Punkthöhe zu einem Referenzzeitpunkt bestimmt werden. Dazu muss von diesen Punkten eine (Modell)-Annahme für die Vertikalbewegung vorliegen. Das Modell CHKLM95 erlaubt entsprechende Interpolationen.

Mit der Standardsoftware *Surfer*® [Surfer 2002] lässt sich nach der *Kriging* - Methode aus den unregelmässig verteilten Punkten (s. Abb. 6.3-2, rechts) ein regelmässiges Gitter interpolieren. *Kriging* ist ein geostatistisches Interpolationsverfahren. Die Methode hat den wesentlichen Vorteil, dass sie nicht nur mit dem Abstand zu den Stützpunkten gewichtet, sondern auch deren räumliche Korrelation beachtet. Insbesondere bei unregelmässig verteilten und geclusterten Messdaten (unverhältnismässig viele und in Gruppen verteilte Stützpunkte) werden die Gewichte auch auf weiter entfernte, aber weniger redundant platzierte Messpunkte verteilt.

Für die Berechnung des 1km – Gitters wurden die Standardoptionen der Software *Surfer*® verwendet (*Point-Kriging*, *lineare* und *isotrope* Trendfunktion, *4 Such-Sektoren* mit max. je 16 Punkten, max. 64 Punkte, min. 8 Punkte für die Interpolation).

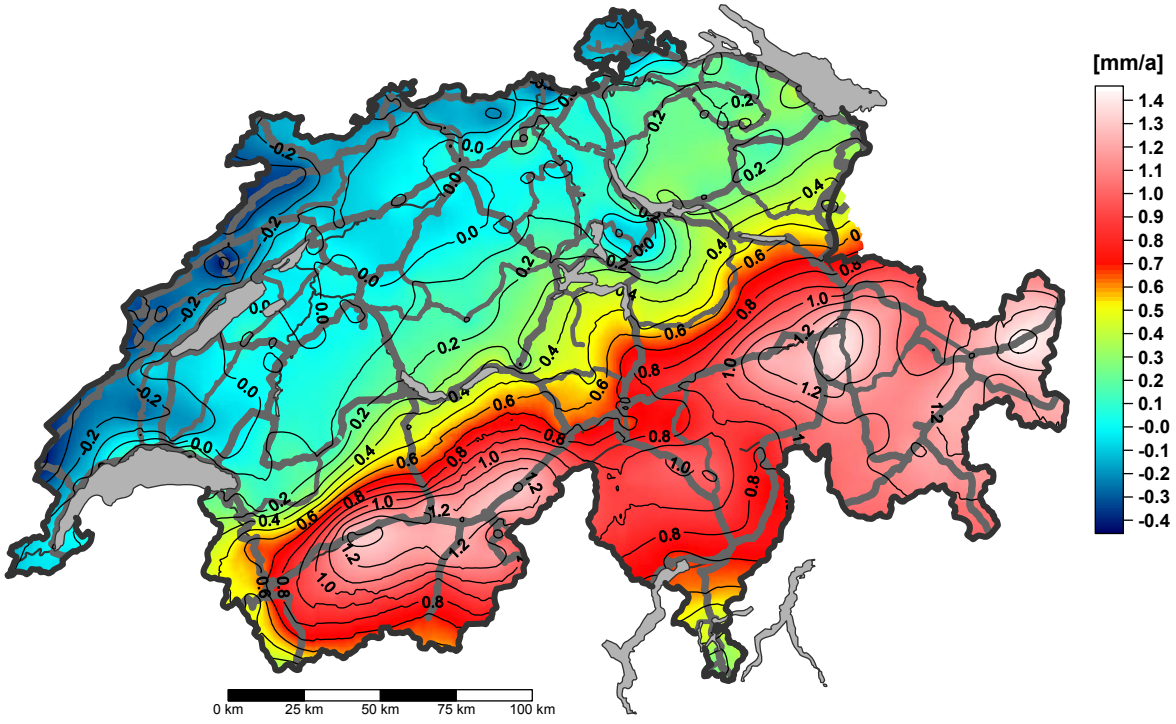


Abbildung 6.3-3: Das Modell CHKLM95 der Vertikalbewegungen der Schweiz [mm·a^{-1}]

In Abb. 6.3-3 ist das Modell der Vertikalbewegungen in Kurven gleicher Höhenänderungen und Farbabstufungen dargestellt. Diese Grafik erleichtert zusammen mit einer 3-D-Ansicht in Abb. 6.3-4 das Detektieren der relativen Maxima und Minima.

Die markanten relativen Maximal- und Minimalzonen befinden sich an den folgenden Orten:

Maxima-Zonen:	Unterengadin (Ardez - Scuol/Tarasp)	1.38 - 1.46 mm·a^{-1}
	Chur / Lenzerheide / Sils i. D.	1.31 - 1.39 mm·a^{-1}
	Unterwallis (St. Leonard - Sierre - Sion)	1.19 - 1.39 mm·a^{-1}
	Oberwallis/Goms (Visp - Brig - Fiesch)	1.24 - 1.32 mm·a^{-1}
	Leventina (Biasca)	0.90 - 1.01 mm·a^{-1}
Minima-Zonen:	La Givrine (St-Cergue - La Cure; VD)	-0.35 - -0.46 mm·a^{-1}
	Vue des Alpes (NE)	-0.41 mm·a^{-1}
	Bémont - Les Bayards (NE)	-0.30 - -0.41 mm·a^{-1}
	Saignelegier - Le Bémont (JU)	-0.36 mm·a^{-1}
	Zurzach - Koblenz (AG)	-0.32 mm·a^{-1}
	Le Pont - Les Sentiers (VD)	-0.30 mm·a^{-1}
	Zug - Aegeri - Sattel	-0.07 - -0.13 mm·a^{-1}

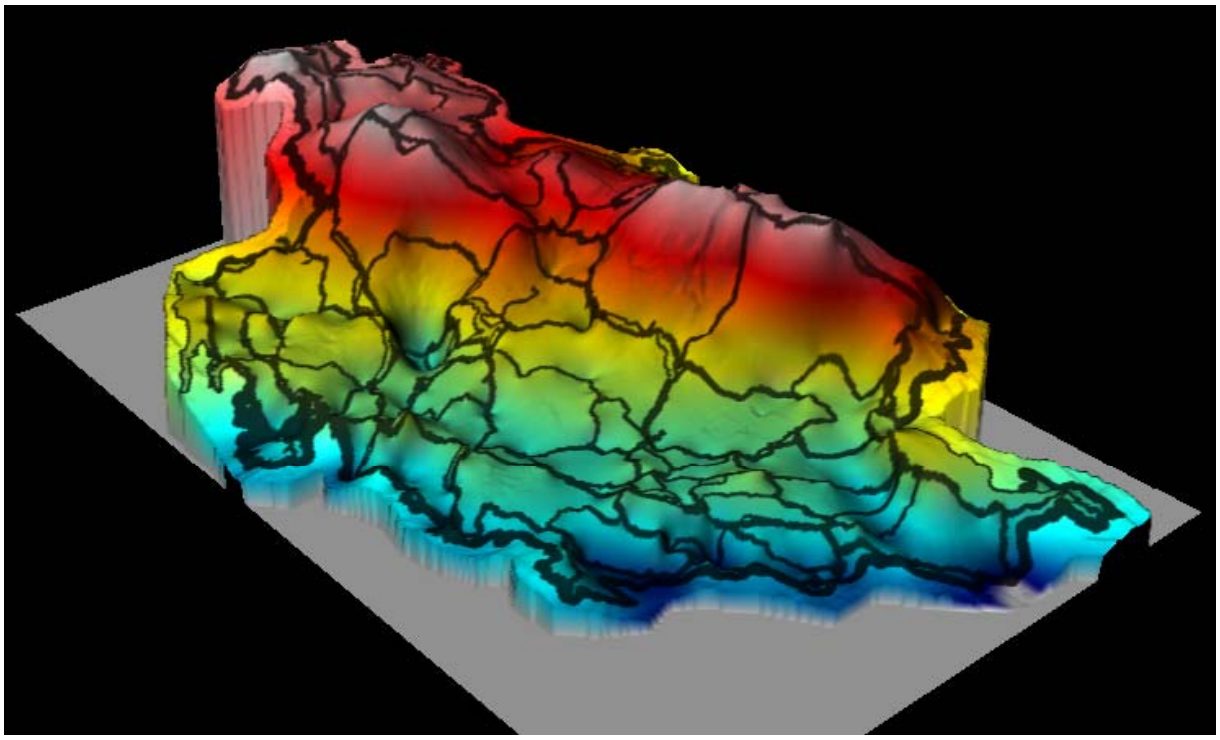


Abbildung 6.3-4: 3D-Ansicht der Vertikalbewegungen der Schweiz

In der 3D-Ansicht (Abb. 6.3-4) kommen die maximalen Hebungszonen im Wallis und in Graubünden sehr schön zur Geltung. Ob der Senkungstrog in der Region Zug/Aegeri/Sattel tatsächlich tektonischer Natur ist, bleibt fraglich. Kleinere Probleme in dieser Region aufgrund alter Holzlattenmessungen zeigten sich bereits in der kinematischen Ausgleichung des Landeshöhennetzes (s. Kapitel 5.7.4).

Die Erstellung des Modells war ein iterativer Prozess. Zuerst wurden sämtliche Punkte mit geschätzter Geschwindigkeit aus der kinematischen Gesamtausgleichung in die Gitterinterpolation einbezogen. Mittels automatisch erzeugter *Kreuz-Validierung* wurde die Qualität der Interpolationsmethode auf den einzelnen Stützpunkten kontrolliert. Punkte mit Abweichungen von mehr als ±0.3 mm·a^{-1} zwischen beobachtetem (aus der kinematischen Ausgleichung) und aus dem im Modell prädizierten Wert wurden markiert und für die nachfolgende Gitter-Interpolation eliminiert.

Abb. 6.3-6 zeigt alle verwendeten Stützpunkte nach der finalen Interpolation des Gitters und die Residuen aus der Kreuz-Validierung in unterschiedlichen Symbolen und Farbabstufungen. Die maximalen Abweichungen betragen -0.21 und +0.21 mm·a^{-1}. Sie befinden sich in der Nähe von Lausanne und Vevey am nördlichen Ufer des Lac Léman (grosse rote Sterne). Aussergewöhnliche Häufungen von Punkten mit grossen Residuen sind nicht festzustellen. Die Qualität der Interpolation scheint aber dort etwas zu leiden, wo die Dichte der Stützpunkte sehr klein und der Gradient der Höhenänderungen sehr gross ist. Deutlich zeigt sich dieser Umstand im mittleren Rhonetal (Wallis) und auf der Linie Visp-Zermatt.

Ein Histogramm (Abb. 6.3-5) der Residuen aus der Kreuz-Validierung belegt jedoch die ausgezeichnete Güte des Modells der vertikalen Höhenänderungen. Dabei wird jeder Stützpunkt (Punkt mit gerechneter vertikaler Höhenänderung aus der kinematischen Ausgleichung) unter Auslassung seiner Daten mit dem Kriging-Verfahren berechnet und das Ergebnis mit dem tatsächlichen Wert verglichen.

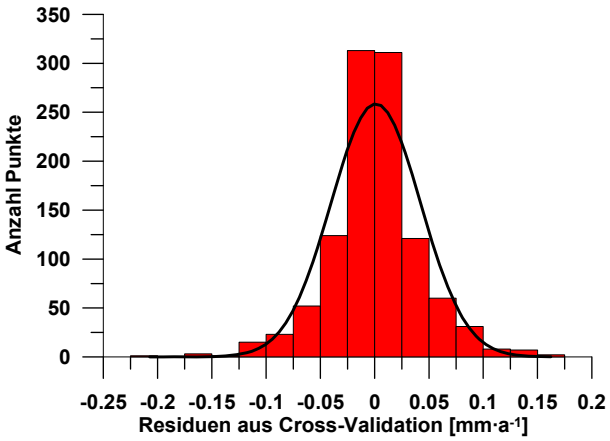


Abbildung 6.3-5: Kreuz-Validation auf den Stützpunkten

Aufgrund des Interpolationsverfahrens ist die Normalverteilung der Residuen bereits vorgegeben. Die mittlere Abweichung der Residuen beträgt ± 0.04 mm·a^{-1}.

Dieses Modell eignet sich nun, vertikale Bewegungen auf diskreten Punkten zu prädizieren. Es erlaubt auch eine aufschlussreiche Darstellungsmöglichkeit über die grossräumigen rezenten Höhenänderungen in der Schweiz. Es sollte aber keinesfalls verwendet werden, um lokale Störzonen zu detektieren.

Kriging ist zwar ein Interpolationsverfahren, welches aufgrund der distanzabhängigen Gewichtung zwischen Knotenpunkt und Stützpunkt den lokalen Einfluss stark berücksichtigt. Es ist aber die Eigenart jeder Interpolationsmethode, Diskordanzen (mehr oder weniger) auszumitteln.

Um nun von beliebigen Punkten vertikale Höhenänderungen zu interpolieren, wurde das 1km-Gitter als Grunddatensatz in ein swisstopo-eigenes Programm (*VINTER)* importiert. Dieses Programm berechnet die gesuchten Werte nach der Methode der biquadratischen Interpolation analog dem Verfahren für die Berechnung der Undulationen aus dem Geoid-Rastermodell CHGeo98R [Marti 2002]. Die Anwendung des Programms für die speziellen Berechnungen LHN95 ist in den Kapiteln 9.2 – 9.4 näher beschrieben.

Die vorliegende Flächeninterpolation aus den diskreten vertikalen Geschwindigkeiten ist natürlich nicht ganz unproblematisch. Entlang den LN-Linien weist das Modell bedeutend höhere Genauigkeiten auf als zwischen den Maschen; daher eignet es sich auch für die speziellen Berechnungen in LHN95. Für geophysikalische Interpretation täuscht es aber einen falschen Informationsgehalt vor. Die Stützpunkte liegen nur entlang den Nivellementlinien vor, welche hauptsächlich den Haupttälern und den wichtigen Passübergängen folgen. Gebirgsketten werden beispielsweise keine erfasst. Ob z. B. die Hebungsmaxima tatsächlich entlang den Tälern auftreten, wie dies die Abb. 6.3-4 und Abb. 6.3-6 stipulieren, ist zwar möglich, aufgrund theoretisch-tektonischer Überlegungen eher unwahrscheinlich.

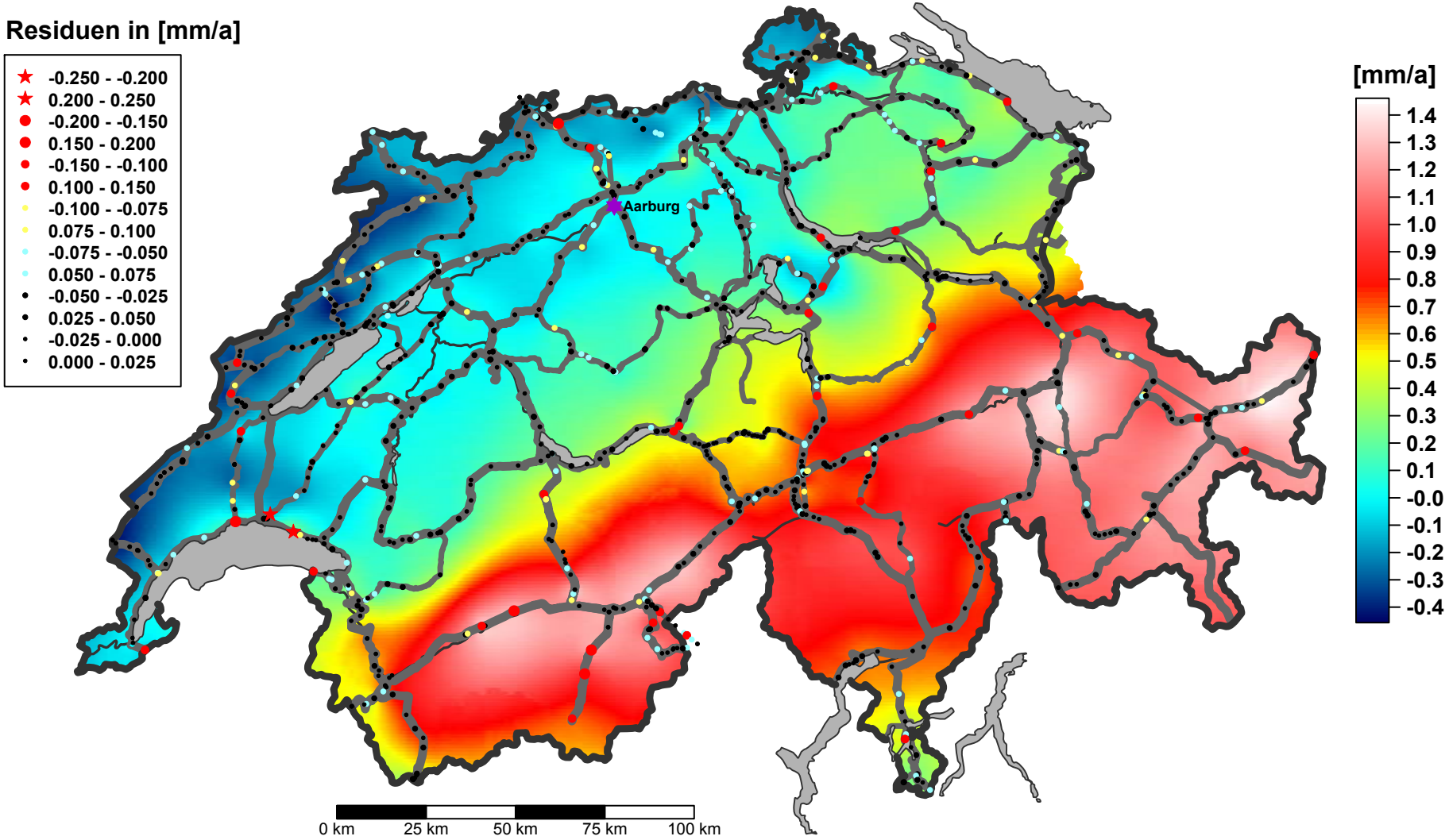


Abbildung 6.3-6: Modell CHKLM95 der Vertikalbewegungen [mm·a^{-1}] und Residuen aus der Kreuz-Validierung auf allen Stützpunkten

6.4 Der Einfluss der rezenten Höhenänderungen auf die Höhenrahmen

Der Einfluss der Höhenänderungen auf die unterschiedlichen Höhenrahmen ist schnell erklärt. Die jährlichen Höhenänderungen aus dem Modell CHKLM95 oder aus den diskreten Resultaten (s. Abb. 6.3-1 und Abb. 6.3-6) lassen sich einfach in Höhendifferenzen umrechnen. In den hundert Jahren, seit im heutigen LHN gemessen wurde, entstanden also Höhenänderungen von ca. -4 cm bis +15 cm. Um den Einfluss schweizweit über die 100 Jahre abzuschätzen, genügt es, die Einheit von $mm \cdot a^{-1}$ in Dezimeter umzuwandeln.

Man kann natürlich mit den Angaben der jährlichen Höhenänderungen die wildestens Beispiele herleiten. [Weidmann 2002] erklärte seinen Leser die Alpenhebung mit dem Beispiel des Römers, welcher vor 2000 Jahren in Aarburg zu einer Reise in den Süden aufbrach. Für diesen Handelsmann oder Legionär war noch jeder Alpenpass ca. 2-3 m weniger hoch.

Allerdings ist es nun so, dass im bestehenden Höhenrahmen LN02 diese Höhenänderungen nicht berücksichtigt wurden. Ein sehr eindrückliches Beispiel liefert die Linie von Genève über Martigny durch das Rhonetal bis nach Brig. Auf diesem Abschnitt des LHN liegen drei vollständige Neumessungen aus unterschiedlichen Zeitepochen vor. Um Gebrauchshöhen LN02 herzuleiten, wurden diese Messungen jeweils in Knotenwerte eingezwängt, deren Höhen auf das Nivellement de Précision zurückgehen. Benutzt man die aktuellen Werte des LN02 als Referenz und trägt die Differenz zu den beobachteten aber nicht eingezwängten Höhen aller LN-Neumessungen bezüglich dem gemeinsamen Referenzpunkt RPN (Genève) auf, so entsteht das Profil in Abb. 6.4-1.

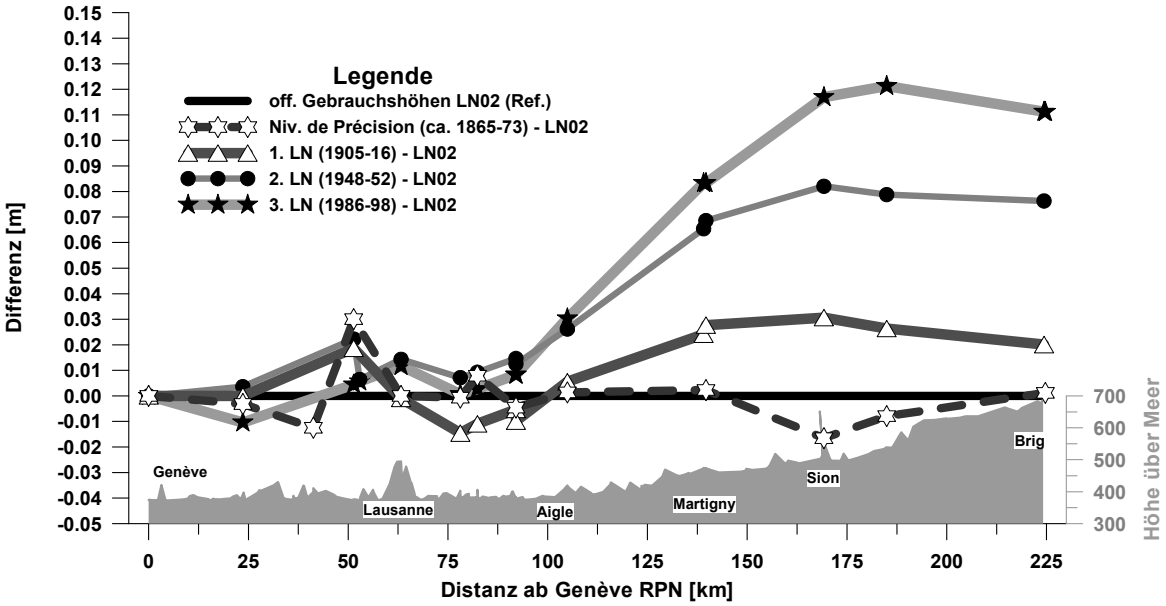


Abbildung 6.4-1: Differenzen der beobachteten Höhen 1.-3. LN zu den Gebrauchshöhen LN02 auf der Linie Genève - Martigny - Brig [m].

Abb. 6.4-1 deckt zwei wesentliche Schwächen des Gebrauchshöhenrahmens LN02 exemplarisch auf:

- LN02 Höhen beruhen letztendlich auf den Ausgangswerten des Nivellement de Précision. Die Höhendifferenz Genève - Brig ist nach wie vor identisch mit den Resultaten aus den Jahren 1865 - 1873.
- Die Alpenhebung wurde nie berücksichtigt. Im Abschnitt Aigle - Sion wird auf einer Distanz von 75 km ein Zwang von mehr als 10 cm in Kauf genommen. Die Grafik zeigt sehr schön den kontinuierlichen Anstieg über die drei Messepochen des LN.

Weitere Untersuchungen zum Einfluss der Hebungen auf die unterschiedlichen Höhenrahmen sind im Kapitel 10 dokumentiert.

7 Vom Potential zur orthometrischen Höhe: die Berechnung der mittleren Schwere

7.1 Einführung und verwendete Berechnungsprogramme

Gemäss Formel 2.3-9 ist die mittlere Schwere entlang der Lotlinie die einzige und entscheidende Grösse, um von der geopotentiellen Kote zur orthometrischen Höhe zu gelangen. Wegen den Annahmen zur Massen- und Dichteverteilung im Erdinneren ist sie nicht hypothesenfrei. Die Berechnung dieser Masseneinflüsse ist zudem mit Rechenaufwand verbunden. Beides sind Gründe, welche die Einführung der orthometrischen Höhen in der Praxis noch heutzutage hemmen. Für die Geoid- und Schwerefeldmodellierung wurden am GGL-ETHZ bedeutende Entwicklungen getätigt, welche diese Rechenschritte wesentlich vereinfachen (hauptsächlich [Wirth 1990] und [Marti 1997]).

Für die vorliegenden Berechnungen sind es zwei Hauptgründe, welche eine Einführung von Massenmodellen erfordern:

1. Für die *Berechnung der mittleren Schweren* (resp. der orthometrischen Höhen) und für die Geoidbestimmung muss das Schwerefeld von der Erdoberfläche bis auf das Meeresniveau hinunter fortgesetzt werden. In der Regel können auf dem Geoid keine Messungen durchgeführt werden; die Einführung von Massenmodellen und die Berechnung des Einflusses auf die mittleren Schweren sind daher unumgänglich.
2. Die *Schwereinterpolation* aus vorhandenen Messungen ist in Regionen mit stark variierender Topografie und komplexen geologischen Verhältnissen anspruchsvoll. Es ist von Vorteil, den Einfluss von Massen zu eliminieren, welche eine hochfrequente Störung des Schwerefeldes verursachen. Erst dann ist es möglich, in Gebieten mit reduzierter Stützpunktdichte das Schwerefeld mit genügender Genauigkeit zu interpolieren.

Die Berechnung der mittleren Schwere nach der Formel 2.3-10 wurde in [Wirth 1990] hergeleitet und die notwendigen Programme (LOST: LOtschwerewirkungen und Schwerewirkungen aus Topographie und Massenmodellen) dazu erstellt. Diese Programme wurden hauptsächlich für die Geoidbestimmung [Marti 1997] und die allgemeine Berechnung von Schwereeinflüssen aufgrund von unregelmässigen Polyedern [Arnet 1992] zum Programm QUAWIRK (*QUAderWIRKung: Berechnung der Wirkungen von verschiedenen Massenmodellen auf Schwere, Lotabweichung und Geoidhöhe*) erweitert.

QUAWIRK ist in den weiteren Betrachtungen das Grundprogramm für alle Berechnungen von Grössen, welche in irgendeiner Form vom Schwerefeld oder vom Normalschwerefeld abhängig sind. Es erlaubt die Lösung von folgenden Aufgaben:

- Berechnung des Einflusses von Massenmodellen auf Potential, Schwere und Lotabweichung auf einer beliebigen Anzahl Stationen oder in einem regelmässigen Gitter sowohl auf Stationshöhe wie auf beliebiger Referenzhöhe (insbesondere Meereshöhe).
- Berechnung des Einflusses für einzelne Modelle oder für mehrere Modelle zusammen.
- Interpolation von Oberflächen-Schwerewerten bei vorliegenden Messungen.
- Bei vorliegenden Oberflächen-Schwerewerten: Berechnung der mittleren Schweren (mit einer geschlossenen Formel nach [Wirth 1990] anstelle der numerischen Integration).
- Berechnung von Grössen, welche unabhängig von Massenmodellen sind, wie: Freiluftgradienten, Normalschweren und dynamische Schweren (s. a. Kapitel 2.3).
- Höheninterpolation aus dem Höhenmodell DHM25 der swisstopo.

In den folgenden Unterkapiteln wird nochmals auf die wesentlichen Merkmale der Theorie eingegangen, die bekannten Massen- und Dichtemodelle kurz umschrieben, welche zur Berechnung verwendet werden und deren Einfluss auf die mittleren Schweren resp. die resultierenden Höhen abgeschätzt.

7.2 Die verwendeten Massen- und Dichtemodelle

Wie wir in Kapitel 8 noch zeigen werden, ist das Zusammenspiel zwischen Geoidbestimmung und der Berechnung von orthometrischen Höhen entscheidend, um ein konsistentes Höhensystem für die Bedürfnisse der Landesvermessung zu erzeugen. Sämtliche Berechnungen für die so bedeutenden mittleren Schweren müssen also mit denselben Massen- und Dichtemodellen getätigt sein, wie sie auch für die Geoidbestimmung (Reduktion der Beobachtungen) verwendet werden. Die hier erwähnten Modelle, welche Bestandteil im Programm QUAWIRK sind, wurden bereits in [Marti 1997] und [Marti 2002] ausführlich beschrieben. Gleiches gilt auch für die benutzten Referenzsysteme, auf welche sich die hier dokumentierten Berechnungen stützen. Die nachfolgend aufgeführten Massen- und Dichtemodelle dienen einzig der vollständigen Dokumentation und Information.

7.2.1 Das digitale Höhenmodell

Das Ausgangsmodell für die Berechnung des Topografie-Einflusses ist das digitale Höhenmodell DHM25 Level 2 des Bundesamtes für Landestopografie mit Stand September 2001 [Arnet 2001]. Die Gebiete ausserhalb des Perimeters von DHM25 wurden mit den SRTM3-Daten (Shuttle Radar Topography Mission 3"-Auflösung) des NASA Jet Propulsion Laboratory (JPL) im Umkreis von ca. 70 km ergänzt.

Die hochauflösenden Terrain- und Oberflächenmodelle DOM-AV und DTM-AV der swisstopo, welche aus Laserscanning-Daten erstellt werden, fanden in den neusten Berechnungen noch keine Anwendung. Sie würden aber sicher zu einer Genauigkeitssteigerung der Berechnung des Einflusses der Nahtopografie beitragen.

Das digitale Höhenmodell beschreibt nur die Geometrie der sichtbaren Massenoberfläche und sagt nichts aus über die Dichteverteilung und Strukturen von anomalen Massen im Erdinneren. Ohne weitere Angaben kommt deshalb für die Berechnung des topografischen Einflusses eine Standarddichte von 2.67 $g \cdot cm^{-3}$ zur Anwendung.

7.2.2 Das Moho-Modell

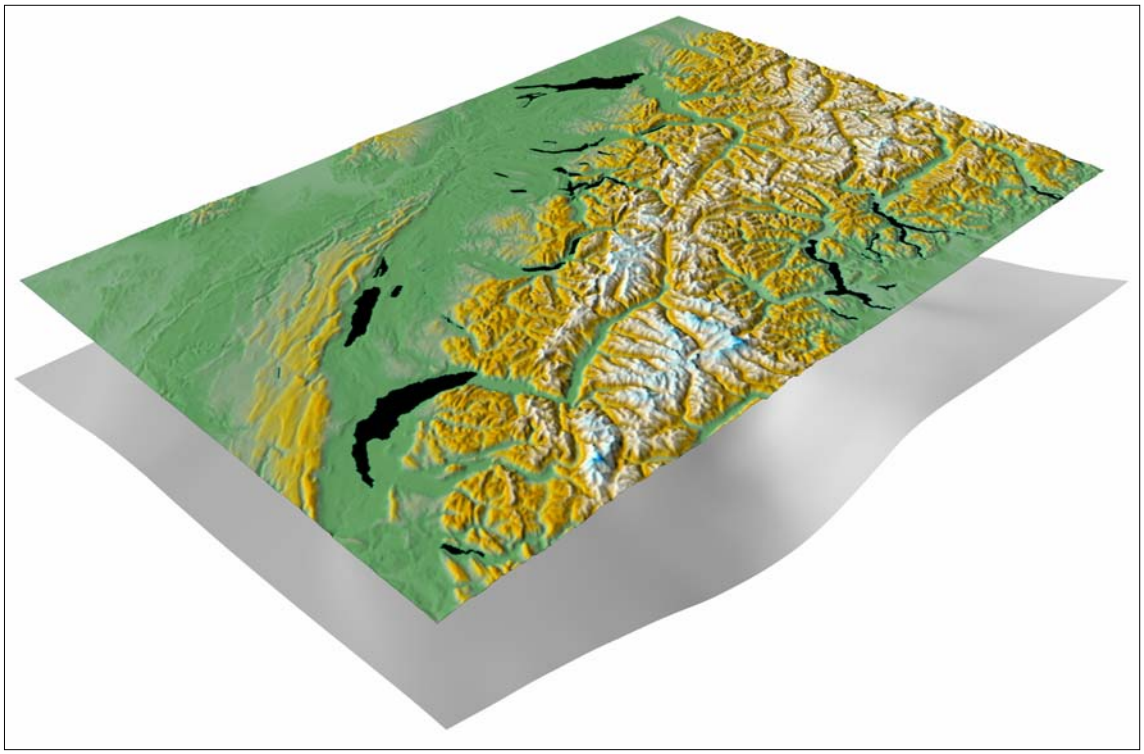


Abbildung 7.2-1: Topografie (DHM25) und das Mohorovičić-Modell (aus [Marti et al. 2004])

Anstelle der isostatischen Kompensationsmodelle, welche einer Idealvorstellung der Gebirgs-

wurzel entsprechen, bietet sich für die Berechnung der tatsächlichen Schwereeinflüsse ein Modell der Mantel-Krusten-Grenze (Mohorovičić -Diskontinuität) an. Das Modell, wie es in [Marti 2002] verwendet wurde, stützt sich hauptsächlich auf refraktionsseismische Resultate des NFP20-Programmes [Kahle, Hrsg. 1993] sowie die Dissertation von [Baumann 1994]. Es wurde jedoch in den Randbereichen geglättet und mit dem älteren Modell von [Mueller et al. 1980] gestützt.

7.2.3 Der Ivrea-Körper

Der Ivrea-Körper ist eine mächtige, intrakrustale Störzone im Süden der Schweiz und in Norditalien; sie verursacht dort eine deutliche Störung des Schwerefeldes. Der maximale Einfluss auf die Oberflächenschwere beträgt bei Locarno mehr als 100 mgal. Der Störkörper dehnt sich von der Oberfläche bis auf die Krusten-Mantelgrenze aus. Das Modell wurde von [Bürki 1989] aus Lotrichtungsmessungen und Schweredaten erstellt.

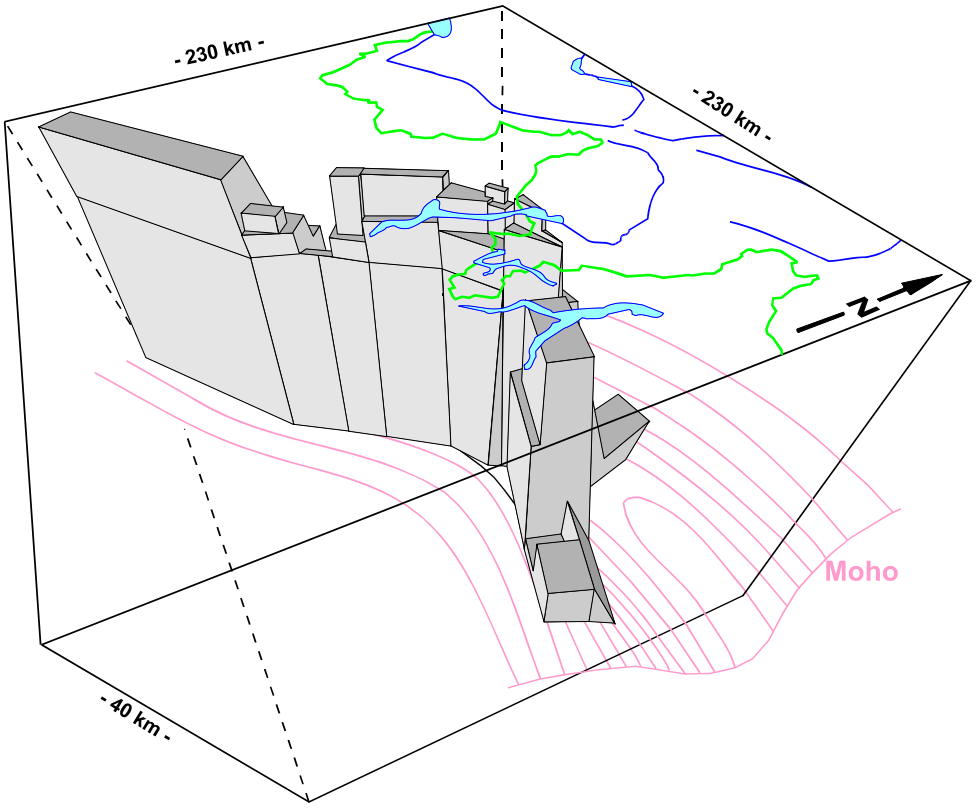


Abbildung 7.2-2: Modell des Ivreakörpers und der darunter liegenden Moho (nach [Bürki 1989])

7.2.4 Die Po-Sedimente

Weitere wichtige Störmassen des Schwerefeldes an der südlichen Grenze der Schweiz sind die tertiären und quartären Sedimente in der Po-Ebene. Sie erreichen eine Mächtigkeit von bis zu 12 km mit einem Oberflächen-Dichtekontrast von 0.8 $g \cdot cm^{-3}$ gegenüber der mittleren Topografie. Die Modelle, welche hier verwendet werden, stammen aus den Arbeiten von [Schwendener 1984]. Der maximale Einfluss auf die Schwere beträgt -130 mgal, beschränkt sich aber im angrenzenden Gebiet der Schweiz auf wenige mgal.

7.2.5 Molasse-Becken des Mittellandes

Entsprechend dem Modell der Po-Ebene besteht auch ein Modell der quartären und tertiären Sedimentfüllung des mittelländischen Troges nördlich der Alpen. Die seismischen und gravimetrischen Daten stammen aus Arbeiten des Institutes für Geophysik der ETHZ und wurden in [Glaus 1990] zu einem 1km-Raster vereinheitlicht. Die verursachten Schwereanomalien liegen

im Bereich von -25 mgal. Dieses Modell fand jedoch in der Geoidbestimmung keine Verwendung, sodass es auch für die definitive Berechnung der orthometrischen Höhen nicht berücksichtigt wurde.

7.2.6 Die Seen, quartären Talfüllungen und Gletscher

Die Wassermassen der Schweizer Seen wirken sich nur in unmittelbarer Nähe der Messstationen aus. Damit diese lokalen Effekte aber nicht in die Schwereinterpolation einfliessen, wurde in [Marti 1997] ein Modell generiert, das die 30 grössten Schweizer Seen umfasst. Die grössten fehlenden Seen sind zurzeit der Lac de Joux und der Stausee der Grand Dixence (Lac des Dix).

Die quartären Talfüllungen wären wichtige Massenmodelle, da viele Nivellementlinien entlang der bedeutenden Alpentäler verlaufen (Rhein-, Rhone- und Urner Reusstal). Leider besteht bis heute noch kein umfassendes Modell; in der Westschweiz und im Wallis wurde in [Pugin 1988] weitergehende Untersuchungen durchgeführt, für die übrigen Gebiete wurden in [Marti 1997] anhand der Landeskarte grob die Struktur der Sedimenttröge abgeschätzt und mit Quadern modelliert. Neuere Modelle existieren zwar für das Rhonetal (Herkunft: Prof. Olivier, Universität Lausanne), das Rheintal und das Reusstal. Sie stehen für die Auswertungen mit QUAWIRK Ende 2004 leider noch nicht zur Verfügung.

Wie in [Marti 1997] wurde auch in dieser Arbeit ein sehr grobes Modell einzig für den Aletschgletscher verwendet.

7.3 Die Berechnung der mittleren Schwere in der Lotlinie

7.3.1 Theorie zur Berechnung der mittleren Schwere

Um das Verständnis für die nachfolgenden Berechnungen und Einfluss-Abschätzungen zu fördern, ist es sinnvoll, nochmals den (leicht gekürzten) Weg zur geschlossenen Formel von [Wirth 1990] zu skizzieren (s. Kapitel 2.3.5).

Die mittlere Schwere $\bar{g}^P$ im Punkt P entspricht der gemittelten Summe der Schwerewerte g^Q entlang der Lotlinie vom Geoid bis zu P (s. Abb. 7.3-1):

$$\bar{g}^P = \frac{1}{H_P} \int_0^{H_P} g^Q dH \qquad (7.3\text{-}1)$$

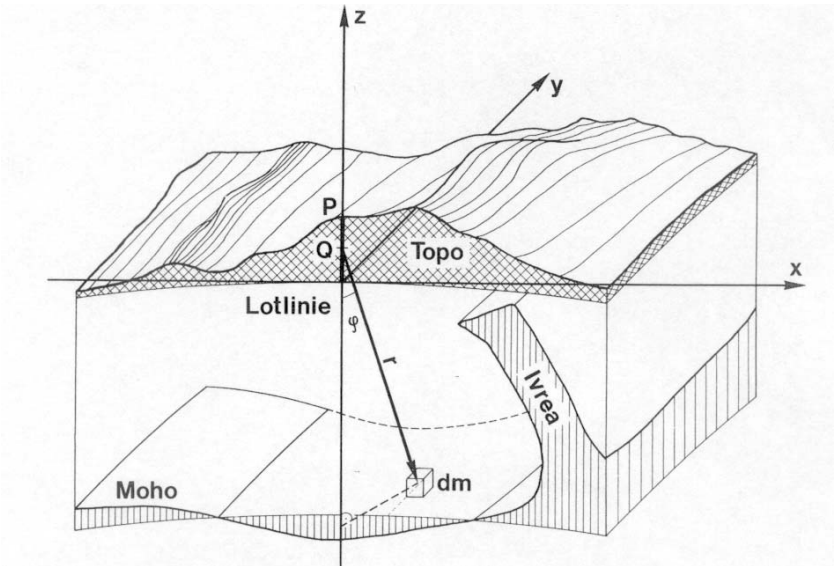


Abbildung 7.3-1: Skizze zur Berechnung der mittleren Schwere (aus [Wirth 1990]).

Die tatsächliche Schwere im Punkt Q (g^Q) kann in einzelne Komponenten zerlegt werden. Wir beschränken uns dabei auf die uns bekannten Massen- und Dichtemodelle nach [Marti 2002]:

$$g^Q = g^P_{Beob} + g^P_{Frei} - g^Q_{Frei} - g^P_{Top} - g^P_{Boug} - g^P_{Moho} - g^P_{Ivrea} - g^P_{...} + g^Q_{Top} + g^Q_{Boug} + g^Q_{Moho} + g^Q_{Ivrea} + g^Q_{...} \quad (7.3\text{-}2)$$

mit g^P_{Beob} = beobachtete Schwere in P
g_{Frei} = Freiluftkorrektur (s. a. Formel 2.3-6)
g_{Top} = Einfluss der Topografie (nach Trennung der topografischen Massen in Topografie und Bouguerplatte)
g_{Boug} = Einfluss der Bouguerplatte
g_{Moho} = Einfluss der Mohorovičić-Diskontinuität
g_{Ivrea} = Einfluss des Ivrea-Körpers
$g_{...}$ = Einfluss weiterer Dichtemodelle wie Po-Sedimente, Gletscher, Quartär-Füllungen

Man erhält diese Form, wenn man die beobachtete Schwere in P als Summe der Normalschwere, der Freiluftkorrektur, der Topografie-Einflüsse und der Massen-Modelle beschreibt.

Wir vereinfachen nun den Ausdruck 7.3-2, in dem wir die berechenbaren Modellwirkungen und Dichtekontraste (Topografie, Moho etc.) als $g_{Modelle}$ zusammenfassen. Weil der Freiluftgradient als lineare Funktion der Höhe definiert ist (s. Formel 2.3-6), ergibt 7.3-2 in 7.3-1 eingesetzt:

$$\bar{g}^P = g^P_{Beob} + \frac{1}{2} g^P_{Frei} - g^P_{Modelle} + \frac{1}{H_P} \int_0^{H_P} g^Q_{Modelle} dH \quad (7.3\text{-}3)$$

[Wirth 1990] konnte zeigen, dass das Integral über die Modelleinflüsse ersetzt werden kann durch einen geschlossenen Ausdruck mit Hilfe der Störpotentiale im Punkt P und auf dem Geoid:

$$\bar{g}^P = g^P_{beob} + \frac{1}{2} g^P_{Frei} - g^P_{Modelle} - \frac{T^P_{Modelle} - T^0_{Modelle}}{H_P} \quad (2.3\text{-}10)$$

Formel 2.3-10 zeigt, dass die Berechnung der mittleren Schweren natürlich von der gewählten Stationshöhe H_P abhängig ist. Dazu müssen die Werte mit möglichst guten Ausgangshöhen oder iterativ berechnet werden. Am Beispiel des Landeshöhennetzes hat sich gezeigt, dass bei der Wahl von Gebrauchshöhen als Startwert nach drei Iterationen keine Änderungen > 1/10 mm resultieren.

```
                        QUAWIRK Version April 2004
Wahl der Modelle                                                  12/10/05 15:04
-------------------------------------------------------------------------------
<1> Normalfeld rechnen                 : JA
<2> Topowirkungen berechnen            : JA
<3> Mohodiskontinuitaet berechnen      : JA
<4> Po-Sedimente berechnen             : JA
<5> Ivreakoerper berechnen             : JA
<6> Wassermassen der Seen berechnen    : JA
<7> Dichtemodell berechnen             : NEIN
<8> Sedimente (Ivrea) berechnen        : JA
<9> Molasse berechnen                  : NEIN
<0> Oberfläche der Po-Sedimente        : JA
<A> Oberfläche des Ivreakörpers        : JA
<B> zusaetzliches Spezialmodell        : NEIN
<C> Spezialfile fuer Berechnung        : /gpsdata3/massmod/ivrea/ivrea.v89
<D> File der Dichteinformationen       :
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
-------------------------------------------------------------------------------
 Waehle :
-------------------------------------------------------------------------------
```

Tabelle 7.3-1: Definitive Wahl der Massenmodelle für die Berechnung der mittleren Schweren

7.3.2 Wahl der Parameter

Die Bedienung und die Funktionalität des Programms QUAWIRK sind in [Marti 2002] umfassend beschrieben. Tabelle 7.3-1 zeigt, welche Massenmodelle für die effektive Berechnung der mittleren Schweren verwendet wurden.

Die detaillierten Einstellungen zur Berechnung der Masseneinflüsse wurden für die Bestimmung von LHN95 so belassen, wie sie [Marti 1997] ermittelte und seither für die unterschiedlichen Geoidbestimmungen verwendete. Entscheidend für die Resultate sind insbesondere die Grenzabstände für die unterschiedliche Einflussberechnung des Topografie-Modells.

7.4 Interpolation von Oberflächenschweren

Formel 2.3-10 zeigt, dass für die Berechnung der mittleren Schweren ein Oberflächen-Schwerewert g^P_{Beob} notwendig ist. Natürlich könnte man dazu auf jedem Höhenfixpunkt eine Schweremessung durchführen. Alleine für die ca. 10'000 HFP1 des Landeshöhennetzes wäre dies aber eine aufwändige und wenig sinnvolle Arbeit.

Auf ausgewählten HFP1 und Hilfspunkten der LN-Messungen wurden bis Ende 2004 ca. 5000 Schweremessungen unterschiedlicher Herkunft und Qualität durchgeführt. Zudem steht ein umfangreicher Schweredatensatz der Schweizerischen Geophysikalischen Kommission (SGPK) für die gravimetrische Landesaufnahme zur Verfügung, welcher vom Bundesamt für Landestopografie verwaltet wird (s. a. Kapitel 4.5.2). Dieser Datensatz umfasst ca. 31'600 Punkte.

Bedeutend einfacher und effizienter ist es nun, aus den vorhandenen Datensätzen und Massenmodellen für *sämtliche* Punkte Oberflächen-Schwerewerte zu interpolieren. Eine einheitlich durchgeführte Interpolation führt dabei nicht unbedingt zu einer Genauigkeitssteigerung, jedoch zu einer geglätteten Berechung der mittleren Schweren aller benachbarten Punkte. Geringere Genauigkeiten und systematische Fehlereinflüsse älterer Messungen auf vereinzelten Punkten führen somit nicht zu lokalen Diskrepanzen in den orthometrischen Höhen, was gegenüber den höchst präzisen Potentialen, den beobachteten Höhen oder auch gegenüber den Gebrauchshöhen LN02, welche eine hohe Nachbargenauigkeit aufweisen, höchst unangenehm wäre und vom Benutzer nicht verstanden und akzeptiert würde.

Voraussetzung zur zweckmässigen Interpolation von Oberflächen-Schwerewerten ist, dass die vorhanden Messungen bereits um die Einflüsse der bekannten Massenmodelle reduziert wurden. Dies ist in der Regel eine einmalige Berechnung, auch wenn der Schweredatensatz mit weiteren Messungen laufend ergänzt wird. Die Reduktion erfolgt deshalb, weil so in einem topografisch und geologisch anspruchvollen Gebiet auch in stützpunktärmeren Regionen genügend genaue Werte interpoliert werden können. Die Stützpunkte selbst liegen nach der Reduktion auf einer geglätteten Fläche, was die Berechnung von Zwischenpunkten wesentlich vereinfacht und verbessert. Die Interpolation von Oberflächen-Schwerewerten ist somit ein dreistufiges Verfahren (analog der *remove-restore*-Technik in der Geoidbestimmung):

1. Berechnung der Masseneinflüsse auf Punkthöhe (der gesuchten Punkte) und Reduktion *(remove)*
2. Interpolation von Punktwerten im reduzierten Datensatz der Schweremessungen
3. Addition der Masseneinflüsse zu den interpolierten Schwerewerten *(restore)*

Aus dem Berechnungsschritt 1 resultiert das Glied $g^P_{Modelle}$ der Formel 2.3-10. Die Interpolation mit den reduzierten Beobachtungen im Schritt 2 erfolgt nach der Methode der Kollokation (sog. Prädiktion). Diese Methode wurde u. a. in [Wirth 1990] auf der Grundlage von [Moritz 1980] umfassend präsentiert und von [Marti 1997] für die praktische Geoidbestimmung angewendet, sodass hier auf eine Erwähnung verzichtet werden kann. Um von diesen Werten auf die interpolierten Oberflächen-Schwerewerte zu kommen, müssen schliesslich die Masseneinflüsse auf Punkthöhe dazu addiert werden (Schritt 3).

Sämtliche Berechnungsschritte sind im Programm QUAWIRK implementiert. Gemessene Tun-

nelschwere-Werte müssen dabei gesondert behandelt werden, da sie für die direkt darüber liegenden Oberflächenpunkte meist nicht repräsentativ sind.

Anhand von zwei unterschiedlichen Beispielen (Mittelland, Gebirge) versuchen wir nun, die Genauigkeit dieser Methode zu kontrollieren. Es handelt sich um zwei Neumessungsstrecken des LHN aus dem Jahre 2004, auf welchen auf ausgewählten Punkten Schweremessungen durchgeführt wurden. Die Genauigkeit dieser Messungen, welche mit einem LaCoste&Romberg G-Gravimeter durchgeführt wurden, beträgt ca. ± 0.05 - 0.10 mgal. Diese Messungen wurden nachträglich in den Schweredatensatz der SGPK integriert. In den Abbildungen 7.4-1 und 7.4-2 (jeweils in der oberen Hälfte) sind die Unterschiede zwischen interpoliertem und gemessenem Schwerewert vor und nach der Integration der Schweremessungen und in den Grunddatensatz für die Kollokation dargestellt.

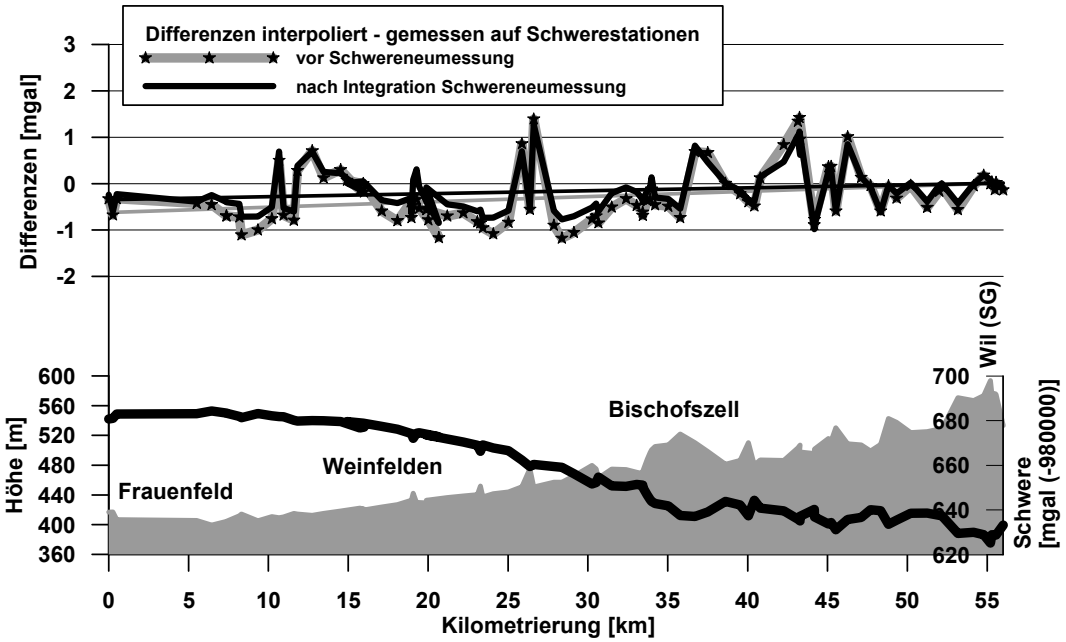


Abbildung 7.4-1: Vergleich zwischen interpolierten und gemessenen Schweren auf der Linie Frauenfeld - Bischofszell - Wil (SG)

Auffallend ist, dass die Verbesserungen der interpolierten Schwerewerte durch die Neumessungen relativ bescheiden sind. Sie treten eigentlich nur bei der Gebirgslinie einigermassen deutlich hervor. Der Verlauf der Kurven vor und nach Integration der Neumessungen in den Gesamtdatensatz für die Kollokation ist praktisch gleich. Dies verdeutlicht, dass der Hauptanteil an den Differenzen aus der Berechnung der Masseneinflüsse und von qualitativ schlechteren Schwere-Stützpunkten aus der näheren Umgebung stammt.

Mittels einer Kreuzvalidation (Interpolieren eines Schwerewertes eines Stützpunktes unter Auslassung seines Stützwertes) kann auch der Schweredatensatz der SGPK in sich getestet werden. Der Mittelwert all dieser Abweichungen liegt bei 0.01 mgal mit einer Streuung um ±0.98 mgal. 26'500 Stützpunkte liegen dabei innerhalb ±1 mgal. Rund 120 Punkte weisen Abweichungen > 5 mgal auf. Die grössten Diskrepanzen sind natürlich im Alpenraum zu finden. Diese vereinzelten Punkte können lokal einen ungünstigen Einfluss auf die zu prädizierenden Punkte ausüben.

Alle Vergleiche belegen aber, dass die Oberflächen-Schwerewerte innerhalb der Schweiz im Mittel mit einer Genauigkeit von ± 0.5 – 1.0 mgal berechnet werden können. Die grössten Fehlereinflüsse entstehen da, wo die Nahtopografie und die lokalen Dichteanomalien zu wenig genau erfasst sind (Schluchten, enge Täler, Felswände, Sediment-Tröge etc.) oder allgemein zu wenige (und qualitativ schlechtere) Stützpunkte vorliegen. Wo das Bedürfnis nach möglichst genauen, absoluten Höhen am grössten ist (überbaute Gebiete des Mittellands), stellt die Schwereinterpolation keine wesentliche Genauigkeitseinschränkung für die Berechnung der

mittleren Schweren $\bar{g}^P$ dar.

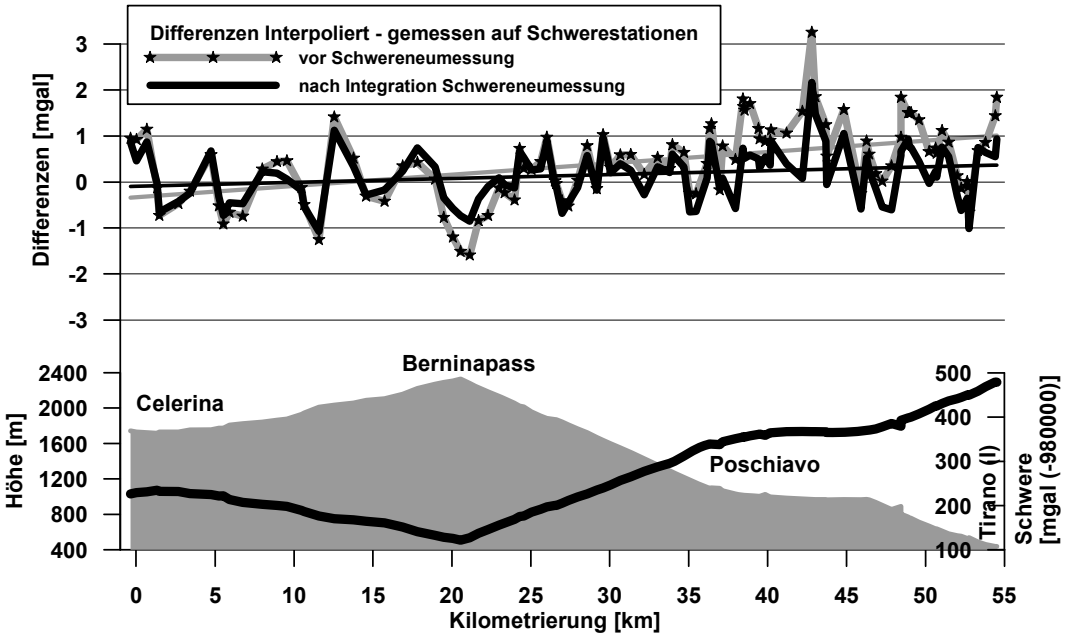


Abbildung 7.4-2: Vergleich zwischen interpolierten und gemessenen Schweren auf der Linie Celerina - Berninapass - Tirano (I)

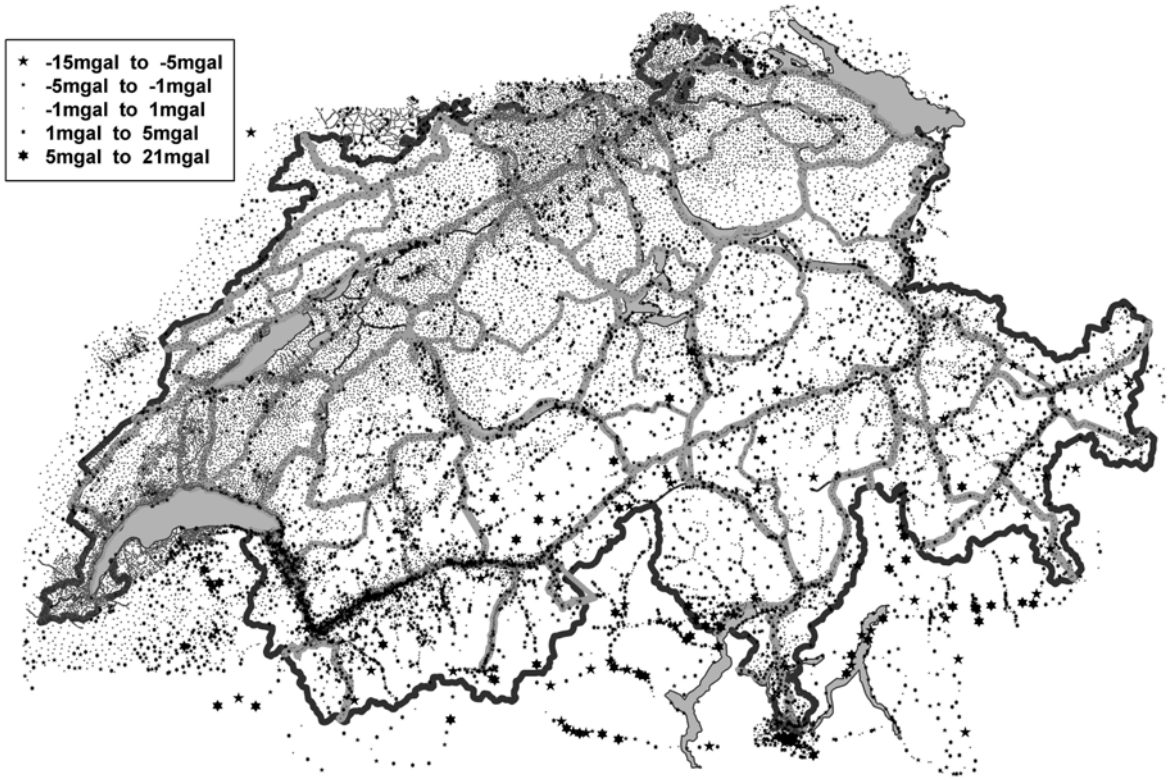


Abbildung 7.4-3: Kreuz-Validation mit den 32'000 Punkten der SGPK; Abweichungen in [mgal]

7.5 Einfluss der Massenmodelle auf die orthometrischen Höhen

Mit den geopotentiellen Koten aus Kapitel 5 besitzen wir eine Auswahl von Punkten der Erdoberfläche, welche die Eigenschaften des tatsächlichen Schwerefeldes verkörpern. Dividieren wir diese Koten durch einen theoretisch definierten mittleren Schwerewert, so erhalten wir zwar strenge Höhen (z.B. dynamische Höhen), nehmen dafür aber in Kauf, dass wir den direkten Bezug zu den tatsächlichen Begebenheiten verlieren. Versucht man hingegen mit den orthometrischen Höhen ein möglichst reales Abbild zu erzeugen ("Länge der Lotlinie"), muss man Annahmen über die Massen- und Dichteanomalien im Erdinneren treffen. Mit dem Entscheid, orthometrische Höhen zu berechnen, ist es lohnenswert, sich ein Bild über den Einfluss dieser Massenmodelle auf die orthometrischen Höhen zu verschaffen.

Da dieser Einfluss natürlich von der Lage eines Punktes abhängig ist, erstellen wir aus dem digitalen Höhenmodell DHM25 ein Raster mit 10 km Maschenweite über die gesamte Schweiz und simulieren somit auch die tatsächlichen Höhenverhältnisse. Auf ca. 830 Gitterpunkten werden nun die mittlere Normalschwere, die mittlere Schwere anhand der Standard-Massenmodelle sowie sämtliche Kombinationen von "mittleren Schweren" unter Auslassung jeweils eines bestimmten Modells berechnet. Dazu wird nach der Methode aus Kapitel 7.4 ein Oberflächen-Schwerewert prädiziert.

Der *Einfluss eines Modells* in den nachfolgenden Abbildungen ist definiert als:

Einfluss Modell x =
orth. Soll-Höhe (mit allen Modellen)– orth. Höhe ohne Berücksichtigung des Modells x

Der Unterschied zwischen den orthometrischen Höhen und den Normalhöhen wird hier nicht behandelt, er ist aber ein wichtiger Bestandteil des Kapitels 10. Mit den mittleren Normalschweren werden die Rasterhöhen in Potentiale und danach mit den "wahren" mittleren Schweren in orthometrischen Höhen umgewandelt. Sie dienen nun als Referenzwerte für die nachfolgenden Untersuchungen.

7.5.1 Einfluss der Topografie (Abb. 7.5-1)

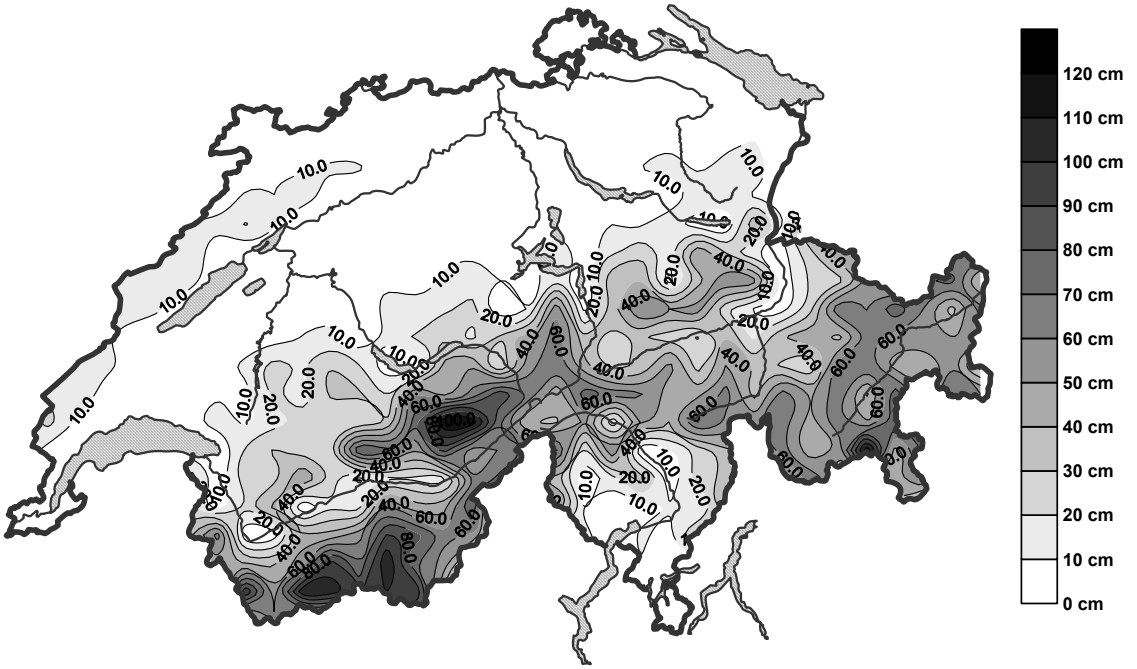


Abbildung 7.5-1: Einfluss der Topografie (inkl. Bouguer-Platte) auf die orthom. Höhen [cm]

Den grössten Einfluss auf die mittleren Schweren resp. auf die orthometrischen Höhen übt natürlich die Topografie aus. Der Einfluss auf die Höhen nimmt bereits im Mittelland und im an-

grenzenden Jura und den Voralpen Beträge von bis zu 15 cm an. Die grössten Einflüsse von bis zu 1.2 m sind jeweils in den mächtigsten Gebirgsmassiven der Alpen zu finden (4000er der Berner-, Walliser- und Bündner Alpen). Es gilt aber zu beachten, dass es sich um die Summe der Topografie- *und* der Bouguer-Plattenwirkung handelt. Würde man die Bouguer'sche Plattenwirkung abspalten, wären die resultierenden Werte bedeutend kleiner. Bei den höher gelegenen Gitterpunkten reduziert sich der Einfluss beinahe auf die Hälfte.

Die Topografie gilt nicht als eigentliches Störmodell und die Oberfläche ist durch die Höhenmodelle relativ genau erfasst. Als hypothetisch muss die Annahme der mittleren Dichte zu 2.67 $g \cdot cm^{-3}$ bezeicnet werden. Mit den nachfolgenden Modellen wird nun versucht, das Topografie-Modell mit Einheitsdichte zu verfeinern.

7.5.2 Einfluss der Mohorovičić -Diskontinuität (Abb. 7.5-2)

Den grössten Einfluss als eigentliches Störmodell übt die Variation der Mantel-Krustengrenze (Mohorovičić-Diskontinuität) aus.

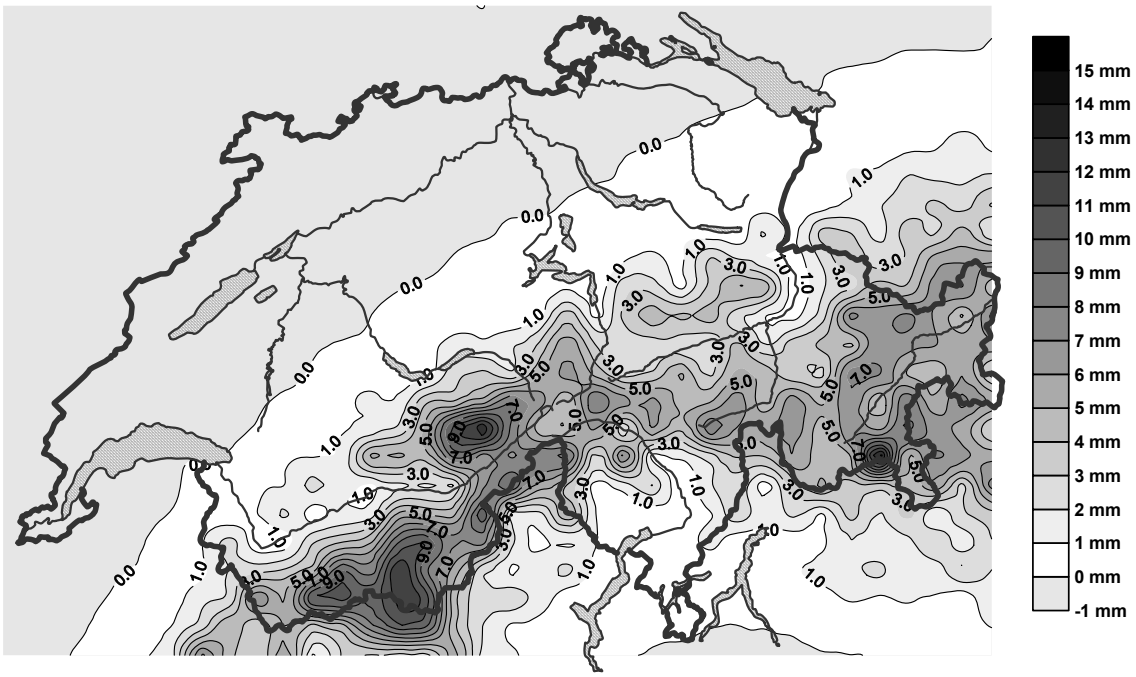


Abbildung 7.5-2: Einfluss der Mohorovičić-Diskontinuität auf die orthometrischen Höhen [mm]

Sie beschreibt im Wesentlichen den Dichtekontrast des Gebirgsfusses (Kontinentalkruste) gegenüber dem oberen Erdmantel und wirkt sich deshalb auch grossflächig aus.

Ausserhalb des Alpenraumes und in den tiefer liegenden Alpenhaupttälern beschränkt sich der Einfluss auf die orthometrischen Höhen auf ±1 mm. In den höchsten Alpenlagen bewirkt der Einfluss eine Änderung von bis zu 1.5 cm. Im Engadin beträgt er immerhin zwischen 2 – 8 mm.

7.5.3 Einfluss des Ivrea-Körpers (Abb. 7.5-3)

Der Ivrea-Körper als mächtigste Störzone am südlichen Alpenrand hat einen lokal beschränkten und maximalen Einfluss von 18 mm. Er liegt direkt über dem Störgebiet. Innerhalb der Schweiz ist der Einfluss auf die mittleren Schweren und somit auf die orthometrischen Höhen gering. Er beträgt in den östlichen Walliser Alpen bis zu 3 mm. Im angrenzenden Tessin bewirkt der Ivrea-Körper Änderungen von ±2.8 mm.

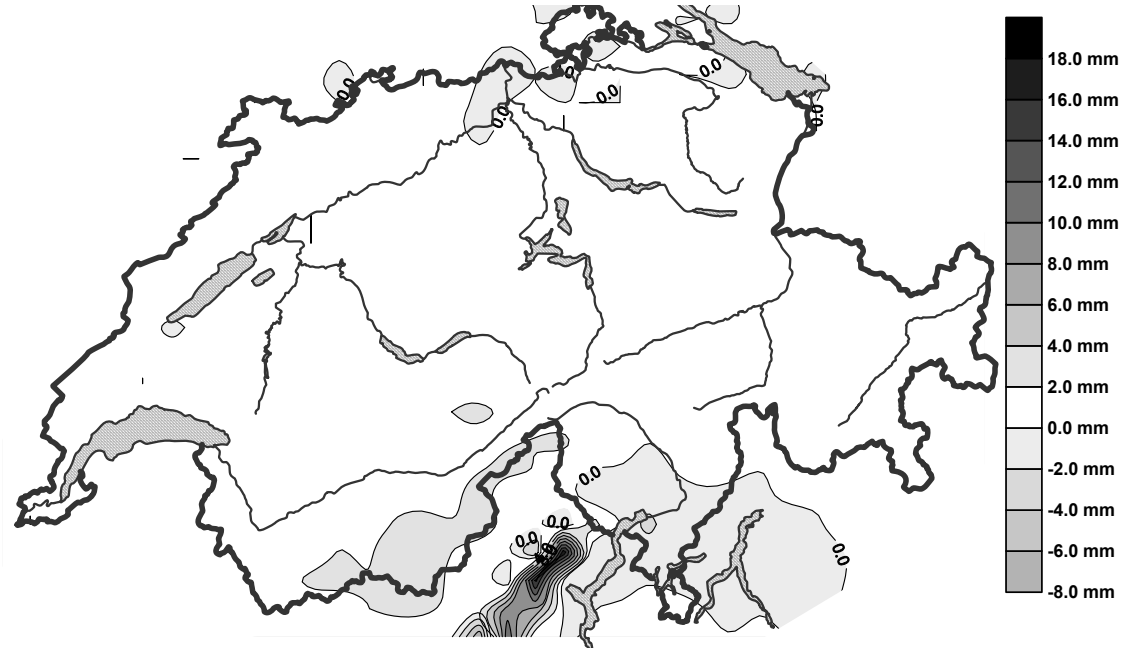


Abbildung 7.5-3: Einfluss des Ivrea-Körpers auf die orthometrischen Höhen [mm]

7.5.4 Einfluss der Sediment-Ablagerungen in der Po-Ebene (Abb. 7.5-4)

Innerhalb des untersuchten Rasters vermag das Modell der tertiären und quartären Po-Sedimente die orthometrischen Höhen um maximal 8 mm zu beeinflussen. Innerhalb der Schweiz wirkt sich der Dichteunterschied der Sediment-Ablagerungen in der Po-Ebene nur gerade im südlichsten Tessiner-Zipfel und auf den höchsten Gipfeln im Wallis und Bündnerland aus. Im Südtessin ist der Einfluss maximal 4 mm.

7.5.5 Einfluss der Wassermassen der Seen (Abb. 7.5-5)

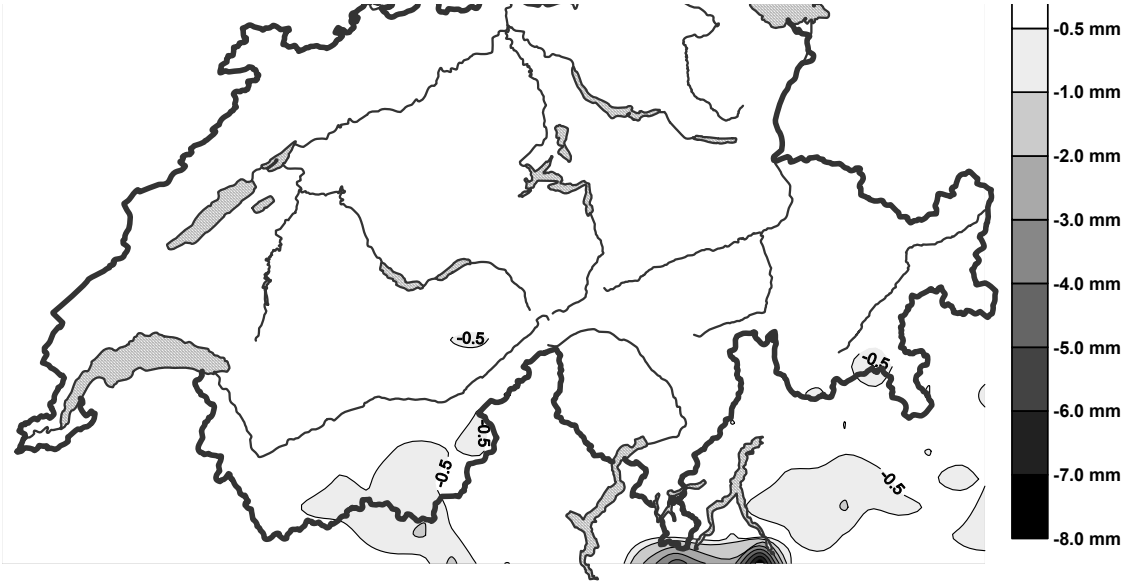


Abbildung 7.5-4: Einfluss der Po-Sedimente auf die orthometrischen Höhen [mm]

Die Wassermassen der Seen (wie auch die Gletscher und die quartären Sedimente) sind äusserst lokale Störkörper. Der gewählte 10km-Raster erweist sich hier als zu grobmaschig, zumal die interpolierte Höhe eines Gitterpunktes für die lokale Stationsumgebung äusserst zufällig und für die Massenwirkung trotzdem entscheidend ist. Sehr deutlich zeigt sich dies beim Einfluss des Zugersees auf die lokalen orthometrischen Höhen. Der maximale Einfluss wird östlich des Sees ausgewiesen, da dieser Gitterpunkt (zufälligerweise) eine Höhe von 1200 m ü. M. auf-

weist, der direkt über dem See liegende Wert jedoch nur 413 m beträgt.

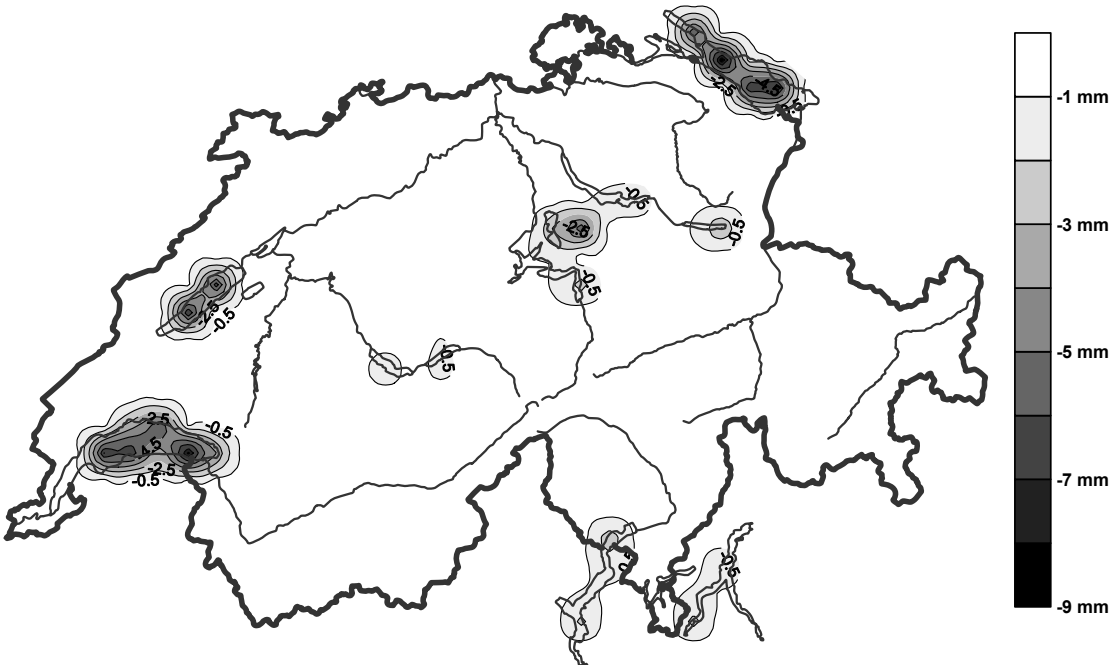


Abbildung 7.5-5: Einfluss der Wassermassen der Seen auf die orthometrischen Höhen [mm]

Ebenfalls aufgrund des zu groben Rasters zeigen sich auch am Bodensee, am Lac de Neuchâtel und am Lac Léman Artefakte bei der Isolinien-Interpolation. Trotzdem zeigt die Abb. 7.5-5 in etwa die möglichen lokalen Einflüsse der Wassermassen. Bei den drei grössten mittelländischen Seen sind dies immerhin schon bis zu 8mm. Der Einfluss flacht aber von der Seemitte sehr schnell gegen den Rand ab.

7.5.6 Einfluss der Eismassen des Aletsch-Gletschers (Abb. 7.5-6)

Ähnlich wie die Wassermassen der Seen übt der Aletsch-Gletscher einen mächtigen, aber lokal beschränkten Einfluss auf die Höhen von bis zu 15 mm aus. Er wird natürlich begünstigt durch die lokale Höhenlage. Zwar ist der Aletsch-Gletscher bezüglich Fläche und Mächtigkeit der wichtigste Gletscher der Schweiz. Aus der Abb. 7.5-6 lässt sich aber folgern, dass weitere Gletscher wie bspw. der Fiescher- oder der Rhone-Gletscher und die markanten Eismassen in den westlichen Walliser-Alpen eine ähnliche, betragsmässig geringere Wirkung erzeugen würden.

Leider ist das Modell des Aletsch-Gletschers das einzige Verfügbare und es ist ein kleiner Trost, dass die Wirkung lokal beschränkt ist und Gebiete mit hohen Genauigkeitsanforderungen nicht wesentlich tangiert werden.

7.5.7 Einfluss der quartären Talfüllungen

Praktisch keinen Einfluss auf die Höhen bewirken die quartären Sedimentfüllungen der südlichen Haupttäler (weitere Modelle wurden bis anhin auch nicht erhoben). Die maximale Änderung beträgt 1.5 mm und liegt im vorliegenden Beispiel ausserhalb und südlich der Schweiz in der Umgebung von Chiavenna. In der Magadino-Ebene (Locarno) äussern sich die quartären Talfüllungen mit einem Einfluss von knapp 0.5 mm. In beiden Fällen ist aber die zufällige (Höhen)-Lage für das Resultat von entscheidender Bedeutung, da die Wirkung dieser Störmassen lokal begrenzt ist und sehr schnell abflacht.

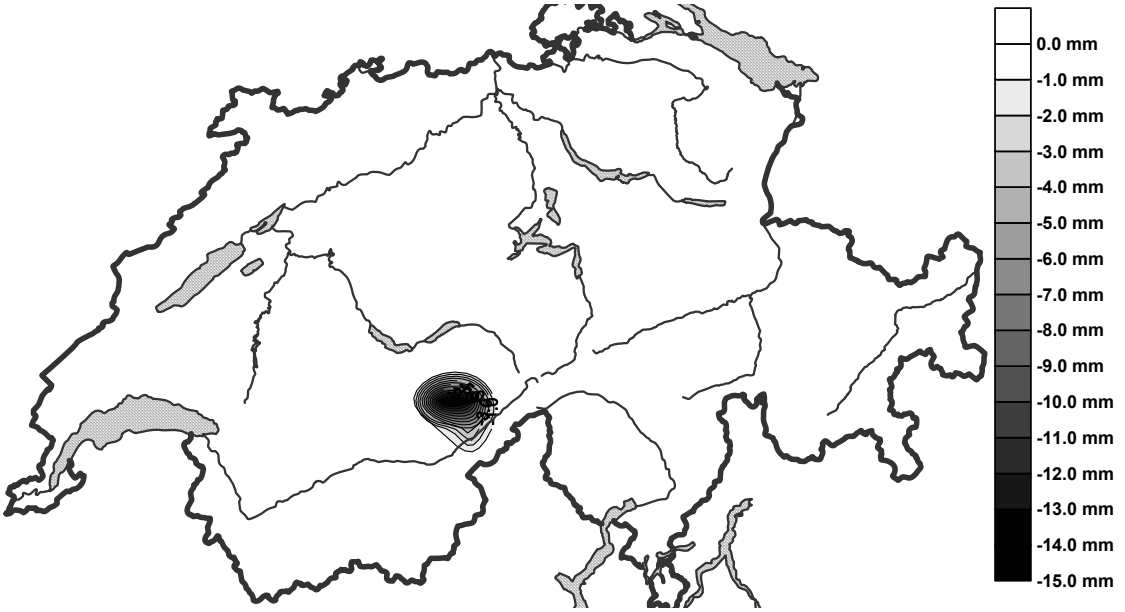


Abbildung 7.5-6: Einfluss der Eismassen des Aletsch-Gletschers auf die orthom. Höhen [mm]

7.5.8 Einfluss des Molassebeckens im Mittelland (Abb. 7.5-7)

Bis anhin wurde das Modell des Molassebeckens nördlich der Alpen für die Geoidbestimmung nicht verwendet, da sein Einfluss das Residualfeld der unterschiedlichen Messgrössen (hauptsächlich Schwere und Lotabweichungen) nicht zu glätten vermag. Als Ursache wurde der fehlende vertikale Dichtegradient erwähnt. Man vermutet, dass der Dichtekontrast mit zunehmender Tiefe sehr rasch gegen 0 geht [Marti 1997].

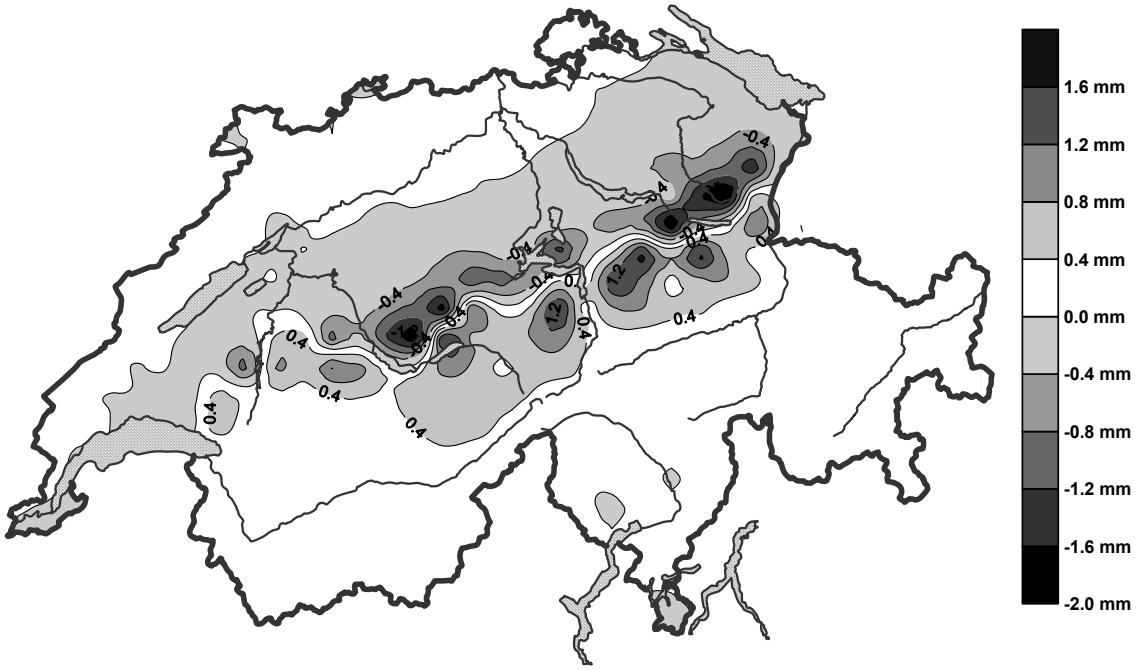


Abbildung 7.5-7: Einfluss der tertiären Ablagerungen im Molassebecken des Mittellandes [mm]

Diese Schlussfolgerungen für die Geoidbestimmung sind heute noch gültig, so dass dieses Modell aus Konsistenzgründen auch für die mittleren Schweren und demzufolge für die orthometrischen Höhen nicht verwendet wurde. Trotzdem ist es in dieser Arbeit lohnenswert, die Grössenordnung des Einflusses auf die orthometrischen Höhen anhand des bestehenden Modells abzuschätzen.

In weiten Teilen des Mittellandes liegt der Einfluss auf die Höhen weit unter einem Millimeter. Grössere Gradienten bestehen vor allem am Alpenrand, wo die mittelländische Molasse teilweise von den helvetischen Decken überschoben wurde. Die maximalen Einflüsse betragen ± 2 mm und sind lokal begrenzt. Ob dies der Realität entspricht, ist ungewiss und muss mit der fehlenden Eignung des Modells für die Geoidbestimmung eher bezweifelt werden. Es ist aber anzunehmen, dass die Einführung eines variablen Dichtekontrasts den Einfluss auf die mittleren Schweren eher verkleinert.

7.6 Genauigkeitsabschätzungen zu den orthometrischen Höhen

Bevor wir uns der Genauigkeit der orthometrischen Höhen aus Nivellementmessungen zuwenden, wollen wir kurz auflisten, wie es sich bei Nivellementhöhen, Potentialen und den daraus abgeleiteten Normalhöhen verhält. Wir halten uns dabei meist an die Angaben in [Wirth 1990]. Mit Genauigkeit ist im ganzen Kapitel die Standardabweichung (1 Sigma) gemeint.

Vereinfacht kann gesagt werden, dass die *Genauigkeit* von *Nivellementhöhen* ($s_{H^{niv}}$) entlang einer *Messlinie* einzig von der Messdistanz *L* [km] zum nächsten Referenzpunkt und dem zufälligen mittleren km-Fehler s_0 des Nivellements abhängt:

$$s_{H^{niv}} = s_0\sqrt{L} \qquad (7.6\text{-}1)$$

Dabei vernachlässigt man nebst den Lattenmassstabs-Fehlern, dass die Höhen meistens aus Netzausgleichungen stammen und die Genauigkeit natürlich wesentlich vom Netzdesign und von der Qualität der Anschlusspunkte abhängig ist.

[Wirth 1990] fordert eine Messdichte von ca. 1.7 km Horizontal- und 100 m Vertikalabstand für die Schweremessungen entlang von Nivellementlinien, damit der mittlere Fehler einer geopotentiellen Kote (s_C) dem mittleren Fehler einer Nivellementhöhe multipliziert mit einem durchschnittlichen Schwerewert *g* entspricht und der Fehleranteil der Schwere vernachlässigbar wird:

$$s_C = s_{H^{niv}} \cdot g = s_0 \cdot \sqrt{L} \cdot g \qquad (7.6\text{-}2)$$

Die *Normalhöhen* und die *dynamischen Höhen*, welche sich aus den Potentialen und den streng definierten Normalschwerewerten berechnen lassen, weisen dieselbe Genauigkeit auf wie die Nivellementhöhen, da die Normalschweren als fehlerfrei betrachtet werden können:

$$H^D = H^N = \frac{C}{f(g_{Norm})}$$

$$s_{H^D} = s_{H^N} = \frac{s_0 \cdot \sqrt{L} \cdot g}{g_{Norm}} \cong s_0 \cdot \sqrt{L} \qquad (7.6\text{-}3)$$

Wesentlich komplizierter verhält es sich bei den *orthometrischen Höhen*. Hier lassen sich geschlossene Formeln für die Genauigkeit nur dann herleiten, wenn für den Einfluss der Massenmodelle auf die mittleren Schweren Fehlerabschätzungen durchgeführt werden. In [Wirth 1990] wird in nachvollziehbarer Weise für die Genauigkeit der orthometrischen Höhen folgende Beziehung hergeleitet:

$$H = \frac{C}{\overline{g}} \quad \text{daraus folgt für } s_H\text{:} \qquad s_H^2 = \frac{1}{\overline{g}^2} s_C^2 + \left(\frac{H}{\overline{g}}\right)^2 s_{\overline{g}}^2 \qquad (7.6\text{-}4)$$

Die Genauigkeit der orthometrischen Höhe ist abhängig von der Genauigkeit des Potentials s_C und dem höhenabhängigen Fehleranteil der mittleren Schwere s_g. Erstere ist in Formel 7.6-2 ersichtlich. Mit Annahmen zur Genauigkeit der Masseneinflüsse resultiert in [Wirth 1990] die Formel:

$$s_H[mm] = \sqrt{s_0^2 \cdot L[km] + \left(\frac{H[mm]}{\overline{g}[mgal]}\right)^2 \left(1.5^2 + \left(1.26 \cdot H[km]\right)^2\right)} \qquad (7.6\text{-}5)$$

Darin beruht die Genauigkeit der mittleren Schweren (s. a. 2.3-10) auf folgenden Annahmen:

1. Die Oberflächen-Schweren g^P_{Beob} sind fehlerfrei
2. Der Freiluftgradient kann fehlerfrei berechnet werden

Die Fehlereinflüsse der Massenmodelle ($g_{Modelle}$ in Punkt P und als Integral entlang der Lotlinie) setzen sich aus einem maximalen Fehler für die Nahtopografie von ±1.5 mgal und der Unsicherheit der Gesteinsdichte von s_ρ = ±0.03 g·cm^{-3} zusammen. Daraus resultiert eine Abschätzung für die Genauigkeit der mittleren Schwere von:

$$s_{\overline{g}} = \sqrt{1.5^2 + \left(1.26 \cdot H[km]\right)^2}$$

womit der zweite, höhenabhängige Term im zweiten Glied der Formel 7.6-4 erklärt ist.

Formel 9.6-5 stimmt insofern nicht mit den vorliegenden Berechnungen überein, indem die verwendeten (interpolierten) Oberflächen-Schwerewerte hier nicht als fehlerfrei betrachtet werden. Tatsächlich geht der Fehler der "beobachteten Schwere" (s_g) mit vollem Gewicht in die Genauigkeit von $s_{\overline{g}}$ ein. Wir erweitern Formel 7.6-5 somit zu:

$$s_H[mm] = \sqrt{s_0^2 \cdot L[km] + \left(\frac{H[mm]}{\overline{g}[mgal]}\right)^2 \left(\left(s_g[mgal]\right)^2 + 1.5^2 + \left(1.26 \cdot H[km]\right)^2\right)} \qquad (7.6\text{-}6)$$

Von besonderem Interesse ist nun die Höhenabhängigkeit der Genauigkeit der orthometrischen Höhen. Dazu wird der Fehlereinfluss des Potentials vorerst vernachlässigt (s_C zu 0 gesetzt) und mit einem mittleren Fehler der beobachteten (resp. interpolierten) Schwere von s_g ±1.0 mgal sowie einem durchschnittlichen $\overline{g}$ = 980'600 mgal ein Diagramm erstellt (s. Abb. 7.6-1).

Ausschliesslich wegen der Höhenlage eines Punktes wird die Genauigkeit der orthometrischen Höhe von 0 mm auf Meereshöhe auf (hypothetische) ±22 mm auf 4000 m verringert. Bei einer Höhenlage von 500 m beträgt der Anteil der mittleren Schwere gerade ±2 mm; bei der mittleren Höhenlage von 1'360 m ü. M. (aus dem DHM25 über die gesamte Schweiz gemittelt) ist der Fehlereinfluss ca. ±3 mm. Die Beträge sind nicht sehr gross, zeigen aber einen wesentlichen Nachteil der orthometrischen Höhen gegenüber den Normalhöhen auf.

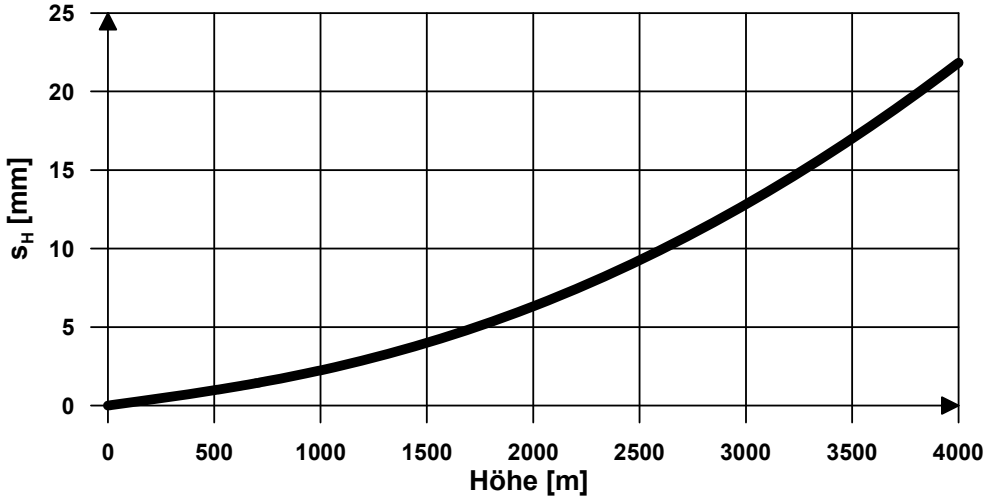


Abbildung 7.6-1: Einfluss der Höhenlage eines Punktes auf die mittleren Fehler der orthometrischen Höhen (s_g = 1.0 mgal)

Zudem können wir nun prüfen, welchen Einfluss die mittleren Fehler der beobachteten Schweren auf die Genauigkeit der orthometrischen Höhen ausüben (s. Abb. 7.6-2). Nach wie vor wird der Einfluss der Potentialgenauigkeit s_C vernachlässigt. Die Genauigkeit der beobachteten Schwere s_g variieren wir Schrittweise von 0, 1, 2, 3 bis 5 mgal.

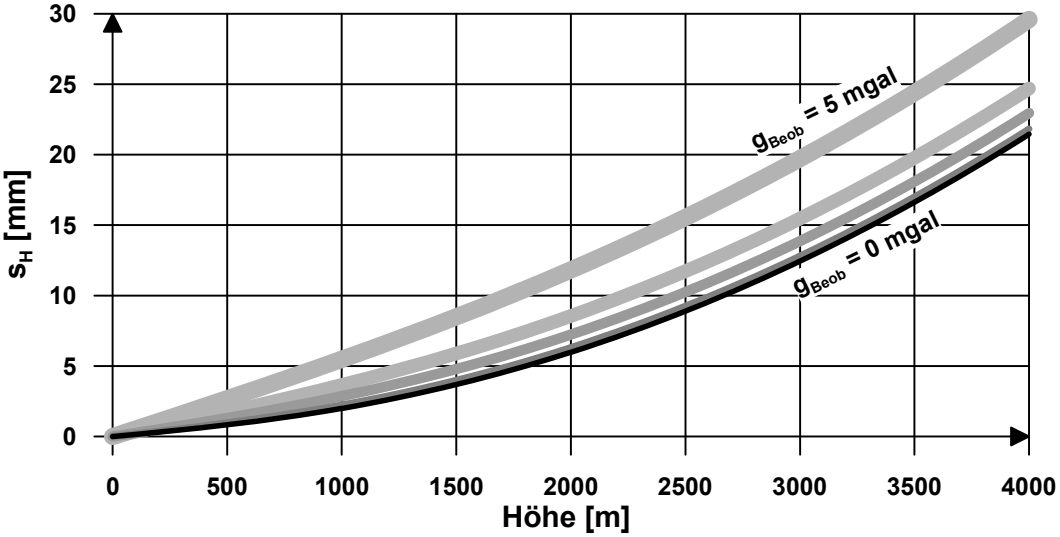


Abbildung 7.6-2: Einfluss der mittleren Fehler der Oberflächen-Schweren (s_g) auf die Genauigkeit der orthometrischen Höhen (±0, 1, 2, 3 und 5 mgal)

Ob nun die Oberflächen-Schwere fehlerfrei ist oder einen mittleren Fehler von ± 1mgal aufweist, ist letztendlich für die Genauigkeit der orthometrischen Höhe nicht ausschlaggebend. Erst ab einem mittleren Fehler von 3 - 5 mgal ist ein deutlicher Einfluss sichtbar. Allerdings darf nicht vergessen werden, dass die relative Genauigkeit zwischen benachbarten Punkten dann arg leidet. Dies ist der zweite, wesentliche Nachteil der orthometrischen Höhen gegenüber den hypothesenfreien Normalhöhen oder beobachteten Nivellementhöhen.

Anhand eines 5km-Rasters aus dem DHM25 können wir die unterschiedlichen Höhenlagen der Schweiz simulieren und somit den mutmasslichen Fehleranteil der mittleren Schweren an den orthometrischen Höhen berechnen und als Grafik (Abb. 7.6-3) wiedergeben (s_g = ± 1.5 mgal; $\bar{g}$ = 980'600 mgal).

Es zeigt sich deutlich, dass im gesamten Mittelland, im Jura, im südlichen Tessin und in den Alpenhaupttälern der Einfluss zwischen ±0.5 und ±4 mm liegt. Mit zunehmender Höhenlage steigt der Einfluss und erreicht anhand dieser Daten ein Maximum von ±23 mm. Dies allerdings auf den höchsten Alpengipfeln, wo das Bedürfnis nach präzisen absoluten Höhen kaum vorhanden und mit Präzisionsnivellements auch nicht realisierbar ist. Der Mittelwert über die gesamte Landesfläche liegt bei ±4.3 mm.

In Kapitel 5 wurden in der Abbildung 5.7-1 die relativen mittleren Fehler der geopotentiellen Koten gegenüber dem Referenzpunkt Zimmerwald wiedergeben. Sie stammen zwar aus der kinematischen Ausgleichung des Gesamtnetzes, können für unseren Fall aber als ausgezeichnete Näherung dem Anteil $s_0 \cdot \sqrt{L[km]}$ gleichgesetzt werden. Wenn wir die beiden Anteile (Potential und mittlere Schwere) nun quadratisch addieren, so erhalten wir eine landesweite Genauigkeitsverteilung der orthometrischen Höhen aus dem Landeshöhennetz relativ zum Referenzpunkt Zimmerwald Z_0 (vgl. Abb. 7.6-4).

Die Höhenabhängigkeit bleibt natürlich erhalten, im Mittelland überwiegt jedoch der Einfluss der geopotentiellen Koten an den mittleren Fehler der orthometrischen Höhen s_H. 75% der s_H liegen zwischen ±2.5 und ±10.0 mm, das landesweite Mittel beträgt ±8.3 mm. Die grössten Werte liegen mit bis zu ±25 mm natürlich wiederum in den eisigen Höhen der Alpen. Diese Werte haben sich nicht wesentlich vergrössert, da der bestimmende Einfluss mit bis zu ±24 mm bereits von den mittleren Schweren stammt. Hier die Studien betreffend Genauigkeit weiter zu treiben, ist

nicht sinnvoll. Die Genauigkeit des Potentials wird nur entlang der Nivellementlinien simuliert. Diese Linien liegen hauptsächlich in den Tälern. Zudem verirrt sich ein halbwegs vernünftiger Geodät mit einem Nivelliergerät nicht in diese Höhen, um absolute Höhen zu bestimmen.

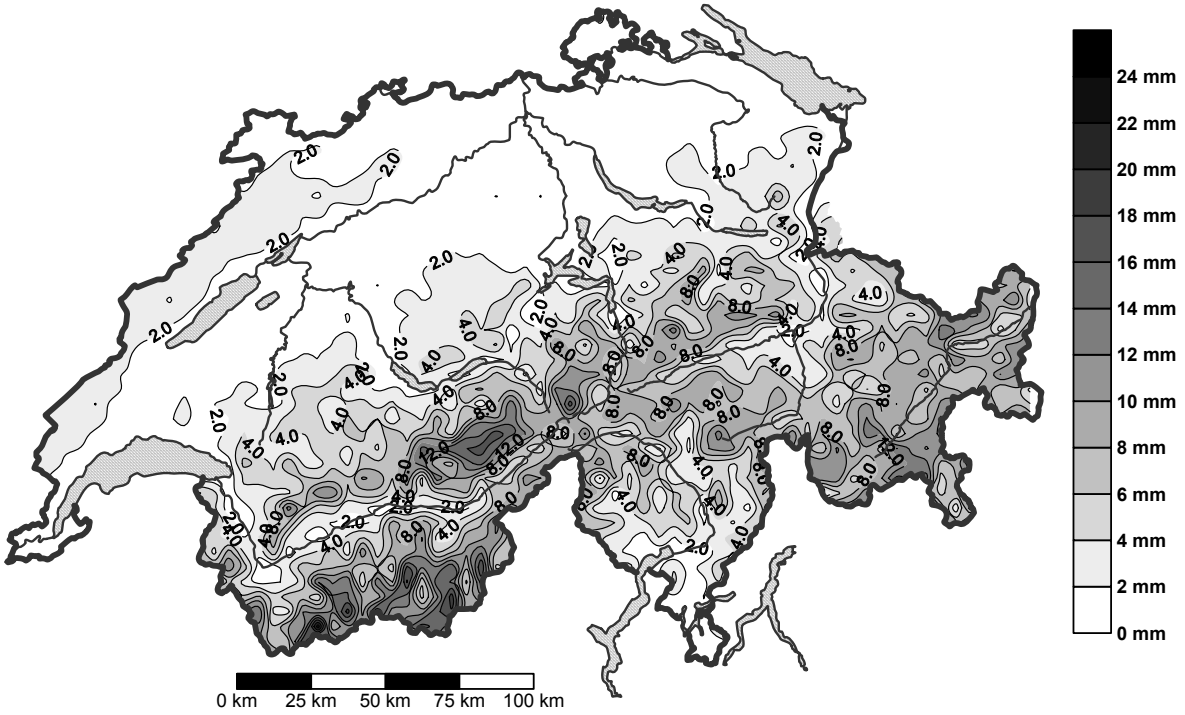


Abbildung 7.6-3: Fehleranteil der mittleren Schweren an den orthometrischen Höhen [mm]

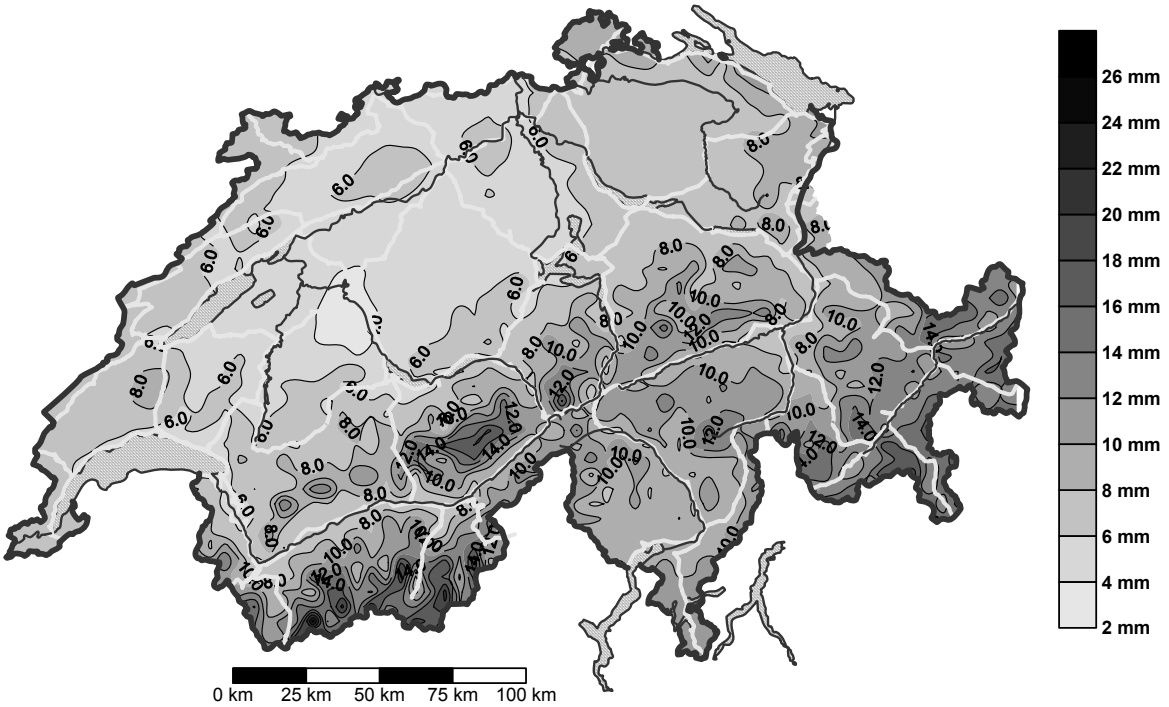


Abbildung 7.6-4: Die relativen mittleren Fehler der orthometrischen Höhen (s_H) gegenüber dem Referenzpunkt Zimmerwald [mm]

7.7 Näherungsformeln und der Vergleich mit den strengen orthometrischen Höhen

Es stellt sich natürlich die Frage, ob die umständlichen Berechnungen der orthometrischen Höhen über die mittleren Schweren nicht durch Näherungsformeln ersetzt werden können. In der Literatur bestehen dazu unterschiedliche Aussagen, um ausgehend von den geopotentiellen Koten und den Oberflächenschweren näherungsweise orthometrische Höhen zu bestimmen. In [Bretterbauer 1986] wurde folgende empirisch bestimmte Faustformel verwendet:

$$H_{[m]} = \frac{C}{g_{Beob}} - 0.033 \cdot H^2_{[km]} \qquad (7.7\text{-}1)$$

Danach soll ohne Aufwand die orthometrische Höhe auf ±5 mm berechenbar sein.

[Wirth 1990] hat anhand seiner Studien den leicht höheren Faktor von -0.043 (anstelle der -0.033 in Formel 9.7-1) errechnet, wobei er von den Helmert'schen orthometrischen Höhen unter Vernachlässigung der Topografie ausgegangen ist.

$$H_{[m]} = \frac{C}{g_{Beob}} - 0.043 \cdot H^2_{[km]} \qquad (7.7\text{-}2)$$

Anhand des 10-km-Rasters aus Kapitel 7.5 wollen wir nun überprüfen, mit welcher Qualität die beiden Formeln orthometrische Höhen erzeugen können. Wir beschränken uns dabei auf diejenigen Rasterpunkte, welche innerhalb der Schweiz liegen.

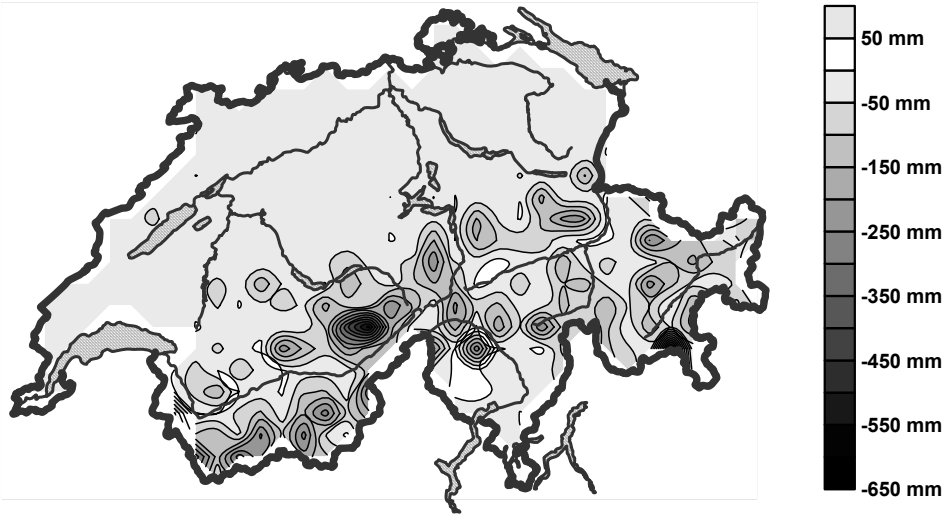


Abbildung 7.7-1: Differenzen der orthometrischen Soll-Höhen – Näherungshöhen nach [Bretterbauer 1986] in [mm]

Es zeigt sich deutlich, dass im Gebirge die Annäherung nicht gelingt und Differenzen von bis zu -65 cm entstehen (s. Abb. 7.7-1). Wenn wir die Differenzen bezüglich ihrer Höhenlage auftragen, so treten folgende Ergebnisse zu Tage:

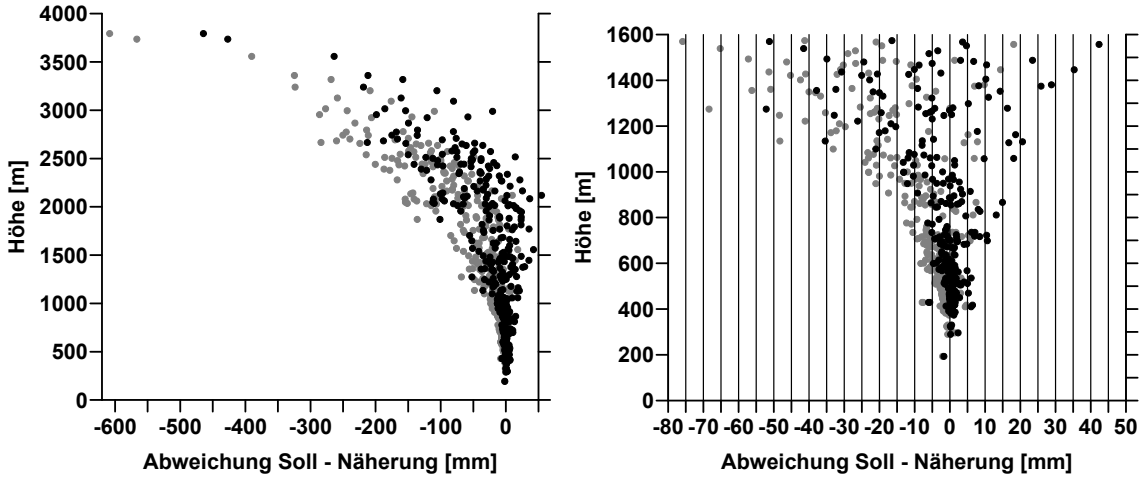


Abbildung 7.7-2: Differenzen der orthometrischen Soll-Höhen – Näherungshöhen bezüglich ihrer Höhenlage: graue Punkte [Bretterbauer 1986], schwarze Punkte [Wirth 1990]. Die rechte Abb. ist eine Vergrösserung bis 1600 m der linken Abb.

Je tiefer die Punkte liegen, desto besser scheint die Annäherung zu gelingen. Beide Ansätze weisen die Tendenz auf, die Höhen zu hoch zu schätzen, wobei die Methode von Wirth der Wahrheit (resp. dem Mittelwert) näher kommt. Immerhin liegen die Abweichungen nach Wirth bis auf eine Höhe von 800 m innerhalb von ±1 cm.

Bretterbauer hat seine Formel auf empirische Werte gestützt, während Wirth sie mit Hilfe der Helmert'schen orthometrischen Höhen (s. 2.3.6) herleitete. Bei Wirth wurde der Einfluss der Topografie bewusst unterschlagen, was nun bei den höher gelegenen Punkten etwas besser zum Tragen kommt. Es liegt auch in der Eigenheit des (zufälligen) 10-km-Rasters, dass die hoch gelegenen Punkte sich zumeist in Hanglagen befinden. Hier wirkt sich der fehlende Einfluss der Topografie markant aus.

Trotzdem lässt sich aufgrund der beiden Abb. 7.7-1 und 7.7-2 bekräftigen, dass wegen des stark streuenden Topografieeinflusses keine allgemeine Näherungsformel für die Berechnung der orthometrischen Höhen mit ansprechender Genauigkeit (mm) hergeleitet werden kann.

7.8 Zusammenfassung und Ausblick

Mit Ausnahme der orthometrischen Höhen ist bei den klassischen, auf dem Nivellement beruhenden Höhennetzen einzig die Messunsicherheit der (nivellierten) Höhendifferenz der limitierende Faktor für die Höhengenauigkeit. In erster Linie sind es die Messdistanz und die zurückgelegte Höhendifferenz, welche die Fehlerfortpflanzung festlegen. Abgesehen von der unterschiedlichen Einheit [$m^2 \cdot s^{-2}$] gilt gleiches für die geopotentiellen Koten. Wirtschaftlich betrachtet liegt heutzutage die Stärke des Nivellements in der Einfachheit der Methode und in der Möglichkeit, lokale relative Höhenmessungen mit sehr hoher Genauigkeit in schwieriger Stationsumgebung durchführen zu können. Mit der Einführung von orthometrischen Höhen muss man eine Verminderung dieser beiden Vorteile in Kauf nehmen.

Der Wunsch, aus den Nivellementmessungen *'wahre Höhen'* zu berechnen, beschäftigte schon einige Generationen von Geodäten. Die theoretischen Grundlagen waren dabei nicht das limitierende Moment. Erst die modernen Rechenmittel und die Kenntnisse über das tatsächliche Schwerefeld ermöglichen heutzutage deren effiziente Berechnung. Dem ist entgegenzuhalten, dass in den Gefilden ausserhalb der Geodäsie und der Landesvermessung exaktere *absolute Höhen* auf geringes Interesse oder wegen der allgegenwärtigen Verwechslungsgefahr mit bestehenden Höhen unterschiedlicher Herkunft sogar auf Ablehnung stossen. Trotzdem: mit dem Einzug der satellitengeodätischen Messmethoden im Vermessungsalltag hat die absolute Höhenbestimmung an enormer Bedeutung gewonnen. Die potentialtheoretisch strengen Höhen aus den Nivellement- und Schweremessungen tragen dazu bei, die Verknüpfung zwischen den geometrischen und den physikalischen Höhen zu verbessern und leisten eine wichtigen Beitrag

zur Geoidbestimmung und insbesondere zur Geoidlagerung (s. Kapitel 8).

Wie im Kapitel 9.6 aufgezeigt, beträgt die Genauigkeit der orthometrischen Höhen für die urbanen Gebiete der Schweiz wenige Millimeter und es ist unbestritten, dass im Laufe der Zeit verbesserte Massen- und Schweremodelle auch hier sogar noch eine Steigerung ermöglichen. Die höchsten Punkte des Landeshöhennetzes befinden sich auf dem Grand St-Bernard (2475 m), dem Furkapass (2426 m) und dem Flüelapass (2393 m). Hier betragen die mittleren Fehler der orthometrischen Höhen s_H relativ zu Zimmerwald ±12.7 mm, ±10.2 mm und ±11.9 mm. Sie entsprechen in etwa den mittleren Fehlern der am weitesten entfernten Punkte im Engadin. Der grösste Wert ist mit ± 13.7 mm auf dem Berninapass (2328 m) zu finden. Dies sind somit die Genauigkeiten der orthometrischen Höhen, welche aus den Messungen im Landeshöhennetz z. Z. erwartet werden können.

Bezüglich den Genauigkeitsbetrachtungen im Kapitel 7.6 gilt zu beachten, dass sie aus Abschätzungen stammen und nicht aus strengen Vergleichen mit wahren Werten. Derart unabhängige Beurteilungen sind nur dann möglich, wenn diese Höhen mit ellipsoidischen Höhen aus GNSS-Messungen verglichen werden können, welche mit einem *unabhängigen* Geoidmodell in physikalische Höhen umgewandelt wurden. Solche Untersuchungen sind Bestandteil des nächsten Kapitels.

8 Kombinierte Ausgleichung von orthometrischen Höhen aus dem Nivellement, GPS-Höhen und Geoidmodell

8.1 Die Konsistenz der Höhen

Unter der Konsistenz der Höhen versteht man die Erfüllung der einfachen geometrischen Beziehung der unterschiedlichen Höheninformationen aus GPS, Nivellement und Geoid- resp. Quasigeoid-Modell, wie dies bereits in Kapitel 2 dargelegt wurde:

$$h_{ell} - H_{orth} - N = h_{ell} - H_{norm} - \zeta = 0 \qquad \text{(nach 2.2-4)}$$

Eine potentialtheoretisch strenge Ausgleichung des Landesnivellements alleine genügt also nicht, um einen konsistenten Höhenrahmen zu erzeugen. Im vorliegenden Kapitel werden daher einige grundlegende Theorien zur kombinierten Ausgleichung von GPS- und Nivellementnetzen mit Messdaten zur Geoidbestimmung (sog. GLG-Networks) erwähnt.

Um die Konsistenz aller Arten von Messungen im neuen Landeshöhennetz LHN95 sicher zu stellen, müssen die unterschiedlichen Netze (das GPS-Netz LV95, das Landeshöhennetz (LHN) und das Geoidmodell) durch möglichst viele gemeinsame Punkte verknüpft sein. Eine grosse Anzahl der LV95- und AGNES-Punkte wurden dazu in den letzten Jahren ans LHN angeschlossen und umgekehrt einige Fixpunkte des LHN mit hochpräzisen GPS-Messungen beobachtet. Das Unterkapitel 10.3 behandelt die Herkunft dieser GPS-Höhen, in 10.4 werden die gemeinsamen Anschlusspunkte und Kampagnen kurz aufgelistet.

Anhand dieser sog. GPS/Nivellementpunkte werden danach in 8.5 die bestehenden Inkonsistenzen im Geoidmodell CHGeo98 aufgezeigt und analysiert. Die Realisierung des neuen Modells CHGeo2004 zu dokumentieren, würde eine separate Arbeit benötigen [Marti et al. 2006]. In 8.6 werden nur die wichtigsten Kennzahlen und Merkmale der neuen Geoidbestimmung dargelegt. Mit der definitiven Verteilung der Residuen ist der konsistente *Höhenrahmen* LHN95 der neuen Landesvermessung LV95 festgelegt.

8.2 Die Theorie zur kombinierten Ausgleichung von Nivellement, GPS und Geoid

In der Praxis ist die Konsistenzbedingung gemäss Formel 2.2-4 zwischen ellipsoidischen Höhen h aus GPS, den orthometrischen Höhen H aus Nivellement- und Schweremessungen sowie den Undulationen N aus einer Geoidmodellierung kaum erfüllt. Folgende Auflistung ist aus [Kotsakis and Sideris 1999] entnommen und zeigt dazu die wichtigsten der möglichen Gründe:

- Zufällige Fehler in der Realisierung von *h*, *H* und *N*.
- Systematische Fehler in den Messungen wie Höhenmassstab beim Nivellement, einseitige Refraktionseinflüsse, Troposphärenmodellierung und nicht modellierte Antennencharakteristika bei den GNSS-Messungen, unterschiedliche Massenmodelle für die Geoid- und Nivellementreduktionen etc.
- Inkonsistenzen in der Datumsdefinition und andere mögliche systematische Verzerrungen in den drei Höhendatensätzen (bspw. langwellige systematische Fehler in globalen Schwerefeldmodellen, Verzerrungen in gezwängten Ausgleichungen von Nivellementnetzen, Abweichungen zwischen dem gravimetrischem Geoid und der Referenzfläche des (Nivellement)-Höhendatums, etc.)
- Einfluss geodynamischer Effekte (post-glaziale Hebungen, Plattentektonik, Meeresspiegel-Änderungen, Punktinstabilitäten etc.), welche sich bei unterschiedlichen Zeitpunkten der Messung auswirken
- ungenügende, theoretische Näherungslösungen in der Berechnung von *H* oder *N* (bspw. ungenügende oder nicht existierende Topgrafie/Dichte-Modellierung in der Geoidlösung, ungenügende Näherungslösung für die orthometrischen Höhen unter Verwendung von

Normalschweren anstelle von aktuellen Schwerebeobachtungen, Vernachlässigung der Meerestopografie an den Pegelstationen etc.)

Berechnungsvorgänge zur Realisierung der Konsistenzbedingung unter den drei Beobachtungsgrössen *h*, *H* und *N* nennt man allgemein *kombinierte Ausgleichungen* ([Kotsakis and Sideris 1999] und [Fotopoulos et al. 1999, Fotopoulos 2003]). Eine vereinfachte Ausgleichung wird dann erzeugt, wenn man die Residuen auf den gemeinsamen Punkten als direkte Beobachtungen eingeführt:

$$h_i - H_i - N_i = \mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + v_i \qquad (8.2\text{-}1)$$

wobei **x** ein nx1-Vektor der unbekannten Parameter und $\mathbf{a}_i$ ein nx1-Vektor der bekannten Koeffizienten sind und die v_i die Verbesserungen an den Gesamtbeobachtungen beschreiben. Unabhängig davon, wie die Funktion $\mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$ aufgesetzt wird, liegt das Haupt-Problem in der vereinfachten statistischen Betrachtung. In der Realität enthalten die Verbesserungen eine Kombination aus zufälligen und systematischen Fehlern aller drei Ausgangsbeobachtungen gemäss obiger Auflistung, welche sich so nicht separieren lassen. Eine optimale Ausgleichung im statistischen Sinne benötigt zudem eine korrekte Gewichtung der Residuen, was in der Praxis schwierig ist.

Korrekterweise müssten also die folgenden drei Gleichungen für jeden Punkt eines kombinierten GPS/Nivellementnetzes festgehalten werden:

$$\begin{aligned} h_i &= h_i^{\alpha} + f_i^{h} + v_i^{h} \\ H_i &= H_i^{\alpha} + f_i^{H} + v_i^{H} \\ N_i &= N_i^{\alpha} + f_i^{N} + v_i^{N} \end{aligned} \qquad (8.2\text{-}2)$$

$$f_i = f_i^{h} - f_i^{H} - f_i^{N} \qquad (8.2\text{-}3)$$

h_i, H_i und N_i beschreiben nun die effektiven Beobachtungen, die Grössen h_i^{α}, H_i^{α} und N_i^{α} hingegen bezeichnen die wahren Werte bezüglich einem einheitlichen geodätischen Datum, sodass wieder die folgende Gleichung gilt:

$$h_i^{\alpha} - H_i^{\alpha} - N_i^{\alpha} = 0 \qquad (8.2\text{-}4)$$

Der Terme f_i beinhalten alle Reduktionen, um Datums-Inkonsistenzen und andere systematische Fehler zu beschreiben. Schlussendlich beschreiben die v_i die normalverteilten, zufälligen Verbesserungen der Beobachtungen, für welche die folgenden stochastischen Modelle gültig sind:

$$\mathrm{E}\left\{\mathbf{v}_h \mathbf{v}_h^{\mathrm{T}}\right\} = \mathbf{C}_h, \qquad \mathrm{E}\left\{\mathbf{v}_H \mathbf{v}_H^{\mathrm{T}}\right\} = \mathbf{C}_H, \qquad \mathrm{E}\left\{\mathbf{v}_N \mathbf{v}_N^{\mathrm{T}}\right\} = \mathbf{C}_N \qquad (8.2\text{-}5)$$

Die Kovarianzmatrizen **C** können aus den individuellen Ausgleichungen (Nivellementnetz, GPS-Netz, Geoidbestimmung) hergeleitet werden.

Auf jedem Punkt P_i des kombinierten Netzes mit m Punkten besteht ein Tripel von Höhenbeobachtungen (h_i, H_i, N_i) oder eine ebenbürtige, "synthetische" Beobachtung $l_i = h_i - H_i - N_i$. Die l_i sind die eigentlichen Residuen auf den Messpunkten eines GLG-Netzes. Kombiniert man 8.2-2 und 8.2-3, so erhält man folgende Beobachtungsgleichung:

$$l_i = h_i - H_i - N_i = \left(f_i^{h} - f_i^{H} - f_i^{N}\right) + \left(v_i^{h} - v_i^{H} - v_i^{N}\right) \qquad (8.2\text{-}6)$$

oder in kompakterer Form:

$$l_i = f_i + v_i^{h} - v_i^{H} - v_i^{N} \qquad (8.2\text{-}7)$$

f_i beschreibt nun eine räumliche Fläche von Werten und kann folgendermassen parametrisiert werden:

$$f_i = \mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + s_i \qquad (8.2\text{-}8)$$

Der Term s_i kennzeichnet einige Residualkorrekturen, deren Natur vorerst nicht spezifiziert ist. Schlussendlich resultieren folgende abschliessenden Beobachtungsgleichungen:

$$l_i = \mathbf{a}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + s_i + v_i^h - v_i^H - v_i^N \qquad (8.2\text{-}9)$$

resp. in Matrix-Schreibweise:

$$\mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{s} + \mathbf{B}\mathbf{v} \qquad (8.2\text{-}10)$$

was nun dem generellen Modell der kombinierten Ausgleichung von GLG-Netzen [Kotsakis and Sideris 1999] und zugleich auch dem klassischen Modell der Kollokationsmethode entspricht [z. B. Wirth 1990].

Die Verbesserungen *v* und die Störgrössen *s* stellen zufällige Variablen dar, deren Erwartungswerte Null sind: $\mathrm{E}\{\mathrm{v}\} = \mathrm{E}\{\mathrm{s}\} = 0$. Die Verbesserungen resp. der Noise sind unabhängige, die Signale *s* korrelierte Werte. Für die Kovarianzmatrix $\mathbf{C}_v$ des Noise gilt:

$$E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\} = \mathbf{C}_{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_h & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\mathbf{N}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_h^2\mathbf{Q}_h & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \sigma_H^2\mathbf{Q}_H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \sigma_N^2\mathbf{Q}_N \end{bmatrix} \qquad (8.2\text{-}11)$$

mit den Varianzkomponenten σ und den Kofaktor-Matrizen **Q**.

Wir wenden uns für unsere Betrachtungen einem Spezialfall der Kollokation zu, mit den Annahmen:

$$\mathbf{A} = 0\,; \qquad \mathbf{s} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbf{l} = \mathbf{B}\mathbf{v} \qquad \text{oder} \qquad l_i = v_i^h - v_i^H - v_i^N$$

also einer klassischen Filterung ohne Parameterbestimmung. Am Beispiel der GLG-Netze bedeutet dies, dass die Beobachtungen nur zufällige und keine systematischen Fehler enthalten und eine Parametrisierung für irgendwelche Korrekturflächen nicht vorgenommen werden muss. Ersteres ist zugegebenermassen ziemlich unrealistisch, muss aber oft mangels brauchbaren Alternativen a priori angenommen werden. Die fehlende Parametrisierung ist gerechtfertigt, wenn die Höheninformation der einzelnen Netzanteile streng auf einer einheitlichen Datumsdefinition (Referenzsystem) beruht.

Die kombinierte Ausgleichung entspricht dann einer Filterung der GLG-Residuen *l* in die einzelnen Verbesserungs-Anteile v_h, v_H, v_N :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_h &= \mathbf{C}_h \cdot \left(\mathbf{C}_h + \mathbf{C}_H + \mathbf{C}_N\right)^{-1} \cdot \mathbf{l} \\ \mathbf{v}_H &= -\mathbf{C}_H \cdot \left(\mathbf{C}_h + \mathbf{C}_H + \mathbf{C}_N\right)^{-1} \cdot \mathbf{l} \\ \mathbf{v}_N &= -\mathbf{C}_N \cdot \left(\mathbf{C}_h + \mathbf{C}_H + \mathbf{C}_N\right)^{-1} \cdot \mathbf{l} \end{aligned} \qquad (8.2\text{-}12)$$

also eine Filterung mit einer gewichteten Verteilung aufgrund der Kovarianzmatrix-Anteile der einzelnen Netze. Sie wird in den folgenden Unterkapiteln zur Realisierung des konsistenten Höhenrahmens LHN95 angewendet. Formel 8.2-12 gilt aber nur dann streng, wenn die drei Datensätze (GPS, Nivellement, Geoid) voneinander unabhängig, ohne systematische Fehler und im selben Referenzsystem vorliegen (was z.B. nicht gilt, wenn Undulationen von GPS/Nivellementpunkten als Beobachtung in die Geoidbestimmung einfliessen).

8.3 Die GPS-Höhen aus den landesweiten Kampagnen und die Gesamtlösung CHTRF04

Für die Bedürfnisse der Landesvermessung der Schweiz wurden 1988 erstmals GPS-Messungen durchgeführt. In den Jahren 1988 – 1992 wurde das GPS-LV95-Hauptnetz erstellt und erstmals gemessen ([Santschi et al. 1998] und [Vogel et al. 1997]). Die damals ermittelten Lagekoordinaten legen noch heute den Bezugsrahmen LV95 fest. Die ellipsoidischen Höhen aus dieser Epoche wurden als 'provisorisch' gekennzeichnet, weil man sich mit verbesserten Troposphärenmodellierung und der zunehmenden Anzahl von Satelliten mit der Zeit eine Steigerung der Höhenqualität erhoffte [Wiget et al. 2003].

Bis zum heutigen Zeitpunkt wurden im GPS-LV95-Netz mehrere lokale Verdichtungs- und gesamthafte Wiederholungsmessungen durchgeführt (s. Abb. 8.3-1). Das Netz umfasst heute 220 Haupt- und Verdichtungspunkte, welche mindestens in zwei unabhängigen Teilkampagnen gemessen wurden. Anschliessend an die letzte Wiederholungsmessung im GPS-Netz LV95 (Kampagne CHTRF2004 [Schlatter und Wiget 2005]) wurde auch eine Gesamtausgleichung aller verfügbaren GPS-Messungen durchgeführt und als *'Gesamtlösung CHTRF04'* veröffentlicht [Brockmann und Ineichen 2004]. Im Gegensatz zu CHTRF04 beinhaltet die *'Rahmenlösung CHTRF2004'* einzig Koordinaten aus den Wiederholungsmessungen im Jahre 2004. Abbildung 8.3-1 zeigt schematisch den Weg von den einzelnen Kampagnen bis zur Gesamtlösung CHTRF04.

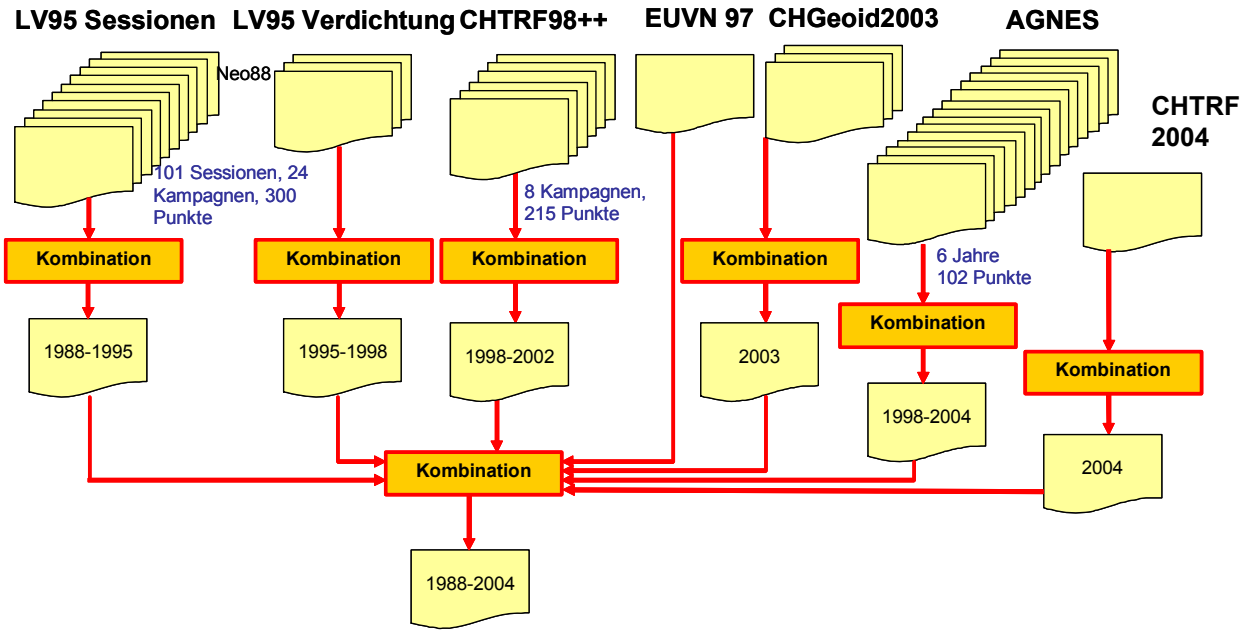


Abbildung 8.3-1: Die Teilkampagnen im GPS-Netz LV95 und die Auswertestrategie für die ellipsoidischen GPS-Höhen *CHTRF04* (aus [Brockmann und Ineichen 2004]).

Da ein genauerer Referenzrahmen fehlt, mit dem die CHTRF04-Lösung verglichen werden könnte, müssen andere Möglichkeiten beigezogen werden. Eine mögliche Abschätzung der Qualität der Resultate ist der Vergleich der einzelnen Kampagnen unter sich oder mit der Gesamtlösung. Diese sog. Wiederholbarkeiten werden mit Hilfe von Helmert-Transformationen durchgeführt. Da die räumliche Orientierung der Netze und der Massstab aus GPS durch die präzisen Satelliten-Bahnen im absoluten Sinne definiert sind, genügen bei diesen Transformationen oft 3 Translationen pro Kampagne. Tab. 8.3-1 listet diese Wiederholbarkeiten im GPS-Netz LV95 auf.

Kampagne	# Stationen	Helmert RMS		
		Nord [mm]	Ost [mm]	Höhe [mm]
1: LV95	302	2.1	2.2	11.3
2: LV95-Verdichtung	132	1.6	1.7	9.2
3: EUVN97	8	1.3	1.3	5.0
4: CHTRF98 ++	293	1.4	1.1	5.5
5: CHGeoid2003	66	1.2	0.6	1.6
6: CHTRF2004	245	1.9	1.6	5.7
7: AGNES	102	0.5	0.3	1.1
Total:	627	1.7	1.6	7.6

Tabelle 8.3-1: Wiederholbarkeiten in CHTRF04: RMS-Werte aus den ungewichteten Helmert-Transformationen der Teilkampagnen auf die Gesamtlösung CHTRF04 (aus [Brockmann und Ineichen 2004]).

Gegenüber den offiziellen Lagekoordinaten LV95 aus der Rahmenlösung CHTRF95, welche nach wie vor gültig bleiben, betragen die Lagedifferenzen maximal ±1 cm. Der grösste Einfluss entstand hier durch die Rundung der LV95-Koordinaten im Jahre 1995 auf Zentimeter-Werte.

In den Höhen resultieren auf den Punkten des GPS-Netzes LV95 aus CHTRF04 gegenüber den bestehenden ellipsoidischen Höhen LV95, welche als Zwischenlösung aus der Auswertung der Messungen 1998 (CHTRF98) stammen, jedoch nicht in die Geoidbestimmung CHGeo98 eingingen, Abweichungen von max. ±3 cm. Diese ellipsoidischen Höhen legten zusammen mit den Undulationen des Geoidmodells CHGeo98 die sog. provisorischen orthometrischen Höhen LHN95 fest.

Bezüglich der Genauigkeit dieser neusten und für die Realisierung des konsistenten Höhenrahmens LHN95 verwendeten Höhen darf festgehalten werden, dass die relative Höhen-Genauigkeit zwischen zwei beliebigen Punkten des Netzes besser als ±1-3 cm ist. Von den Autoren dieser Berechnung wird die Höhengenauigkeit um den Faktor 3 bis 5 schlechter vermutet als die Lagegenauigkeit, da systematische Fehler (Antennenphasenzentren, Troposphäre, Mehrwegeffekte) schwierig modellierbar sind und sich auf die Höhenkomponente mehr auswirken [Brockmann und Ineichen 2004].

8.4 GPS/Nivellementpunkte der neuen Landesvermessung LV95

GPS/Nivellementpunkte entstehen dann, wenn Punkte des GPS-Netzes LV95 ans Landeshöhennetz angeschlossen werden oder auf ausgewählten Punkten des LHN entsprechende GPS-Messungen ausgeführt werden. Die Verknüpfung der beiden Netze war von Anfang an eine Zielsetzung des Konzeptes der neuen Landesvermessung LV95 [Schneider et al. 1995a]. Für die Lagerung des Geoidmodells CHGeo98 standen bereits ca. 80 Punkte zur Verfügung [Marti 1997]. Nicht zuletzt die Problematik der Inkonsistenzen im Modell CHGeo98 führte aber zur zusätzlichen Bestimmung von weiteren Punkten, insbesondere der Kampagne CHGEO03. Nachfolgend ist eine Auflistung der wichtigsten Anschlussmessungen für die Bestimmung der GPS/Nivellementpunkte aufgeführt, welche in [Schlatter et al. 2003] und [Schlatter et al. 2005] detailliert dokumentiert sind.

'Kampagne'		Jahr	Anz.	Bemerkungen
1	Hauptpunkte LV95 mit Direkt-Anschluss ans LHN	1988-94	43	Modell CHGeo98
2	Exzentrische Anschlüsse von LV95-Punkten	1989-94	36	Modell CHGeo98; L1-Empfänger
3	Testnetz Turtmann Nivellementanschlüsse	1995	2	Modell CHGeo98
4	Punkte GPS-Netz LV95 mit neuem Direkt-Anschluss	1995-2004	40	Kein Eingang in CHGeo98
5	AGNES-Stationen mit Direktanschluss ans LHN	1995-2003	10	Kein Eingang in CHGeo98
6	Spezielle Verdichtung durch GPS-Anschlüsse ans LHN (exzentrische Anschlüsse)	2001-02	18	Kein Eingang in CHGeo98
7	Spezielle Verdichtungskampagne CHGEO03	2003	36	Kein Eingang in CHGeo98
	Total verwertbare GPS/Nivellementpunkte	**1989-2004**	**190**	

Tabelle 8.4-1: Anschlusskampagnen zur Erzeugung von GPS/Nivellementpunkten

Grundsätzlich kann zwischen zwei Anschussarten an das GPS-Netz LV95 unterschieden werden:

1. Direktanschlüssen der LV95-Punkte und der AGNES-Stationen an das LHN mit Nivellements
2. Exzentrische Anschlüsse an das LHN mittels GPS-Höhenübertragung vom GPS-Netz LV95

Die beiden Anschlussarten unterscheiden sich insofern, dass bei der Methode 1 ein Punkt des GPS-Netzes LV95 zugleich Höhenfixpunkt des LHN wird (HFP1) und dadurch eine Höhe in den beiden Rahmen LN02 und LHN95 erhält. Die ellipsoidische Höhe wird durch die GPS-Messkampagnen und –Auswertungen bestimmt, wie sie in 8.3 beschrieben sind. Exzentrische Anschlüsse (Anschlussart 2) werden realisiert, indem mittels der GPS-Methode die ellipsoidische Höhendifferenz zwischen einem Punkt des GPS-Netzes LV95 und einem HFP1 ermittelt wird. Es resultiert somit einzig eine direkt beobachtete Undulation auf diesem HFP1 des LHN. Strenge Höhen in LHN95 sowie in LN02 auf den für den GPS-Anschluss verwendeten LV95-Punkten lassen sich auf diese Art nicht herleiten. Von den 190 GPS/Nivellementpunkten in Tab. 8.4-1 sind 54 sog. exzentrische Anschlüsse (Kampagnen 2 und 6).

Zu den einzelnen Anschlusskampagnen sind nachfolgende Präzisierungen zur Tabelle 8.4-1 hilfreich:

1. und 2.: Anschlussmessungen im Rahmen des Aufbaus von LV95 (1988-94): Eingebettet in den Aufbau der neuen Landesvermessung LV95 und die eigentlichen GPS-Erstmessungen in den Jahren 1988-94 erfolgte ein erster Grossteil der Anschlüsse der GPS-LV95-Punkte an das Landeshöhennetz. Insgesamt wurden in diesen Jahren 79 verwertbare Anschlussmessungen ans LHN getätigt. Deren 36 waren exzentrische Anschlüsse, für die GPS-seitig andere Messbedingungen bestanden, als für die Erstbestimmung der LV95-Punkte. Erwähnenswert sind die Einschränkungen bezüglich der Messzeit (max. 6 Stunden) und die teilweise Verwendung von L1-Empfängern in den drei Teilkampagnen LV95-89 bis -91 [Wiget et al. 2003].

3.-5.: Punkte des GPS-Netzes LV95, AGNES-Stationen und Spezialpunkte mit neuem Direkt-Anschluss ans LHN (1995 – 2004): Einige wenige LV95-Hauptpunkte und etliche, nachträglich erstellte LV95-Verdichtungspunkte wurden im Rahmen von Neumessungen der LHN-Linien aber auch in gezielten lokalen Anschlusskampagnen mit dem LHN verbunden. Der Grenzwert für den Nivellement-Aufwand war im Normalfall die Tagesleistung einer Messequipe, um den GPS-Punkt an die nächstliegenden HFP1 anzuschliessen. Insgesamt wurden so 52 GPS/Nivellementpunkte bestimmt (40 LV95-Punkte, 10 AGNES-Stationen, 2 Punkte des Testnetzes Turtmann).

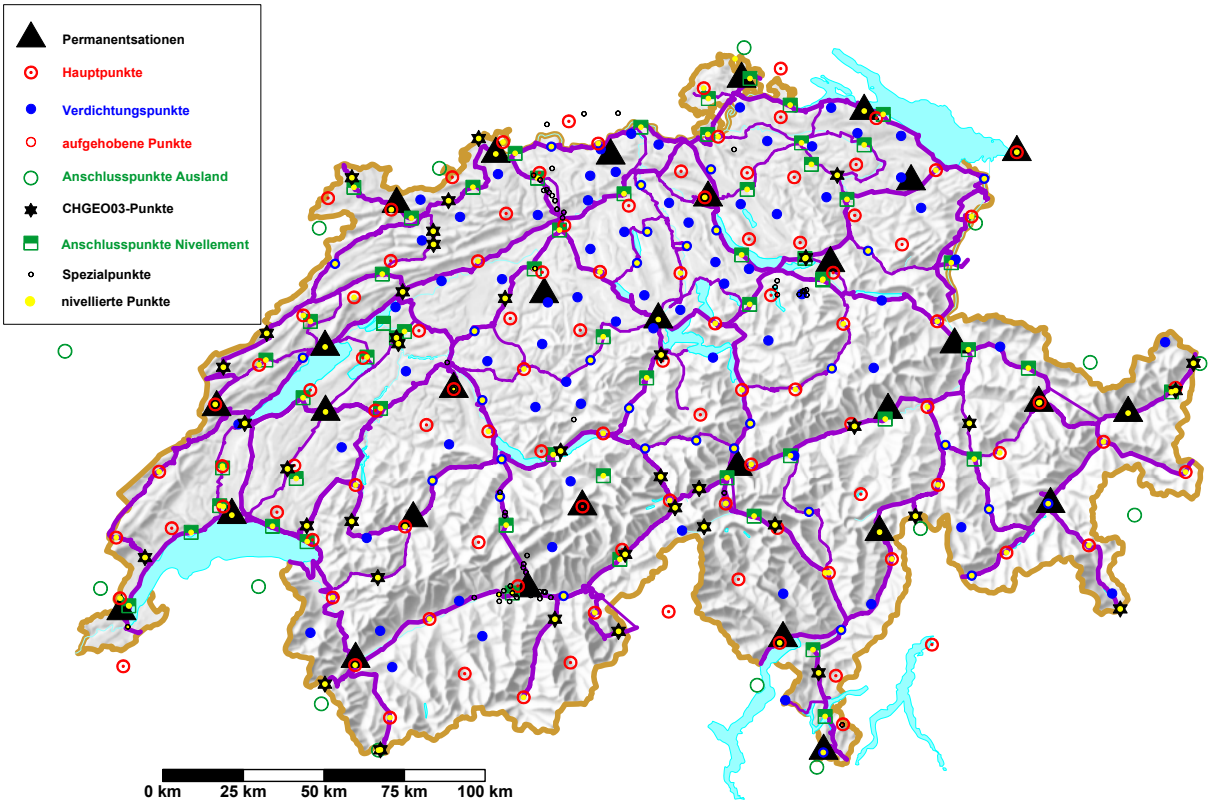


Abbildung 8.4-1: GPS/Nivellementpunkte und GPS-Netz LV95 (Stand Ende 2004)

6.: Spezielle Verdichtung durch GPS-Anschlüsse ans LHN (exzentrische Anschlüsse): Für die Kontrolle und Verdichtung der Geoidbestimmung und als Fernziel für den konsistenten Höhenrahmen war im Jahre 2000 immer noch ein Bedarf an weiteren GPS/Nivellement-Stützpunkten vorhanden. Die Auswahl dieser bestehenden HFP1 traf man aufgrund von fehlenden Stützwerten und Inkonsistenzen im bestehenden Geoidmodell CHGeo98. Diese exzentrischen Anschlüsse ans LHN wurden damals mit den LV95-Einmessungen der AGNES-Stationen kombiniert. So konnten in den Jahren 2001/02 weitere 18 GPS/Nivellementpunkte gezielt bestimmt werden.

7.: Spezielle Verdichtungskampagne CHGEO03: Als eine der wegweisenden Tätigkeiten der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) und deren Subkommission EUREF wurde zu Beginn des 21. Jahrhunderts unter dem Stichwort 'CGN' (combined geodetic network) die Kombination der geodätischen Netze propagiert. Ein wichtiger Bestandteil ist dabei die Verknüpfung der GNSS-Netze mit den terrestrischen, vom lokalen Schwerefeld beeinflussten Netzen (Nivellement, Schweregrundnetze etc.). Innerhalb der Schweiz lag zum Zeitpunkt Ende 2002 bereits eine beachtliche Anzahl von qualitativ einwandfreien GPS/Nivellementpunkten vor. Im Zuge dieser CGN-Aktivitäten entschloss sich swisstopo, innerhalb eines Jahres nochmals eine gezielte Aktion unter dem Kampagnennamen CHGEO03 durchzuführen. Das Ergebnis waren 36 weitere, vorzügliche GPS/Nivellementpunkte für den konsistenten Höherahmen LHN95 ([Brockmann 2003] und [Schlatter et al. 2005]). Ein wesentliches Ziel war natürlich auch die Verbesserung des bestehenden Geoidmodells der Schweiz (CHGeo98) und dessen Lagerung. Die Auswahl wurde daher bewusst nach folgenden Gesichtspunkten getroffen:

- Möglichst viele Punkte in die Randzonen (Landesgrenze)
- Gebiete mit bisher nur wenigen GPS/Nivellementpunkten
- Regionen mit bekannten Konsistenzproblemen in CHGeo98 (z. B. Engadin)

All diesen 190 GPS/Nivellementpunkten der Landesvermessung ist eines gemeinsam: sie sind Bestandteil der GPS-Gesamtausgleichung CHTRF04 (s. Kapitel 8.3 und [Brockmann und Inei-

chen 2004]) und der kinematischen Gesamtausgleichung LHN95. Aus diesen Berechnungen stammen auch die notwendigen Kovarianz-Informationen der ellipsoidischen und der orthometrischen Höhen, wie sie für eine gewichtete Verteilung der GLG-Residuen nach Formel 8.2-12 benötigt werden.

8.5 Die Inkonsistenzen im Geoidmodell CHGeo98

Die Berechnung des Geoidmodells CHGeo98 erfolgte nach den Grundsätzen der sog. Remove-Restore-Technik unter Anwendung des Kollokationverfahrens [Marti 1997 und Marti 2002]. In einem ersten Schritt werden die Beobachtungen um den Einfluss der bekannten Massen- und Dichtemodelle reduziert (Remove) und einer Trendabspaltung nicht berücksichtigter, systematischer Einflüsse unterzogen. Die sog. Cogeoidhöhen werden dann aus den reduzierten Beobachtungen mittels der Kollokationsmethode berechnet. Das Geoidmodell erhält man letztendlich durch die Addition der Einflüsse der Massenmodelle auf Meereshöhe 0 (Restore).

Die verwendeten Massenmodelle wurden bereits in Kapitel 7.2 erläutert und sind identisch mit den Modellen für die Berechnung der mittleren Schweren. Als Beobachtungen standen neben ca. 2'400 Schweremessungen und über 620 Lotabweichungen nur ca. 75 GPS/Nivellementpunkte (Anschlusspunkte unter 1 und 2 in Tab. 8.4-1) zur Verfügung. Die ellipsoidischen Höhen dieser Punkte stammten aus der Gesamtausgleichung 1995 der LV95-GPS-Messungen aus den Jahren 1988-1994 [Wiget et al. 2003]. Die orthometrischen Höhen resp. die geopotentiellen Koten resultierten aus einer ersten, unvollständigen kinematischen Ausgleichung LHN95 aus dem Jahre 1998.

Die GPS/Nivellement-Beobachtungen wurden mit einem mittleren Fehler von ±3 cm in die Geoidberechnung eingeführt, sodass die Konsistenz auf diesen Punkten von Anfang an nur in einem Bereich von ca. ± 6cm gewährleistet war (2σ). Trotzdem konnte durch die Verwendung dieser Beobachtungen der mittlere Fehler des Geoidmodells gegenüber dem Lagerungspunkt Zimmerwald von 6 cm auf 3-4 cm gesenkt werden. Der einzige GPS/Nivellementpunkt im Unterengadin (Anschluss Ramosch) und ein weiterer Punkt am östlichen Ende des Zürichsees (Eschenbach) mussten eliminiert werden, da Verbesserungen > 10 cm resultierten. Beim Punkt Eschenbach wurde später ein grober Fehler entdeckt (Verwechslung der Anschlusspunkte). Die Diskrepanz im Unterengadin zwischen GPS/Nivellement und dem Geoidmodell CHGeo98 blieb aufgrund weiterer Kontroll-Messungen bestehen (s. a. Abb. 8.5-1).

Anhand der Ende 2004 verfügbaren 190 GPS/Nivellementpunkten kann nun das Geoidmodell getestet werden. Dazu verwenden wir die ellipsoidischen GPS-Höhen aus der Auswertung CHTRF04 und die orthometrischen Höhen aus LHN95. Daraus lässt sich eine direkt beobachtete Geoidundulation berechnen, welche mit den Modell-Undulationen aus CHGeo98 verglichen werden kann.

In Abbildung 8.5-1 und 8.5-2 sind die Differenzen "gemessene Undulation minus gerechnete Undulation" zusammengestellt. Es zeigen sich sehr deutliche systematische Abweichungen von bis zu 25 cm, welche den mittleren Fehler der Geoidbestimmung von ±3-4 cm signifikant übersteigen. Die auffälligsten Abweichungen bestehen mit über 20 cm im Engadin und im südlichen Wallis. Trends sind aber auch in der Nordschweiz und in den zentralen Alpen ersichtlich. Die roten Balken stammen von den GPS/Nivellementpunkten, welche speziell mit der Kampagne CHGeo03 gemessen worden sind. Sie bestätigten sämtliche bekannten Trends, was in Abbildung 8.5-2 besonders deutlich ersichtlich ist. Nur ein Punkt in der Kluse von Moutier (nordöstlich von Biel) erwies sich nachträglich als GPS-seitig nicht geeignet (Mehrwegausbreitung, Horizont-Abdeckungen).

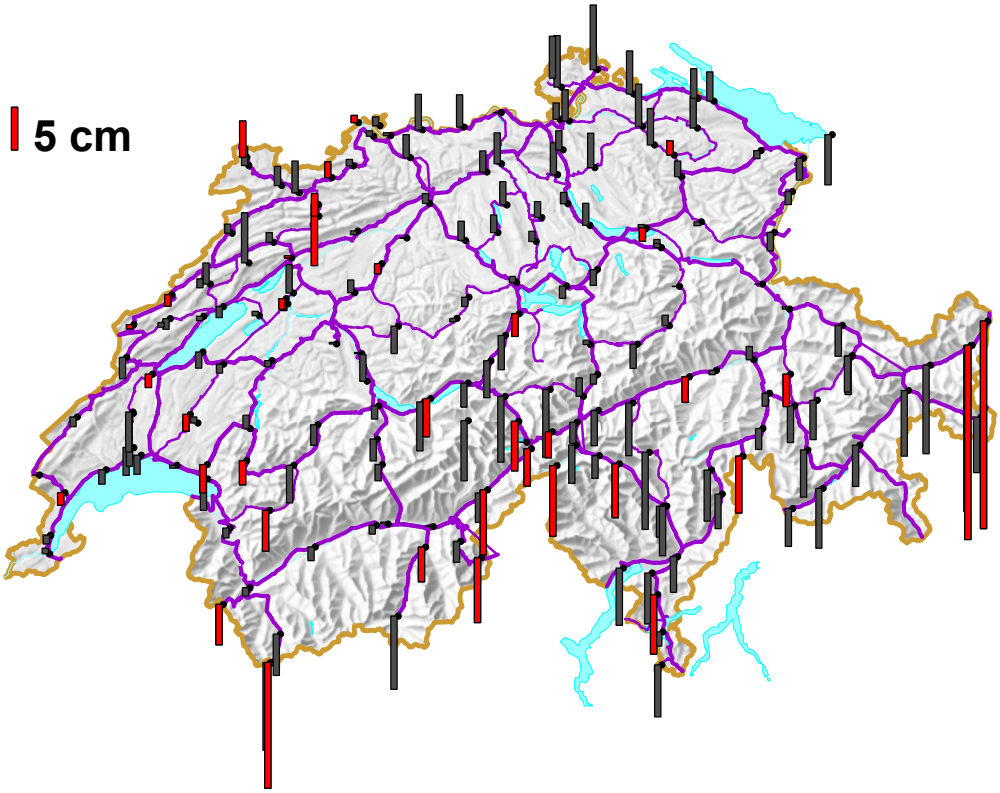


Abbildung 8.5-1: Die Inkonsistenzen (Differenzen zwischen gemessener und berechneter Undulation) auf den GPS/Nivellementpunkten unter Verwendung des Geoidmodells CHGeo98. Rote Balken: jüngste GPS/Nivellementpunkte aus der Kampagne CHGeo03.

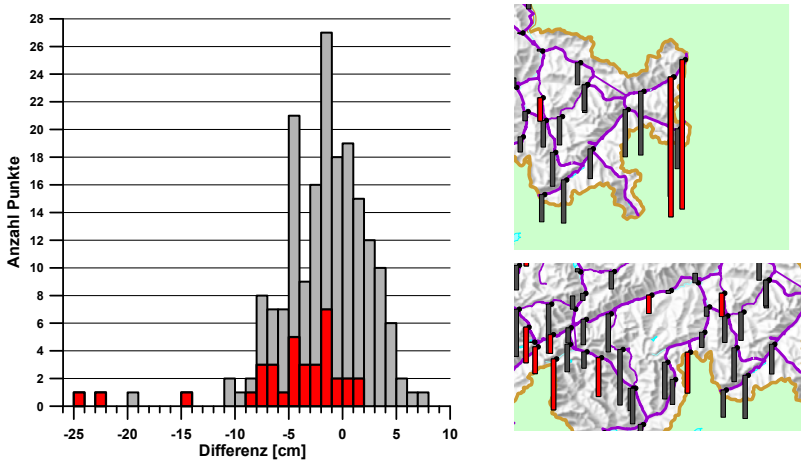


Abbildung 8.5-2: Histogramm der Inkonsistenzen und Ausschnitte aus Abb.8.5-1. Rote Balken: jüngste GPS/Nivellementpunkte aus der Kampagne CHGeo03. Die Ausschnitte rechts zeigen, wie die Resultate aus CHGEO03 die bisherigen Residuen bestätigen.

Diese Diskrepanzen rechtfertigen den Entscheid, ein neues Geoidmodell zu berechnen, um den konsistenten Höhenrahmen LHN95 definitiv einführen zu können. Trotzdem gilt es natürlich zu klären, woher diese systematischen Abweichungen stammen. Dabei stehen drei Ursachen im Vordergrund:

1. Die ellipsoidischen GPS-Höhen für die Geoidbestimmung CHGeo98 stammen aus der Gesamtauswertung 1995 [Wiget et al. 2003]. Sämtliche Wiederholungsmessungen, welche vor allem dank der verbesserten Satellitenkonstellationen und den Troposphärenmodellen qualitativ bessere Höhen liefern sollten, fanden bisher keinen Eingang in die

Geoidberechnung. Die Auswirkung der Gesamtausgleichung CHTRF04 auf die ellipsoidischen Höhen der ursprünglichen Hauptpunkte des GPS-Netzes LV95 ist in Abb. 8.5-3 ersichtlich. Die Differenzen zwischen den beiden Lösungen variieren doch zwischen -5 und +7 cm und zeigen einen relativ deutlichen Trend in Nord-Süd-Richtung. Das Maximum befindet sich in Hohentwiel (westlich des Bodensees), das Minimum in Saas Fee.

2. Die orthometrischen Höhen für CHGeo98 stammen aus einer ersten Version der kinematischen Ausgleichung LHN95, welche noch nicht mit dem vollständigen Datensatz durchgeführt werden konnte. Die Unterschiede zwischen der damaligen und der heutigen, definitiven Lösung LHN95 sind in Abb. 8.5-4 dargestellt. Selbst das umfangreiche Dazufügen von Neumessungen seit 1998 führte im Wesentlichen nur zu kleinen Änderungen der orthometrischen Höhen. Ohne die grösste Abweichung von -5.6 cm am Gotthardpass zu berücksichtigen, beschränken sie sich auf Werte von ±2 cm. Der Anteil an den Gesamtresiduen ist also eher klein, auch wenn sich im Tessin eine Tendenz negativer Abweichungen abzeichnet. Die relativ grosse Abweichung am Gotthardpass ist auf die Senkungen aufgrund des Baus des Strassentunnels (1970 – 1980) zurückzuführen [Schlatter et al. 1997]. Während die alte Lösung sich im Wesentlichen auf die Gotthardpass-Messungen aus dem Jahre 1971 stützte, so wird für die aktuelle Berechnung dieses GPS/Nivellementpunktes ausschliesslich die Messung aus dem Jahre 1998 verwendet.

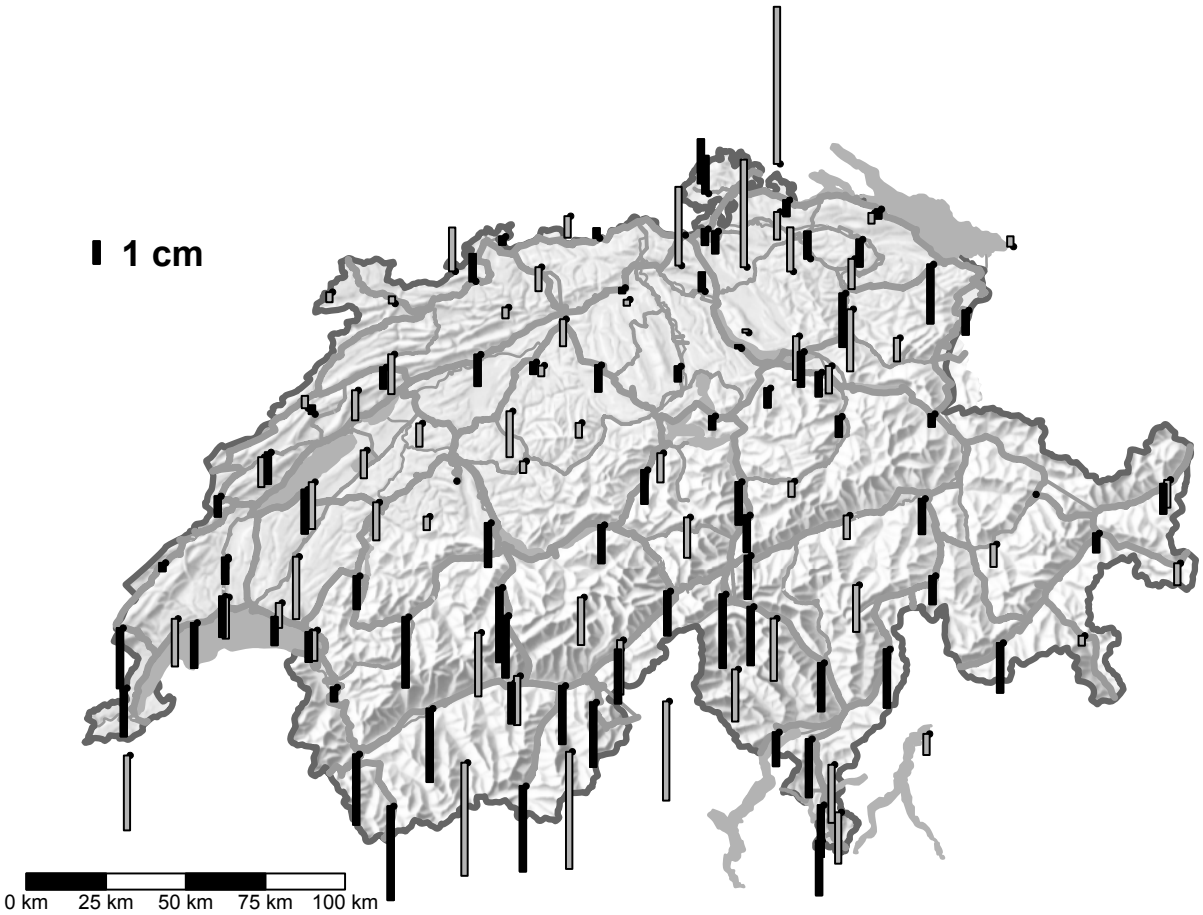


Abbildung 8.5-3: Differenzen der ellipsoidischen Höhen CHTRF95 – CHTRF04 auf den Punkten des GPS-Netzes LV95 und den exzentrischen GPS/Nivellement-Anschlüssen. Schwarze Balken: GPS/Nivellementpunkte für die Bestimmung CHGeo98; graue Balken: restliche Punkte des GPS-Netzes LV95 (Stand CHTRF95).

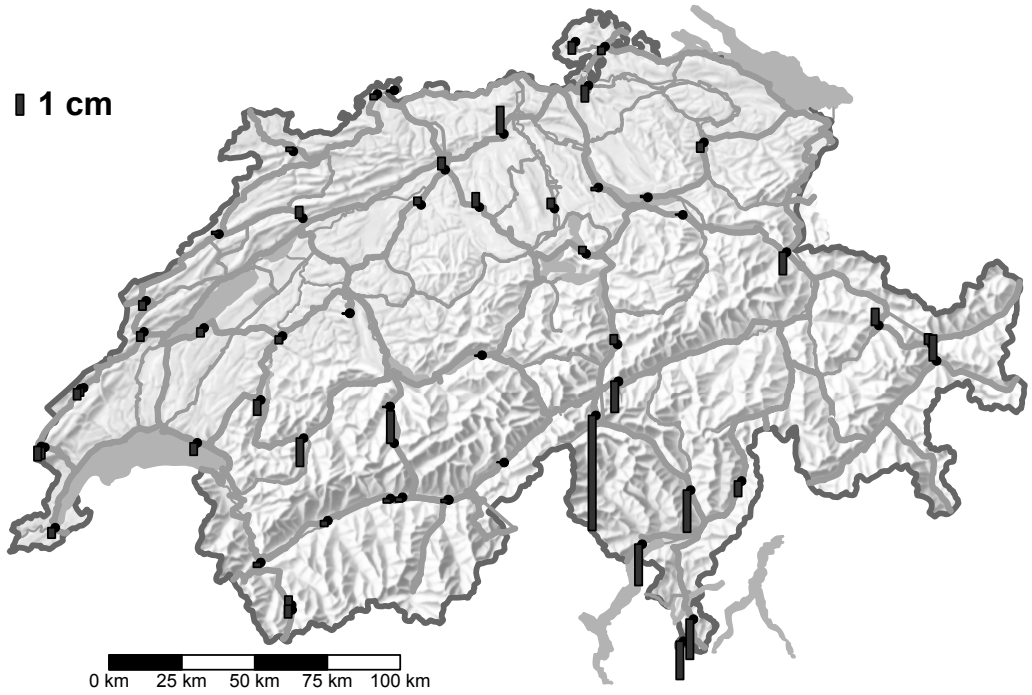


Abbildung 8.5-4: Differenz der orthometrischen Höhen LHN95 und der Lösung 1998 für die Geoidbestimmung CHGeo98.

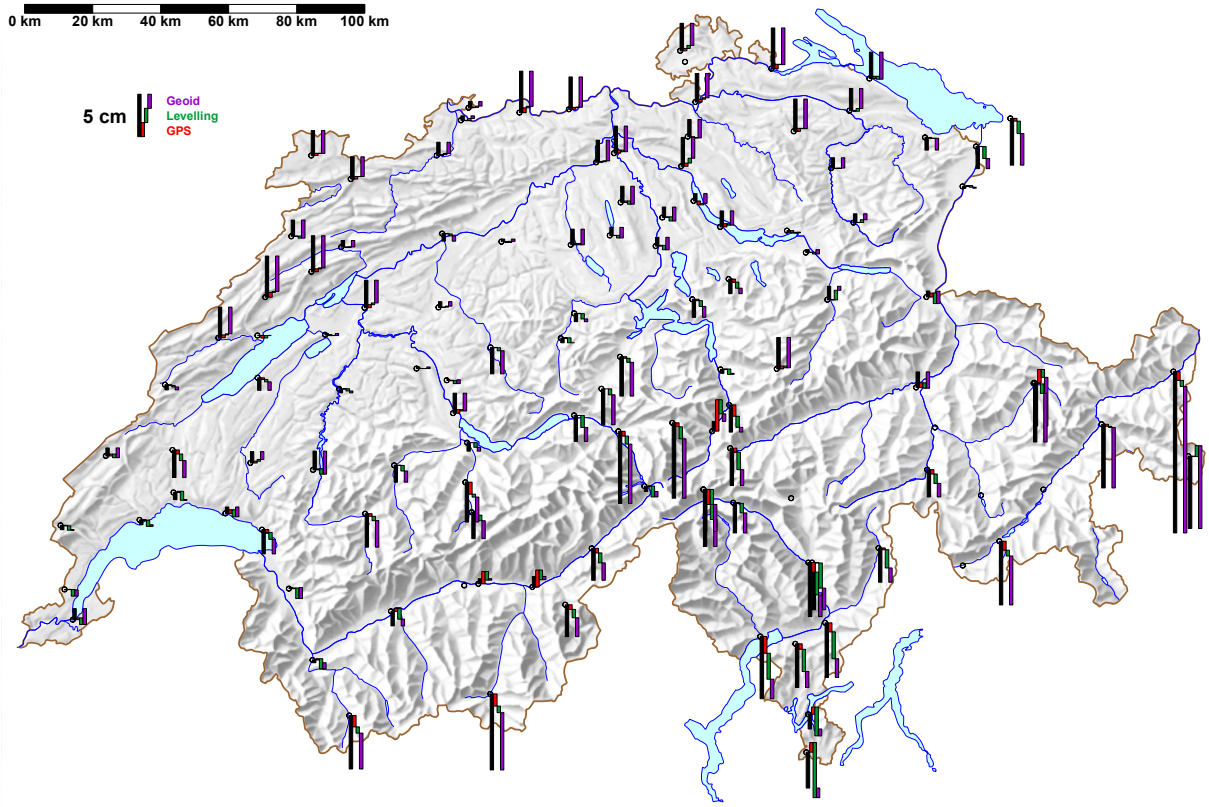


Abbildung 8.5-5: Resultate der GLG-Filterung nach Formel 8.2-12 (Verteilung der Gesamtresiduen CHGeo98) aus [Marti et al. 2001]. Die GPS/Nivellementpunkte entsprechen dem Stand 2001. In schwarz: Gesamtresiduen; rot: Anteil GPS; grün: Nivellement; violett: astrogeodätisches Geoid.

3. Der Hauptanteil an den Inkonsistenzen dürfte also in der eigentlichen (astro-geodätischen) Geoidbestimmung zu suchen sein, obwohl gemäss [Marti 2002] nur Vermutungen und keine eigentliche Beweise für diese Abweichungen vorhanden sind. Diese Untersuchungen führten aber dazu, dass nebst den neuen GPS/Nivellementpunkten mit der Kampagne CHGEO03 auch zusätzliche Lotabweichungsmessungen durchgeführt wurden [Marti et al. 2004].

Dass das Verbesserungspotential hauptsächlich in der astrogeodätischen Geoidbestimmung liegt, zeigt auch Abb. 8.5-5. Aufgrund der sog. GLG-Filterung der Gesamtresiduen, wie sie in Kapitel 8.2 mit Formel 8.2-12 vorgeschlagen wird, lassen sich diese in die einzelnen Anteile für GPS, Nivellement und Geoid aufteilen. Deutlich ist zu erkennen, dass wegen der rein stochastischen Verteilung dieser Residuen die grössten Beträge dem astro-geodätischen Geoid angelastet werden, weil hier die relative Genauigkeit über grösseren Distanzen am kleinsten ist. Die Verbesserungen für GPS und Nivellement sind mit wenigen Ausnahmen sehr klein (<1 cm). Einzig im südlichen Tessin sind die Anteile des Nivellements am grössten, da hier die Geoidlösung aufgrund der zahlreichen Beobachtungen (ursprünglich für die Bestimmung des Ivreakörpers [Bürki 1989]) sehr stark ist und die Nivellementlinien nur als offene Züge vorliegen.

8.6 Das neue Geoidmodell CHGeo2004 als Grundlage für den konsistenten Höhenrahmen LHN95

8.6.1 Einleitung

In [Marti 2002] wurde unter den Schlussbemerkungen zur Geoidlösung CHGeo98 festgehalten, dass in erster Linie die GPS-Messungen auf Punkten des Landesnivellements verbleiben, welche das Geoid noch verbessern oder in einer billigen Weise kontrollieren könnten. Damals wurde vorausgesetzt, dass das Landesnivellement streng in orthometrischen Höhen vorliegen müsse und dass die GPS-Höhen in einem Distanzbereich von 100 bis 200 km mit einer Genauigkeit von zumindest 1 bis 2 cm bestimmt werden können.

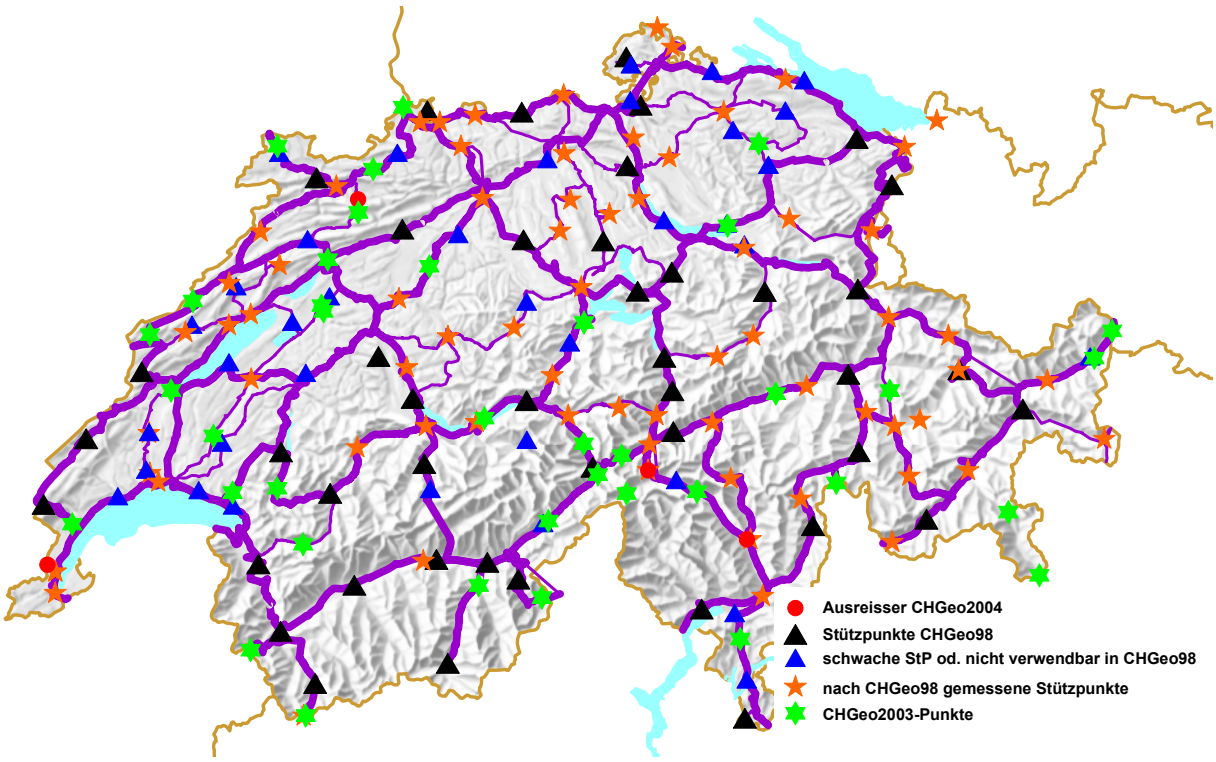


Abbildung 8.6-1: GPS/Nivellementpunkte für die Geoidbestimmung CHGeo2004 und Bezug zum bestehenden Modell CHGeo98.

Die beiden letztgenannten Vorraussetzungen können als erfüllt betrachtet werden. Mittlerweilen stehen bekanntlich ca. 190 qualitativ einwandfreie GPS/Nivellementpunkte für die Neubere-

chung zur Verfügung (s. Abb. 8.6-1).

Unter dem Namen CHGeo2004 wurde im Rahmen eines öffentlichen Kolloquiums der swisstopo am 18. März 2005 das neue Geoidmodell erstmals vorgestellt und zur Verwendung empfohlen. Mit dem Geoidmodell CHGeo2004 wurde gleichzeitig auch der konsistente Höhenrahmen LHN95 der neuen Landesvermessung 1995 festgelegt. Wie das neue Geoidmodell berechnet wurde und welche Entscheide letztendlich zum definitiven Höhenrahmen LHN95 führten, soll nachfolgend skizziert werden. Detaillierte Publikationen und Dokumentationen dazu sind in Vorbereitung.

8.6.2 Grunddaten zur Geoidbestimmung

Der vollständige Datensatz für die Geoidbestimmung umfasst folgende Beobachtungen:

- **193 GPS/Nivellement-Beobachtungen**: davon wurden 3 als Ausreisser eliminiert
- **1275 Lotabweichungs-Beobachtungen:** Sie setzen sich zusammen aus den Beobachtungen auf insgesamt 697 Lotabweichungsstationen mit 657 ξ- und 618 η-Komponenten.
- **2225 Schwerewerte:** Tatsächlich liegen über 30'000 verfügbare Schwerebeobachtungen vor. Sie wurden auf ein repräsentatives, regelmässiges Gitter mit einer Auflösung von 5x5 km reduziert, damit in der Kollokation die Matrix mit Dimension 'Anzahl Beobachtungen' invertierbar bleibt.
- **271 'künstliche' GPS/Nivellement-Beobachtungen:** dabei handelt es sich um Geoidhöhen aus dem europäischen EGG97-Modell, um CHGeo2004 im angrenzenden Ausland besser abzustützen. Diese haben innerhalb der Schweiz keinen Einfluss auf das Geoidmodell.

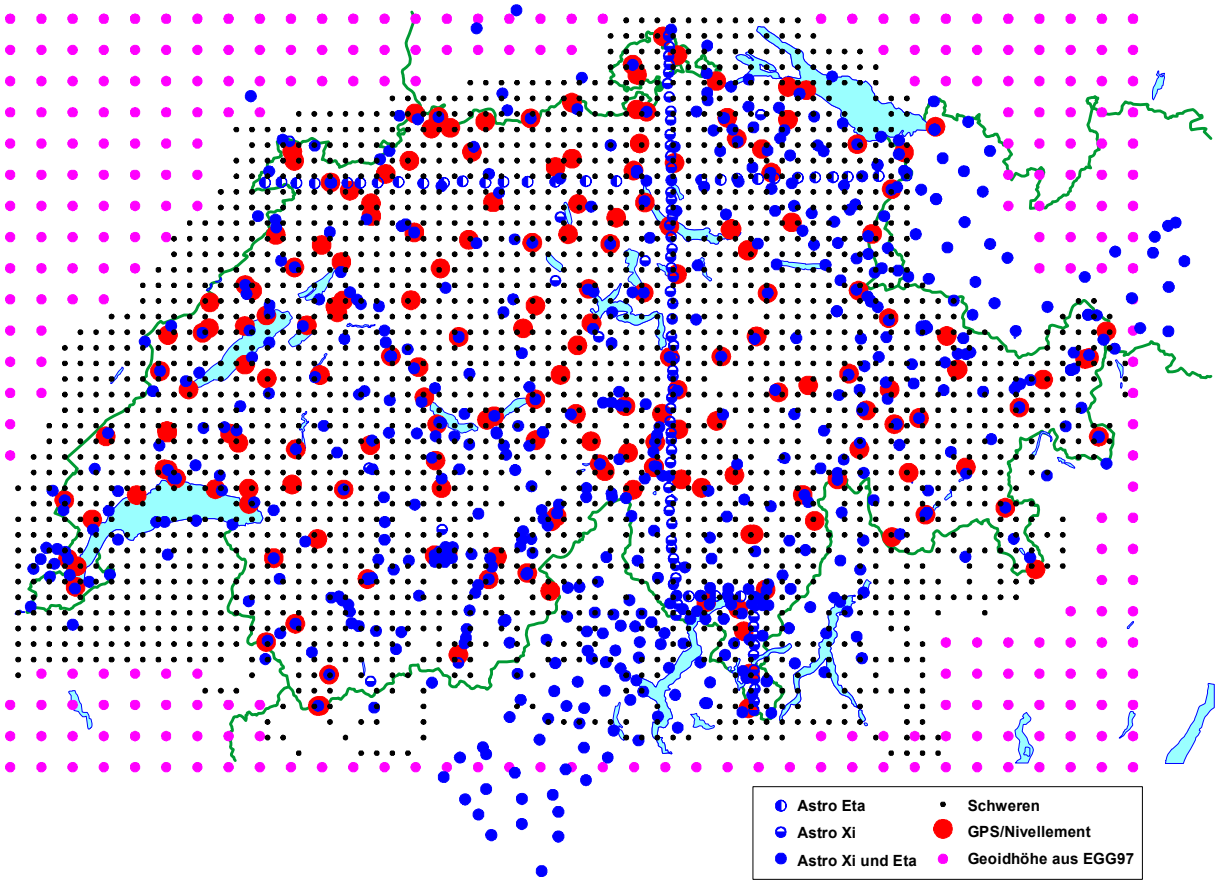


Abbildung 8.6-2: Der vollständige Datensatz der Beobachtungen für die Berechnung des Geoidmodells CHGeo2004.

Insgesamt liegen also 3961 Beobachtungen vor, deren Lage in Abb. 8.6-2 dargestellt ist.

8.6.3 Reduktion der Daten und Kollokation des Restfeldes

Für die Reduktion der Beobachtungen auf Meershöhe 0 wurden prinzipiell die identischen Massenmodelle wie bei CHGeo98 sowie leicht verbesserte Geländemodelle (wo möglich DHM25, ausserhalb SRTM3) verwendet. Der wesentliche Unterschied zu CHGeo98 besteht darin, dass die Beobachtungen zusätzlich durch das globale Kugelfunktionsmodell EGM96 reduziert wurden. Dadurch entfiel die Trendbestimmung, was dazu führte, dass nur der Teil der Massenmodelle verwendet werden durfte, welcher in EGM96 noch nicht enthalten ist.

Die Interpolation des Restfeldes auf Meereshöhe mit Hilfe der Kollokation nach kleinsten Quadraten ist die eigentliche Ausgleichung der Messdaten. Dieses statistische Verfahren erlaubt, über die Korrelation der Messungen eine Aufteilung der Residuen in Signal und Messrauschen vorzunehmen. Für den vorliegenden Fall wird kein funktionales Modell geschätzt ($\mathbf{A} = 0$; s. a. 8.2-10). Der Vollständigkeit halber sind die in der Schlusslösung gewählten Parameter aufgeführt:

- Kovarianzfunktion: Markov Modell 2. Ordnung
- Korrelationslänge: 40 km
- Signal to Noise Ratio: 10:1

Generell wurden die Beobachtungen (s. Abb. 8.6-2) folgendermassen gewichtet:

- Schweren: 2 mgal
- Lotabweichungen: 0.5 "
- GPS/Nivellementpunkte: 1 mm

(Einzelne Beobachtungen wurde trotzdem individuell gewichtet.)

Auf den ersten Blick mag die sehr hohe Gewichtung der GPS/Nivellementpunkte erstaunen; es ist dies aber ein Resultat aus zahlreichen Variantenberechnungen. Alleine aus den Lotabweichungen und den Schweremessungen resultiert ein Geoidmodell mit einer relativen Genauigkeit von ca. 6 cm, welches sehr nahe beim alten Modell CHGeo98 liegt. Die verbleibenden Residuen in den GPS/Nivellementpunkten (schwarze Balken in Abb. 8.6-3) zeigen ein Bild, das mit wenigen Ausnahmen von systematischen Trends überlagert ist.

Das Bild unterscheidet sich aber insofern von den Residuen beim CHGeo98 (Abb. 8.5-1), dass keine Nordsüdkippung mehr festzustellen ist. Systematische Tendenzen sind vor allem in den Randgebieten der Nordostschweiz, im Engadin und den angrenzenden Südtälern sowie in den Walliser Südtälern erkennbar.

Anhand der GLG-Filterung ist aber deutlich erkennbar, dass der grösste Anteil der Residuen als Korrektur des Geoids interpretiert wird (blaue Balken). Die orthometrischen Höhen erhalten kleine, gebietsweise systematische Korrekturen (grüne Balken), welche mit Beträgen von max. 1cm kleiner sind, als dies aufgrund der geschätzten inneren Genauigkeiten zu erwarten wäre (s. Kapitel 7.6). Die restlichen, meist kleinen und unregelmässigen Korrekturen werden den GPS-Höhen zugeschrieben (rote Balken).

8.6.4 Die Schlusslösung CHGeo2004 und die Verteilung der Residuen auf die Einzellösungen

Wenn also der grösste Teil der Korrekturen dem Geoid zugeschlagen wird, erhält man praktisch das gleiche Resultat, wie wenn man ein kombiniertes Geoidmodell berechnet, welches durch einen kleinen mittleren Fehler an den GPS- und Nivellement-Höhenbeobachtungen quasi in die GPS/Nivellementpunkte gezwängt wird. Diese Erkenntnis wurde dann auch für die definitive Lösung CHGeo2004 verwendet, indem die GPS/Nivellementpunkte mit wenigen Ausnahmen mit einem mittleren Fehler von 1 mm in die Kollokation des Residualfeldes eingeführt werden.

Um sich eine Vorstellung über die in der Schweiz vorherrschenden Geoidundulationen machen zu können, ist in Abb. 8.6-4 das Geoidmodell CHGeo2004 dargestellt.

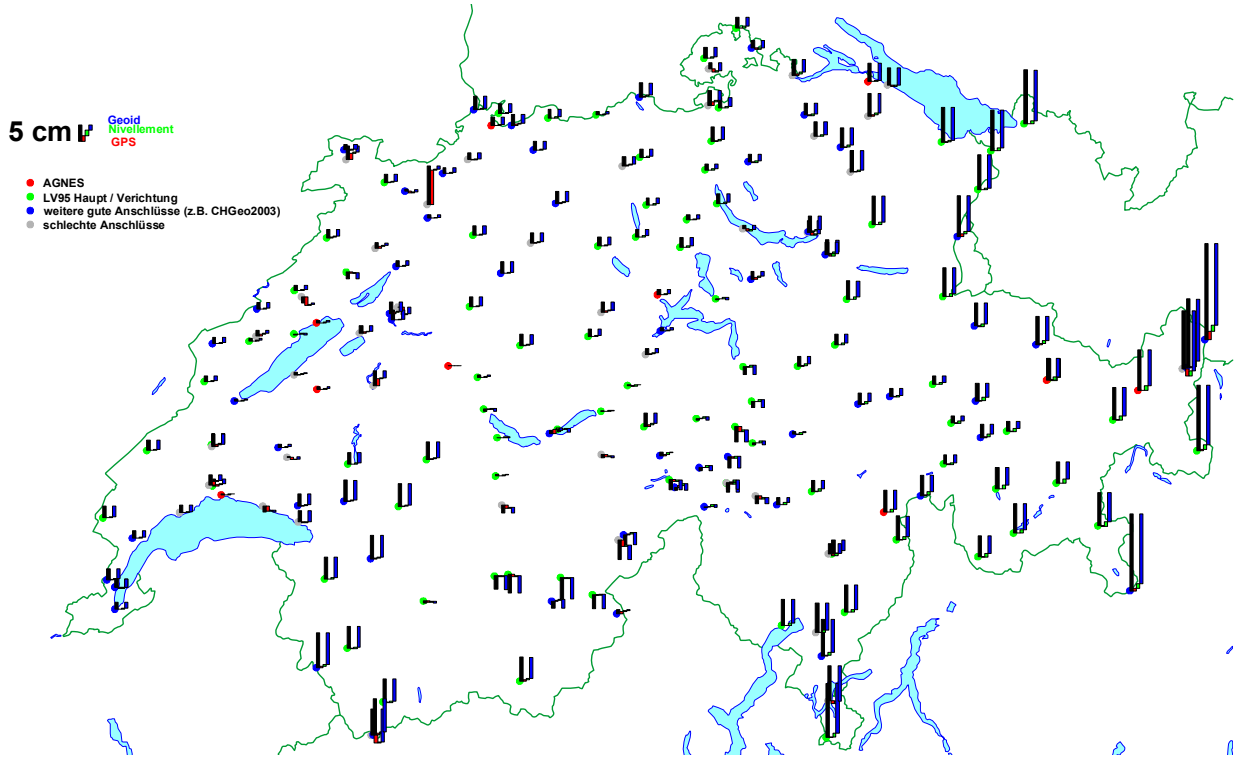


Abbildung 8.6-3: Die Residuen auf den GPS/Nivellementpunkten einer Geoidlösung CHGeo2004 einzig aus Lotabweichungen und Schweremessungen berechnet und die Verteilung auf die einzelnen Höhen gemäss der GLG-Filterung.

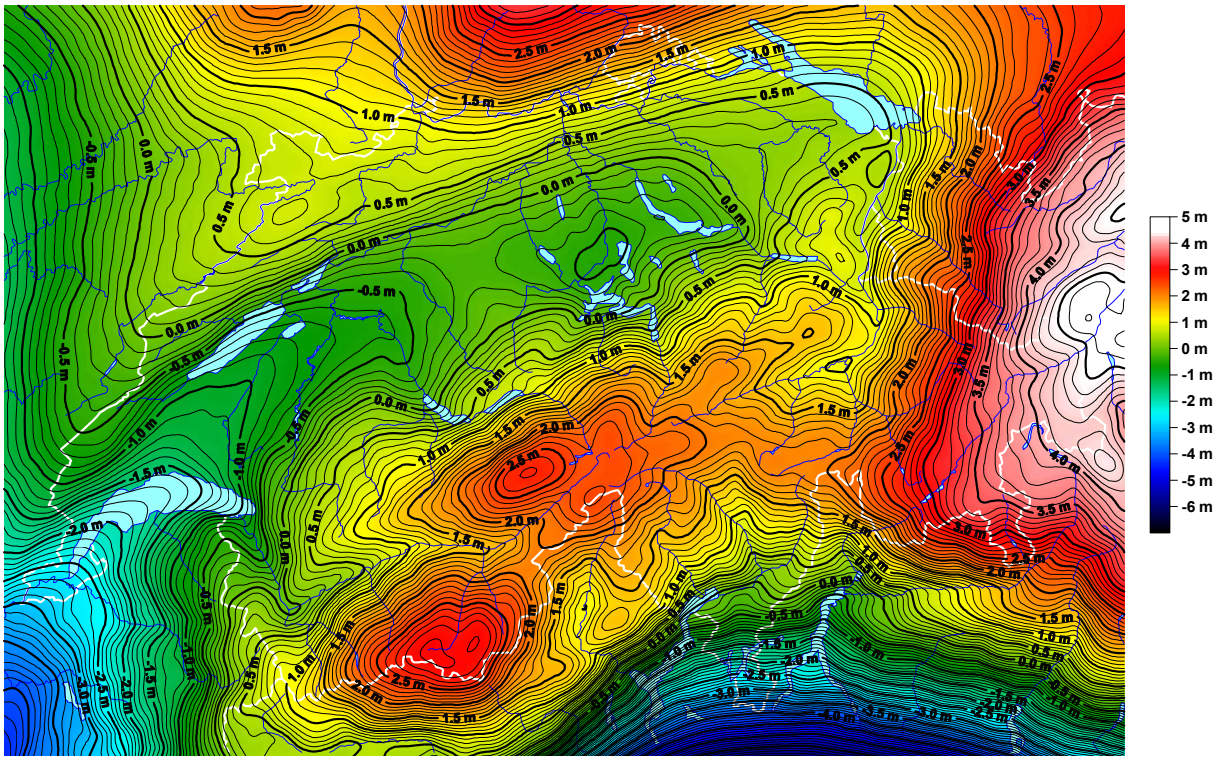


Abbildung 8.6-4: Das neue Geoidmodell der Schweiz CHGeo2004 im System CH1903+

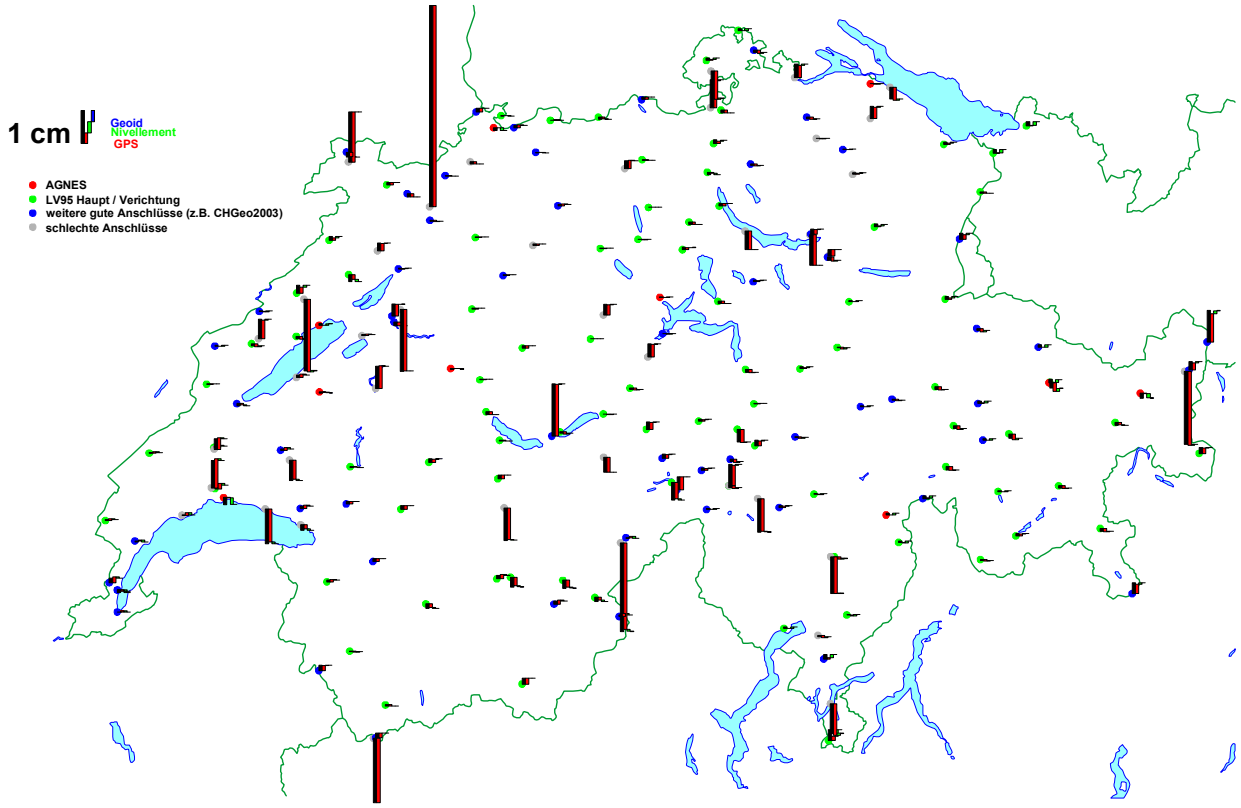


Abbildung 8.6-5: Die Residuen auf den GPS/Nivellementpunkten der definitiven Geoidlösung CHGeo2004 und die Verteilung auf die einzelnen Höhen gemäss der GLG-Filterung.

Die verbleibenden Residuen der GPS/Nivellement-Stationen sind nun wegen dem hohen Gewicht sehr klein und betragen bei den qualitativ einwandfreien Punkten meist weniger als 1 mm. In Abb. 8.6-5 sind deshalb diejenigen Punkte deutlich erkennbar, welche in der Geoidberechnung bedeutend geringer gewichtet wurden. Es handelt sich hierbei mit wenigen Ausnahmen um die exzentrischen GPS-Anschlussmessungen ans LHN aus den Jahren 1989-91 (s. Kapitel 8.3). Ausreisser sind die bekannten Punkte *Choindez* (CHGEO03; nordöstlich von Biel) mit mehr als 7 cm sowie *La Chaux-des-Fonds*, *Seedorf*, *Fiesch* (Goms) und *Ramosch* (Unterengadin) mit mehr als 3 cm (alle exzentrische GPS-Anschlüsse 1989-91). Die grösste Verbesserung eines normal gewichteten Punkts ist mit 5 mm auf dem Grimselpass zu finden. Man beachte insbesondere die unterschiedlichen Massstäbe der Residuen in den Abbildungen 8.6-3 und 8.6-5.

Die gesamten verbleibenden Residuen werden nun durch die GLG-Filterung praktisch als GPS-Höhen-Korrekturen ausgewiesen, welche bei normal gewichteten GPS/Nivellementpunkten weit unter einem cm liegen. Die Residualanteile für das Nivellement sind meist kleiner als 1 mm. Das Geoid erhält praktisch keine Korrekturen mehr. Allerdings gilt zu beachten, das bei dieser GLG-Filterung die Daten nicht mehr unabhängig voneinander sind, da in der Geoidberechnung über die GPS/Nivellementpunkte auch die beiden anderen Höhenmessungen eingeflossen sind.

9 Die definitive Festlegung des konsistenten Höhenbezugsrahmens LHN95 der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95

9.1 Die grundlegenden Entscheide und Festlegungen

Gemäss dem Konzept in Kapitel 4.4 zur Realisierung des konsistenten Höhenrahmens LHN95 (und CHVRF2004) liegen mit Abschluss der kombinierten Ausgleichung am Ende des Kapitels 8 nun alle Informationen vor, um die gezwängten Einzellösungen für die ellipsoidischen Höhen LV95-(C), die orthometrischen Höhen LHN95-(C) und das Geoidmodell CHGeo2004-(C) zu bilden (vgl. a. Abb. 4.4-1).

In Anbetracht der mit wenigen Ausnahmen sehr kleinen Residuen in Abb. 8.6-5 wurde vom Bereich Geodäsie der swisstopo am 26. Februar 2005 folgende Entscheidung getroffen, welche grundlegend für die Realisierung des definitiven Höhenrahmens ist:

Eine Verteilung der Residuen (individuellen Anteile *GPS*, *Geoid* und *Nivellement* auf den GPS/Nivellementpunkten gemäss Abb. 8.6-5) lohnt sich nicht. Die gesamthaften Residuen werden den ellipsoidischen GPS-Höhen zugeschlagen. Die orthometrischen Höhen aus dem Nivellement sowie das Geoidmodell CHGeo2004 erhalten keine Korrekturen.

Dies führt automatisch zu folgenden Festlegungen betreffend dem konsistenten Höhenrahmen LHN95 der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95:

- Die Realisierung des orthometrischen Höhensystems der Schweiz durch den Höhenreferenzrahmen LHN95 erfolgt in erster Linie durch die kinematische Ausgleichung der Landesnivellement- und Schweremessungen mit Stand Ende 2004.
- Das zu verwendende Geoidmodell ist die Lösung CHGeo2004, hergeleitet aus den GPS/Nivellementmessungen (LHN95 / CHTRF04), den Lotabweichungsmessungen und den Schweremessungen mit Stand Ende 2004.
- Für die ans Landeshöhennetz angeschlossenen Punkte des GPS-Netzes LV95 (inkl. AGNES) gilt die orthometrische Höhe aus den Berechnungen für LHN95. Die definitive ellipsoidische Höhe in den Rahmen CHTRF04-C resp. LV95 dieser Punkte ist mit Hilfe der Geoidundulation im Geoidmodell CHGeo2004 abzuleiten.
- Für die Punkte des GPS-Netzes LV95, welche nicht ans LHN angeschlossen sind, gilt die orthometrische Höhe aus der Differenz zwischen ellipsoidischer Höhe aus GPS und der Geoidundulation CHGeo2004.

Die sog. C-Lösungen gemäss dem ursprünglichen Konzept in Kapitel 4 werden nur für die ellipsoidischen Höhen der GPS/Nivellementpunkte gebildet. Das Geoidmodell CHGeo2004 und die definitive, unverzwängte Berechnung LHN95 sind identisch mit den konsistenten gezwängten Einzellösungen (s. Abb. 4.4-1; CHGeo2004-C ≡ CHGeo2004; LHN95-C ≡ LHN95).

Dies ist die pragmatische Lösung, welche die Konsistenz zwischen GPS, Nivellement und Geoidmodell für die neue Landesvermessung LV95 im Sub-cm-Bereich festlegt. Das neue Geoidmodell CHGeo2004 ist vor allem ein Produkt für den Praktiker. "Schwerefeld-Puristen" wird die dominierende Gewichtung der GPS/Nivellementpunkte stören.

9.2 Die Realisierung des Höhenreferenzrahmens LHN95

Nachfolgend sind die grundlegenden Definitionen und Berechnungen zur Realisierung des Höhenreferenzrahmes LHN95 der neuen Landesvermessung der Schweiz LV95 aufgelistet.

Definition des Höhenbezugssystems zu CH1903+			
Höhenart:	**Orthometrische Höhen**		
Ausgangshöhe:	**Zimmerwald Z_0:**	**897.9063 m**	**t_0 = 1993.0**
Realisierung des Höhenbezugsrahmens LHN95			
Realisierung:	Kinematische Ausgleichung der Potentialdifferenzen vom 1.3.2005 zwischen den Hauptpunkten des LHN. Stand der Messungen: 1902 bis Ende 2004		
Ausgangspotential:	Zimmerwald Z_0:	880.4475 GPU	t_0 = 1993.0
Kinematisches Modell:	**CHKLM95**; aus der kinematischen Ausgleichung abgeleitet und als 1km-Raster verfügbar. Alle HFP1 mit nur 1 Messepoche erhalten einen interpolierten Wert CHKLM95, welcher eine Festlegung des Potentials zum Zeitpunkt t_0 = 1993.0 ermöglicht.		
Kinematische Referenz:	**Aarburg HFP1 AG 471**		**dC/dt = 0.00 mgpu·a^{-1}**
Interpolierte Höhenänderungen:	Aus CHKLM95 biquadratisch interpolierte Werte		
Berechnung der mittleren Schweren:	Berechnung der mittleren Schweren mit Hilfe des Programms QUAWIRK. Die verwendeten Modelle (s. unten) und die gewählten Einstellungen sind vollständig im Anhang A1 dokumentiert.		
Verwendete Oberflächen-Schweren:	Anhand der Koordinaten und Näherungshöhen (Iteration) der HFP1 interpolierte Werte aus dem Datensatz der SGPK und den LHN-Schweren Stand Ende 2004.		
Verwendete Massen- und Dichtemodelle:	– DHM25 (Topografie) – Po-Sedimente – Po-Oberfläche – Seen – Sedimente	– Mohorovičić - Diskontinuität – Ivrea-Körper – Ivrea-Oberfläche – Gletscher	
Resultat:	1430 (existierende) HFP1 des LHN (inkl. den GPS/Nivellementpunkten) mit orthometrischen Höhen, welche als sog. Hauptpunkte den strengen Höhenrahmen LHN95 der neuen Landesvermessung LV95 festlegen.		

Tabelle 9.2-1: Zusammenfassung der grundlegenden Definitionen und der Realisierung des Höhenbezugsrahmens LHN95

Die Definitionen mit Systemcharakter decken sich natürlich mit denjenigen in Kapitel 4.

Wie in 9.1 erwähnt, erfolgt die definitive Festlegung des Höhenrahmens aus der kinematischen Ausgleichung der Landesnivellement- und Schweremessungen sowie den darin integrierten GPS/Nivellement-Anschlüssen und der nachfolgenden Berechnung der strengen orthometrischen Höhen. Wie in Kapitel 5.3 erläutert, enthält die kinematische Ausgleichung nur eine Auswahl aller HFP1 (ca. 15%), die sog. Hauptpunkte. Die eigentliche Realisierung des Höhenrahmens, die kinematische Ausgleichung gemäss Kapitel 5, enthält genau 1583 HFP1. Davon weisen 1170 Punkte wiederholte Messungen auf, welche erlauben, Höhenänderungen zu berechnen. Ca. 10 % der Punkte der kinematischen Ausgleichungen existieren gar nicht mehr; sie wurden nur verwendet, um den Bezug zu den alten Messungen aufrecht zu erhalten und das kinematische Modell CHKLM95 zu verdichten.

Es verbleiben 1430 existierende HFP1 des LHN, welches den strengen Höhenrahmen LHN95 definieren. Die restlichen ca. 8000 HFP1 werden mit ihren aktuellsten Messungen zwischen

diese Punkte eingezwängt. Das Vorgehen ist in 9.3 dokumentiert.

Die restlichen Punkte des GPS-Netzes LV95 wie auch sämtliche mit GPS bestimmten Punkte erhalten ihre orthometrischen Höhen aus der Korrektur der ellipsoidischen Höhen um das Geoidmodell CHGeo2004. CHGeo2004 basiert im Millimeterbereich auf den GPS/Nivellementpunkten, welche wiederum Hauptpunkte der kinematischen Ausgleichung sind. So gesehen ist das Geoidmodell ein ebenbürtiger, wenn nicht sogar der künftig wichtigere Bestandteil des physikalischen, konsistenten Höhenbezugsrahmens LHN95.

9.3 Konzept zur Berechnung der orthometrischen Höhen LHN95 sämtlicher HFP1

Ein wesentliches Ziel der Landesvermessung ist die Berechnung der orthometrischen Höhen sämtlicher HFP1 des Landeshöhennetzes LHN95. Diese Aufgabe ist nicht mehr Bestandteil des ursprünglichen Projektes LHN95. Das Konzept des Berechnungsablaufs und einige Testresultate sollen trotzdem Teil der vorliegenden Dokumentation sein.

Prinzipiell ist zur Erzeugung aller HFP1-Höhen in LHN95 eine einfache Einzwängung der einzelnen Abschnittsmessungen (Faszikel) in die Hauptpunkte der kinematischen Ausgleichung vorgesehen. Dazu stehen mehrere Berechnungswege offen, welche jedoch zu mehr oder weniger unterschiedlichen Resultaten führen. Zwei wesentliche Aspekte müssen bei diesem Berechnungsablauf untersucht werden, da sie die resultierenden Höhen am meisten beeinflussen:

1. Der Umfang des verwendeten Messmaterials für eine gezwängte Berechnung der Höhen der gesuchten Punkte
2. Die Berücksichtigung allfälliger berechneter oder modellierter Höhenänderungen der zu berechnenden Punkte

Zu den beiden Aspekten, welche nicht gänzlich unabhängig voneinander sind, bedarf es einiger Erläuterungen:

Jeder Höhenfixpunkt wurde grundsätzlich mit mindestens einer Nivellementmessung an das Landeshöhennetz angeschlossen. Dies kann im Rahmen einer Linienneumessung oder durch eine lokale Ergänzungs- oder Erneuerungsmessung erfolgt sein. Je nach Alter des Punktes und seiner Lage kann er in etlichen, bis zu fünf oder mehr Messepochen seit seiner Entstehung integriert sein. Insbesondere in Knotenbereichen ist dies keine Seltenheit. Es ist aber durchaus auch möglich, dass beispielsweise ein im Jahre 1943 neu erstellter und ans LHN angeschlossener Punkt seither nie mehr mit Messungen erneuert wurde.

Es stellt sich nun die Frage, ob für die Berechnung der Höhen LHN95 sämtliche möglichen Messungen verwendet werden sollen, wie dies bei der Bestimmung der Hauptpunkte der Fall war, oder ob man sich mit Vorteil nur auf die aktuellste Messung stützt. Aufgrund rein fehlertheoretischer Überlegungen ist sicherlich die erste Variante vorzuziehen. Sie bedingt aber, dass bei mehreren Messepochen auch die Höhenänderungen mit geschätzt werden.

Bringt man allfällige Punktbewegungen mit ins Spiel, kann sich dies auch zum Nachteil wenden. Das Problem liegt bei den instabilen oder nur beschränkt stabilen Punkten, welche nicht die Bewegungen der obersten Erdkruste repräsentieren. Nicht dass diese Information bedeutungslos wäre. Der Nachteil liegt darin, dass instabile Punkte in den meisten Fällen keine konstanten Bewegungen aufweisen, was die Berechnung mit mehr als zwei Messepochen wesentlich erschwert. Wenn diese Punkte aber mit einem zeitlich grossen Abstand vom Referenzzeitpunkt 1993.0 bestimmt wurden, wird mit der nicht repräsentativen Geschwindigkeit eine Höhe extrapoliert, welche nicht mehr den tatsächlichen Gegebenheiten entspricht.

Aus diesen Gründen wird beim Konzept für die Höhen sämtlicher HFP1 (mit Ausnahme der Hauptpunkte) ein zweistufiges Verfahren gewählt, um möglichst alle Informationen aus den Daten zu generieren und den Benutzern praktikable Höhenwerte zur Verfügung zu stellen:

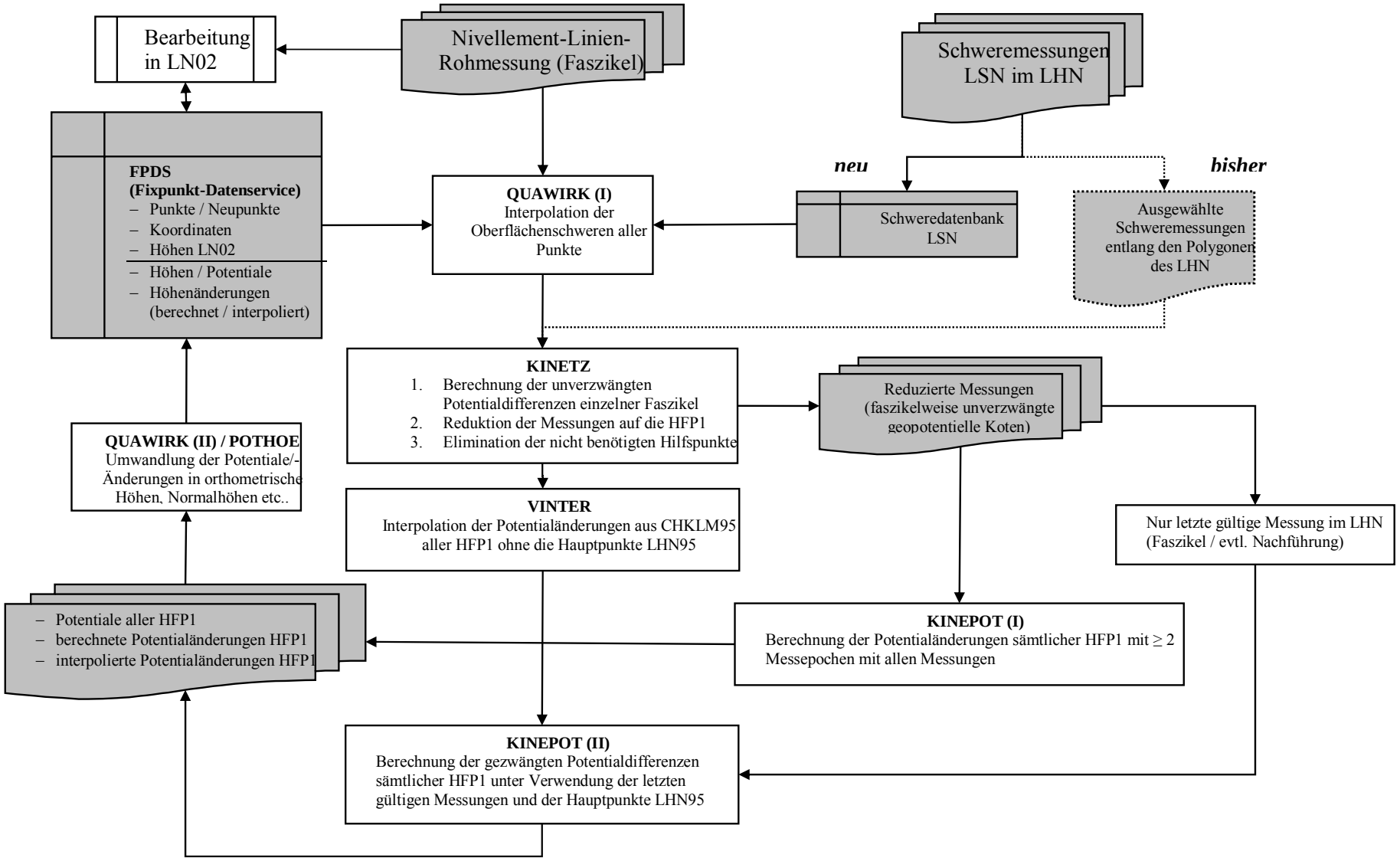


Abbildung 9.3-1: Ablaufschema zur Berechnung sämtlicher HFP1 in LHN95

1. Berechnung der Höhenänderungen aus sämtlichen verfügbaren Messungen des Landesnivellements zur Untersuchung der Punktstabilität unter Einzwängung in die Hauptpunkte.
2. Berechnung der aktuellen Höhe LHN95 aus der jeweils jüngsten Anschlussmessung ans LHN mit Einzwängung in die Hauptpunkte und unter Verwendung einer interpolierten Höhenänderung aus dem kinematischen Modell CHKLM95.

Beide Berechnungen erfolgen eingezwängt in die Hauptpunkte der kinematischen Ausgleichung (Potentiale und deren zeitlichen Änderungen). Aus dem Unterschied zwischen der berechneten und der interpolierten Höhenänderung lassen sich Aussagen über die Punktstabilität machen. Liegen diese Werte nahe zusammen, entspricht die berechnete Höhenänderung des Punktes dem Modell CHKLM95 und der Punkt darf mit grosser Wahrscheinlichkeit als stabil betrachtet werden. Bestehen grosse Abweichungen zwischen berechneter und interpolierter Höhenänderung, so ist anzunehmen, dass die Punktstabilität nicht gewährleistet ist.

Abbildung 9.3-1 stellt das Ablaufschema dar, wie es künftig für die Einzwängung der Punkte angewendet wird.

9.4 Test an drei Linien des Landeshöhennetzes

Das Konzept zur Berechnung und das Ablaufschema (Abb. 9.3-1) sollen anhand von drei Linien des LHN getestet werden. Dabei sind zwei Punkte zu beachten: eine Linie des LHN wird mit einem durchschnittlichen Abstand von 50 Jahren neu gemessen und die Höhen LHN95 werden als statisch zum Referenzzeitpunkt 1993.0 betrachtet. Es wurden bewusst drei Linien ausgewählt, welche die wesentlichen Knackpunkte der Berechnung verdeutlichen aber auch sonst von Interesse sind.

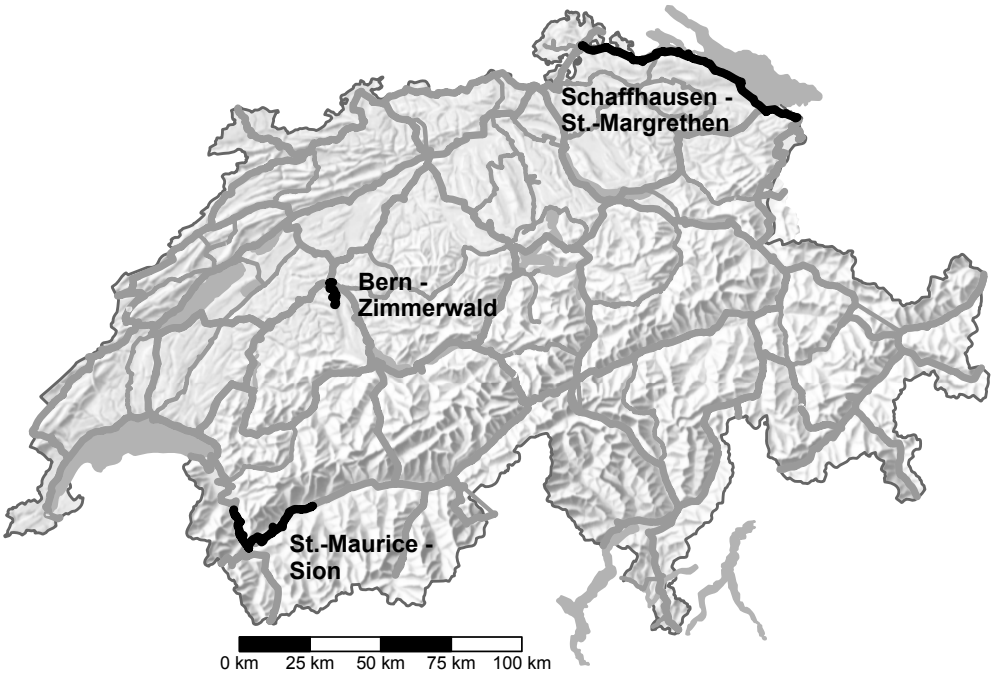


Abbildung 9.4-1: Testlinien für die Berechnung der Höhen sämtlicher HFP1

1. **Bern – Zimmerwald (14.4 km)**: Diese Linie ist die einzige Verknüpfung des Fundamentalpunktes Zimmerwald mit dem ursprünglichen Landesnivellement. Die Erstmessung für die Festlegung der Höhe des Fundamentalpunktes erfolgte 1995. Eine Wiederholungsmessung wurde im März 2005 durchgeführt. Sie diente zur Kontrolle des Punktes, fanden aber keinen Eingang mehr in die Festlegung von LHN95.
2. **Schaffhausen - Rorschach - St. Margrethen (97.6 km)**: Es ist dies einer der ältesten Linienabschnitte, welcher seit 1943 auf eine Neumessung im Rahmen der Nachführung des LHN wartet. Hier ist von besonderem Interesse, wie alte Messungen auf den Referenzzeitpunkt 1993.0 transferiert werden können.
3. **St.-Maurice – Martigny – Sion (50.4 km):** Dieser im Jahre 1992 zum dritten Mal beobachtete Netzabschnitt befindet sich in einem tektonisch aktiven Gebiet der Schweiz. Hier soll getestet werden, wie sich die Unterschiede zwischen kinematischem Modell und den effektiv berechneten Höhenänderungen auf die resultierenden Höhen auswirken.

Auf den drei Testlinien werden die folgenden Aspekte überprüft und in einer Grafik dargestellt:

1. Vergleich der definitiven Höhen LHN95 mit einer aus allen verfügbaren Messungen berechneten orthometrischen Höhe mit gleichzeitiger Schätzung einer Vertikalbewegung (s. schwarze Linie im oberen Teil der Abb. 9.4-2 - 9.4-4).
2. Vergleich der berechneten Höhen LN02 mit den mit *HTRANS* transformierten Höhen LN02_TRF (s. graue Linie im oberen Teil der Abb. 9.4-2 - 9.4-4).
3. Differenz zwischen den definitiven Höhen LHN95 und LN02_TRF (s. schwarze Linie im mittleren Teil der Abb. 9.4-2 - 9.4-4).
4. Differenz zwischen den definitiven Höhen LHN95 und den transformierten Werten LN02 (s. graue Linie im mittleren Teil der Abb. 9.4-2 - 9.4-4).
5. Differenz zwischen den aus allen verfügbaren Messungen berechneten vertikalen Punktgeschwindigkeiten und dem Modell CHKLM95 (s. schwarze Linie im unteren Teil der Abb. 9.4-2 - 9.4-4).

Die Punkte 2. und 4. setzen die Kenntnisse über die Transformationsmethode "*HTRANS*" zwischen den Höhen LHN95 und LN02 voraus. Diese werden aber erst im nachfolgenden Kapitel 10 behandelt.

9.4.1 Linie Bern - Zimmerwald

Nur 10 Jahre nach der Erstmessung wurde zur Kontrolle der Geostation Zimmerwald im März 2005 eine Wiederholungsmessung von Bern nach Zimmerwald durchgeführt. Diese Messung floss nicht mehr in die definitive Auswertung LHN95 ein. Zudem können erstmals vertikale Bewegungen auf dieser Linie berechnet werden, wenn auch wegen des kurzen zeitlichen Abstandes nur mit verminderter Genauigkeit. In erster Linie interessiert natürlich, wie stabil sich Zimmerwald Z_0 erweist und inwieweit sich das Modell der Vertikalbewegungen mit den tatsächlichen Ergebnissen deckt.

Der Vergleich der beobachteten Höhen, welche in Bern (Nydegg-Brücke) frei gelagert sind, ergibt einen Unterschied im Fundamentalpunkt Zimmerwald Z_0 zwischen der Bestimmung 1995 und 2005 von nur +3.23 mm. Bei einer Länge von 14 km, einer Höhendifferenz von 380 m sowie einer a priori-Messgenauigkeit von 0.7mm·km^{-1} ist die Differenz nicht signifikant (1σ: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{14} \cdot 0.7mm = 3.7mm$). Die Fundamentalstation hat sich in ihrer Höhe (relativ zu den Punkten in der Stadt Bern) als stabil erwiesen.

Trotz dieser optimalen Ausgangslage zeigen sich in Abb. 9.4-2 die individuellen Punktgeschwindigkeiten und deren Einfluss auf die resultierenden Höhen sehr deutlich. Gegenüber dem Modell CHKLM95 zeigen sich markante, mehrheitlich in Richtung Senkungen tendierende Abweichungen. Dies ist nicht erstaunlich, wird doch mit dem kinematischen Modell versucht, die

Bewegungen der "stabilen" Erdkruste zu modellieren (s. Kapitel 6). Nebst diesen Senkungstendenzen auf individuellen Punkten, zeigen sich in Wabern, Kehrsatz und ansatzweise auch in Zimmerwald Punktgruppen, welche gegenüber CHKLM95 höhere Bewegungsraten aufweisen. Zumindest in Wabern handelt es sich dabei um eine Felspunktgruppe, mit welcher das kinematische Modell künftig noch verfeinert werden könnte.

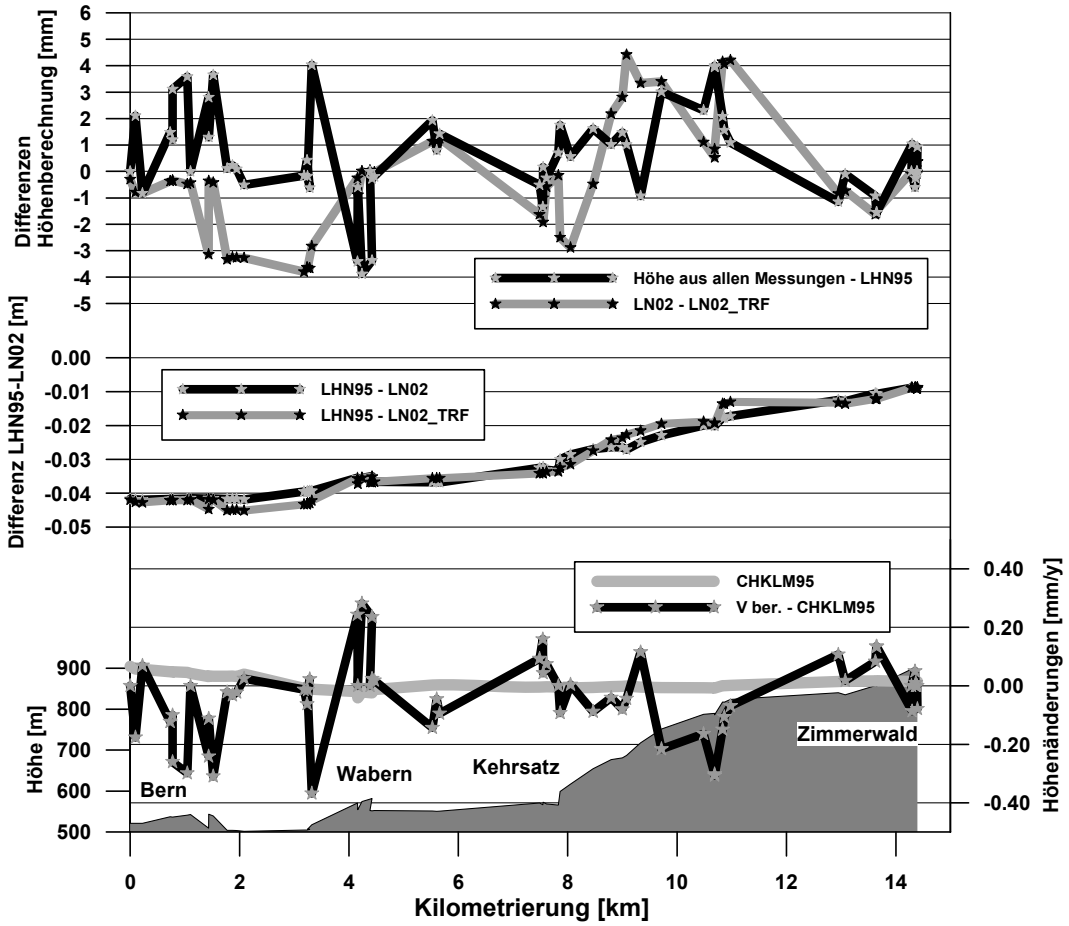


Abbildung 9.4-2: Testberechnung entlang der Linie Bern - Zimmerwald

Diese Abweichungen vom Modell würden bei einer Berücksichtigung in der Berechnung der Höhen zum Referenzzeitpunkt 1993.0 bereits zu deutlichen, sprunghaften Höhenänderungen von ± 4mm führen (s. Abb. 9.4-2: schwarze Kurve oben). Im Prinzip handelt es sich um die gespiegelte Kurve der gerechneten Punktgeschwindigkeiten (schwarze Kurve unten). Durch diese Extrapolation würde die Nachbargenauigkeit zwischen den Punkten gegenüber der aktuellen Messung 2005 massiv beeinträchtigt.

In der gleichen Grössenordung (± 4 mm) bewegen sich auch die Unterschiede zwischen berechneten und transformierten Höhen LN02. Die Standardabweichung liegt bei ±2.0 mm (Mittelwert: -0.4 mm) und zeigt in etwa, mit welcher Qualität mit *HTRANS* transformiert werden kann. Aufgrund der beiden Kurven in der Mitte der Abb. 9.4-2 lässt sich aufzeigen, dass die berechneten Unterschiede LHN95 - LN02 gegenüber den transformierten Werten (LHN95 - LN02_TRF) einen ruhigeren Verlauf aufweisen und den tatsächlichen Differenzen vermutlich besser entsprechen.

9.4.2 Linie Schaffhausen - Rorschach - St. Margrethen

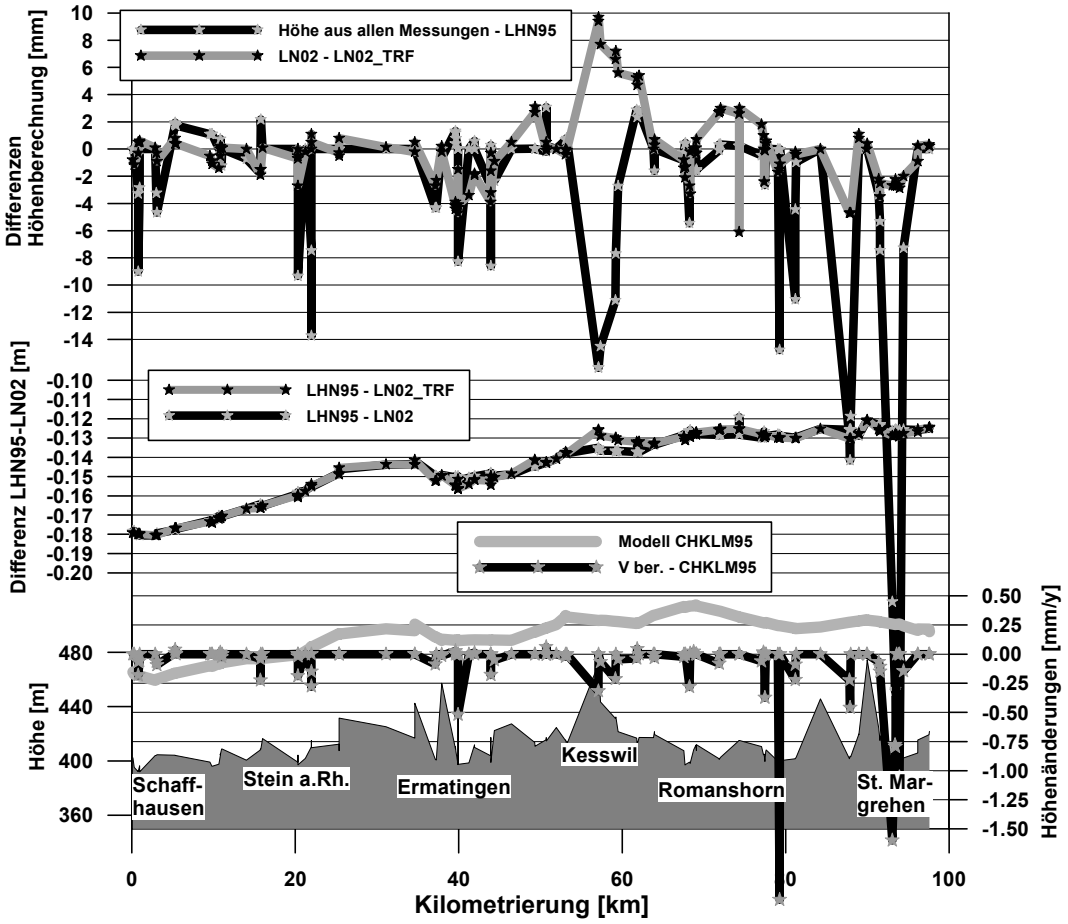


Abbildung 9.4-3: Testberechnung entlang der Linie Schaffhausen - St. Margrethen

Das Spezielle an diesem Abschnitt ist, dass die letzte vollständige Neumessung aus dem Jahre 1943 stammt. Diese Linie ist der älteste Neumessungsabschnitt und dementsprechend liegen auch zahlreiche Nachführungsmessungen vor, welche in die definitive Berechnung aller HFP1 eingeführt werden müssen. Zudem zeigen sich nun die Auswirkungen, wenn Messungen aus dem Jahre 1943 mit berechneten oder Modell-Geschwindigkeiten ins Jahr 1993 extrapoliert werden müssen. Kleinere Abweichungen vom Modell im Umfang von -0.25 mm·a^{-1} äussern sich dann in den Höhen mit einem Betrag von 12.5 mm (50a * 0.25 mm·a^{-1}). Zudem zeigen sich entlang der Linie einige deutliche Senkungspunkte (mehr als -1.5 mm·a^{-1}), welche eigentlich den Qualitätskriterien eines HFP1 nicht entsprechen.

Auch in diesem Fall ist es sicherlich von Vorteil, die "aktuellen" Messungen mit Hilfe des Modells CHKLM95 ins Jahr 1993 zu extrapolieren. Eine Extrapolation mit unsicheren oder zufälligen individuellen Punktgeschwindigkeiten dient niemandem.

Die transformierten LN02-Höhen zeigen gegenüber den berechneten Werten Abweichungen von bis zu 10 mm. Der Mittelwert liegt bei -0.3 mm und die Standardabweichung bei ±2.6 mm. Diese leicht schlechteren Werte sind ebenfalls auf das Alter der Linie und die zahlreichen, schwierig zu lagernden Nachführungsmessungen zurückzuführen.

9.4.3 Linie St.-Maurice - Martigny

Diese Linie zeichnet sich durch ihre Lage in einem bezüglich rezenter Punktbewegungen aktiven Gebiet aus (s. Abb. 9.4-4). Die Punktgeschwindigkeiten aus dem Modell CHKLM95 variieren zwischen 0.6 - 1.2 mm·a^{-1}. Die Linie wurde im Jahre 1992 beobachtet und befindet sich demzufolge altersmässig nur 1 Jahr vom Referenzzeitpunkt 1993.0 entfernt.

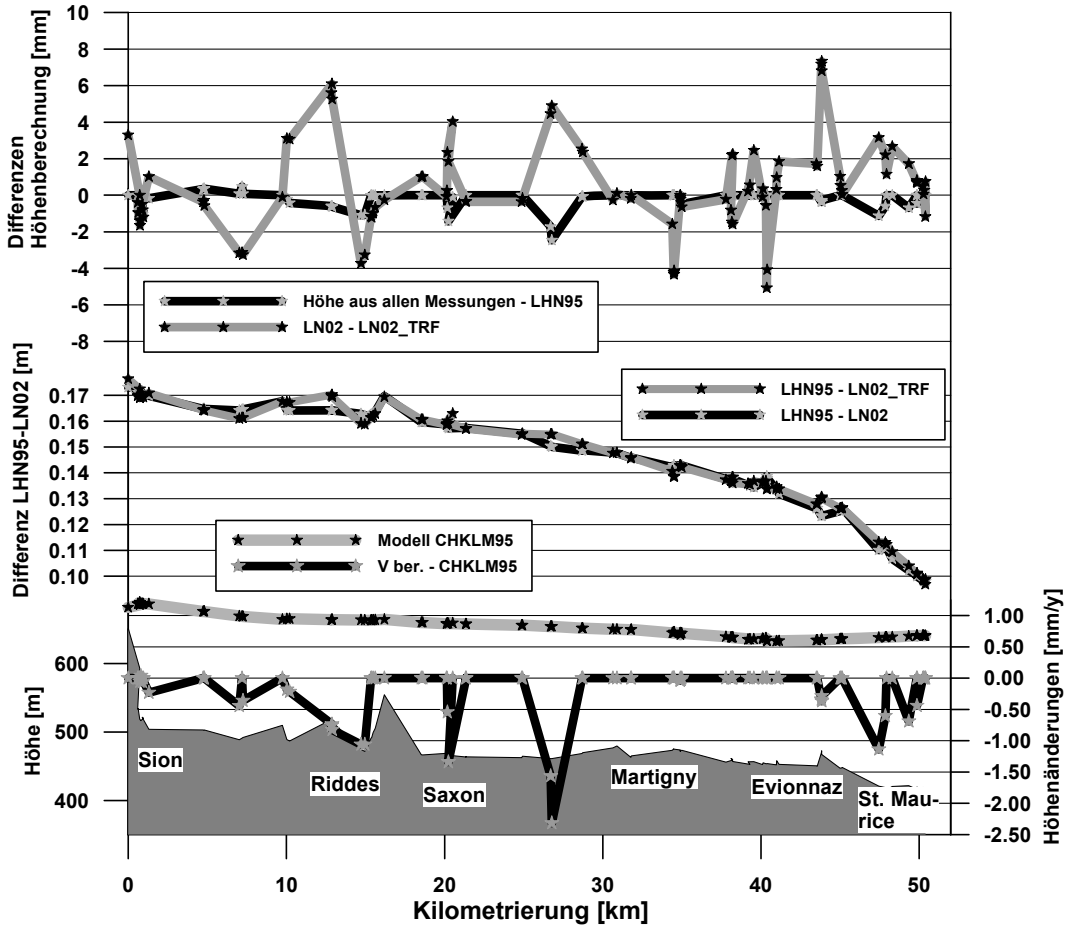


Abbildung 9.4-4: Testberechnung entlang der Linie Sion - St.-Maurice

Trotzdem äussert sich auch hier bei ausgewiesen Senkungspunkten der Einfluss auf die Punkthöhen. Ein Punkt mit einer Abweichung vom Modell von -2 $mm \cdot a^{-1}$ würde eine um 2.0 mm andere Höhe erhalten. Allerdings müssten Punkte mit derart massiven Senkungen aus den offiziellen Verzeichnissen eliminiert werden.

Interessant ist auch der Vergleich zwischen transformierten und berechneten LN02-Höhen in einem topografisch eher anspruchsvollen Gebiet. Abweichungen von bis zu 7 mm sind möglich; der Mittelwert liegt bei +0.4 mm und in die Standardabweichung bei ±2.4 mm.

Bei einer Variation der Unterschiede LHN95 - LN02 von bis zu 7 cm sind diese Resultate als genügend zu betrachten. Es wäre zu befürchten, dass bei einer Berechnung der LN02-Höhen direkt aus *HTRANS* die Nachbargenauigkeit gegenüber den aus den Messungen berechneten Werten ziemlich beeinträchtigt würde.

9.4.4 Zusammenfassung der Testberechnungen

Das im Kapitel 9.3 formulierte Konzept scheint sich aufgrund der Testberechnungen zu bestätigen. Folgende Punkte sind dabei herauszustreichen:

- Es lohnt sich nicht, die Höhen der übrigen Punkte aus allen verfügbaren Messungen zu berechnen. Der Einfluss der individuellen Punktgeschwindigkeiten, welcher sich mehrheitlich in Senkungen äussert, verfälscht bei einer Extrapolation vom Messjahr ins Referenzjahr 1993.0 die Höhen deutlich. Dies selbst dann, wenn die Zeitdifferenz zwischen Messung und Referenzepoche nur wenige Jahre beträgt.
- Tatsächliche Senkungspunkte, die sich mit den Berechnungen deutlich nachweisen lassen, sollen künftig besser gekennzeichnet oder eliminiert werden. Der Einfluss auf die Höhen ist

massiv und zeigt, wie schnell ein Höhenrahmen mit solchen Punkten an Qualität und Aktualität verliert.

- Zur Berechnung der LN02-Höhen könnten LHN95-Höhen mit der Transformationsmethode *HTRANS* direkt in LN02 transformiert werden (s. Kapitel 10). Aus den Testbeispielen ist deutlich erkennbar, dass eine Qualitätseinbusse in Kauf genommen werden müsste. Dadurch würde die an und für sich hohe Nachbargenauigkeit im (verzerrten) Höhenrahmen LN02 merklich leiden. Es wäre schade, diesen von der AV anerkannten Vorteil der LN02-Höhen preiszugeben. Zudem lässt dieses Vorgehen keine künftige Verbesserung mit *HTRANS* aufgrund von verdichteten oder ergänzenden Informationen zu, da die Eindeutigkeit dann gewährleistet sein und die Transformationsmethode quasi eingefroren werden müsste. Der Hauptzweck von *HTRANS* ist letztendlich die Möglichkeit, GPS-Messungen besser in den Höhenrahmen LN02 einzupassen.

9.5 Der Vergleich mit den europäischen Höhenreferenzrahmen

Nach der definitiven Festlegung von LHN95 und den CHVRFxx-Rahmen stellt sich die Frage, wie sich die Abweichungen und Unterschiede zu den europäischen Höhenrealisierungen präsentieren. Die Festlegungen dieser internationalen Höhenbezugssysteme und –rahmen sind im Kapitel 4.3 beschrieben. Grundsätzlich existieren zwei europäische Realisierungen, welche im Vergleich mit den nationalen Höhenrahmen von Interesse sind:

1. UELN-73/86: diese Realisierung aus dem Jahre 1986 (mit CH-Daten gemessen zwischen 1943 und 1976) wurde für die Festlegung des Potentials von Zimmerwald Z_0 im System CHTRS95 verwendet.
2. UELN-95/98 ist die jüngste, offiziell anerkannte Lösung des UELN-Netzes aus dem Jahre 1998. Es wurden dieselben Schweizer Daten wie in UELN-73 verwendet. UELN-95/98 ist zudem die Grundlage für die Potentiale resp. die gleichwertigen Normalhöhen der EUVN-Punkte. EUVN und UELN-95/98 legen den aktuellen europäischen Höhenrahmen mit der Bezeichnung EVRF2000 fest.

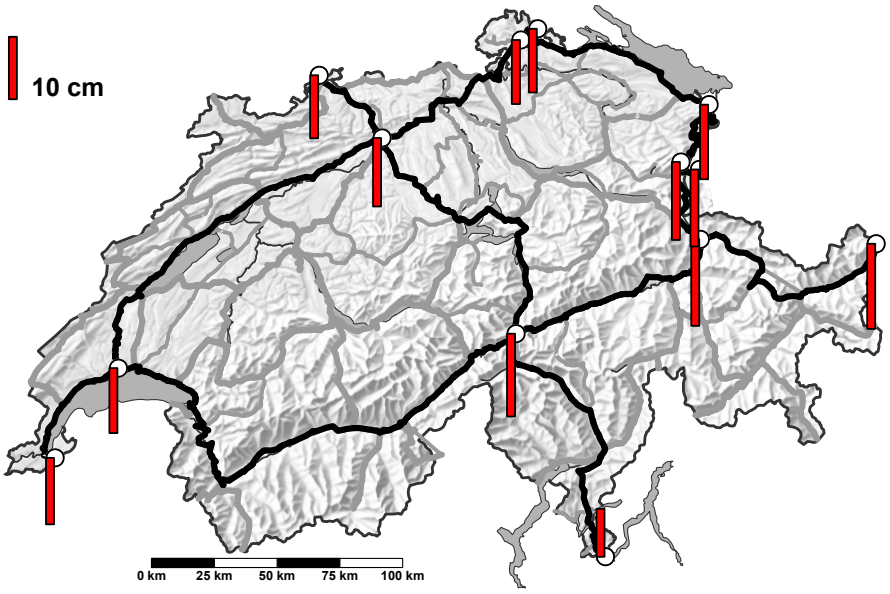


Abbildung 9.5-1: Differenz UELN-73 - LHN95 (Normalhöhen)

Um die Vergleiche der Höhen möglichst repräsentativ zu machen, wurden die dem Höhenrahmen LHN95 zu Grunde liegenden Potentiale in Normalhöhen anstelle der orthometrischen Höhen umgewandelt. Abb. 9.5-1 zeigt nun die reinen Differenzen zwischen UELN-73 und LHN95 als Normalhöhen. Auf 12 der 13 Punkte äussert sich ein Offset im Mittel von -0.117 m mit einer Standardabweichung von ±1.4 cm. Einzig der Punkt Chiasso zeigt offensichtlich einen anderen Trend. Dieser Knotenpunkt ist nachweislich ein Senkungspunkt mit einem Betrag von -5 $mm \cdot a^{-1}$.

Alle Vergleiche mit den statischen UELN-Daten, welche in Chiasso auf Schweizer Messungen aus dem Jahre 1971 beruhen, scheitern daran, dass in LHN95 jüngere Messungen aus dem Jahre 1992 berücksichtigt wurden, welche die Senkungen erst zu Tage förderten.

Per Definition müsste der Unterschied zwischen CHTRS95 (und damit UELN-73/86) und LHN95 (CH1903+) einem Shift von 0.103 m entsprechen (s. Kapitel 4.2.2.4). Die etwas grössere Abweichung ist durch den Einfluss der Alpenhebung zu erklären. Die Punkte im Alpenraum zeigen Abweichungen von bis zu -0.139 m (z. B. Landquart), da LHN95 teilweise mit aktuelleren Messungen zum Zeitpunkt 1993.0 berechnet ist, die UELN-73-Lösung als statisches Netz jedoch eine Höhe zum Messzeit-Mittelpunkt festlegt (ca. 1955).

Die Abweichungen von der definierten Konstante treten deutlicher zu Tage, wenn man die UELN-73-Höhen mit der CHVRF93-Lösung vergleicht. Der Höhenbezugsrahmen CHVRFxx wurde ja so definiert, indem die Höhe des Fundamentalpunktes Zimmerwald Z_0 aufgrund von Anschlussmessungen Stand 1997 von der Höhe UELN-73 des Knotenpunktes 'Olten' hergeleitet wurde (s. Kapitel 4). Die Lösung CHVRF93 basiert nun auf diesem Ausgangswert, beinhaltet dieselben Messungen wie LHN95 und wird als kinematisches Höhensystem zum Zeitpunkt 1993.0 festgehalten; es unterscheidet sich von LHN95 also einzig durch einen konstanten Shift von 0.103 m. In Abbildung 9.5-2 (Balken rechts) sind nun die Differenzen zwischen UELN-73/86 und CHVRF93 dargestellt. Im Mittelland stimmen die beiden Höhenrahmen sehr gut überein. Die Abweichung in Olten beträgt 6 mm, obwohl für UELN-73 nur die neusten Messungen verwendet wurden. Deutlich äussern sich nun die negativen Differenzen bis zu -3.5 cm aufgrund der Berücksichtigung der Alpenhebung in CHVRF93 sowie die instabilen Verhältnisse im Knoten Chiasso zu Italien (+17.5 cm).

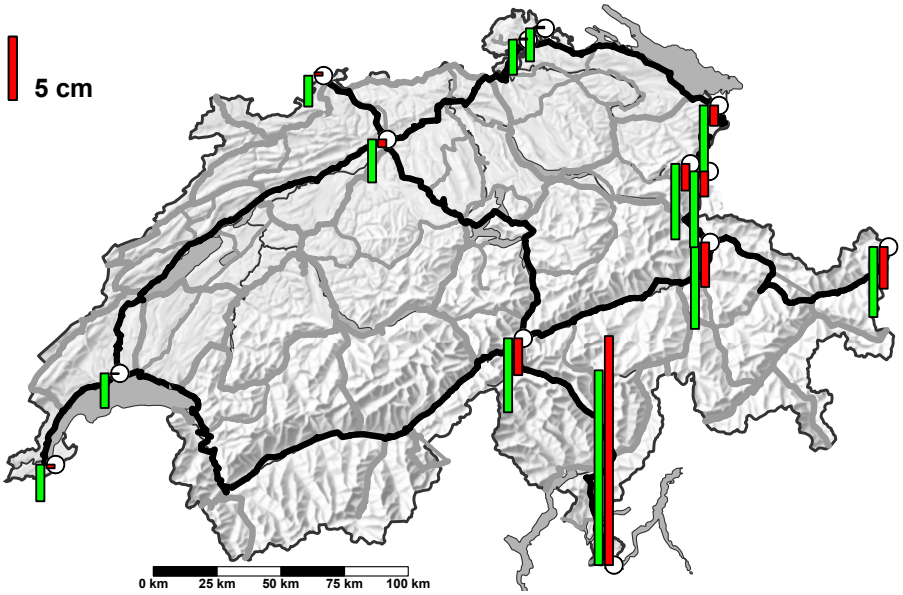


Abbildung 9.5-2: Balken links: Differenz UELN-95 - CHVRF93; Balken rechts: UELN-73 - CHVRF93 (alle Vergleiche auf der Basis von Normalhöhen)

In Abb. 9.5-2 (Balken links) ist nun auch der Einfluss der neuen Lösung UELN-95 auf die Differenzen sichtbar. Innerhalb der Schweiz unterscheidet sich UELN-95 im Mittel um -3.0 cm von der alten Lösung UELN-73, welche für die Festlegung des Fundamentalpunktes Zimmerwald verwendet wurde. Diese Differenzen variieren mit den Extremwerten -2.2 cm (Vinadi Unterengadin) und -4.0 cm (Schaanwald FL) hauptsächlich an der Grenze zu Österreich. In den restlichen UELN-Knotenpunkten liegen die Unterschiede zwischen -2.6 cm und -2.9 cm und belegen, dass für diese Lösung dieselben Messungen aus der Schweiz wie für die UELN-73 verwendet wurden (deutlich sichtbar in Chiasso).

Die Differenzen in Abb. 9.5-3 (EVRF2000 resp. UELN-95 – CHVRF93) entsprechen im Wesentlichen denjenigen aus Abb. 9.5-2 (Balken links). Es handelt sich um die UELN-Knoten und die

ergänzenden EUVN-Stationen (Sterne; quasi die europäischen GPS-Nivellement-Punkte innerhalb der Schweiz). Der Einfluss der rezenten Bewegungen innerhalb der Schweiz tritt nun noch deutlicher zu Tage, weil für die Anschlüsse der EUVN-Stationen teilweise neuere Messungen verwendet wurden. So liegt (unter Vernachlässigung des instabilen Punktes Chiasso) die grösste Differenz beim Punkt Zernez (-10 cm Engadin). Deutlich zeigt sich aber auch, dass stabile Punkte im Tessin (-4.3 cm Stabio, westlich Chiasso) praktisch dieselben Abweichungen wie die Mittellandpunkte aufweisen.

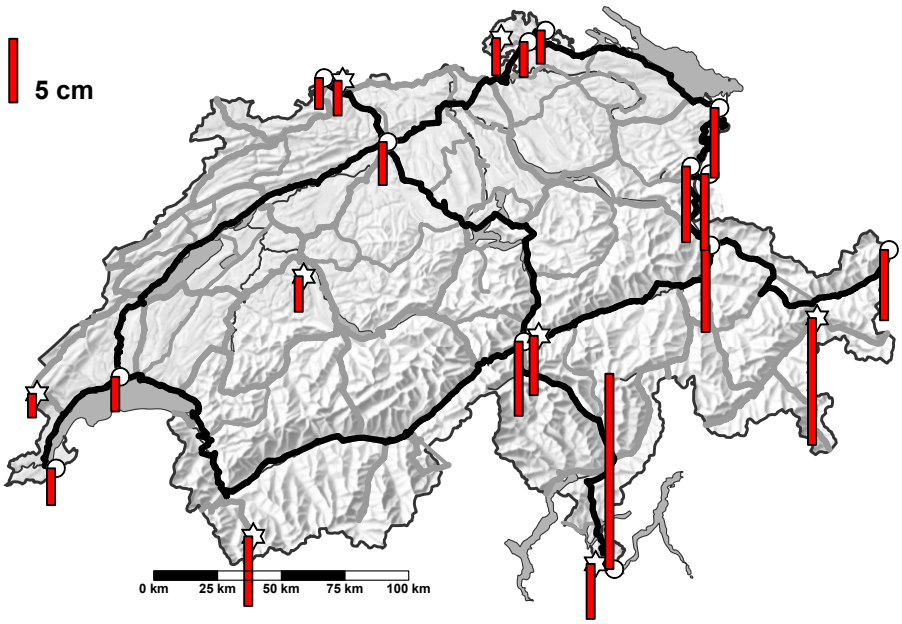


Abbildung 9.5-3: Differenz EUVN (EVRF2000 Normalhöhen) - CHVRF93 (Normalhöhen)

Es ist aber nicht ganz befriedigend, dass für die aktuellen europäischen Höhen beim Vergleich mit dem nationalen Höhenrahmen CHVRF93 (Normalhöhen) doch eine mittlere Abweichung von -4.4 cm mit einer Streuung von ±2 cm resultiert (alle Werte ohne den Knoten Chiasso). Eine Verbesserung dieser Werte würde durch eine Neudefinition der Ausgangshöhe des Fundamentalpunktes Zimmerwald Z_0 im System CHTRS95 sowie durch eine aktuellere, allenfalls kinematische Neuberechung des UELN-Netzes ermöglicht.

Zu guter Letzt fehlt noch der Vergleich der europäischen Höhen mit den beiden offiziellen Landeshöhen LHN95 (nun orthometrisch) und LN02. Natürlich werden so unterschiedliche *Höhenarten* einander gegenübergestellt. Letztendlich sind es aber diese Differenzen (Abb. 9.5-4), welche für eine Transformation zwischen den Höhenrahmen der einzelnen Länder von entscheidender Bedeutung sind. Bezüglich LHN95 besteht eine mittlere Abweichung von -26.3 ±14.2 cm; bezüglich LN02 beträgt sie -26.4 ±7.5 cm (immer ohne Knoten Chiasso). Hier zeigt sich, dass die Variation zwischen den europäischen Normalhöhen und den Gebrauchshöhen LN02 kleiner ist. Normalhöhen liegen also näher bei den Gebrauchshöhen (s. a. Kapitel 10).

Will man eine hohe Transformationsgenauigkeit zwischen den offiziellen Höhenrahmen (EUVN – LHN95 resp. EUVN – LN02) ermöglichen, so genügt ein mittlerer Shift über das ganze Land bei weitem nicht. Möglichkeiten zur optimalen Transformation zwischen den Höhenarten werden dazu in Kapitel 10 aufgezeigt.

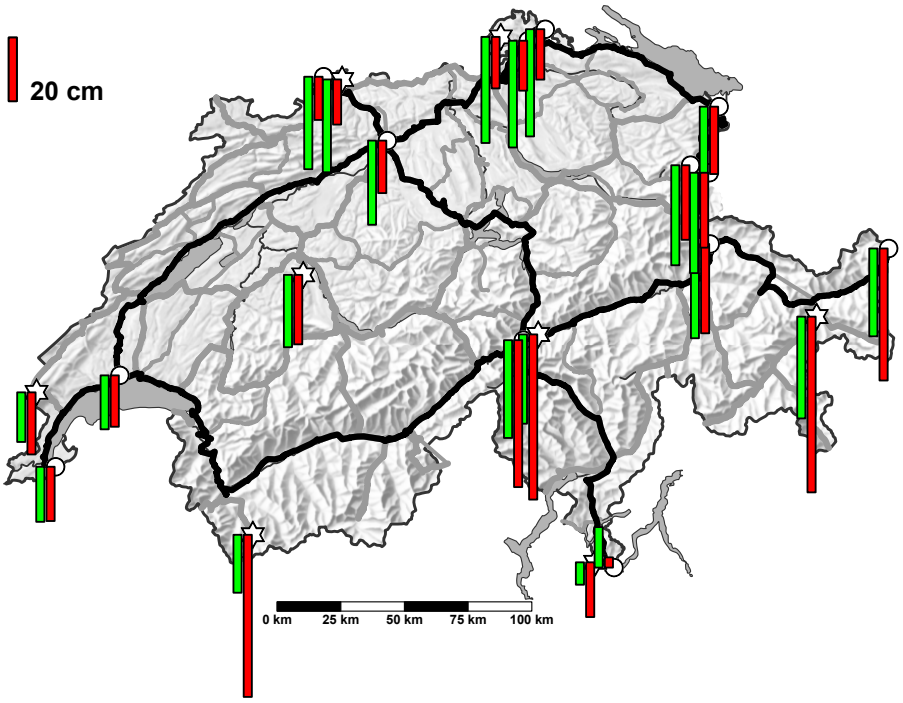


Abbildung 9.5-4: Balken links: Differenz EUVN (EVRF2000 Normalhöhen) - LN02; Balken rechts: EUVN (EVRF2000 Normalhöhen) - LHN95 (orth. Höhen)

9.6 Die Horizontunterschiede zu den Nachbarländern

Land / Pegel	Abweichung [cm]	Relativ zu Marseille CH [cm]	Höhenart
Amsterdam NAP	**±0**	+35	Normalhöhen
Deutschland (NAP)	1	+36	Normal-Ortho.
Österreich (Triest)	-34	+1	Normal-Ortho.
Italien (Genua)	-35	0	Orthometrisch
Schweiz (Marseille)	-35	**±0**	Gebrauchshöhen
Frankreich (Marseille)	-49	-14	Normalhöhen
Welthöhensystem (W_0)[31]	+13	+48	

Tabelle 9.6-1: Horizontunterschiede der einzelnen Meerespegel der vier Nachbarländer innerhalb der EVRF2000-Lösung (nach [Ihde und Augath 2003])

Von grosser Bedeutung sind nach wie vor die Horizontunterschiede entlang der Grenze zu den Nachbarländern, sei dies mit den bestehenden Gebrauchshöhen LN02, mit den neuen Höhen LHN95, oder im Vergleich zu den aus LHN95 abgeleiteten Normalhöhen.

[31] Differenz zum "Welthöhensystem": Das Potential des NAP (W_{NAP}) ist per Definition mit dem Normalpotential des mittleren Erdellipsoids (U_0) gleichgesetzt. Für alle abgeleiteten Grössen und Konstanten wird die Definition von GRS80 verwendet. Daher gilt auch $W(REAL)_{NAP} = U_{0GRS80}$ (REAL steht für Realization). Das effektive Potential W_{NAP} weicht von $W(REAL)_{NAP}$ ab. Nach neusten Untersuchungen äussert sich die obige Differenz [Ihde 2004]. Würde man nach jetzigem Stand des Wissens das EVRS so definieren, dass es gerade dem Welthöhensystem entspricht, so würden die Unterschiede zwischen den Normalhöhen LHN95 und UELN praktisch verschwinden (s. Abb. 9.5-1 und 9.5-2).

Die Differenzen zwischen den einzelnen Ländern entstehen natürlich hauptsächlich durch die historisch bedingten, unterschiedlichen Horizontfestlegungen resp. die unterschiedlichen verwendeten Meeres-Pegel. Alleine innerhalb der aktuellsten UELN-Lösung 95/98 resp. dem EVRF2000 differieren die einzelnen Pegel der vier Nachbarländer im Dezimeterbereich (s. Tab. 9.6-1).

Nebst den offiziellen Verknüpfungspunkten der UELN-Linien existieren weitere Grenzpunkte, an welchen die hypsometrischen Netze der einzelnen Länder miteinander verbunden wurden. Zudem existieren eigentliche Linienabschnitte, welche von beiden Ländern gemessen wurden (z. B. Eglisau – Schaffhausen - Bietingen). In der Tabelle 9.6-2 ist eine repräsentative Auswahl von Grenzorten aufgeführt, welche in den Abbildungen 9.6-1 - 9.6-3 dargestellt sind.

Ort	Jahr der letzten Anschlussmessung		Differenz		
			LHN95 orth. Höhen	LHN95 Normalhöhen	LN02 Gebrauchsh.
	CH		minus offizielle Höhe des Nachbarlandes [cm]		
Deutschland		**D**			
Basel (Münster)	2003	1982	**12**	**11**	**27**
Rheinfelden	1978	1982	**13**	**12**	**27**
Stein / Bad Säckingen	1978	1982	**14**	**13**	**28**
Laufenburg	1978	1982	**13**	**11**	**27**
Koblenz / Waldshut	1977	1982	**13**	**11**	**28**
Kaiserstuhl / Hohentengen	1997	1982	**17**	**14**	**31**
Eglisau – Rafz	1953	1982	**16**	**14**	**32**
Neuhausen	1997	1982	**15**	**12**	**32**
Schaffhausen – Thayngen	1982	1982	**15**	**12**	**33**
Stein a. Rhein / Öhningen	1953	1968	**16**	**13**	**32**
Kreuzlingen / Konstanz	1953	1986	**19**	**15**	**33**
Österreich		**A**			
St.-Margrethen / Bregenz	1998	1998	**-6**	**-11**	**7**
Montlingen / Koblach	1950	1951	**-3**	**-9**	**7**
Schaanwald (F) / Feldkirch	1974	1989	**-1**	**-8**	**7**
Vinadi / Schalkl (Unterengadin)	1976	1953	**13**	**-13**	**-1**
Italien		**I**			
Campocologno / Tirano	2004	1962	**-12**	**-20**	**-19**
Castasegna / Chiavenna	1982	1925	**2**	**-13**	**-11**
Splügenpass	1980	1925	**21**	**-18**	**-11**
Chiasso / Como	1992	1990	**-23**	**-25**	**-33**
Brissago / San Bartolomeo	1987	1955	**-25**	**-26**	**-36**
Simplontunnel / Iselle	1979	1972	**-12**	**-27**	**-33**
Col du Gd-St-Bernard	1978	1972	**12**	**-28**	**-31**
Frankreich		**F**			
Le Châtelard / Valllorcin	1975	1969	**-12**	**-35**	**-33**
St.-Gingolph	1994	1979	**-30**	**-35**	**-33**
Genève / Annemasse	1998	1969	**-33**	**-36**	**-32**
Genève / Meyrin	1998	1969	**-33**	**-36**	**-32**
La Cure / Les Rousses	1990	1986	**-29**	**-36**	**-32**
Le Brassus	1990	1986	**-30**	**-37**	**-32**
Les Verrières	1988	1974	**-30**	**-36**	**-28**
Col des Roches	1988	1986	**-31**	**-37**	**-27**
Boncourt / Delle	1991	1986	**-35**	**-37**	**-21**
Basel - St. Louis	2003	1978	**-36**	**-36**	**-20**

Tabelle 9.6-2: Differenzen zwischen den Horizonten der Höhennetze der Schweiz und den angrenzenden Ländern (Stand 2004)

Wären die Horizontunterschiede das einzige Merkmal für Differenzen an der Landesgrenze, so

dürfte sich an den gemeinsamen Punkten zwischen den Ländern nur ein einziger Horizontunterschied bemerkbar machen[32]. Das grosse Problem bei der Beurteilung dieser Differenzen liegt aber meist darin, dass die einzelnen Länder oft unterschiedliche Höhenarten verwenden[33]. Dadurch können die Differenzen entlang der Grenzabschnitte mit Beträgen variieren, welche bedeutend grösser sind, als dies aufgrund der Messgenauigkeit zu erwarten wäre. Bei allen Ländern wurden die jeweils offiziell verwendeten Höhen eingesetzt, d. h. Höhen, welche von den entsprechenden Aufsichtsinstanzen zur Verwendung in der alltäglichen Vermessung empfohlen werden.

Die Vergleiche zeigen, dass man innerhalb Europa von einheitlichen Höhensystemen noch relativ weit entfernt ist. Mit dem orthometrischen Höhensystem und den geopotentiellen Koten als Basiswerte besitzt man in der Schweiz zumindest die Ausgangswerte, um eine strenge Umrechnung vornehmen zu können.

Deutschland:
Als deutsche Vergleichshöhen wurden die normal-orthometrischen Höhen verwendet, wie sie der swisstopo vom Landesvermessungsamt Baden-Württemberg zur Verfügung gestellt wurden (sog. Status 130). Diese Höhen werden in den nächsten Jahren durch Normalhöhen (sog. Status 160) abgelöst, welche das neue offizielle Deutsche Höhensystem festlegen sollen. Diese Werte standen bei Vollendung dieses Berichtes noch nicht vollständig zur Verfügung. Im Vergleich zu den orthometrischen Höhen LHN95 variieren die normal-orthometrischen Höhen D zwischen 12 cm (Basel) und 19 cm Konstanz. Bei den Normalhöhen LHN95 liegen die Werte zwischen 11 - 15 cm und bei den Gebrauchshöhen zwischen 27 - 33 cm. Es ist zu erwarten, dass die Spannbreite beim Vergleich zwischen den neuen Deutschen Normalhöhen und den äquivalenten Normalhöhen LHN95 leicht kleiner wird. Die Variationen sind mit 4 cm beim Vergleich mit den Normalhöhen erwartungsgemäss am kleinsten. Entlang der ca. 100 km langen Grenze entsteht eine Änderung von West nach Ost von ca. 0.4 mm/km, was sogar innerhalb der erwarteten Messqualität liegt.

Österreich:
Obwohl Österreich seit längerem den Umstieg in ein strenges orthometrisches Höhensystem plant [Höggerl 1986], handelt es sich bei den vorliegenden Vergleichswerten um in alte Grundlagen eingezwängte, normal-orthometrische Höhen [Zeger 1986], ähnlich wie sie in der Schweiz verwendet werden. Man erkennt dies deutlich daran, dass die Abweichungen bezüglichen den orthometrischen Höhen LHN95 am grössten und die Differenzen zwischen den "Gebrauchshöhen" der einzelnen Länder entlang dem Rheintal identisch sind.

Italien:
Ungewiss ist die tatsächliche Herkunft der italienischen Höhen resp. die Höhenart. Aufgrund des Alters einzelner Anschlüsse (1925) darf mit grosser Wahrscheinlichkeit darauf geschlossen werden, dass es sich hier ebenfalls um Gebrauchshöhen oder allenfalls normal-orthometrische Höhen handelt, da zu diesem Zeitpunkt noch keine Schweremessungen mit genügender Dichte vorliegen konnten. Die Spanne liegt zwischen 46 cm (LHN95), 15 cm (LHN95 Normalhöhen) und 25 cm (Gebrauchshöhen). Aufgrund des sehr heterogenen Alters der einzelnen Messungen sind diese Werte aber mit grosser Vorsicht zu behandeln.

[32] Unter Vernachlässigung der zufälligen Messfehler, Punktinstabilitäten etc.

[33] Die Differenzen zwischen den Höhenarten innerhalb der Schweiz und deren Ursachen sind im nachfolgenden Kapitel 10 ausführlich beschrieben.

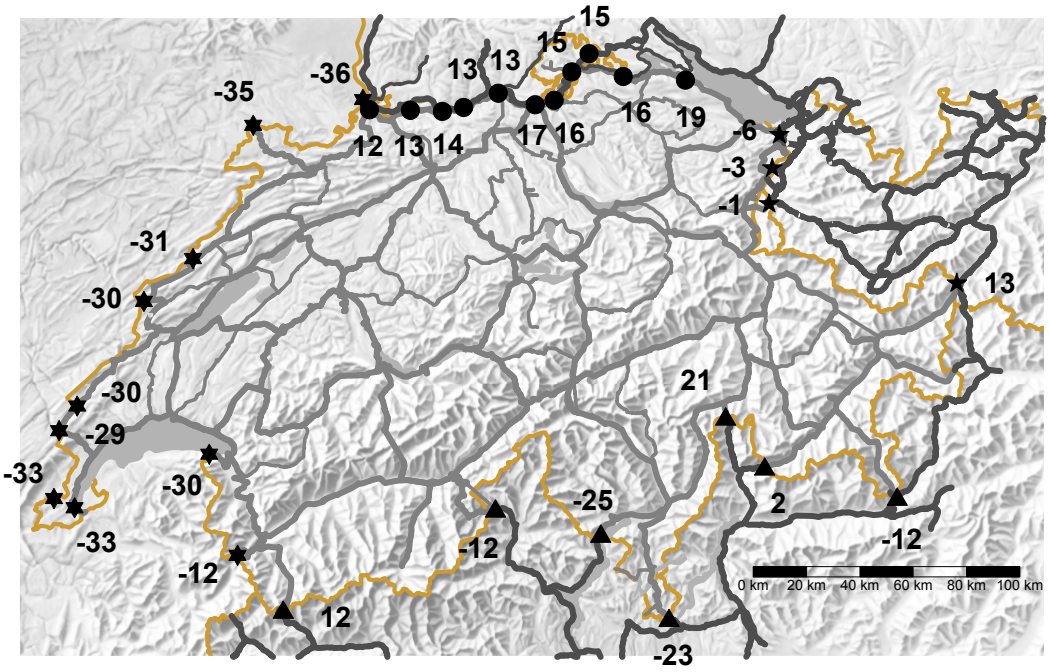


Abbildung 9.6-1: Differenzen LHN95 (orth. Höhen) - Höhen im System der Nachbarländer [cm]

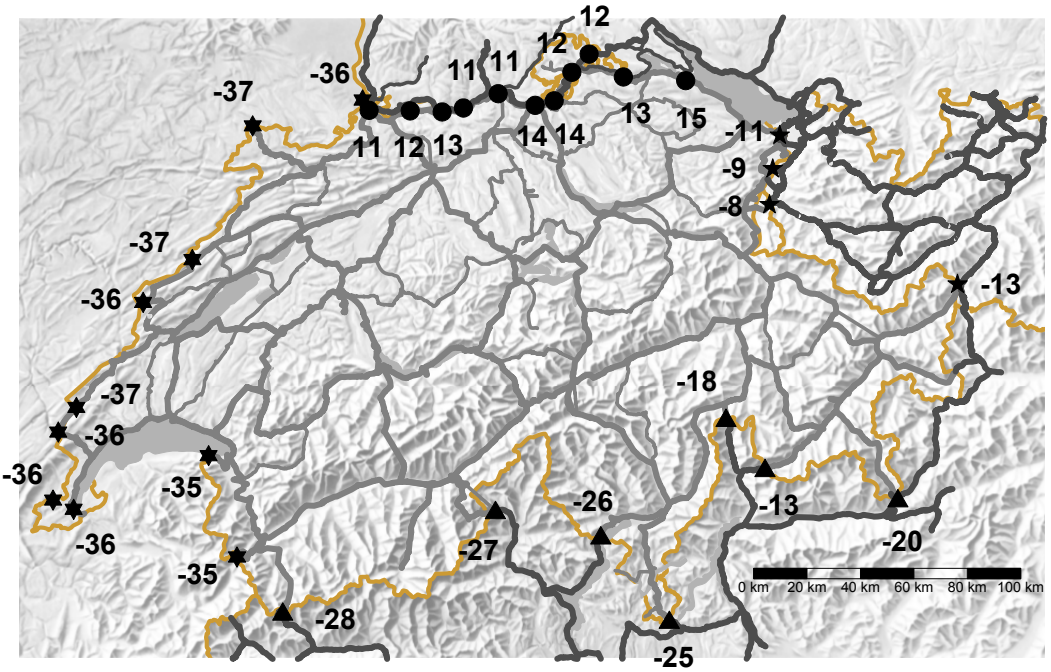


Abbildung 9.6-2: Differenzen LHN95 (Normalhöhen) - Höhen im System der Nachbarländer [cm]

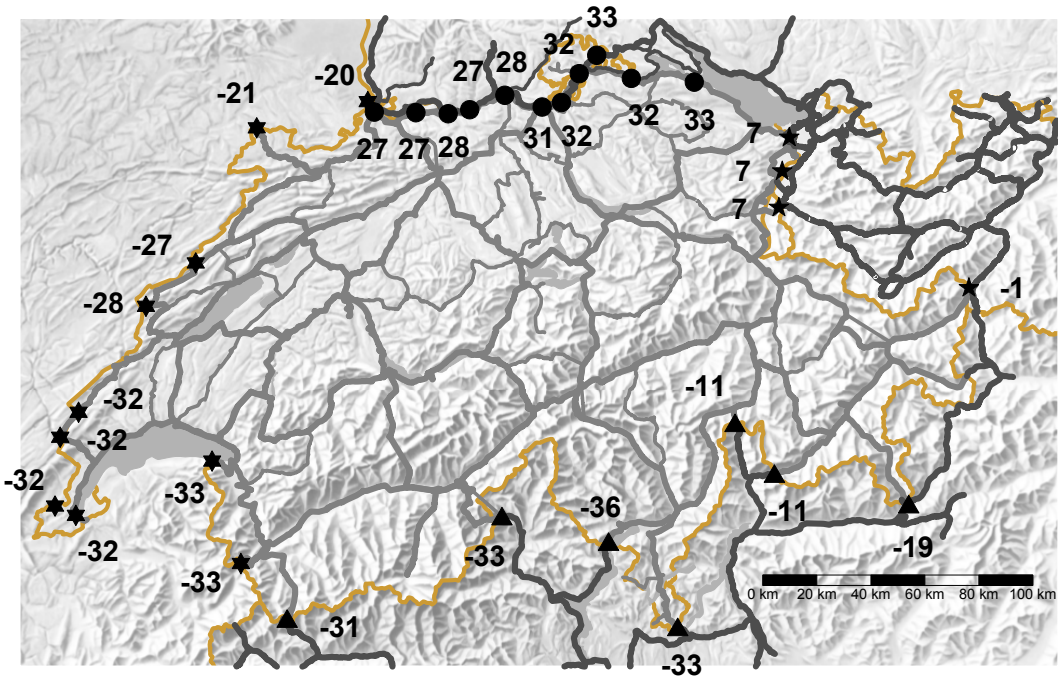


Abbildung 9.6-3: Differenzen LN02 (Gebrauchshöhen) - Höhen im System der Nachbarländer [cm]

Frankreich:
Einen interessanten und aufschlussreichen Vergleich zeigen die Resultate entlang der französischen Grenze. Frankreich besitzt seit 1969 ein Normalhöhensystem, das sog. IGN69. Gerade die Vergleiche mit den aus LHN95 abgeleiteten Normalhöhen zeigen ein äusserst homogenes Bild. Sie variieren zwischen -35 und -37 cm. Entlang der langen Grenze und in Höhenlagen zwischen 270 m (Basel) und 1120 m (Le Châtelard VS) ändern sie somit nicht mehr als 2 cm, was ein ausgesprochen exzellentes Resultat ist. Man bedenke, dass dahinter zwei unterschiedliche Netze und unterschiedliche Berechnungen stecken. Bedeutend grösser sind diese Abweichungen bei den orthometrischen Höhen LHN95 insbesondere aufgrund der Höhenunterschiede. Gleiches lässt sich bei den Gebrauchshöhen feststellen.

Trotz den einheitlichen Differenzen zu Frankreich ist die Frage erlaubt, wieso zwischen den Ländern überhaupt ein Offset besteht; basieren doch beide Höhensysteme auf dem gleichen Meerespegel in Marseille. Die Antwort ist relativ einfach. Die Höhe des RPN wurde bekanntlich 1902 von [Hilfiker 1902] festgelegt und beruht im Wesentlichen auf den französischen Messungen Ende des 19. Jahrhunderts (sog. NGF: Nivellement Général de la France). Hilfiker hat die Messung Marseille - Genève als sphäroidisch korrigierte Höhendifferenzen übernommen. Der Unterschied zwischen den aktuellen Höhen Frankreichs (IGN69) und den alten Höhen NGF in Genève betragen ca. +30 cm. Dies ist also die Hauptursache des Höhenoffsets zwischen der Schweiz und Frankreich. Beide Systeme (CH/F) beruhen zwar auf demselben Pegelanschluss; sie sind aber trotzdem verschiedene Höhensysteme.

10 Die Modellierung des Überganges LHN95 ⇔ LN02

10.1 Einleitung und Definition der 'Spanne' als Unterschied zwischen den Höhenrahmen LHN95 und LN02

Das Kapitel 10 umfasst die Transformation zwischen den orthometrischen Höhen LHN95 und den Gebrauchshöhen LN02; zudem werden die Differenzen zwischen den unterschiedlichen Höhenarten sowie die Verzerrungen im bestehenden Höhenrahmen LN02 analysiert. Abbildung 10.1-1 zeigt als Einstimmung die Differenzen zwischen LHN95 und LN02. Grob zusammengefasst liegen sie entlang den Linien des Landeshöhennetzes (LHN) zwischen -20 cm und +40 cm, in der nördlichen Schweiz eher negativ, in den Alpen vorwiegend positiv.

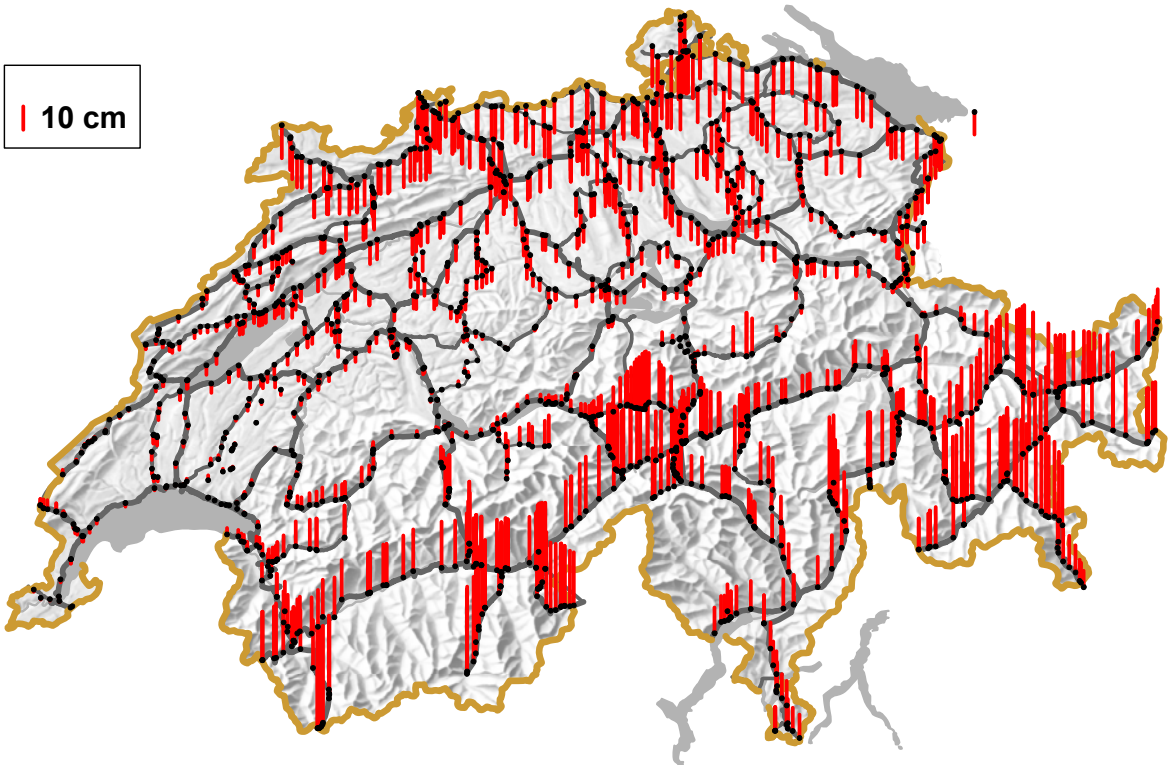


Abbildung 10.1-1: Die 'Spannen' resp. die Differenzen zwischen den orthometrischen Höhen LHN95 und den Gebrauchshöhen LN02

Als Abkürzung für den Unterschied zwischen den beiden Höhenrahmen führen wir die Bezeichnung 'Spanne' ein. Gemäss [Duden 1989] hat der Begriff mehrere Bedeutungen. Im aktuellen Sprachgebrauch ist die Spanne der sich zwischen zwei Zeitpunkten erstreckende (kürzere) Zeitraum. Heute eher selten, aber vor allem im mittel- und althochdeutschen Sprachgebrauch wird damit auch die räumliche Erstreckung oder der Abstand zwischen zwei Punkten bezeichnet. Zudem ist die Spanne auch ein altes Längenmass von etwa 20 – 25 cm, nämlich der Abstand von der Spitze des Daumens bis zur Spitze des kleinen Fingers der gestreckten Hand.

Die beiden letzten Punkte rechtfertigen die Einführung des markigen Begriffs 'Spanne'[34]. Im Mittel entspricht *die räumliche Erstreckung* resp. der *Abstand* zwischen den beiden Höhenrahmen LHN95 und LN02 gerade einer *Spanne* oder ±20 cm.

Im Jahre 2002 wurde der Entscheid gefällt, dass die amtliche Vermessung die Umstellung vom

[34] Den verdankenswerten Hinweis zum Begriff Spanne erhielt ich von Herrn Hansjörg Peter (Kanton Thurgau) während den Erfahrungsaustauschtagen 2005 für die Fixpunktverantwortlichen der Kantone

Gebrauchshöhenrahmen LN02 auf LHN95 nicht durchführt [Wicki et al. 2002]. Die Hauptgründe, welche letztendlich auf einer Vernehmlassung bei den wichtigsten Produzenten und Anwendern von Daten mit Raumbezug beruhte, sind folgende:

- *Die Verwechslungsgefahr (zwischen LHN95 und LN02) und damit die Gefahr von Fehlern mit kostspieligen Konsequenzen ist sehr hoch, weil die Differenzen zwischen LN02 und LHN95 kaum erkennbar sind*[35].
- *Eine Grosszahl der digitalen Höhendaten sind heute noch nicht bereit für die Transformation, da die dazugehörigen Lagekoordinaten fehlen.*
- *Viele Höhenkoten werden als Zeitreihen verwendet, ein Wechsel würde zu einem Sprung führen.*
- *Die Standards zur Einführung eines europäischen Höhensystems sind zur Zeit zuwenig gesichert und akzeptiert, sodass Anpassungen nicht ausgeschlossen werden können.*
- *Die Diskussion und Vorbereitung betreffend der Lage (Einführung von LV95) ist wesentlich weiter fortgeschritten als bei der Höhe. Eine Verknüpfung von Lage und Höhe könnte sich nachteilig für die bereits beschlossene Umsetzung in der Lage auswirken.*

Dass LHN95 eine moderne, zukunftgerichtete und GNSS-taugliche Ergänzung zum neuen Lagebezugsrahmen LV95 ist, wurde von den Fachkreisen fast ausnahmslos anerkannt. Obige Punkte, welche nicht alle vermessungstechnischer Natur sind, wurden jedoch höher gewichtet.

Es stellt sich natürlich die Frage, ob die Modellierung des Übergangs zwischen LHN95 und LN02 für die Vermessungsanwendungen überhaupt ein aktuelles Problem ist. Um dies zu beantworten, genügt ein Blick in die Kapitel 2 und 3, welche sich mit Höhensystemen und –Messverfahren befassen. Ersparen wir uns diesen Ausflug und fassen die wichtigsten Punkte anhand der Abb. 10.1-2 nochmals kurz zusammen.

Grossräumige Höhenbestimmungen (beispielsweise im Rahmen von Lagefixpunkterneuerungen oder Aero-Laserscanning) erfolgen heutzutage fast ausschliesslich mit GPS. In erster Linie resultieren ellipsoidische Höhen, welche sich mit einem Geoidmodell (z. B. CHGeo2004, Kapitel 8 und 9) in strenge orthometrische Höhen umwandeln lassen. Diese sind nun aber nicht kompatibel mit den weiterhin offiziellen Gebrauchshöhen LN02. Die Transformation zwischen LN02 und LHN95 gewinnt sogar an Bedeutung, wenn das Höhensystem in naher Zukunft nicht gewechselt wird. Dies gilt je nach Ausdehnung des Messgebietes auch dann, wenn mit lokalen Einpassungen in bestehenden Fixpunktnetzen gearbeitet wird.

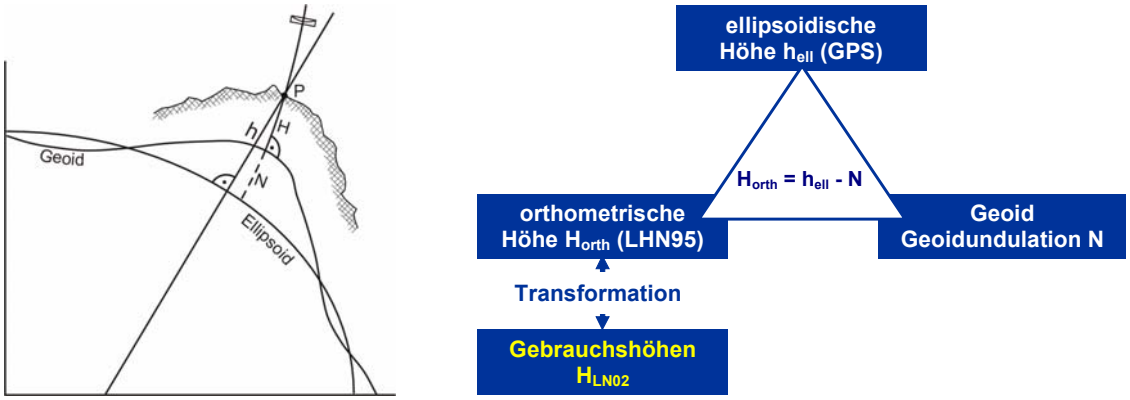


Abbildung 10.1-2: Zusammenhang zwischen den Höhen LHN95 und LN02

Mit der Einführung des orthometrischen Höhen LHN95 stellt sich auch die Frage, wie die bisherigen Höhen LN02 auf einfache Weise in das neue System und umgekehrt umgerechnet werden können, ohne dass eine strenge Neuberechnung oder Neubeobachtung für alle Punkte

[35] Die elegante Art, die neuen Lagekoordinaten (LV95) von den alten durch die Definition neuer 'false northing' und 'false easting' Werte zu unterscheiden, ist für die Höhe aus praktischen Gründen nicht möglich.

notwendig ist. Die Differenzen sollen dabei mit einem einfachen Ansatz modelliert werden, wie das beispielsweise für die Lagekoordinaten mit dem Programm FINELTRA[36] realisiert ist [Carosio und Plazibat 1995, Marti und Nocera 2003]. Allerdings ergeben sich bei Höhen wesentlich andere Probleme als bei der Lage. Eine genauere Betrachtung der Abb. 10.1-1 legt offen, dass die Differenzen neben einem *lageabhängigen* Anteil auch eine *höhenabhängige* Komponente aufweisen müssen. Differenzen zwischen LHN95 und LN02 setzen sich aus drei grundsätzlich verschiedenen Teilen zusammen:

- den Verzerrungen (Zwängen) in den Gebrauchshöhen LN02
- dem Einfluss der vertikalen Bewegungen
- einem systematischen Anteil aufgrund des Einflusses des Schwerefeldes

Die nachfolgenden Unterkapitel widmen sich der Problematik des Übergangs zwischen diesen beiden unterschiedlichen Höhenrahmen. Nach der Dokumentation der Grunddaten wird zuerst versucht, die Zwänge im bestehenden Höhenrahmen LN02 zu analysieren (10.2 und 10.3). Um die mathematischen Werkzeuge für eine Transformation bereit zustellen, erweitern wir die Analyse der Differenzen zwischen verschiedenen strengen Höhensystemen und dem Gebrauchshöhensystem LN02 (10.4). Kapitel 10.5 erläutert den Ansatz und die Realisation der Transformation. Die erstellte Software, einige Anwendungen und Genauigkeitsuntersuchungen sind schlussendlich in den Kapiteln 10.6 und 10.7 ersichtlich.

10.2 Grunddaten für die Analyse der Höhenrahmen und Stützpunkte für die Transformation

10.2.1 Grunddaten aus der kinematischen Ausgleichung

Um möglichst rasch nach Abschluss der Festlegung des Höhenrahmens LHN95 eine Transformationslösung bereitzuhalten, konnte nicht darauf gewartet werden, bis von allen HFP1 orthometrische Höhen zur Verfügung stehen. Die Grunddaten für die Analyse der Höhenrahmen und die Erstellung der Transformation bilden in erster Linie die Hauptpunkte der kinematischen Gesamtausgleichung (Kapitel 5.3 Abschnitt 3e).

Bereits auf der Stufe der kinematischen Gesamtausgleichung musste darauf geachtet werden, dass eine möglichst gute Verteilung der Punkte entlang den Nivellementlinien vorlag. Nebst den wiederholt gemessenen 1073 Punkten, welche für die Analyse und die Erstellung des Modells der rezenten vertikalen Bewegungen benötigt wurden, liegen zusätzliche 334 HFPs vor, welche nur einmal beobachtet wurden. Es sind dies ausgewählte Punkte in möglichst stabiler Umgebung, welche ihre Höhenwerte künftig auch bei Nachmessungen beibehalten.

Von diesen 334 Punkten stammen 31 aus kantonalen Nivellementmessungen und sind Höhenfixpunkte 2. Ordnung (HFP2). Es sind dies Linien, welche in den letzten Jahren unter Leitung von swisstopo vor allem für die Bedürfnisse des Bundesamtes für Wasser und Geologie (BWG) gemessen und aufgrund der guten Qualität auch für die kinematischen Ausgleichungen mit verwendet wurden. Der Transformationsdatensatz wird dadurch auch auf Gebiete neben den Landesnivellement-Schleifen erweitert. Es handelt sich um die Linien:

- Gsteigwiler – Zweilütschinen – Grindelwald / Stechelberg (Kanton Bern): Messung 1989
- Signau – Oberei – Steffisburg (Kanton Bern): Messung 1998
- Dagmarsellen – Willisau – Wollhusen (Kanton Luzern): Messung 2001
- Flamatt – Laupen – Kerzers (Kanton Bern): Messung 2002
- Bedretto (nördlicher Kanton Tessin): Messung 2003
- Burgdorf – Solothurn (Kantone Bern und Solothurn): Messung 2003
- Schaffhausen – Merishausen – Bargen: Messung 2004

[36] Ähnlichkeits-Transformation mit finiten Elementen zwischen den Lagebezugsrahmen LV95 und LV03

Diese Linien sind in der Abb. 10.2-1 in blau dargestellt.

Insgesamt 225 Punkte der kinematischen Ausgleichung konnten nicht verwendet werden. Es handelt sich hauptsächlich um Verknüpfungspunkte alter Messungen, welche gar nicht mehr existieren und deren LN02-Höhen nicht mehr repräsentativ sind.

Tunnelpunkte werden nur für die Betrachtung der Unterschiede zwischen den Höhensystemen benutzt und sind keine eigentlichen Transformationsstützpunkte (s. violette Punkte in Abb. 10.2-1).

10.2.2 Grunddaten aus zusätzlichen kantonalen Messungen

Speziell für die Erstellung der Transformationsgrundlagen wurden die kantonalen Vermessungsämter angefragt, ob sie swisstopo Messdaten ihrer HFP2-Linien zur Verfügung stellen könnten. Leider war der Rücklauf sehr gering, praktisch kein Kanton verfügt über digitale Daten und eine Erfassung alter kantonaler Messungen überstieg die Kapazitäten von swisstopo. Folgende Linien (grüne Linien Abb. 10.3-1), welche von den kantonalen Vermessungsämtern zur Verfügung gestellt wurden, fanden Eingang in die Transformationsgrundlagen:

- Altdorf – Isenthal (Uri); Messung 1985/86
- Zürcher Oberland: mehrere Linien zwischen Rapperswil und Winterthur; Messung 1990.
- Ramsei - Huttwil – Langenthal (Bern); Messung 2001/04

Die Zürcher und die Urner Messungen mussten zusammen mit den LN02-Höhen aus alten Berechnungsunterlagen und Punktdokumentationen digitalisiert werden.

Für die Berechnung der orthometrischen Höhen in LHN95 und weiterer, von den Potentialen abgeleiteten Höhen mussten diese Linienmessungen in den Höhenrahmen LHN95 integriert werden. Dazu wurden die gemessenen Höhendifferenzen mit interpolierten Schweren in Potentialdifferenzen umgewandelt, aus dem Modell der Vertikalbewegungen Potentialänderungen geschätzt und danach in die Potentialwerte der Anschlusspunkte eingezwängt, welche aus der kinematischen Ausgleichung resultierten. Mit diesem Vorgehen erzeugen diese kantonalen Linien keinen Einfluss auf die Resultate der Gesamtausgleichung. Insgesamt konnten auf diese Weise weitere 24 HFP2 als Stützpunkte für die Transformation bereitgestellt werden. Somit liegen 1'431 Punkte[37] für die Analyse der Unterschiede der Höhen LHN95 und LN02 vor.

Auf wenigen Linien fehlen entsprechende Stützpunkte. Es sind dies alles Abschnitte, welche in den nächsten Jahren neu gemessen werden, wie beispielsweise *Stansstaad – Engelberg* oder die *Linthebene.*

10.3 Analyse der Zwänge im bestehenden Höhenrahmen LN02

10.3.1 Einleitende Bemerkungen

Der Ursprung der Gebrauchshöhen LN02 liegt in den Messungen des Nivellement de Précision der Jahre 1864 – 91 (NdP). Die LN-Messungen seit 1902 legen zwar die Gebrauchshöhen LN02 fest. Diese hochwertigen Präzisionsnivellements werden dazu aber in Knotenwerte eingezwängt, deren Herkunft direkt in den Höhen des NdP zu suchen ist. Es sind dies dieselben Messungen, welche wir für die Festlegung des neuen orthometrischen Höhenrahmens LHN95 verwenden. Als Grenzwert zwischen gemessenen und eingezwängten Höhendifferenzen wurde eine Abweichung von max. $3\text{mm}\cdot\text{km}^{-1/2}$ toleriert.

[37] 1'073 wiederholt gemessene + 334 einfach gemessene HFP1 + 24 eingezwängte HFP2 = 1'431 Stützpunkte

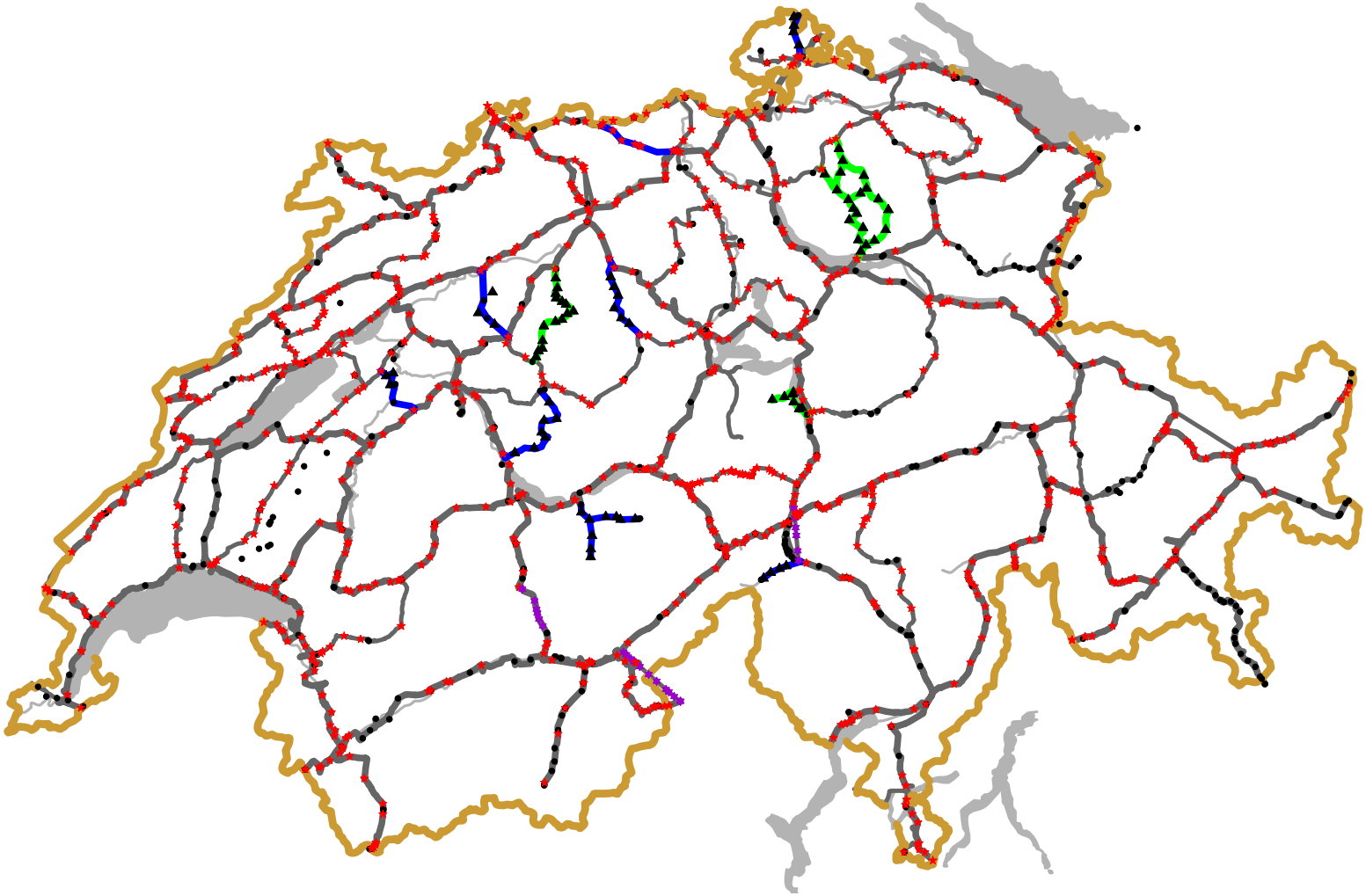


Abbildung 10.3-1: Übersicht über die Transformationsstützpunkte: **blaue** Linien: kantonale Nivellementmessungen als Bestandteil der kinematischen Ausgleichung; **grüne** Linien: eingezwängte kantonale Nivellementmessungen; **rote** Sterne: HFP1 mit Wiederholungsmessungen; **schwarze** Punkte: HFP1 mit einer Messepoche; **schwarze** Dreiecke: HFP2; **violette** Sterne: Tunnelpunkte

Es ist daher von besonderem Interesse, sich zuerst mit den Verzerrungen des bestehenden Höhenrahmens LN02 und dadurch indirekt auch mit der Qualität des ersten Präzisionsnivellements der Schweiz, dem NdP zu befassen. Da sowohl das NdP wie auch das darin gelagerte LN02 als reine Nivellementnetze ohne Schwere-Reduktionen berechnet wurden, ist es nahe liegend, mit dem jetzigen Messmaterial diese Berechnungen zu wiederholen und die resultierenden Höhen zu analysieren. Der Beweis, dass LN02 in den aus dem NdP abgeleiteten Höhen gelagert ist, wurde in [Schlatter 2006] erbracht.

Diese Diagnoseausgleichungen lassen sich relativ einfach realisieren, indem anstelle der Potentialdifferenzen reine Nivellement-Höhendifferenzen als eigentliche Beobachtungen in die kinematische Ausgleichung (s. Kapitel 5) eingeführt werden. Dazu werden die Potentiale in den Beobachtungsfiles mit einem Hilfsprogramm durch die unverzwängten nivellierten Höhen aus den ursprünglichen Erfassungen oder Berechnungen ersetzt.

Es wird aber nie mit letzter Gewissheit möglich sein, die Verzerrungen in den NdP-Netzen vollständig aufzudecken. Es sind die folgenden Gründe, welche eine abschliessende Analyse erschweren:

1. **Einfluss der vertikalen Bewegungen:**

   Die Unterschiede zwischen den Höhen werden durch den Einfluss der Vertikalbewegungen verschmiert. NdP und die Höhen LN02 gelten als statische Lösungen. Selbst wenn man die Vertikalbewegungen bei Diagnoseberechnungen ignoriert, ist der tatsächliche Einfluss trotzdem vorhanden. Da man mit Messmaterial arbeitet, welches in einem Zeitraum von mehr als hundert Jahren erhoben wurde, wird man so den Einfluss der Vertikalbewegungen auf einen mittleren Messzeitpunkt verzwängen, welcher je nach Messdatum der einzelnen Linien unterschiedlich ausfällt. Berücksichtig man die bekannten Hebungsmodelle, oder schätzt sie aus der Berechnung, so bergen die Extrapolationen zurück ins 19. Jahrhundert eine markante Abnahme der Genauigkeit.

2. **Unterschiedliche Netzanordnung:**

   Die beiden Netze NdP und LN02 (resp. LHN) sind nicht identisch. Dies alleine wäre für eine Diagnoseausgleichung nicht von Bedeutung, da das LHN umfangreicher und engmaschiger ist und dadurch die Genauigkeit und Zuverlässigkeit gesteigert wird. Das Problem liegt darin, dass durch die unterschiedliche Schleifenanordnung auch die theoretischen Schleifenschlüsse, welche bei beiden Rahmenlösungen nie berücksichtigt wurden, die Ergebnisse unterschiedlich beeinflussen. Bei den Mittellandpolygonen ist dies in Anbetracht des grösseren Einflusses der zufälligen Messfehler unwesentlich. Im Bereich der Alpenpolygone und insbesondere im Gebiet Lötschberg / Les Diablerets (Polygon XIII LHN, s. Abb. 5.6-5) gilt dies nicht mehr.

3. **Lagerung der LN02-Messungen:**

   Auch wenn die LN02-Höhen letztendlich auf die Werte des *Catalogue des Hauteurs Suisses* (CdH), welche aus den NdP-Messungen abgeleitet wurden, zurückgeführt werden können, wurde die Lagerung der LN-Messungen in LN02 nicht nach strengen Kriterien durchgeführt. Insbesondere wurden die Wiederholungsmessungen im LN nicht immer deckungsgleich mit den Erstmessungen durchgeführt, was oft zu unterschiedlicher Einzwängung im LN02 führte. Der Einfluss dürfte aber innerhalb weniger mm liegen.

10.3.2 Diagnoseausgleichung 1: Vergleich zwischen einem Nivellementnetz mit Vertikalbewegung (LNIV95) und LN02

In einer ersten Berechnung, nennen wir sie *LNIV95*, reproduzieren wir die kinematische Gesamtausgleichung aus Kapitel 5 und ersetzen die Potentialdifferenzen durch reine Nivellement-Höhendifferenzen. Wir lagern die Ausgleichung so, dass trotz geschätzter Geschwindigkeit im RPN die Höhe 373.600 m resultiert und die Referenz der Vertikalbewegung nach wie vor in Aarburg mit 0.0 $mm \cdot a^{-1}$ festgelegt ist. Die notwendigen Vertikalbewegungen entnehmen wir den Potentialänderungen aus dem kinematischen Modell LHN95, indem wir sie mit Hilfe der mittle-

ren Normalschweren in das metrische System umrechnen. Streng genommen ist dieses Vorgehen nicht ganz korrekt, da jede neue Ausgleichung auch ein neues Bewegungsmodell festlegt. Die einzige Anpassung erfolgt beim stochastischen Modell, indem die Einheit [mgpu] durch [mm] ersetzt wird.

Der mittlere Fehlerquotient (Verhältnis zwischen den Gewichtseinheiten a posteriori und a priori) erhöht sich signifikant von 0.92 auf 1.04 (s. Tab. 10.3-1). Hier machen sich ausschliesslich die nicht berücksichtigten theoretischen Schleifenschlüsse bemerkbar.

Lagerung:	Höhe	RPN = 373.600 m
	Vertikale Bewegungen	Aarburg = 0.00 mm/a
Kinematisches Modell		CHKLM95 mit Normalschweren in die Einheit [mm·a^{-1}] transformiert
Stochastisches Modell		Identisch kinematische Ausgleichung CHVRF04
Referenzzeitpunkt		1993.0
Beobachtungen		Datensatz CHVRF04 mit beobachteten Höhen
Fehlerquotient a posteriori / a priori		1.04 (CHVRF04 = 0.92)

Tabelle 10.3-1: Angaben zur kinematischen Ausgleichung *LNIV95*

Bilden wir nun die Differenzen zu den Gebrauchshöhen LN02, so zeigt sich folgendes Bild:

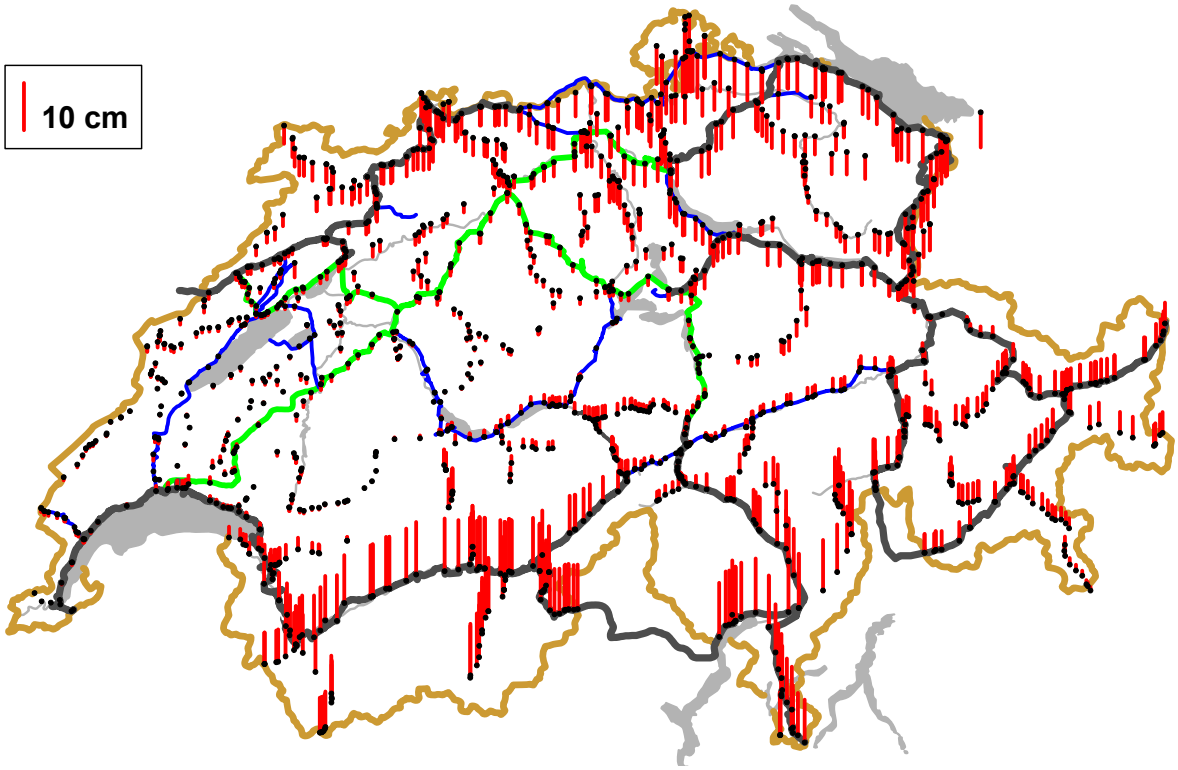


Abbildung 10.3-2: Differenzen *LNIV95* (kinematische Nivellement-Ausgleichung) - LN02
schwarze Linien: NdP doppelte Messungen in entgegen gesetzter Messrichtung
grüne Linien: NdP doppelte Messungen in gleicher Messrichtung
blaue Linien: NdP einfache Messungen

In Abbildung 10.3-1 sind bewusst die Linien des NdP aufgeführt. Die unterschiedlichen Farben symbolisieren die unterschiedlichen Messarten, welche als die grösste Schwäche dieses Netzes betrachtet werden. Nebst den Linien, welche wie im LN doppelt und in entgegen gesetzter Richtung gemessen vorliegen, existiert ein beachtlicher Umfang, welcher zweimal in gleicher Richtung oder gar nur ein Mal beobachtet wurde. In diesen Messungen können sich wegab-

hängige systematische Fehler wie das Latteneinsinken signifikant bemerkbar machen.

Man sieht in dieser Abbildung auch deutlich, wo die Originalmessungen des NdP verliefen und wo die LN02-Höhen durch die Netzverbindungen des Versicherungsnivellements (VN) oder durch die LN-Messungen entstanden (in Abb. 10.3-1 nicht mit Linien verbunden).

Die Differenzen bewegen sich zwischen -9.0 cm und 11.5 cm. Eine Korrelation mit der Höhe lässt sich nicht erkennen (s. Abb. 10.3-2). Ebenso ist ein offensichtlicher Zusammenhang zwischen Messart auf den Linien und der Differenz kaum nachweisbar. Deutlich ist ein Trend zwischen Nord-Osten (negative Differenzen) und dem Süden (ausschliesslich positive Diff.) erkennbar. Grössere relative Änderungen der Differenzen treten an diversen Orten zu Tage, hauptsächlich aber südlich des Gotthards zwischen Airolo und Bellinzona, im unteren Rhonetal sowie zwischen Olten und Zürich.

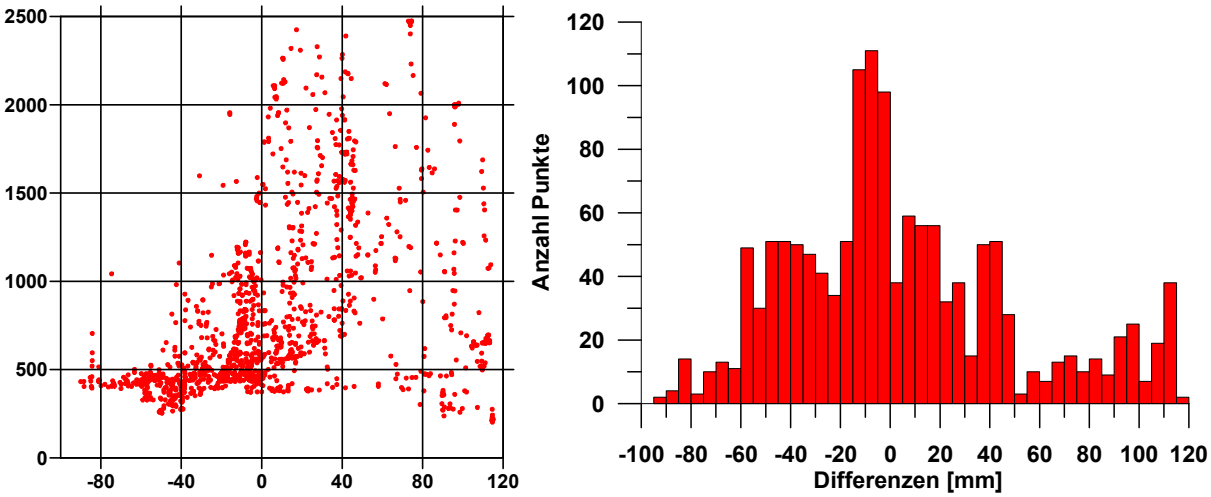


Abbildung 10.3-3: Differenzen *LNIV95* (kinematische Nivellement-Ausgleichung) - LN02:
links: Gegenüberstellung der Höhen [m] und Differenzen [mm];
rechts: Histogramm der Häufigkeitsverteilung [mm]

Die Änderungen der Differenzen verlaufen nicht zufällig sondern meist linear entlang den Linien und innerhalb der einzelnen Schlaufen. Dies ist natürlich auf das distanzabhängige Einzwängen der LN-Messungen in die Knotenpunkte des NdP zurückzuführen.

Zeigt Abb. 10.3-1 nun tatsächlich die Verzerrungen des LN02? Dies kann eindeutig verneint werden, da *LNIV95* natürlich die vertikalen Bewegungen mit berücksichtigt. Diesen Einfluss versuchen wir in den nächsten beiden Unterkapiteln abzuschätzen und zu separieren.

10.3.3 Diagnoseausgleichung 2: Vergleich zwischen einem Nivellementnetz ohne Vertikalbewegung (LNIV95og) und LN02

Wir wiederholen die Ausgleichung aus 10.3.2 ohne zeitliche Höhenänderungen (Vertikalbewegungen) zuzulassen und benennen sie *LNIV95og.* Sie gilt nun nicht als kinematische sondern als statische Ausgleichung und weist die Merkmale in Tabelle 10.3-2 auf.

Wegen der fehlenden Kinematik ist diese Ausgleichung voller (vermeintlich) grober Ausreisser, welche wir wohl wissend ignorieren. Der Fehlerquotient beträgt denn auch 5.73; schlussendlich würde ein mittlerer km-Fehler von mehreren Millimetern resultieren.

Lagerung:	Höhe	RPN = 373.600 m
	Vertikale Bewegungen	Keine
Kinematisches Modell		Keines
Stochastisches Modell		Identisch mit kinematischer Ausgleichung *LNIV95*
Referenzzeitpunkt		Keiner
Beobachtungen		Datensatz CHVRF04 mit beobachteten Höhen
Fehlerquotient a posteriori / a priori		5.73 (CHVRF04 = 0.92)

Tabelle 10.3-2: Angaben zur Ausgleichung *LNIV95og*

Bedeutender sind nun wiederum die Differenzen zwischen den erzeugten Höhen *LNIV95og* und LN02:

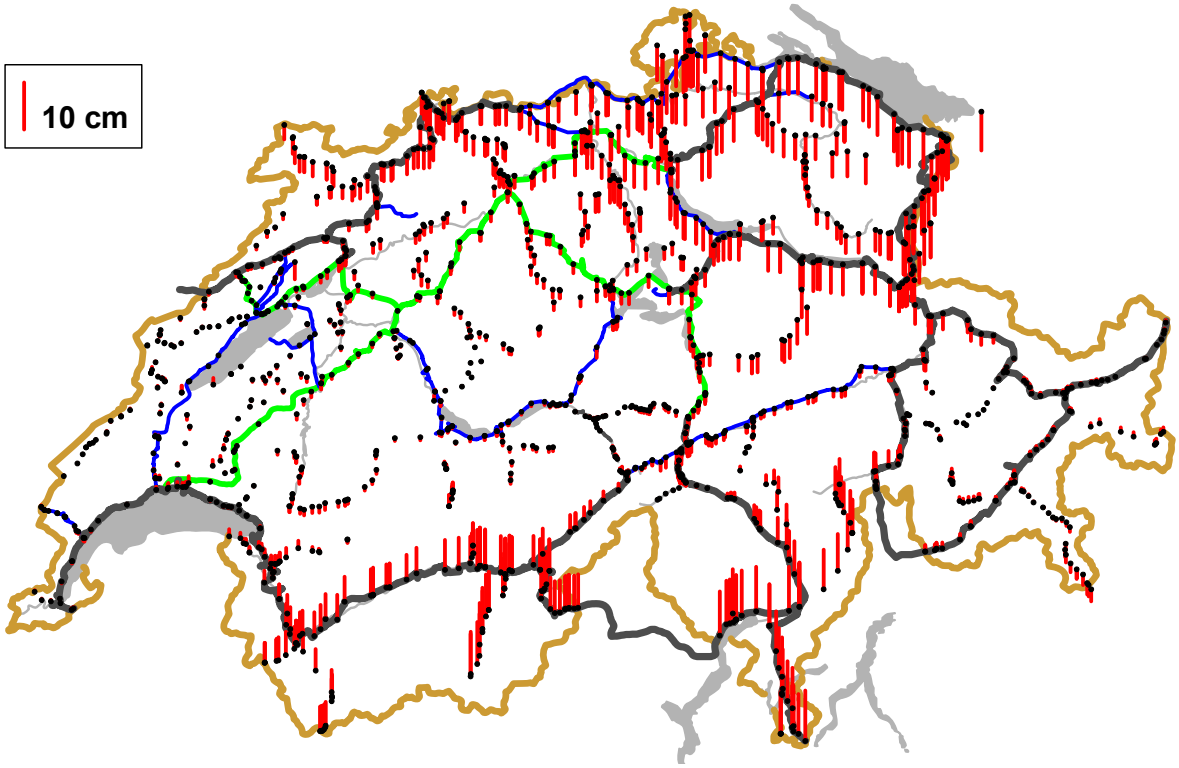


Abbildung 10.3-4: Diff. *LNIV95og* (Nivellement-Ausglg. ohne Höhenänderungen) - LN02; farbige Linien gemäss Abb. 10.3-1.

Abb. 10.3-3 gleicht in weiten Zügen der Abbildung 10.3-1. Die Differenz liegt einzig in der nicht berücksichtigten Kinematik. Erstaunlich ist, wie in weiten Teilen das alte LN02 und demzufolge auch das NdP gut mit dieser Diagnoseausgleichung übereinstimmen. Die maximalen Abweichungen sind ähnlich wie in *LNIV95* und liegen zwischen -8.3 cm und 10.7 cm; sie scheinen demzufolge unbeeinflusst durch die fehlenden Höhenänderungen. Die wichtigsten Merkmale des Differenzenbildes sind folgende:

- Eine systematische Abweichung in der Nordostschweiz als vermutlich eigentlicher Netzzwang: Die Systematik beginnt bereits östlich von Bern und Biel und erreicht ihr Maximum mit -8 cm am Bodensee.
- Der Einfluss der Alpenhebung im Wallis: Obwohl keine Höhenänderungen berücksichtigt wurden, äussert sich die Alpenhebung trotzdem. Da hier Messungen von 1916,

1927, 1948 und 1992 vorliegen, liegt der zeitliche Schwerpunkt in etwa bei 1946. Gegenüber einem zeitlichen Mittelwert des NdP von 1878 verbleiben also 68 Jahre, in denen sich das Rhonetal mit bis zu 1.3 mm·a^{-1} um maximal 9 cm gehoben hat, was exakt mit den Differenzen in Abb. 10.3-3 übereinstimmt.

- Die Kompensation von Hebung und Verzerrung im Bündnerland: Was sich im Wallis an Hebungseinfluss äussert, müsste im gleichen Masse auch im Bündnerland ersichtlich sein. Es scheint aber so, dass sich hier die Verzerrungen und die Hebungen gegenseitig kompensieren.
- Ein massiver Gradient ist im Tessin zwischen der oberen Leventina und Bellinzona ersichtlich. Hier ändern die Differenzen auf wenigen Kilometern von 0 cm auf 9 cm.

10.3.4 Der Einfluss der Hebungen: Vergleich zwischen den Nivellementausgleichungen mit und ohne Berücksichtigung der Höhenänderungen

Der Unterschied zwischen den Abb. 10.3-1 und 10.3-3 liegt nur in der Berücksichtigung der Höhenänderungen. Die folgende Abbildung (10.3-4) zeigt diesen Einfluss als Differenz zwischen den Höhen der Lösungen *LNIV95* und *LNIV95og*.

Wie zu erwarten, äussert sich in dieser Ausgleichung nun der reine Einfluss des kinematischen Modells, welcher sich nicht mehr einzig auf das Wallis beschränkt, sondern im gleichen Masse auch im Bündnerland ersichtlich ist. Die Frage bleibt, wieso die Beträge keine grösseren Werte als 4 - 6 cm annehmen.

Die Antwort ist wiederum in der Tatsache zu suchen, dass die zeitlichen Schwerepunkte der Messungen irgendwo zischen 1940 und 1960 liegen; in der kinematischen Nivellement-Ausgleichung werden alle Höhen auf den Referenzzeitpunkt 1993.0 umgerechnet. Der mittlere zeitliche Abstand von 43 Jahren erzeugt in den Gebieten mit maximalen Höhenänderungen (ca. 1.4 mm·a^{-1}) wiederum Höhenänderungen von ca. 6 cm, was mit Abb. 10.3-4 eindrücklich bewiesen wird.

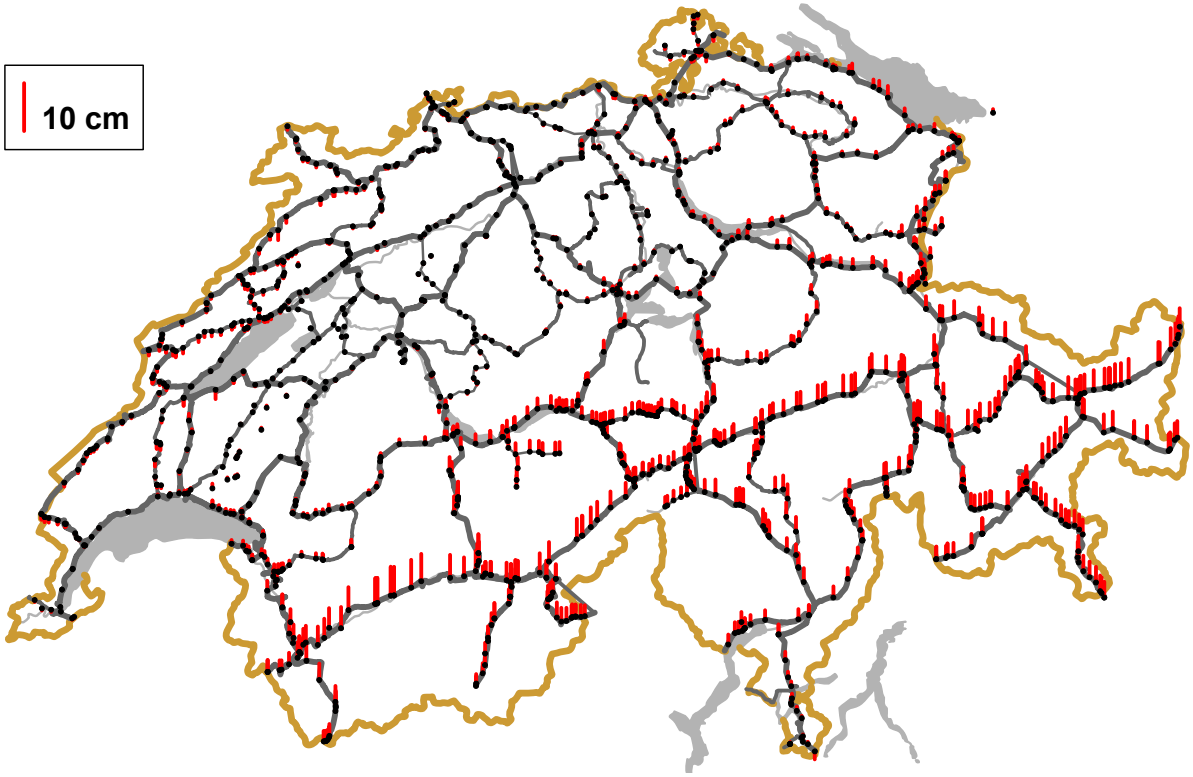


Abbildung 10.3-5: Differenzen *LNIV95 – LNIV95og*:
(Nivellement-Ausgleichung mit/ohne Höhenänderungen)

10.3.5 Diagnoseausgleichung 3: Vergleich zwischen einem kinematischen Nivellementnetz zum Referenzzeitpunkt 1878 (LNIV1878) und LN02

Aus den Erkenntnissen der letzten drei Unterkapitel müssten die Differenzen, welcher der eigentlichen Netzverzerrung des NdP am nächsten kommen, genau dann entstehen, wenn die LN02-Höhen mit den Resultaten einer kinematischen Ausgleichung der LN-Messungen verglichen werden, welche auf den Referenzzeitpunkt 1878 umgerechnet sind *(LNIV1878)*. Das Jahr 1878 entspricht in etwa dem Mittelwert der Messepochen des NdP und ist natürlich nur eine grobe Näherung.

Der mittlere Fehlerquotient muss natürlich demjenigen der Ausgleichung *LNIV95* entsprechen, da der Referenzzeitpunkt keinen Einfluss auf die Stochastik und das funktionale Modell hat.

Lagerung:	Höhe	RPN = 373.600 m
	Vertikale Bewegungen	Aarburg = 0.00 mm/a
Kinematisches Modell		CHKLM95 mit Normalschweren in die Einheit [$mm \cdot a^{-1}$] transformiert
Stochastisches Modell		Identisch mit kinematischer Ausgleichung *LNIV95*
Referenzzeitpunkt		1878
Beobachtungen		Datensatz CHVRF04 mit beobachteten Höhen
Fehlerquotient a posteriori / a priori		1.04 (CHVRF04 = 0.92)

Tabelle 10.3-3: Angaben zur Ausgleichung *LNIV1878*

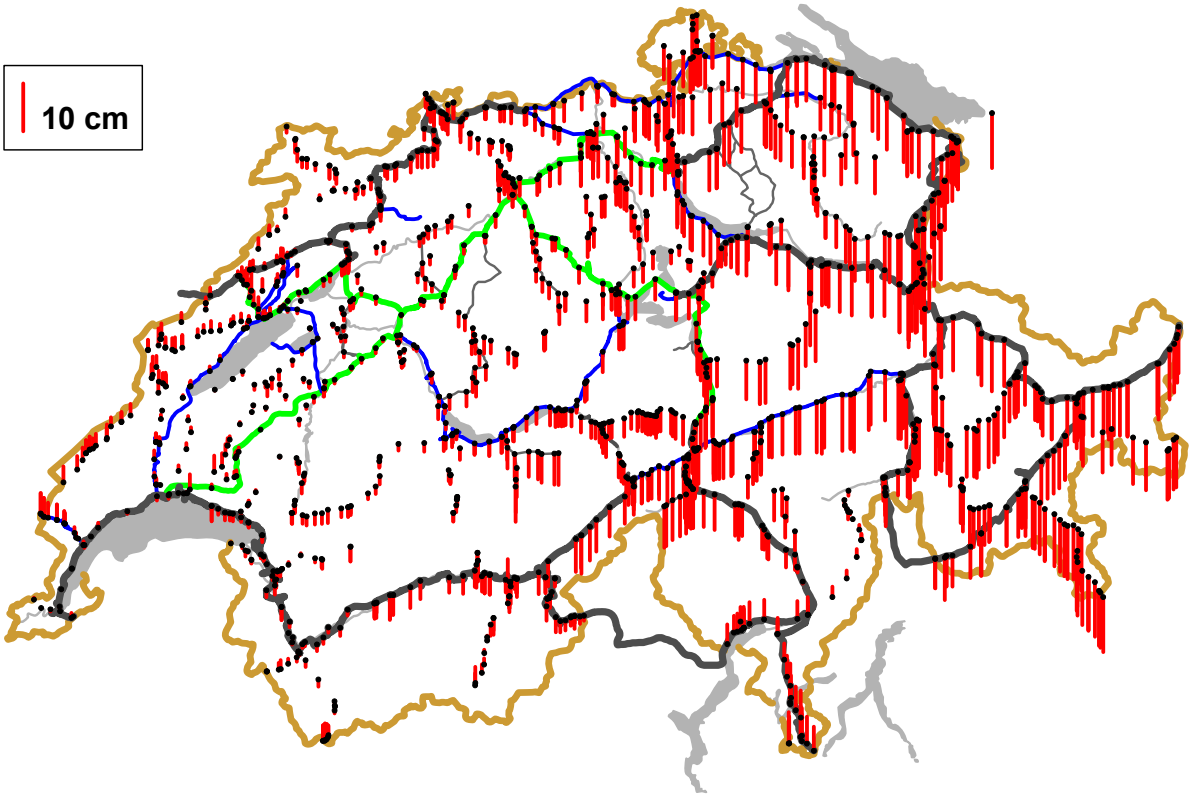


Abbildung 10.3-6: Differenzen *LNIV1878* – LN02: die eigentlichen Netzverzerrungen von LN02 (kinematische Nivellement-Ausgleichung zum Zeitpunkt 1878 – LN02)

Stimmen unsere Annahmen, so zeigt Abb. 10.3-5 ein Differenzenbild, welches nahezu frei vom Einfluss der rezenten Hebungen in der Schweiz ist. Vernachlässigt wird einzig die Abweichung der einzelnen Messungen im NdP vom zeitlichen Schwerpunkt 1878. Die maximal 14 Jahre

könnten im ungünstigsten Fall einen Einfluss von ± 2 cm erreichen. Weiters werden alle Strecken ignoriert, wo die ursprünglichen Knotenpunkte des NdP ebenfalls ignoriert wurden. Dies noch zusätzlich zu eruieren, wäre eine sehr aufwändige Arbeit.

Tatsächlich scheinen die Differenzen mehr oder weniger befreit vom Einfluss der Höhenänderungen. Am eindrücklichsten ist dies im Wallis ersichtlich, wo praktisch keine Abweichungen zwischen den Höhen *LNIV1878* und LN02 auftreten, oder im Vergleich zwischen Nordostschweiz und Bündnerland, wo Betrag und Vorzeichen praktisch gleich bleiben.

Unter der Annahme, dass die Höhen LN02 den Bezugsrahmen des NdP tatsächlich repräsentieren, können wir bezüglich der Verzerrung des ersten Präzisionsnivellements der Schweiz folgendes Resümee ziehen:

- Relativ zum Festpunkt RPN betragen die Netzverzerrungen maximal -13 cm und +9 cm. Die absoluten Abweichungen im Netz betragen demzufolge 21 cm. Die Urheber der ursprünglichen Netzausgleichung des NdP errechneten einen mittleren Km-Messfehler von ±3.8 mm [Hirsch und Plantamour 1891]. In [Börsch 1891] resultierte ein Wert von ±5.9 mm, welcher einzig aus zwei Haupt-Schleifenschlüssen abgeleitet wurde. Beide Werte sind bedeutend grösser als die Genauigkeit der LN-Messungen, welche wir in Kapitel 5 zu ±1.2 mm ermittelt hatten. Rechnen wir also mit einer Ausdehnung von 300 km (Lac Léman – Bodensee), so wäre die Genauigkeit der Differenzen in Romanshorn relativ zu RPN nicht besser als ca. 7 – 10 cm (1σ). In Anbetracht dieser stochastischen Annäherungen sind die Differenzen keineswegs überraschend.
- Grössere regionale Verzerrungstendenzen lassen sich trotzdem erkennen und zeugen von systematischen Einflüssen in den Messungen. Einer der grössten Gradienten besteht zweifelsohne im Tessin, wo eine relative Differenz von 15 cm auf ca. 60 km erkennbar ist. Eine grosse systematische Fehlerfortpflanzung zeigt sich auch auf den Linien zwischen Olten - Baden - Zürich und Basel - Kaiserstuhl. Es scheint tatsächlich so, dass die zwar doppelt aber in gleicher Richtung gemessene Linie Ursprung der allgemeinen systematischen Tendenz in der Ostschweiz sein könnte (was jedoch nicht für Lausanne – Olten gilt).
- Über weite Gebiete des westlichen Mittellandes sind die Differenzen erstaunlich klein. Es scheint also, dass die eigentlichen Zwänge in den Gebrauchshöhen LN02 zumindest entlang den LN-Linien ein bescheideneres Mass annehmen, als dies aufgrund der Herkunft und Entstehung der ursprünglichen Messungen zu erwarten wäre.
- Obwohl die NdP-Messungen mit Holzlatten ausgeführt wurden, lässt sich ein eigentlicher Höhenmassstabsfehler aufgrund der vorliegenden Untersuchung nicht nachweisen. Die Verteilung der Abweichungen gegenüber ihrer Höhenlage zeigt keine Korrelationen (vgl. Abb. 10.3-6 links). Dazu hätten für die Berechnung der Gebrauchshöhen auch Zwangspunkte auf den Pässen eingeführt werden müssen, was nur ausnahmsweise der Fall war. Oft wurden gerade diese Höhen mit dem Versicherungsnivellement oder später mit den LN-Messungen neu festgelegt.

Abb. 10.3-5 zeigt also die effektiven, von den rezenten Hebungen unbeeinflussten Netzverzerrungen des NdP resp. der Gebrauchshöhen LN02. Die Frage, welchen Einfluss die rezenten Hebungen seit 1878 bis zum heutigen Tage[38] auf die tatsächlichen Höhen bewirken, lässt sich relativ einfach beantworten, indem wir die Differenzen zwischen den beiden kinematischen Lösungen *LNIV95* und *LNIV1878* bilden.

Der Einfluss der rezenten Hebungen seit 1878 bewirkt also Höhenänderungen von –5 cm bis +16 cm. Addiert man die Differenzen in Abb. 10.3-5 und Abb. 10.3-7, so erhält man exakt den Vergleich in Abb. 10.3-1, mit welchem wir unseren Diagnose-Ausflug zu Beginn des Kapitels

[38] Stillschweigend entspricht der "heutige Tag" einem kalten Januartag im Jahre 1993 (Definition des Höhenrahmens LHN95).

10.3 zum ersten schweizerischen Präzisionsnivellement gestartet haben.

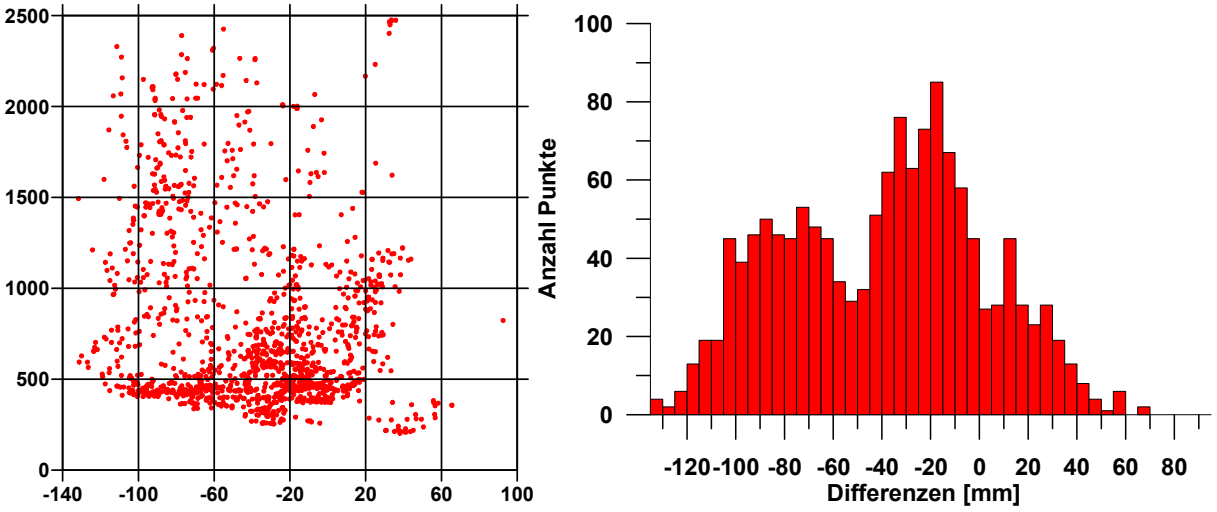


Abbildung 10.3-7: Differenzen der Lösung *LNIV1878* – LN02:
links: Gegenüberstellung der Höhen [m] und Differenzen [mm];
rechts: Histogramm mit der Häufigkeitsverteilung [mm]

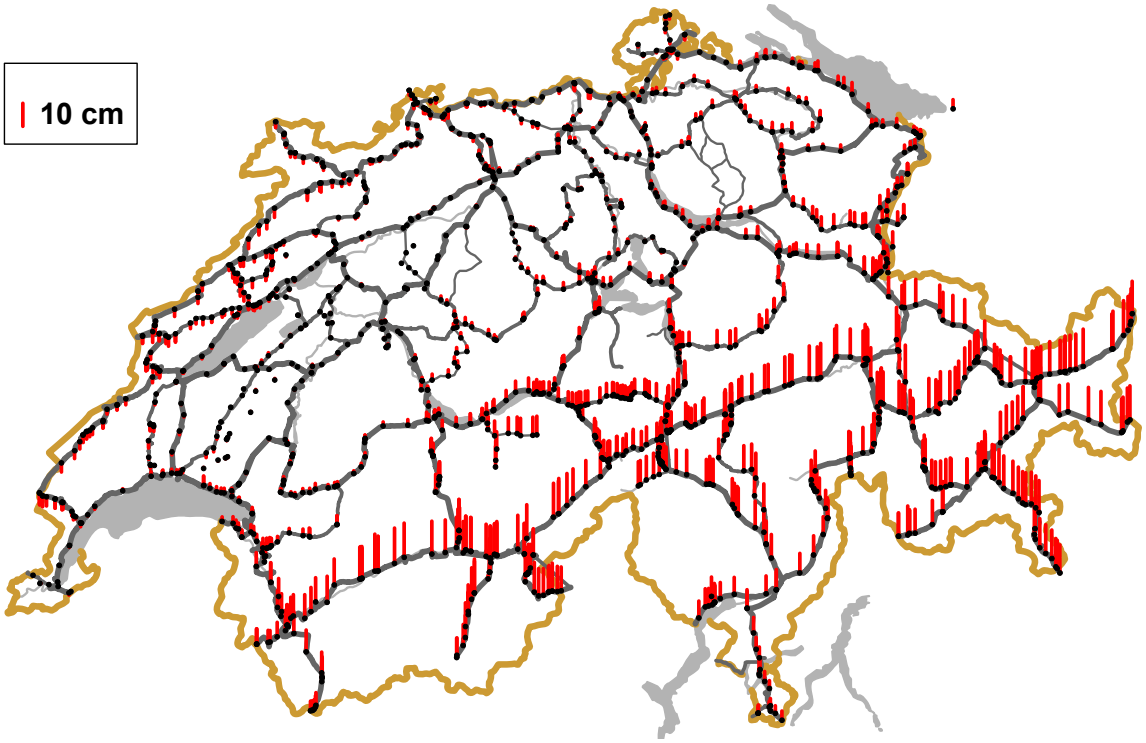


Abbildung 10.3-8: Differenzen *LNIV95* – *LNIV1878*; oder welche Höhenänderung die rezenten Vertikalbewegungen in der Schweiz tatsächlich bewirken würden.

10.3.6 Fazit zu den Zwängen in LN02 und im Nivellement de Précision

- Mit einer Neuberechnung des Netzes mit neueren, gemessenen Daten lässt sich feststellen, dass die Verzerrungen im LN02 und somit im Nivellement de Précision -13 cm bis +9 cm betragen.
- Eine Höhenabhängigkeit der Differenzen lässt sich nicht nachweisen.
- Die rezenten Hebungen seit 1878 würden Höhenänderungen von -5 cm bis +16 cm bewirken.

10.4 Analyse der Differenzen unter den strengen Höhenarten und zu LN02

Da es nicht mehr zeitgemäss ist, auf Landesvermessungsstufe reine Nivellementnetze auszugleichen (dazu wurden ja die orthometrischen Höhen LHN95 berechnet), wenden wir uns nach dem kleinen Diagnose-Abstecher wieder den strengen Höhenarten zu. Quasi als Vorbereitung für die eigentliche Transformation analysieren wir die Differenzen unter den strengen Höhenarten und zwischen den Höhen LN02. Gilt es doch, aus den vorhandenen Daten Algorithmen und Flächen zu ermitteln, welche uns erlauben, entlang und zwischen den LHN-Schleifen möglichst gut zwischen LHN95 und LN02 zu transformieren.

10.4.1 Der Unterschied unter den strengen Höhenarten

Ausgehend von den geopotentiellen Koten ist der Unterschied zwischen den strengen Höhenarten mit den Formeln aus Kapitel 2 streng berechenbar. Es ist natürlich von Interesse, diese Differenzen zumindest grafisch darzustellen und die Beziehungen für eine Transformation aufzuzeigen. Dies auch als Einstimmung hinsichtlich der Diskussion, welche Höhenart wohl am besten an die schweizerischen Verhältnisse angepasst ist. Die Unterschiede zu den orthometrischen Höhen sind jeweils so gelagert, dass immer von denselben Potentialwerten (C-Werte für LHN95) ausgegangen wird. Es gibt somit keinen definierten Ausgangspunkt mit Differenz ±0.

a) orthometrische Höhen LHN95 – dynamische Höhen

Obwohl dynamische Höhen wegen Ihrer scheinbaren Bedeutungslosigkeit geradezu verpönt sind, ist der Unterschied zu den orthometrischen Höhen, welche die wahre Länge der Lotlinie verkörpern, trotzdem von Interesse. Die Differenzen zeigen nämlich, wie die Äquipotentialflächen[39] von den Flächen gleicher Lotlinienlänge abweichen (s. Abb. 10.4-1). Nebst einem geringen Trend in Nord-Süd-Richtung dominiert die nahezu lineare Höhenabhängigkeit.

Dynamische Höhen sind mit zunehmender Höhe betragsmässig kleiner als die orthometrischen Höhen (s. Abb. 10.4-3). Die Extremwerte entlang den LHN-Linien betragen +116 cm und -6.6 cm. Auf den höchstgelegen Gipfeln wäre der Unterschied nahezu 2 m. Diesen Betrag nehmen wir gegenüber einem "Arbeits-Höhensystem" in Kauf.

Die strenge Transformation zwischen den beiden Höhenarten lässt sich aus den Formeln 2.3-4 und 2.3-9 herleiten und lautet:

$$H - H^D = C \cdot \left(\frac{1}{\overline{g}} - \frac{1}{g_{norm}^{45^o}} \right) = \frac{C}{\overline{g} \cdot g_{norm}^{45^o}} \cdot \left(g_{norm}^{45^o} - \overline{g} \right) = \frac{H^D}{\overline{g}} \cdot \left(g_{norm}^{45^o} - \overline{g} \right) \qquad (10.4\text{-}1)$$

Ist beispielsweise die dynamische Höhe gesucht, so darf man auf der rechten Seite der Gleichung 10.4-1 H^D durch die gegebene orthometrische Höhe ersetzen. Zudem genügt es völlig, die mittlere Schwere im Nenner durch einen konstanten Wert von g = 0.986 m·s^{-2} zu ersetzen. Man begeht im vorliegenden Testdatensatz einen maximalen Fehler von 1/10 mm.

Zwar nicht streng, aber in guter Näherung lautet die Formel deshalb:

$$H - H^D \cong \frac{H^{gegeb.}}{g} \cdot \left(g_{norm}^{45^o} - \overline{g} \right) \qquad (10.4\text{-}2)$$

b) orthometrische Höhen LHN95 – Normalhöhen

Eine aufschlussreichere Betrachtung liefern die Abweichungen der Normalhöhen von den orthometrischen Höhen. Bei der Einführung strenger Höhen stellt sich für ein Landesvermessungsamt heutzutage oft nur die Frage, für welche der beiden Höhenarten man sich entschei-

[39] Punkte mit gleichen dynamischen Höhen befinden sich auf einer Äquipotentialfläche und sind daher für hydrologische Betrachtungen von Interesse (s. Kapitel 2.3.3).

den soll.

Es zeigt sich ein Differenzenbild, welches demjenigen gegenüber den dynamischen Höhen sehr ähnlich ist (s. Abb. 10.4-2). Allerdings ist ein Nord-Süd-Trend kaum mehr ersichtlich. Dieser Effekt wird durch die mittleren Normalschweren, welche die Abplattung eines Normalellipsoids berücksichtigen, nun eliminiert. Zudem sind die Differenzbeträge wesentlich kleiner geworden. Die maximalen Werte (entlang den Linien des LHN) liegen bei +48 cm, die Minimalen bei +7 mm. Negative Differenzen treten demzufolge nicht auf.

Es bleibt die strenge Korrelation mit den Höhen (s. Abb. 10.4-4). Allerdings äussert sich diese nicht in einer rein mathematischen Trendfunktion. Schon in Abb. 10.4-3 war ersichtlich, dass mehrere, nahezu lineare Spuren vorliegen. Die deutlich erkennbare linke (steilere) Spur in Abb. 10.4-4 repräsentiert beispielsweise die andersartige Höhenabhängigkeit im Jura (der einzelne Punkt auf 1600 m Meereshöhe ist der LV95-Punkt Chasseral). Sie unterscheidet sich deutlich von den Spuren, welche aus dem Alpenraum stammen. Der mittlere Trend der Höhenabhängigkeit (Gradient) beträgt beachtliche 0.22 mm·m^{-1} resp. 11 cm pro 500m.

Analog der Formel 10.4-2 kann für die strenge Beziehung zwischen den orthometrischen und den Normalhöhen festgehalten werden:

$$H - H^N = \zeta - N = H\,\frac{\bar{g} - \bar{g}_{norm}}{\bar{g}_{norm}} \cong \frac{H^{gegeb.}}{g} \cdot \left(\bar{g}_{norm} - \bar{g}\right) \quad (10.4\text{-}3)$$

Dass die Differenzen ebenfalls dem Unterschied zwischen Höhenanomalie ζ und Geoidundulation N entsprechen, ergibt sich aus der Formel 2.2-4.

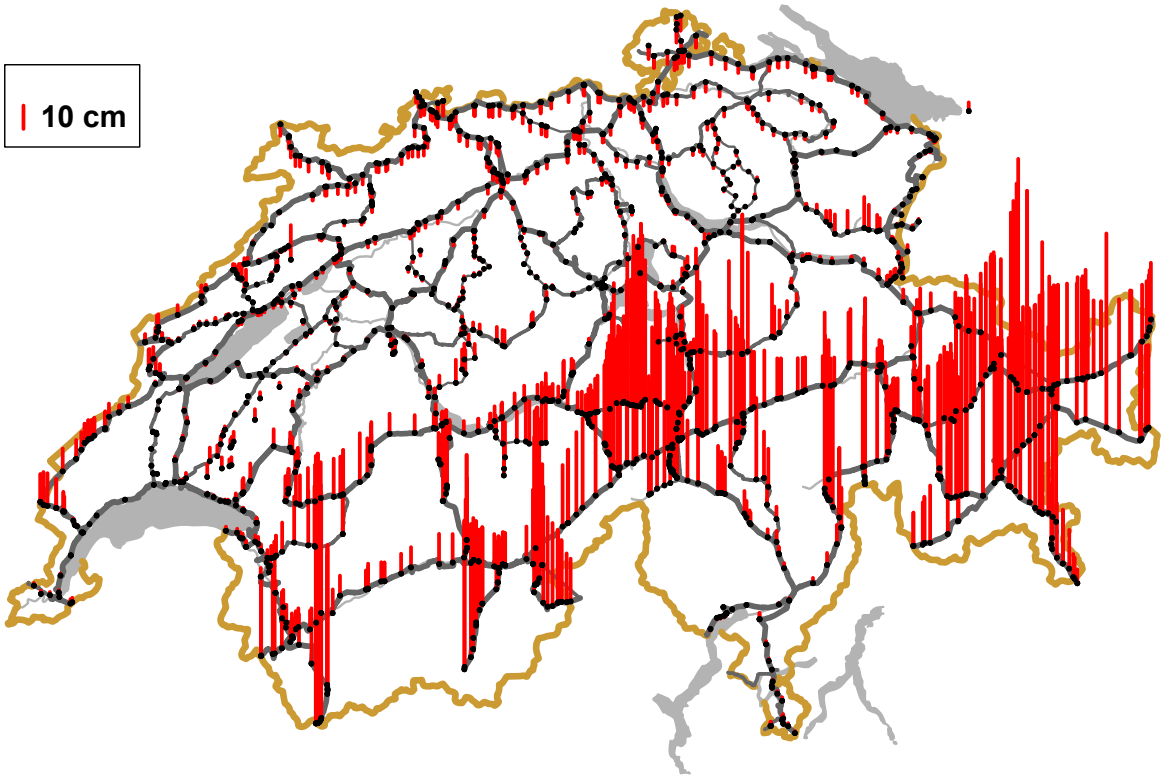


Abbildung 10.4-1: Unterschied zwischen orthometrischen (LHN95) und dynamischen Höhen.

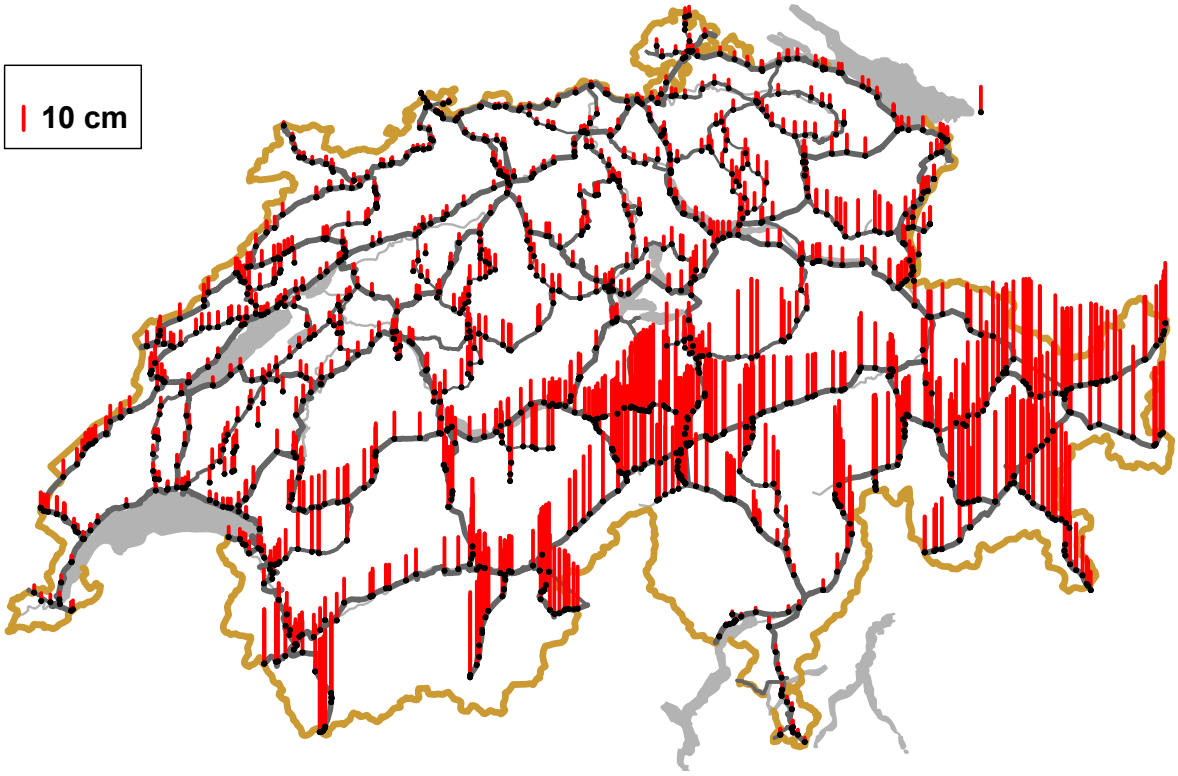


Abbildung 10.4-2: Unterschied zwischen den orthometrischen (LHN95) und den Normalhöhen.

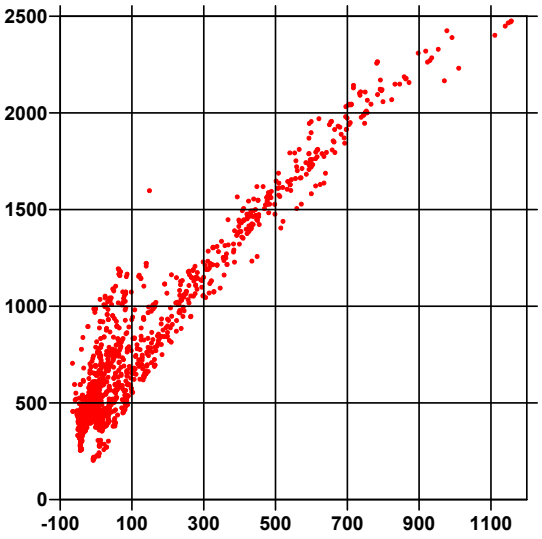


Abbildung 10.4-3: LHN95 – dynamische H.: Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm]

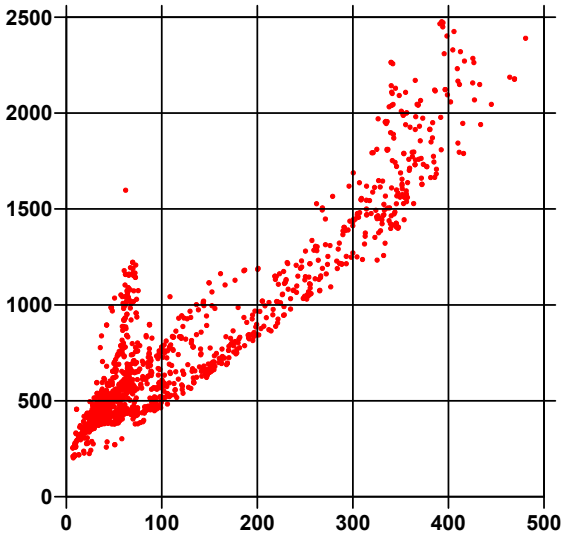


Abbildung 10.4-4: LHN95 – Normalhöhen: Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm]

c) orthometrische Höhen LHN95 – Helmert'sche orthometrische Höhen

Der Vollständigkeit halber bemühen wir uns auch um die Abweichungen zu den Helmert'schen orthometrischen Höhen, welche zumindest in flacheren Gebieten eine ausgezeichnete Annäherung an die 'wahren' (orthometrischen) Höhen sein sollen.

Abbildung 10.4-5: Unterschied zwischen den orthometrischen Höhen LHN95 und den Helmert'schen orthometrischen Höhen.

Tatsächlich sind im Gegensatz zu den Normalhöhen diese Abweichungen sehr klein und bewegen sich zwischen -3 cm und +6 cm (Abb. 10.4-5). Man beachte dabei auch den unterschiedlichen Massstab. Der Punkt Chasseral zeigt hier eine sehr grosse Anomalie; sie ist mit der Tatsache begründbar, dass dieser Gipfel in seiner Umgebung alles überragt und die Bouguer-Plattenreduktion hier natürlich wenig Sinn macht.

Zumindest zeigt sich keine lineare Höhenabhängigkeit. Es ist in Abb. 10.4-6 deutlich erkennbar, dass in mittleren Höhenlagen die Helmert'schen Höhen gegenüber den orthometrischen unterkorrigiert und in höheren Lagen leicht überkorrigiert werden. Dies sind die Inkonsistenzen der Helmert'schen Schweren gegenüber den wahren mittleren Schweren entlang der Lotlinie. Je höher ein Punkt gelegen ist, desto mehr macht sich eine Abweichung im Schwerewert bemerkbar.

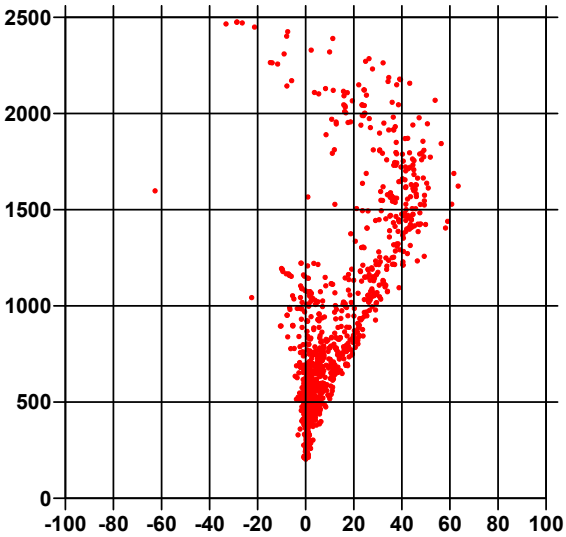


Abbildung 10.4-6: LHN95 – Helmert'sche H.: Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm]

10.4.2 Der Unterschied zu den Gebrauchshöhen LN02

a) orthometrische Höhen LHN95 – Gebrauchshöhen LN02 (Spannen)

Eine Übersicht über die Differenzen zwischen LHN95 und LN02 entlang den LN-Linien wurde bereits zu Beginn dieses Kapitels in Abb. 10.1-1 gezeigt. Die Spannen betragen in Genève 0, was eine Folge der praktischen Beibehaltung des Horizontes *RPN = 373.6 m* im neuen Höhennetz LHN95 ist (4.2.2.3). Im neuen Fundamentalpunkt Zimmerwald Z_0 resultiert eine Differenz von nur -8.6 mm, welche natürlich kleiner ist als die formelle Genauigkeit dieses Betrags. Die grössten Spannen entlang den LHN-Linien befinden sich in den nördlichsten Teilen der Schweiz (Schaffhausen/Thayingen: -18.2 cm) und auf den höchst gelegenen HFP1 des Kantons Wallis (Col du Gd. St-Bernard 2470 m ü. M.: +42.8 cm).

Was noch fehlt, ist die Untersuchung der Höhenabhängigkeit dieser Differenzen. Sie ist in Abb. 10.4-7 dargestellt. Die Korrelation ist zwar sichtbar, aber bedeutend weniger ausgeprägt, da in den Spannen zusätzlich ein Konglomerat von Vertikalbewegungen und Netzverzerrungen zu Tage tritt. In grossen Höhen scheint der Gradient zudem höher zu sein als im Flachland. Es zeigt sich deutlich, dass mit diesen direkt erzeugten Differenzen keine reine lageabhängige resp. höhenabhängige mathematische Funktion ermittelt oder eine diskrete Übergangsfläche gestaltet werden kann.

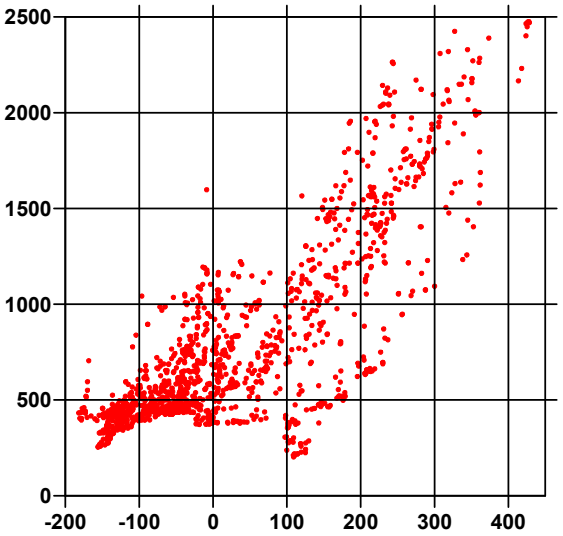


Abbildung 10.4-7: LHN95 – LN02: Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm]

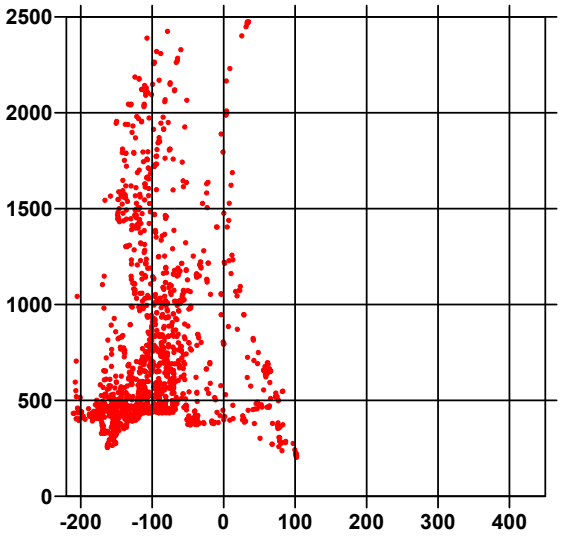


Abbildung 10.4-8: Normalhöhen – LN02: Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm]

b) Normalhöhen (LHN95) – Gebrauchshöhen LN02

Verbleiben also noch die Differenzen zwischen den Normalhöhen und den Gebrauchshöhen. Abb. 10.4-9 zeigt ein nicht leicht zu interpretierendes Bild. Die Differenzen bewegen sich zwischen -21 cm in den nördlichsten Teilen der Schweiz und +10 cm im mittleren Tessin (Umgebung von Locarno). Grob lässt sich also eine Kippung in Nord-Süd-Richtung erkennen. Dass die negativen Differenzen überwiegen, hängt letztendlich von der Lagerung der Normalhöhen ab. Es gilt auch hier zu beachten, dass die Verzerrungen in LN02 und der Einfluss des kinematischen Modells zu einem leicht heterogenen Bild führen. Trotzdem äussern sich vor allem die lageabhängigen Anteile; die Korrelation mit der Meereshöhe ist praktisch verschwunden (s. Abb. 10.4-8).

Die Spannbreite der Differenzen ist nur noch halb so gross wie beim Vergleich zwischen LHN95 und LN02 (s. Massstab in Abb. 10.4-8). Die Gebrauchshöhen oder Höhen aus reinen Nivellementnetzen im Sinne einer *Höhenart* liegen wesentlich näher bei den Normalhöhen als bei den orthometrischen Höhen.

Die Abweichungen zeigen also im Wesentlichen den Einfluss der Netzverzerrungen und Höhenänderungen, aber teilweise auch den Einfluss des Schwerefeldes, da die Normalhöhen letztendlich auf Potentialen und Normalschweren beruhen.

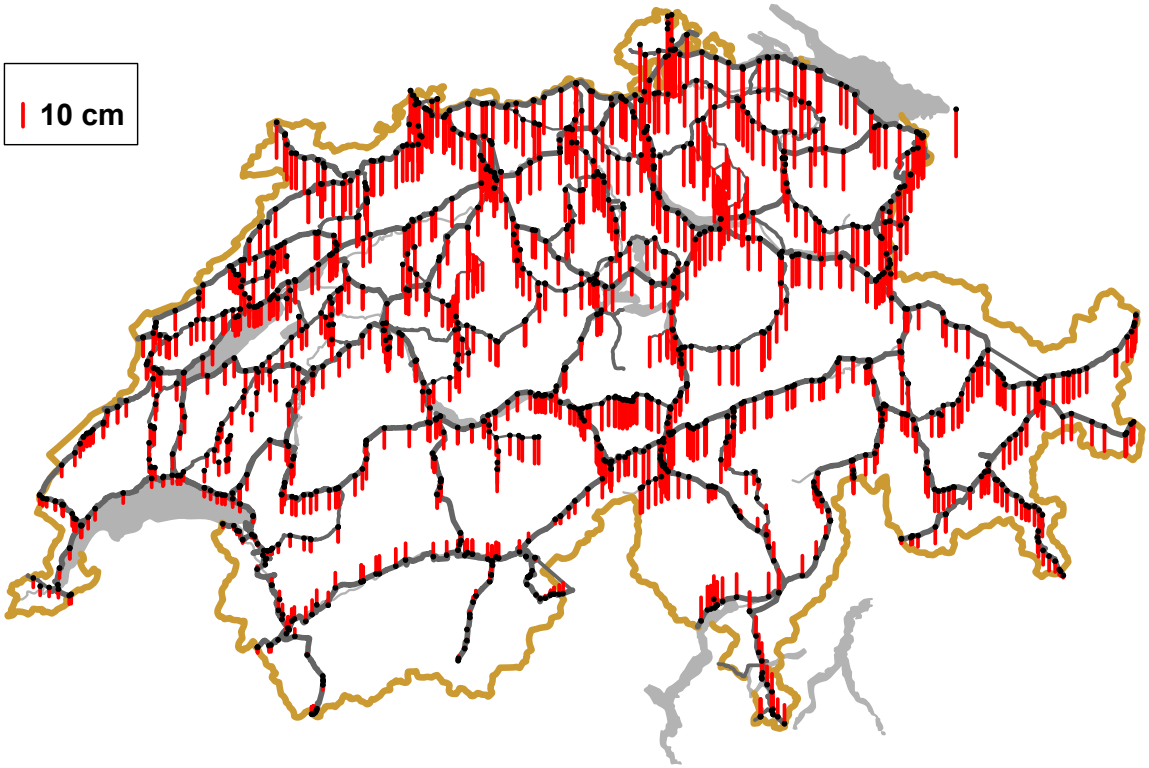


Abbildung 10.4-9: Unterschied zwischen den Normalhöhen und den Gebrauchshöhen LN02.

10.5 Die Realisierung der Transformation LHN95 ⇔ LN02

Die Ideen und Konzepte zur Realisation der Transformation LHN95 ⇔ LN02 wurden erstmals in [Marti 2001] und später in [Schlatter und Marti 2002] sowie [Marti 2003] beschrieben. Im Gegensatz zu diesen Vorarbeiten richten sich die nachfolgenden Angaben nach der endgültigen Realisierung. Sie stützen sich auch auf Testdaten, welche auf der definitiven Festlegung von LHN95 basieren.

10.5.1 Der Ansatz zur Transformation

Bevor wir uns der eigentlichen Transformation widmen, lohnt es sich, die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Kapiteln kurz zu rekapitulieren. Die Ursachen der Differenzen zwischen LHN95 und LN02 lassen sich auf drei Punkte reduzieren:

- Zwänge in den Gebrauchshöhen LN02 aus der ursprünglichen Bestimmung
- Der Einfluss der rezenten Vertikalbewegungen
- Der Einfluss des Schwerefeldes resp. der Unterschied zwischen den Höhenarten (Gebrauchshöhen / orthometrische Höhen)

Wie wir im Kapitel 10.3 gezeigt haben, lassen sich die ersten beiden Einflüsse (Verzerrungen und Vertikalbewegungen) gar nicht so leicht bestimmen oder gar separieren. Der Unterschied zwischen den Höhenarten ist geprägt durch eine höhenabhängige Komponente (s. 10.4). Diese Einflüsse auseinander zu halten gelingt nur, wenn wir uns der Normalhöhen bedienen. Während der Unterschied zwischen den Normalhöhen und den orthometrischen Höhen eine relativ strenge Höhenabhängigkeit zeigt (s. Abb. 10.4-4), welche frei vom Einfluss der Netzverzerrungen und der Höhenänderungen ist, verbleibt beim Unterschied zwischen den Normalhöhen und

den Gebrauchshöhen hauptsächlich eine reine Lageabhängigkeit der letztgenannten Einflüssen (s. Abb. 10.4-9). Diesen Eigenschaften wollen wir uns nun bei der Suche nach einem Ansatz für eine möglichst einfache Transformation bedienen.

Bei der Entwicklung einer Methode für den Übergang LHN95 ⇔ LN02 wurde darauf verzichtet, die Differenzen den einzelnen mess- und auswertetechnischen sowie mathematischen und physikalischen Ursachen streng zuzuordnen. Es hat sich gezeigt, dass die Differenzen durch einen Anteil *f*, welcher nur von der Lage des Punktes abhängig ist und durch einen Anteil *g*, welcher von der Lage *und* der Höhe abhängig ist, genügend gut modelliert werden können:

$$H_{LHN95} - H_{LN02} = \left(H_{Norm} - H_{LN02}\right) + \left(H_{LHN95} - H_{Norm}\right) = f(y,x) + g(y,x,H) \qquad (10.5\text{-}1)$$

Der lageabhängige Teil beinhaltet also den Unterschied zwischen Normalhöhen und Gebrauchshöhen, der höhenabhängige Teil den Unterschied zwischen orthometrischen und Normalhöhen.

10.5.2 Der lageabhängige Anteil fNorm-LN02

Aus dem vorhandenen Datensatz (s. Kapitel 10.2) lässt sich die Funktion *f(y, x)* in Form eines regelmässigen 1-km-Gitters rechnen. Der gewählte Interpolationsalgorithmus ist das *minimum curvature* – Verfahren, welches im Gegensatz zu anderen Methoden in den stützpunktfreien Gebieten einen wesentlich ruhigeren Verlauf zeigt. Wie wir in Abb. 10.4-9 gesehen haben, muss eine Korrekturfläche resultieren, welche auch innerhalb den Schleifen des LHN keine überraschenden Abweichungen zeigt.

Die Fläche, welche mit dem *minimum curvature* - Verfahren generiert wird, gleicht einer dünnen, linear-elastischen Platte, welche mit einem möglichst geringen Biegungsbetrag durch die Stützpunkte gelegt wird. *minimum curvature* erzeugt also eine optimal geglättete und den Stützpunkten gut angepasste Fläche. Das Verfahren ist aber streng genommen kein exakter Interpolator, d. h. in den Stützpunkten resultieren nicht exakt die vorgegebenen Werte [Surfer 2002].

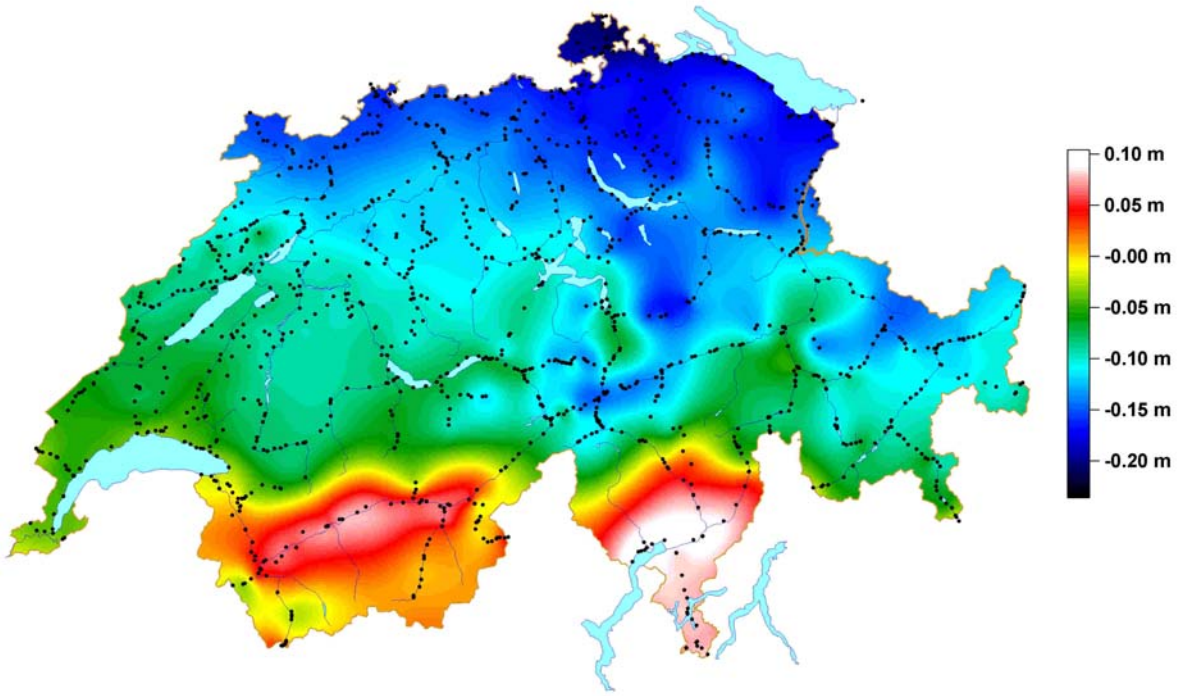


Abbildung 10.5-1: Lageabhängiger Anteil *f(y,x)* aus der Interpolation der Differenzen zwischen Normalhöhen und LN02 mit verwendeten Stützpunkten

Die Voreinstellung beim Programm *Surfer*® wurde so gewählt, dass die Abweichungen auf den

Stützpunkten nicht mehr als 3/10 mm betragen dürfen. Der resultierende 1km-Raster (s. Abb. 10.5-1) ist eine der Ausgangsdateien für das Programm *HTRANS*, welche den Benutzern zur Verfügung gestellt wird (s. Kapitel 10.6).

10.5.3 Der höhenabhängige Anteil gLHN95-Norm

Wesentlich schwieriger ist die Bildung eines Gitters für den höhenabhängigen Anteil, welcher auf den Unterschieden zwischen den orthometrischen Höhen und den Normalhöhen beruhen soll. Gemäss Abb. 10.4-4 könnte für einen Grossteil der Punkte fast ein linearer Ansatz für die Beziehung zwischen Meereshöhe und den Differenzen (orthometrisch - normal) angesetzt werden. Der mittlere Gradient beträgt ca. 10 cm pro 500 m Höhenunterschied. Man bemerkt aber sofort, dass dieser sehr vereinfachte Ansatz keine vernünftige Approximation darstellt. Der lokale Gradient im Jura nimmt bspw. einen Betrag von nur 5 cm pro 1000 m Höhenunterschied an (Abb. 10.4-4, ganz links).

Die lokalen Abweichungen von einem globalen Höhenmassstab könnten nun gebietsweise geschätzt werden und für die Interpolation verwendet werden. Dies hätte aber den grossen Nachteil, dass die Stützpunkte im Mittelland nur verhältnismässig geringe Höhenunterschiede aufweisen und ein geschätzter Gradient mit einer grossen Unsicherheit behaftet wäre. Zudem gibt es grosse stützpunktfreie Gebiete, in welchen keine sinnvolle Bestimmung eines Vertikalgradienten möglich wäre. Deshalb muss für die Bestimmung dieser Gradienten ein anderes Verfahren gewählt werden.

Wie bereits in Formel 10.4-3 streng umschrieben, hängt der Unterschied zwischen orthometrischer- und Normalhöhe direkt von der Differenz zwischen mittlerer Normalschwere und der effektiven mittleren Schwere entlang der Lotlinie ab und wächst linear mit der Meereshöhe:

$$H - H^N = H \cdot \frac{\bar{g} - \bar{g}_{norm}}{\bar{g}_{norm}} \qquad (10.4\text{-}3)$$

Eigentlich müsste also zur Interpolation die Differenz zwischen mittlerer Schwere in der Lotlinie und mittlerer Normalschwere verwendet oder jeweils streng berechnet werden. Diese zweite Möglichkeit ist sehr aufwändig und für ein möglichst einfaches Transformationsprogramm nicht geeignet. Da die Differenzen sehr stark mit der Topographie korreliert sind (s. Abb. 10.5-2), würde auch eine Interpolation der mittleren Schweren in einem 1-km-Raster nicht genügen. Die Gitterauflösung müsste um ein Mehrfaches erhöht werden.

Als geeignete Näherung bieten sich die Bouguer-Anomalien (Δg_{Boug}) an. Sie lassen sich in einem 1-km-Gitter mit genügender Genauigkeit von ±2 - 3 mgal interpolieren. Zur Generierung dieses Gitters steht der umfangreiche Datensatz der SGPK (gravimetrischer Atlas der Schweiz) zur Verfügung. Unter der Annahme, dass die Schwereanomalien nur durch die Topografie-Reduktion und die Bouguer-Plattenwirkung beschrieben werden, entspricht die Differenz $\bar{g} - \bar{g}_{norm}$ der Bouguer-Anomalie Δg_{Boug}. Die Bouguer-Anomalien zeigen in etwa denselben Grobverlauf wie die exakten Differenzen, enthalten jedoch die hochfrequenten Anteile nicht (vgl. Abb. 10.5-2 und 10.5-3). Der Trend in den Bouguer-Anomalien in der Schweiz ist vor allem eine Folge der unterschiedlichen Mächtigkeit der Erdkruste und der Ivreazone.

Die Näherung für den höhenabhängigen Anteil lautet somit:

$$(H - H^N)[mm] \cong -\Delta g_{Boug}[mgal] \cdot H[km] \qquad (10.5\text{-}2)$$

Man kann also die Differenz zwischen den orthometrischen Höhen und den Normalhöhen prädizieren, indem man die Bouguer-Anomalie aus der horizontalen Punktposition interpoliert und diese anschliessend mit der Meereshöhe multipliziert. Vernachlässigt werden in dieser Näherung hauptsächlich die Einflüsse aller bekannten Störmodelle, welche zur Berechnung der orthometrischen Höhen eingeführt wurden (s. 7.5). Wiederum ist es nur von untergeordneter Bedeutung, welche Höhe (LN02 oder LHN95) dazu eingesetzt wird, dadurch entstehen Abweichungen einzig im Sub-Millimeterbereich.

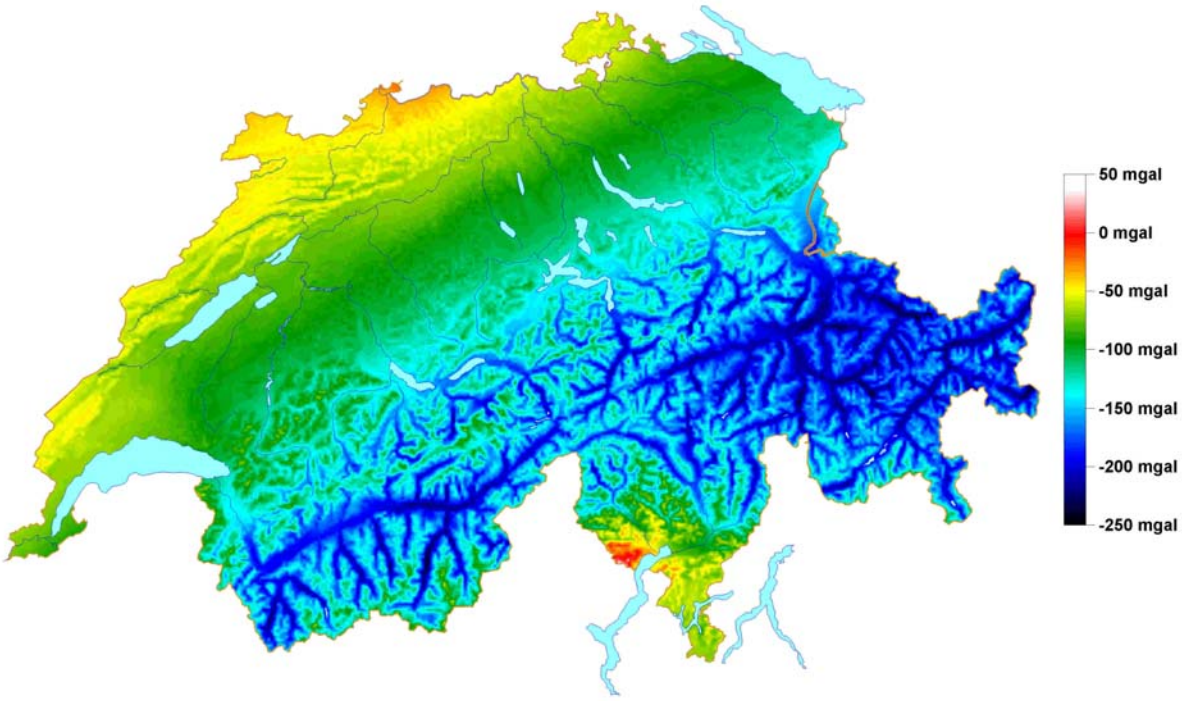


Abbildung 10.5-2: Differenz zwischen mittlerer Schwere in der Lotlinie und mittlerer Normalschwere $\overline{g} - \overline{g}_{norm}$ [mgal]

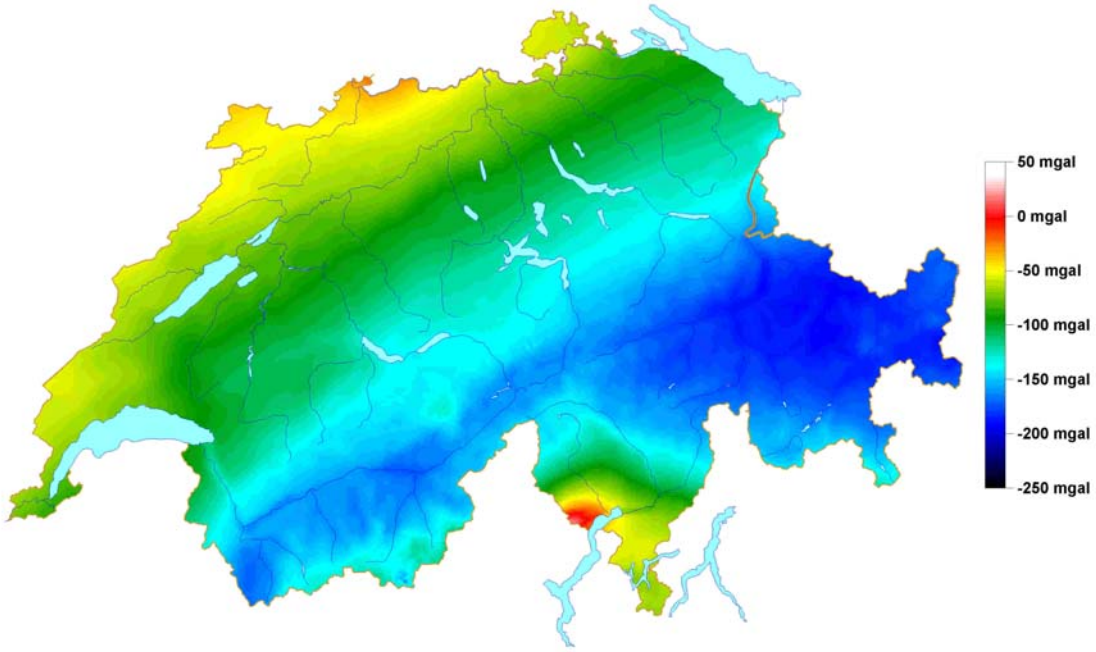


Abbildung 10.5-3: Bouguer-Anomalien Δg_{Boug} [mgal]

Die Unterschiede zwischen den Differenzen in Abb. 10.5-2 und 10.5-3, auch wenn sie lokal sehr ausgeprägt erscheinen, haben auf die eigentliche Berechnung der orthometrischen Höhen einen relativ geringen Einfluss. Auf den 1431 Stützpunkten kann der Unterschied zwischen genäherter und strenger Berechungsart genau analysiert werden. Im grössten Teil des Mittellandes und des Juras sind die Unterschiede kleiner als 1 cm (s. Abb. 10.5-4). In den hochgelegenen Alpentälern (v. a. im Mattertal) können negative Differenzen bis zu -13 cm auftreten.

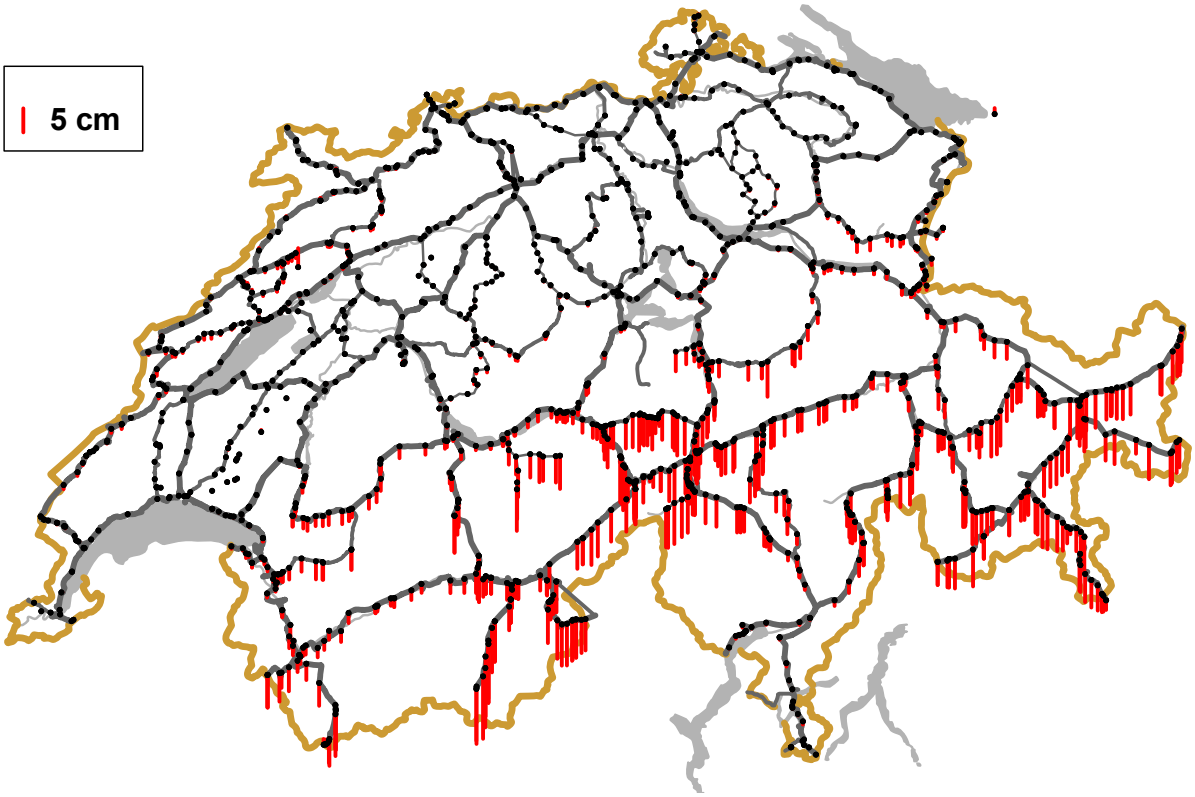


Abbildung 10.5-4: Differenzen des Unterschiedes 'orthometrische Höhen minus Normalhöhen' zwischen strenger und genäherter Berechnung mit den Bouguer-Anomalien auf den Stützpunkten des Landeshöhennetzes

In Abb. 10.5-4 und 10.5-5 zeigt sich, dass der höhenabhängige Anteil im Wesentlichen mit den Bouguer-Anomalien modelliert werden kann. Grössere Abweichungen treten vor allem noch im Alpenraum, insbesondere im Bereich der grossen Massive (Berner Alpen, Walliser Alpen) und in den Walliser Seitentäler auf.

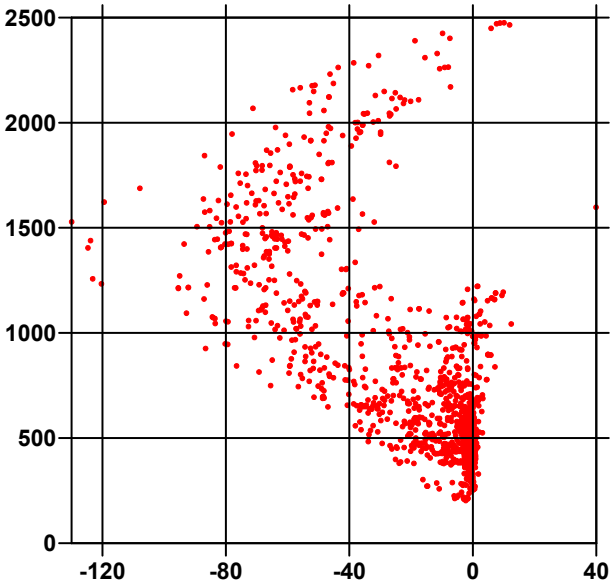


Abbildung 10.5-5: Orthometrische Höhen minus Normalhöhen; strenge Berechnung – Näherung aus Bouguer-Anomalien (Höhen [m] gegenüber Differenzen [mm])

In flachen Gebieten geben beide Methoden praktisch identische Resultate, auch wenn $\overline{g} - \overline{g}_{norm}$ aus einem Gitter interpoliert wird; im Gebirge und in den Alpentälern ist die stark höhenabhän-

gige Differenz $\overline{g} - \overline{g}_{norm}$ nur näherungsweise resp. mit einem Qualitätsverlust in einer Fläche[40] (z.B. 1-km-Gitter) darstellbar. Für die Transformation zwischen LN02 und LHN95 ist nun aber gerade entscheidend, dass wegen dieser Einschränkung die Nachbarschaftsgenauigkeit zwischen den Punkten zerstört werden kann, wenn mit einer Näherungsfläche aufgrund der exakten Formeln gerechnet wird. Daher ist es sicherlich vorteilhaft, mit den Bouguer-Anomalien zu arbeiten, auch wenn dadurch auf den Berggipfeln einige Ungenauigkeiten in Kauf genommen werden müssen.

Der verbleibende Rest zwischen strenger und genäherter Methode auf den Stützpunkten wird in einem Korrekturanteil als zusätzlicher lageabhängiger Anteil $f_{Rest}(y,x)$ mit dem *minimum curvature* – Verfahren modelliert (s. Abb. 10.5-6). Im Mittelland und im Jura sind diese Korrekturen praktisch 0, einzige Ausnahme bildet der Chasseral (einziger Stützpunkt auf einem der höchsten Jura-Gipfel). In den Alpen sind die Restresiduen meist kleiner als 5 cm. Eine Ausnahme bildet das Mattertal mit Abweichungen von etwas mehr als 10 cm.

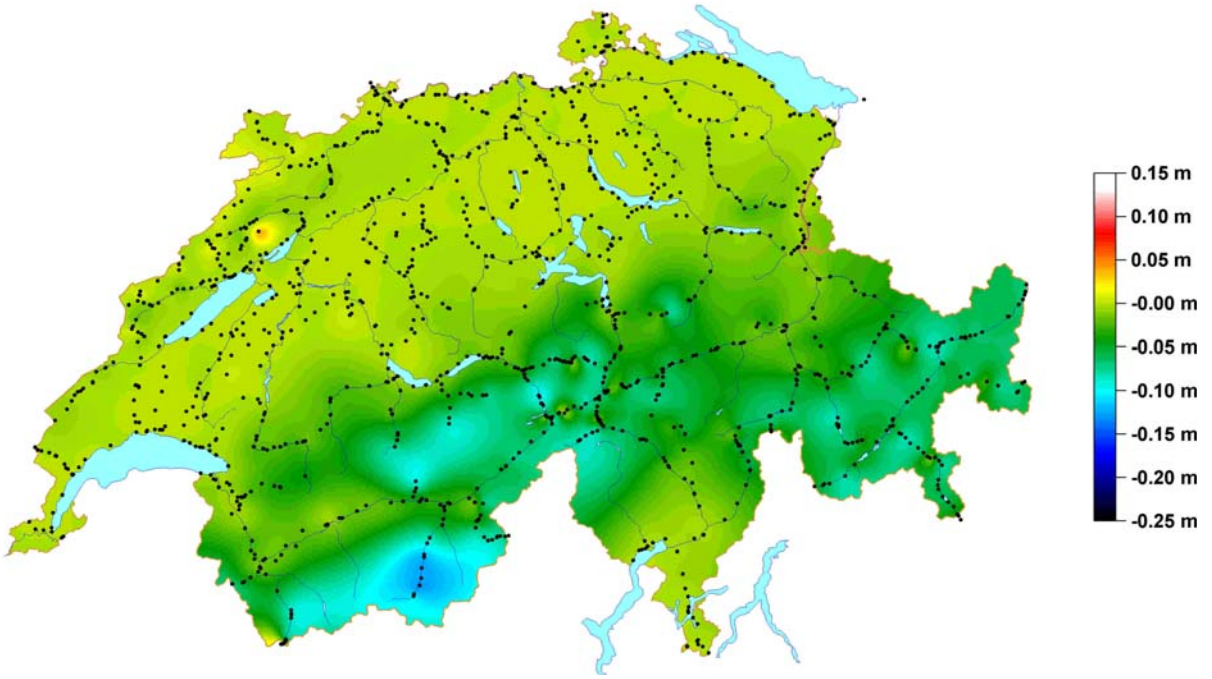


Abbildung 10.5-6: Korrekturanteil f_{Rest}: Interpolation der Restfläche zwischen strenger und genäherten Berechnungsart aus Bouguer-Anomalien.

Die Modellierung dieser Resthöhenabhängigkeit weist den Nachteil auf, dass sie auf der Information der Stützpunkte beruht. Was geschieht zwischen den LHN-Linien? Um zu dieser Information zu gelangen, verwenden wir ein 1km-Höhengitter, bilden darin die Differenz zwischen dem strengen Höheneinfluss (Abb. 10.5-2) und der Näherung mit den Bouguer-Anomalien (Abb. 10.5-3) und subtrahieren davon den Korrekturanteil f_{Rest} (s. Abb. 10.5-6). Es verbleibt quasi der nicht berücksichtigte Resthöheneinfluss (s. Abb. 10.5-7).

Deutlich zeigt sich nun, dass die Höhenabhängigkeit im Mittelland und überall dort, wo die LHN-Linien verlaufen, auch entlang den Alpenpässen, optimal modelliert ist. Auf den höchsten Gipfeln des Juras sind leichte Abweichungen von max. 3 cm ersichtlich. Einzige Ausnahme ist hier wiederum der Stützpunkt Chasseral, welcher durch seine spezielle Lage (Stützpunkt auf der lokal höchsten Jura-Erhebung) zu einer leichten Überkompensation führt (blauer Fleck nordwestlich des Bieler-Sees in Abb. 10.5-7). Im Alpenraum erweist sich, dass die Sohlen der

[40] Je höher die Auflösung eines Gitters der Abbildung $\overline{g} - \overline{g}_{norm}$ gewählt wird, desto besser gelingt eine Interpolation. Dies widerspricht allerdings der Forderung nach einer möglichst einfachen Transformation.

Haupttäler (unabhängig von der Höhenlage) richtig modelliert sind. Sobald man sich aber in Richtung der dazwischen liegenden Gebirgsmassive bewegt, resultieren Abweichungen von einigen cm bis maximal 2 dm auf den höchsten Gipfeln. Diese Vernachlässigung der Höhenabhängigkeit ist zwar unschön; der Qualitätsverlust entsteht aber hauptsächlich dort, wo exakte LN02-Höhen kaum gefragt sind resp. die originäre Bestimmungsgenauigkeit in LN02 bedeutend schlechter ist, als entlang des Landesnivellements.

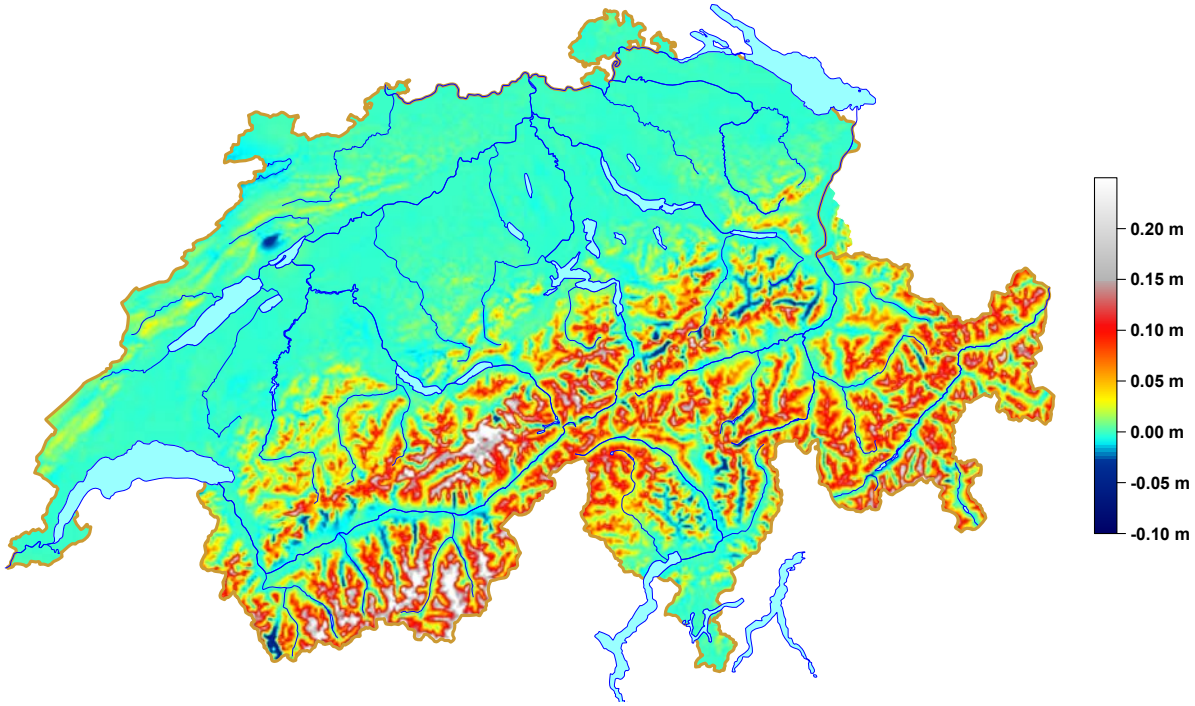


Abbildung 10.5-7: Restbeträge, welche nach der Modellierung der Höhenabhängigkeit durch die Bouguer-Anomalien und die Korrekturfläche f_{Rest} gegenüber einer strengen Lösung verbleiben.

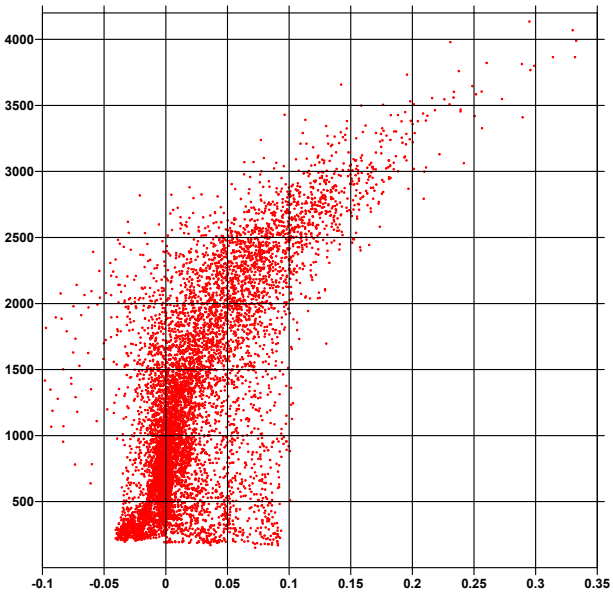


Abbildung 10.5-8: Restbeträge [m] aus 12.5-7 in Abhängigkeit der Höhenlage [m] der Gitterpunkte.

Trägt man diese Restbeträge der Gitterpunkte in Abhängigkeit der Höhe auf, so entsteht die Abb. 10.5-8. Bis auf die Höhe von ca. 1'500 m liegen die Abweichungen nahe bei 0. Es zeigt sich allerdings, dass ab dieser Höhe eine weitere systematische Höhenabhängigkeit mitmodel-

liert werden müsste, welche jedoch einen grossen Streubereich aufweist. Die Tatsache, dass diese Werte nur aus einem zufälligen Gitter abgeleitet werden konnten und nicht auf realen Messungen beruhen, führte dazu, diesen Schritt zu unterlassen.

Der gesamte Anteil der nun interpolierten Abweichungen zwischen orthometrischen und Normalhöhen ist in Abb. 10.5-9 ersichtlich. Er entspricht exakt dem Unterschied zwischen den Höhenanomalien und den Geoidundulationen.

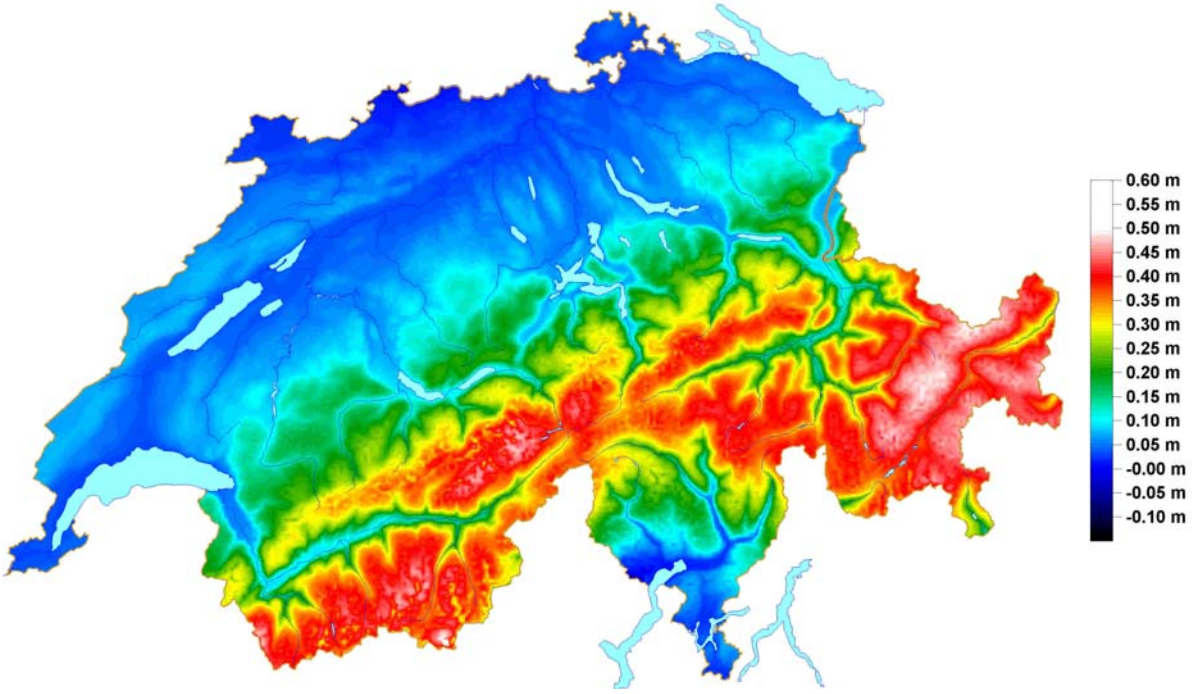


Abbildung 10.5-9: Total des höhenabhängigen Anteils aus den beiden Interpolationsflächen $-\Delta g_{Boug} \cdot H$ und f_{Rest} als Differenz zwischen orthometrischer Höhe und Normalhöhe resp. Höhenanomalie und Geoidundulation (resp. Quasigeoid minus Geoid).

10.5.4 Zusammenfassung des Überganges und die Umkehrbarkeit der Interpolation

10.5.4.1 Zusammenfassung

Die vollständige Transformation mit den insgesamt drei Interpolationsflächen sieht nun folgendermassen aus:

$$H_{LHN95} = H_{LN02} + f_{Norm-LN02}(y,x) + f_{rest}(y,x) - \Delta g_{Boug}(y,x) \cdot H \qquad (10.5\text{-}3)$$

Die Abbildung 10.5-10 zeigt diese gerechneten Unterschiede als Fläche über die gesamte Schweiz.

Der lageabhängige Anteil $f_{Norm-LN02}(y,x)$ enthält die Unterschiede zwischen Gebrauchshöhen und den Normalhöhen. Neben den systembedingten Abweichungen aufgrund des (Normal-)Schwerefeldes sind hier auch die Netzverzerrungen von LN02 und der Einfluss der rezenten Vertikalbewegungen berücksichtigt. Die genügende Auflösung in Form eines 1-km-Gitters wurde aus 1431 repräsentativ verteilten Stützpunkten des LHN berechnet.

Die höhenabhängige Funktion kann genähert als Produkt der lokalen Bouguer-Anomalie mit der Höhe dargestellt werden. Die Bouguer-Anomalien lassen sich aus einem 1-km-Gitter mit genügender Genauigkeit interpolieren (±2 – 3 mgal); dieser Grunddatensatz stammt von der Schweizerischen Geophysikalischen Kommission (gravimetrischer Atlas der Schweiz). Nach Berücksichtigung der Höhenabhängigkeit verbleiben Residuen von wenigen Millimetern im Mittelland bis zu mehreren Zentimetern im Alpenraum. Aufgrund der Stützpunktinformation können diese ebenfalls in einem 1-km-Gitter $f_{Rest}(y,x)$ leicht verwaltet und interpoliert werden.

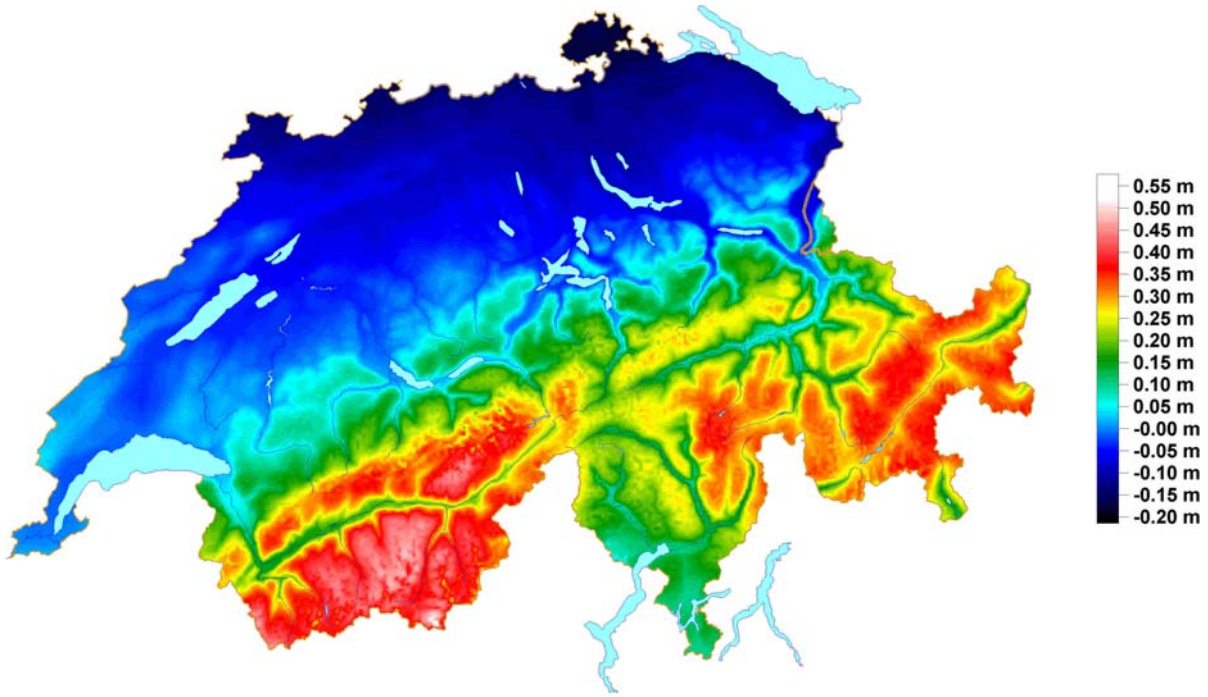


Abbildung 10.5-10: Übersicht über die Spannen resp. die Gesamtdifferenz zwischen LHN95 und LN02

Eigentlich könnten die beiden Flächen $f_{Norm\text{-}LN02}(y,x)$ und $f_{Rest}(y,x)$ in einer Fläche zusammengefasst werden, ohne dass dadurch eine Genauigkeitseinschränkung resultieren würde. Darauf wurde in der realisierten Software bewusst verzichtet. Dies mit dem Vorteil, dass als Nebenprodukt auch relativ einfach zwischen Gebrauchshöhen und Normalhöhen umgerechnet werden kann.

10.5.4.2 Umkehrbarkeit der Transformation

Von einer praxisnahen Software wird erwartet, dass die Rücktransformation wieder die Ausgangshöhen ergibt. Dies lässt sich mit den vorgeschlagenen Verfahren relativ leicht erreichen. Die Interpolation aus den Gittern ($f_{Norm\text{-}LN02}(y,x)$, f_{Rest} und Δg_{Boug}) ist nicht kritisch, da die Werte unabhängig von der Höhe sind. Der einzige Faktor, welcher eine Rücktransformation beeinflusst, ist die Höhe H, mit welcher die Bouguer-Anomalien multipliziert werden. Vereinfacht geschrieben gilt:

$$H_{LHN95} = H_{LN02} + f - q \cdot H \qquad (10.5\text{-}4)$$

Je nachdem, welche Höhe für H eingesetzt wird (LN02 oder LHN95), ergeben sich leicht unterschiedliche Resultate. Aber selbst in extremen Verhältnissen (Δg_{Boug} = 200 mgal; H = 2000 m) beträgt der begangene Fehler nur Bruchteile eines Millimeters. Auch wenn dies zu vernachlässigen wäre, kann diese kleine Unschönheit eliminiert werden. Wir entschieden uns, dazu immer die orthometrische Höhe zu verwenden, was eine leichte Modifikation der Formeln erfordert:

$$H_{LHN95} = \frac{H_{LN02} + f}{1 + q} \qquad (10.5\text{-}5)$$

Für die Rücktransformation wird die bisherige Schreibweise verwendet:

$$H_{LN02} = H_{LHN95} - f + q \cdot H_{LHN95} \qquad (10.5\text{-}6)$$

10.5.5 Die Vereinfachung der Transformation mit nur einer Übergangsfläche

Man kann sich durchaus eine einzige Transformationsfläche *T* vorstellen, mit welcher sich der direkte Übergang von den orthometrischen Höhen des LHN95 oder gar direkt von den ellipsoidischen Höhen in die Gebrauchhöhen LN02 vollziehen lässt. Letzteres käme einer 'geoidähnlichen' Fläche gleich, welche in GPS-Empfänger eingebaut werden könnte, wie das bereits mit dem Geoidmodell CHGeo2004 der Fall ist. Diese Fläche *T* lässt sich aus den Geoidundulationen *N* und den Spannen zusammensetzten, wie sie in den vorangegangenen Unterkapiteln modelliert wurden (s. Abb. 10.5-11).

T kann mit folgender Formel dargestellt werden:

$$T = N + f - q \cdot H \qquad (10.5\text{-}6)$$

Eine Zusammenfassung in nur einer Transformationsfläche erfolgt aber nicht ohne Genauigkeitsverlust bei gleicher Informationsdichte (z. B. km-Raster). Das Problem besteht wie beim Quasigeoid-Modell in seinen hochfrequenten Anteilen. Ein Hauptargument für die ursprüngliche Wahl eines orthometrischen Höhensystems war ja, dass die bei der Umrechnung der ellipsoidischen Höhen zu verwendende Referenzfläche, nämlich das Geoid, einen äusserst geglätteten Verlauf zeigt (im Gegensatz zum Quasigeoid, welches bei einem Normalhöhensystem zum Einsatz käme (s. Kapitel 4.2.2.1 oder Abb. 10.5-9).

Die Geoidundulationen *N* zeigen einen sehr ruhigen Verlauf und können ohne Probleme in einem 1-km-Gitter mit einer Genauigkeit von ±0.1 mm interpoliert werden. Gleiches gilt für den lageabhängigen Anteil *f* (hier als Zusammensetzung von $f_{Norm\text{-}LN02}(y,x)$ und f_{Rest}). Um den höhenabhängigen Anteil $q \cdot H$ in einer Fläche abzubilden, müssen die Bouguer-Anomalien mit den 1-km-Gitterpunkten des digitalen Geländemodells (aus dem DHM25 extrahiertes Gitter) multipliziert werden. In dieser Fläche liegt letztendlich der wesentliche Genauigkeitsverlust gegenüber einer Transformation mit individueller Punkthöhe des zu transformierenden Punktes (s. a. Kapitel 10.7).

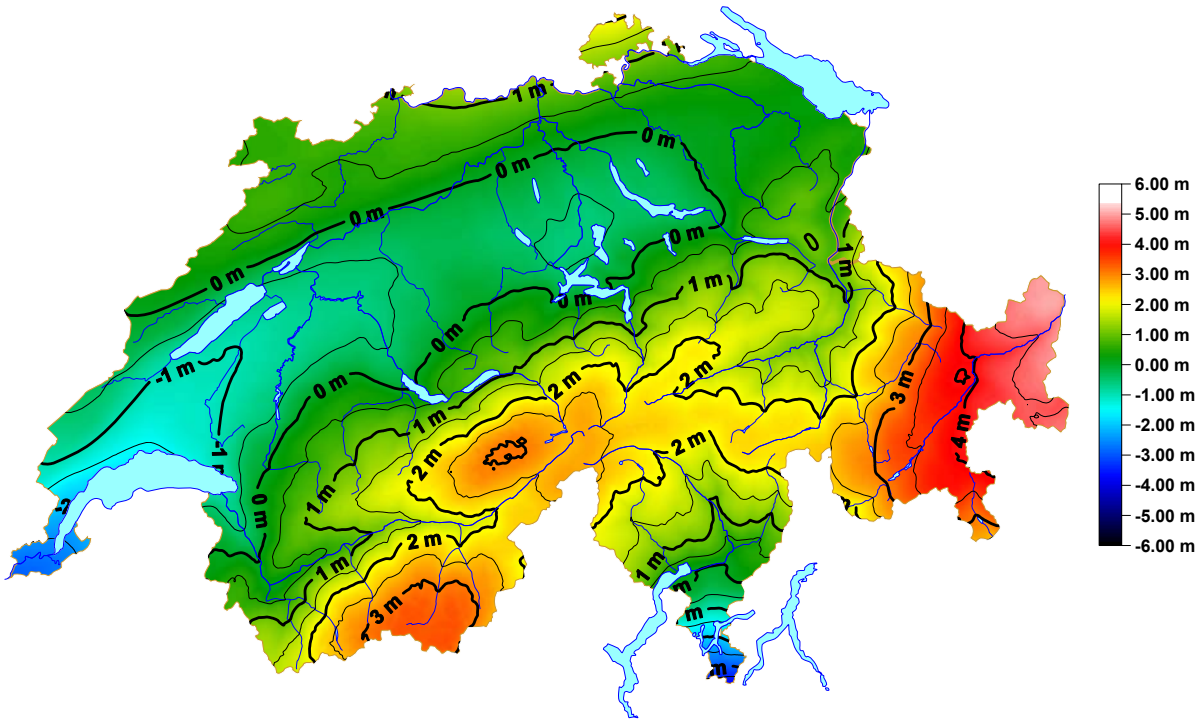


Abbildung 10.5-11: In einem Schritt von den ellipsoidischen Höhen zu den Gebrauchshöhen LN02: Die Transformationsfläche *T* resp. die Kombination des Geoidmodells CHGeo2004 mit der Gesamtfläche aus Abb. 10.5-8.

Es ist bereits in Abb. 10.5-10 ersichtlich, dass im Mittelland eine Transformation mit nur einer Fläche gut funktionieren sollte, da die lokalen Unterschiede praktisch keine Höhenkorrelation zeigen (resp. die Höhenunterschiede klein sind). In den Alpen unterscheiden sich die Werte benachbarter Punkte des 1-km-Gitters um bis zu 18 cm. Dies ergibt natürlich für die Zwischenpunkte eine Interpolationsungenauigkeit von mehreren Zentimetern. Am schwierigsten ist diese Interpolation in den engen Alpentälern wie beispielsweise in den südlichen Seitentälern des Wallis. Hier müsste ein 250m-Raster gewählt werden, um eine ansprechenden Transformationsgenauigkeit im Zentimeterbereich zu ermöglichen. Wohlverstanden sprechen wir hier von einem relativen Genauigkeitsverlust der Transformation aus einer Fläche gegenüber dem ursprünglichen Ansatz aus drei Flächen. Dies ist nicht zu verwechseln mit der absoluten Transformationsgenauigkeit mit in beiden Rahmen gemessenen Höhenwerten. Umfangreichere Untersuchungen zu beiden Aspekten sind im Kapitel 10.7 zu finden.

Abb. 10.5-11 zeigt nun die Gesamtfläche *T*, um in einem Schritt von den ellipsoidischen Höhen zum Gebrauchshöhenrahmen LN02 zu gelangen. Wegen der grossen Variation des Geoidmodells CHGeo2004 gehen die hochfrequenten höhenabhängigen Anteile unter. Die Spannbreite der Änderungen zwischen den ellipsoidischen Höhen in CH1903+ und den Gebrauchshöhen LN02 liegt zwischen ± 5.5 m.

10.5.6 Die exakte Abbildung der Stützpunkte

Eine Höhentransformation nach vorgeschlagenem Verfahren bildet die Stützpunkte nicht exakt in die Sollwerte ab. Der heikle Punkt ist dabei die Gitterbildung aus den Stützpunktdifferenzen. Weisen nämlich nahe gelegene Stützpunkte grössere Spannungen auf, können diese nicht exakt durch eine Interpolation aus einem Gitter transformiert werden. Deshalb ist es äusserst wichtig, dass nur stabile und gut bekannte Punkte als Stützpunkte verwendet werden. Unter dieser Voraussetzung und unter Anwendung des *minimum curvature* - Verfahrens für die Gitterbildung lassen sich die Stützpunkte auf ca. 1 mm auf ihre Sollwerte transformieren.

Die Abbildungen 10.5-12 und 10.5-13 zeigen nun sehr deutlich, inwieweit die Stützpunkte in ihre Sollwerte abgebildet werden. Abb. 10.5-12 behandelt die genauere Transformation aus den Einzelfiles, Abb. 10.5-13 die vereinfachte Transformation aus einem Gesamtfile. Die genauere Methode mit der besseren Berücksichtigung der Höhenabhängigkeit bildet die Stützpunkte über grosse Gebiete unter einem Millimeter ab. Der Mittelwert aller Abweichungen liegt exakt bei 0 mm, die Abweichungen streuen mit einem Wert von ±1.5 mm.

Die Problemgebiete der Transformation aus Einzelfiles sind in Abb. 10.5-12 deutlich erkennbar und befinden sich in topografisch anspruchvollem Gebiet entlang den grossen Passlinien. Die maximalen Abweichungen sind am Col de la Forclaz zu finden (sw von Martigny). Die transformierten Höhen differieren von den Sollwerten bei zwei benachbarten Punkten um +1.2 und -1.6 cm. Es handelt sich hier wie auch bei den anderen grossen Abweichungen nicht um Spannungen in den Stützpunktdaten. Diese Punkte befinden sich in einem horizontalen Abstand von ca. 650 m und weisen eine Höhendifferenz von 250 m auf. Bei derart schwierigen topografischen Verhältnissen liefert die Modellierung der Höhenabhängigkeit bedeutend schlechtere Ergebnisse. Insbesondere können in der lageabhängigen Fläche f_{Rest} keine lokalen Diskrepanzen aufgefangen werden.

Wesentlich schlechter ist die Stützpunktabbildung bei der Methode mit nur einer Transformationsfläche (s. Abb. 10.5-13). Die Abweichungen streuen mit ±5 mm mit Maximalbeträgen von +1.8 cm und -4.3 cm. Die Ursache dieser Verschlechterung liegt wiederum in der Modellierung der Höhenabhängigkeit in einem flächenhaften Anteil (Bouguer-Anomalien multipliziert mit dem 1-km-Gitter aus dem Höhenmodell DHM25). Am deutlichsten zeigt sich dies in der Gondo-Schlucht (südl. Simplonpass), wo auch die grössten Abweichungen resultieren.

Abbildung 10.5-12: *HTRANS* mit Einzelfiles: genauere Abbildung der Stützpunkte (Differenz LN02 transformiert minus Sollwert)

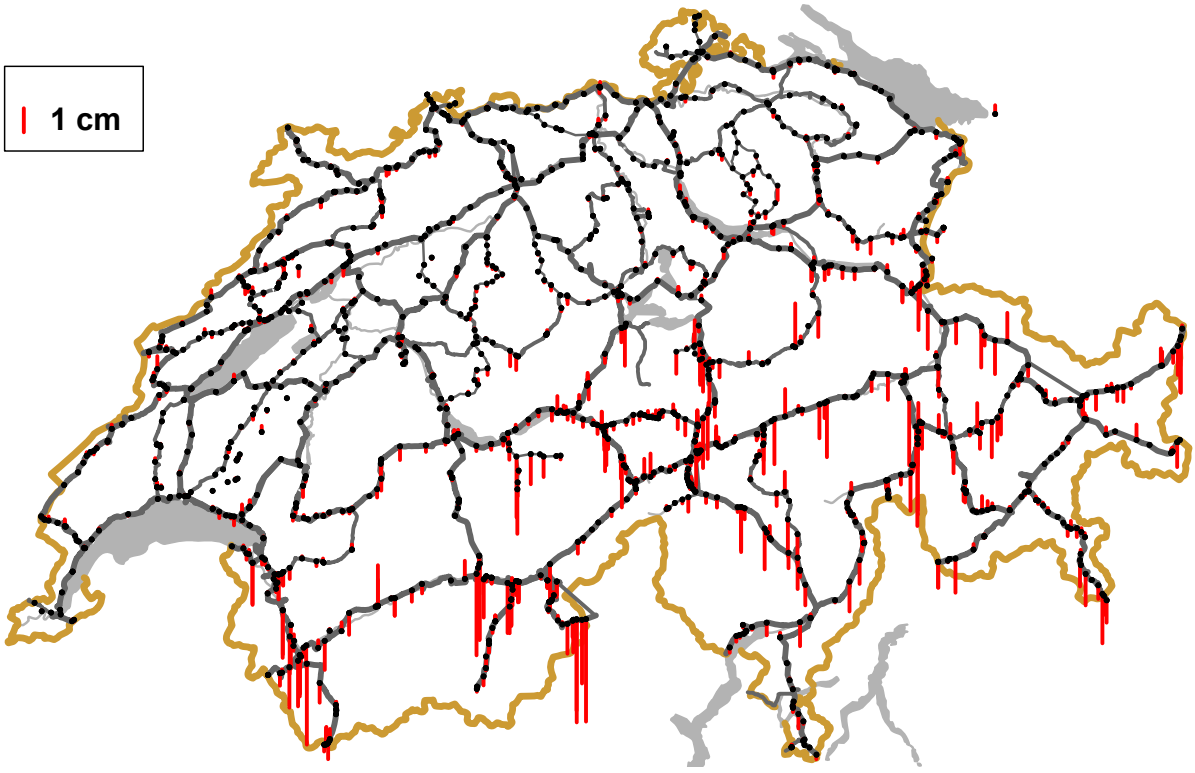


Abbildung 10.5-13: *HTRANS* mit Gesamtfile: reduzierte Abbildungsgenauigkeit in den Stützpunkten (Differenz LN02 transformiert minus Sollwert)

Falls man jedoch wie bei der Lagetransformation mit FINELTRA möchte, dass die Stützpunkte exakt in ihre Sollwerte transformiert werden, so wäre das vorgeschlagene Verfahren ungeeignet. Der Interpolationsalgorithmus müsste dann direkt auf die Stützwerte zurückgreifen und die

Transformation daraus mit einem geeigneten Verfahren durchführen (z.B. Kollokation). Die exakte Transformation, welche bei den Lagewerten bald schon rechtliche Relevanz hat, ist bei der Höhentransformation jedoch nicht gefordert. Zudem würde der Genauigkeitsgewinn zu Lasten einer schnellen und einfachen Transformation ausfallen.

In Anbetracht der lokalen Genauigkeit der LN02-Höhen ausserhalb des Landeshöhennetzes ist die durchschnittliche Abbildungsgenauigkeit auf den Stützpunkten im Umfang von ±1 mm geradezu ideal (s. a. Kapitel 10.7).

10.6 Das Programm *HTRANS*

Ein praxisbezogenes Programm zur Transformation zwischen den beiden Höhenrahmen LHN95 und LN02 muss die beiden Anwendungen erfüllen können:

1. Transformation von Koordinatensätzen zwischen den beiden Höhenrahmen
2. Transformation von GPS-Messungen von LHN95 in LN02

Ersteres wird verwendet, um bestehende Datensätze (Punktlisten, Koordinatenfiles) zwischen den Höhenrahmen zu transformieren.

Die zweite Aufgabe mag auf den ersten Blick weniger offensichtlich sein. Wer aber mit GPS möglichst exakte und lokal angepasste Werte im Gebrauchshöhenrahmen LN02 bestimmen möchte, muss seine präzisen, geoidmodell-korrigierten GPS-Höhen (näherungsweise) in LN02 transformieren, um sie danach mit einem geeigneten Ausgleichsprogramm lokal angepasst auszuwerten. Dies ist die klassische Anwendung einer GPS-basierten Fixpunkt-Höhenbestimmung für die amtliche Vermessung. In Kapitel 10.7.3 ist ein entsprechendes Beispiel anhand von realen Messungen im Kanton Wallis aufgeführt.

Unter dem Namen *HTRANS* wurde ein Programm entwickelt, welches diese Anforderungen erfüllt (s. Steuermaske in Tab. 10.6-1). Es liest als Input im Wesentlichen die LTOP-Standardformate der Koordinaten- und der Messfiles. *HTRANS* erzeugt mehrere Outputfiles. Wahlweise können die transformierten Höhen in Koordinatenfiles und/oder in sog. Messfiles für die spätere Verwendung in LTOP abgespeichert werden.

Das Programm wurde zudem erweitert, damit alle Umrechnungsvarianten bezüglich den ellipsoidischen Höhen im Referenzrahmen LV95 durchgeführt werden können. In *HTRANS* ist also auch die Berechnung der Geoidundulationen CHGeo2004 integriert. Da noch viele Daten (Messungen, Koordinatenlisten) in den sog. provisorisch orthometrischen Höhen bezüglich des alten Geoidmodells CHGeo98 vorliegen, wird auch diese Umrechnungsvariante angeboten. Die Möglichkeit, sowohl mit den Einzelfiles wie auch mit dem Gesamtfile den Übergang LHN95 ⇔ LN02 zu berechnen, besteht nur in swisstopo-internen Programmversionen. Die Interpolation von Punkten innerhalb der 1-km-Gitter erfolgt ausnahmslos nach der biquadratischen Methode [Marti 2002].

Das Protokollfile zur Berechnung enthält neben einem Titelblatt, in welchem generelle Angaben zur (gewählten) Berechnungsart gemacht werden, eine detaillierte Liste mit den berechneten Punkten. Sie ist in zwei Tabellen unterteilt. Zuerst werden Details zur Transformation LHN95 ⇔ LN02 aufgelistet, danach sind je nach Transformationsweg auch Angaben zu den Geoidundulationen ersichtlich. Im nachfolgenden Beispiel in Tab. 10.6-2 wurden sog. provisorisch orthometrische Höhen in LN02 transformiert.

```
                        HTRANS Version 2005.02.1-AIX
H a u p t - M e n u                                              30/03/06 14:28
-------------------------------------------------------------------------------
--- INPUT/OUTPUT ---
   < 1 >    Name Input-File (KOO,MES)   : f188.LHN95                          *
   < 2 >    Name Protokoll-File         : f188_LN02.prn
   < 3 >    Name Output Koord.-File     : f188.LN02
   < 4 >    Name Output Mess-File       : f188_LN02.mes
   < 5 >    neue Titel-Zeile (Out.-File): Berninapass: LHN95 nach LN02
--- BERECHNUNG ---
   < 6 >    Code Input-System           : 2
   < 7 >    Code Output-System          : 1
   --- Liste der Codes:
          1: LN02 Landesnivellement
          2: LHN95 Landeshöhennetz (CHGeo2004,definitive orth. Höhen)
          3: prov. orth Höhen (berechnet mit CHGeo98)
          4: Ellipsoidische Höhen LV95
-------------------------------------------------------------------------------
 weitere Befehle : | < X > | < Q > | < ?[x] > |
-------------------------------------------------------------------------------
 Waehle :
-------------------------------------------------------------------------------
```

Tabelle 10.6-1: Steuermaske zum Programm *HTRANS*

```
Teil HTRANS (LN02 <--> LHN95)
 ============================
 Punkt              OST y     NORD x   H LHN95    HFAK  HTEIL   LAGE   REST  H LN02
 ------------------------------------------------------------------------------------
 1031.366  Sibl 2679565.70 1285250.03  514.9994  -56.3  .0296 -.2005 -.0008  515.1711
 1130.800  Sins 2672345.44 1227806.41  427.6431 -105.2  .0459 -.1233 -.0001  427.7207
 1251.706  San  2686380.84 1156199.75 2101.7389 -149.9  .3214 -.1081  .0200 2101.5056
 1313.700  Bell 2722202.77 1116954.93  275.3153  -87.5  .0246  .0981  .0041  275.1884

Ganze Transformation
 ====================

 Punkt              OST y     NORD x   H prov.  CHGeo2004   CHGeo98   HTRANS   H LN02
 ------------------------------------------------------------------------------------
 1031.366  Sibl 2679565.70 1285250.03  514.9606 -  1.7207 +  1.7594 -  -.1717  515.1711
 1130.800  Sins 2672345.44 1227806.41  427.6359 -  -.5131 +  -.5059 -  -.0775  427.7207
 1251.706  San  2686380.84 1156199.75 2101.7936 -  2.2012 +  2.1464 -   .2333 2101.5056
 1313.700  Bell 2722202.77 1116954.93  275.3743 -   .0047 +  -.0543 -   .1268  275.1884
```

Tabelle 10.6-2: Auszüge aus dem Outputfile aus *HTRANS* mit punktweisen Detailinformationen zur Transformation von LHN95 (prov. orthometrisch) nach LN02

Nach einer Punktbezeichnung und den Lagekoordinaten (wahlweise CH1903 oder CH1903+) werden die Höhen im Ausgangsystem (im Fall Tab. 10.6-2: LN02) angegeben.

Legende zu den Tabellen 10.6-2:

- *HFAK:* Bouguer-Anomalie Δg_{Boug} resp. lokaler Höhenmassstab in ppm
- *HTEIL:* $-\Delta g_{Boug} \cdot H$ resp. $-HFAK \cdot H$
- *LAGE:* $f_{Norm\text{-}LN02}$
- *REST:* f_{Rest}
- *H prov:* provisorisch orthometrische Höhe (bezüglich CHGeo98)
- *CHGeo2004:* Geoidundulation aus dem Geoidmodell CHGeo2004
- *CHGeo98:* Geoidundulation aus dem Geoidmodell CHGeo98
- *HTRANS:* Summe der einzelnen Anteile (HTEIL + REST + LAGE) aus dem Programm *HTRANS*

HTRANS wurde als eigenständiges Programm entwickelt und in das Programmpaket REFRAME integriert, welches auch veräussert wird. Für beschränkte Datenmengen (max. 5 Mb) existiert eine frei zugängliche Anwendung von REFRAME auf der Homepage von swisstopo. Die in der Tab. 10.6-1 erwähnten Möglichkeiten sind alle in Form einer einfachen Internet-Dienstleistung zugänglich (s. Abb. 10.6-1).

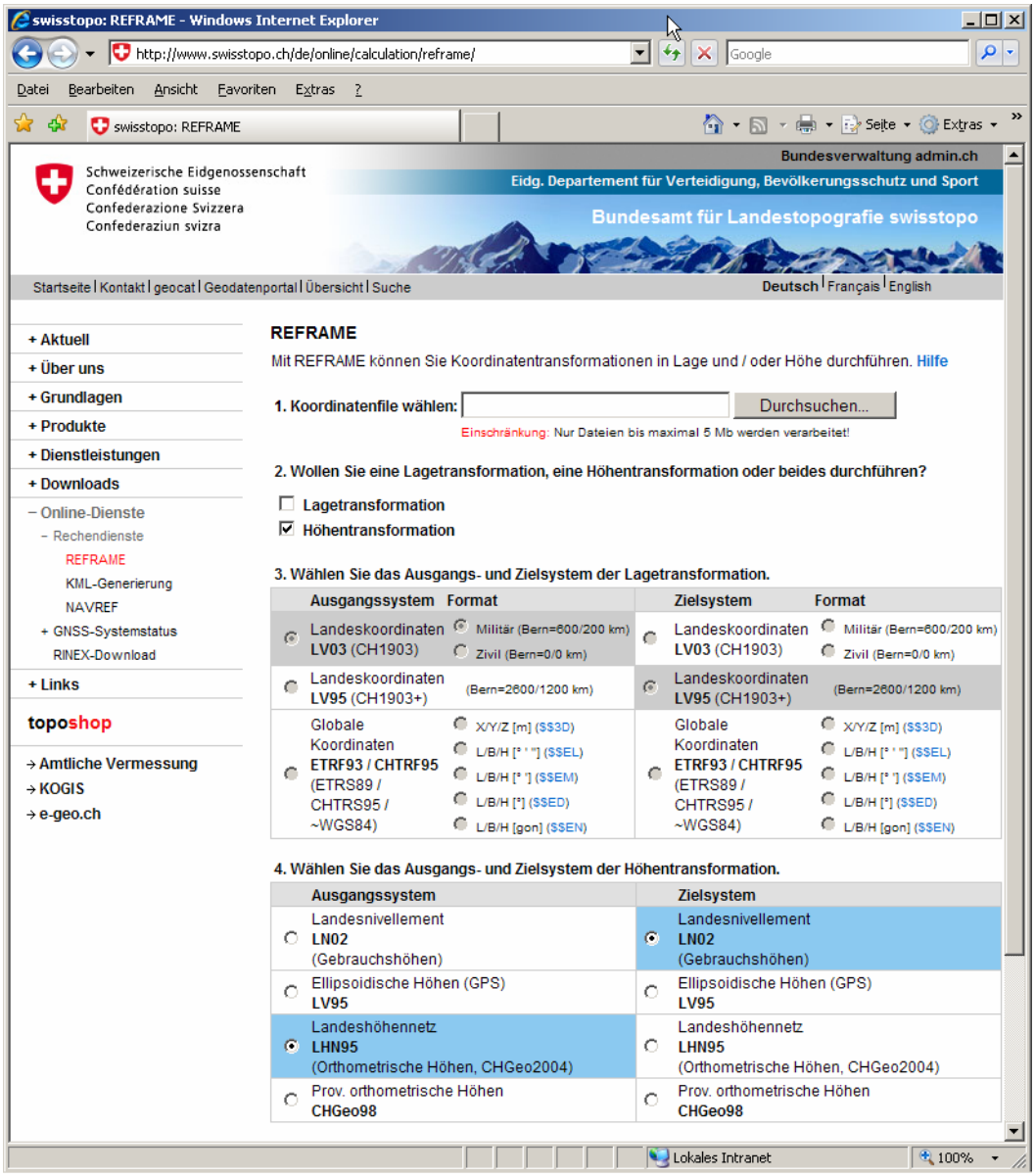


Abbildung 10.6-1: Menu-Maske des Online-Dienstes REFRAME der swisstopo für die Umrechnungen zwischen den unterschiedlichen Lage- und Höhenrahmen der Landesvermessung. Die gewählte Berechnung entspricht der Transformation mit *HTRANS* von LHN95 nach LN02

10.7 Testberechnungen und Genauigkeitsuntersuchungen mit bestehenden Daten

Zwei Ziele werden mit den Testberechnungen in Kapitel 10.7 verfolgt. In einem ersten Teil soll geprüft werden, welchen Genauigkeitsverlust mit dem Gesamtfile in Kauf genommen werden muss.

An drei unterschiedlichen Beispielen wird danach versucht, Angaben zur absoluten Transformationsgenauigkeit mit bestehenden Daten entlang und zwischen den LHN-Maschen zu ermitteln. Die Datensätze zur Transformation LHN95 ⇔ LN02 stützen sich ja auf Höhen ausgewählter und stabiler Punkte des Landeshöhennetzes. Am Beispiel zweier ausgewählter Mittelland- und Alpenlinien testen wir die Transformationsqualität auf allen HFP1.

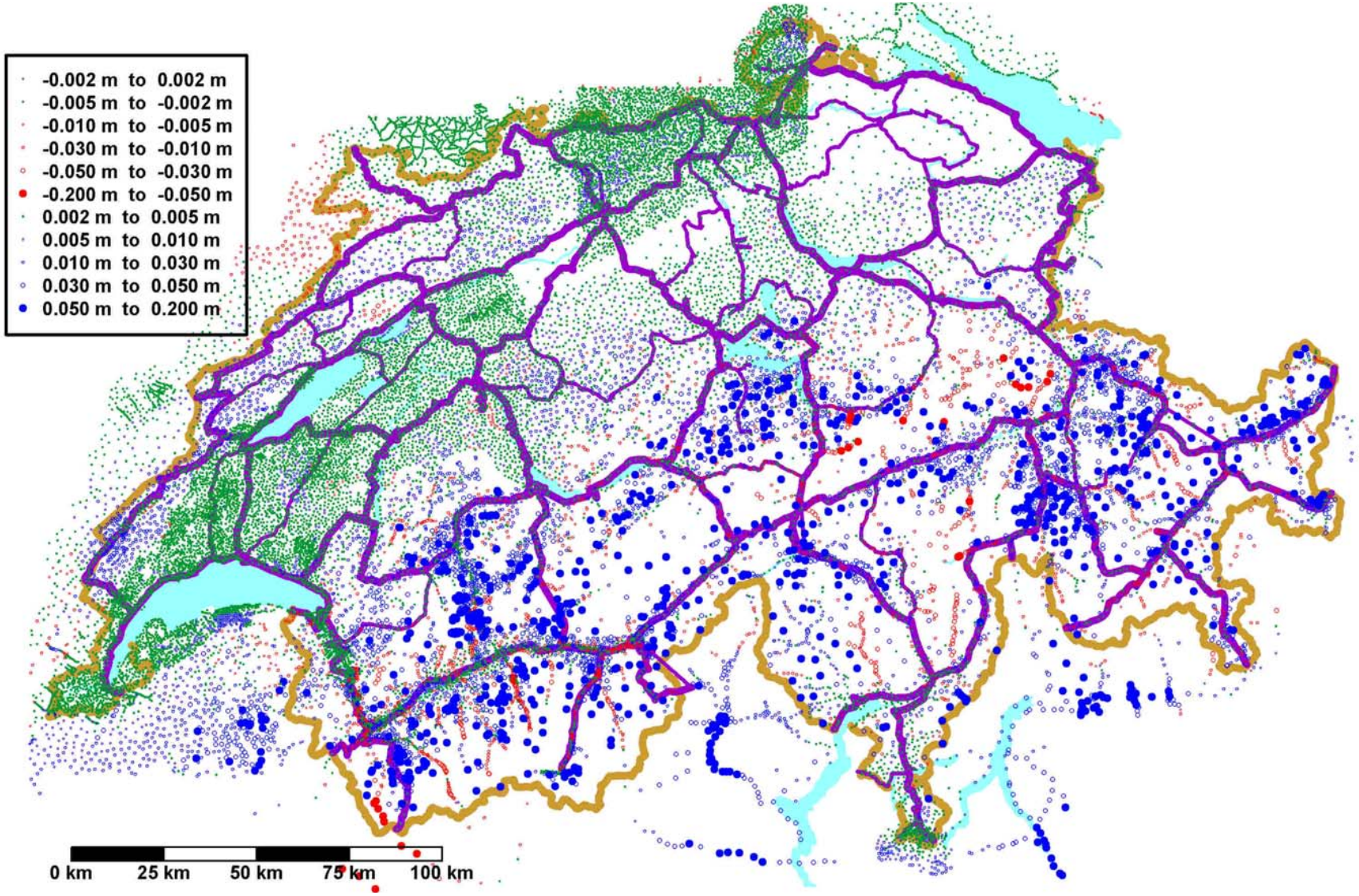


Abbildung 10.7-1: Differenzen der Transformation der Höhen der SGPK-Punkte von LN02 in LHN95 nach der Methode "3-Gitter" minus "1-Gitter"

Mit den Testberechnungen soll insbesondere untersucht werden, ob die Stützpunktinformationen genügen, um die Transformation in Gebieten durchzuführen, welche weit entfernt von den Linien des Landesnivellements liegen oder ob es gar nötig ist, noch weitere Stützpunkte einzuführen. Leider ist dies nicht anhand von äusserst präzisen und unabhängigen Daten möglich, da die wenigen HFP2-Linien, welche digital vorliegen und uns von den Kantonen zur Verfügung gestellt wurden, bereits Bestandteil der für die Stützpunktermittlung verwendeten Linien sind (s. a. 10.2). Es stehen uns jedoch der Datensatz der LV95-Punkte sowie GPS-Messungen auf bestehenden Lagefixpunkten 2. Ordnung (LFP2) des Kantons Wallis zur Verfügung, um die Transformationsqualität landesweit und exemplarisch zu überprüfen.

10.7.1 Genauigkeitsuntersuchung *HTRANS* mit Einzelfiles gegenüber *HTRANS* mit dem Gesamtfile

In diesem ersten Test wurde untersucht, inwiefern die beiden Transformationsmethoden (3 Gitter vs. 1 Gitter) die Resultate unterschiedlich beeinflussen. Als Testdatensatz wurden die Höhen LN02 der Schwerewerte der SGK (ca. 30'000 Punkte) nach beiden Methoden transformiert und die Differenzen der Zielwerte gebildet (s. Abb. 10.7-1). Der Testdatensatz ist sehr umfangreich und repräsentiert kein regelmässiges Gitter; die Punkte sind unregelmässig verteilt.

Wie bereits betont, sagt dieser Test nichts über die absolute Transformationsgenauigkeit aus, da die Sollwerte im Zielsystem (LHN95) unbekannt sind. Jedoch kann die Reproduzierbarkeit der beiden Methoden untersucht werden, da die Abweichungen ein Folge der ungenaueren 1-Gitter-Transformation sind.

Dieser Test zeigt sehr schön, dass der Unterschied zwischen den Methoden im Mittelland und zum überwiegenden Teil auch im Hügelland kleiner ist als 5 mm (im Mittelland 2-3 mm). Im hügeligen Gelände (z. B. Albis, Zürcher Oberland, Jura, Appenzell) können vereinzelt Unterschiede > 1cm auftreten. Im Napfgebiet und in anderen Voralpenzonen treten Abweichungen von 2-3 cm häufiger auf. Wesentlich unruhiger wird das Bild im alpinen Bereich, vor allem in den engen Gebirgstälern und in hochalpinem Gelände. In Ausnahmefällen treten hier Differenzen von über 10 Zentimetern auf. Das Maximum innerhalb der Schweiz liegt mit 25 cm in der Nähe des Matterhorns auf 3'880 m Höhe, das Minimum befindet sich mit -7.3 cm in der Umgebung des grossen St. Bernhard. Sehr grosse Differenzen sind vor allem im Ausland zu finden. Der Grund liegt hier aber mehr an den unzureichenden Höhenmodellen für die Gesamtgitterlösung.

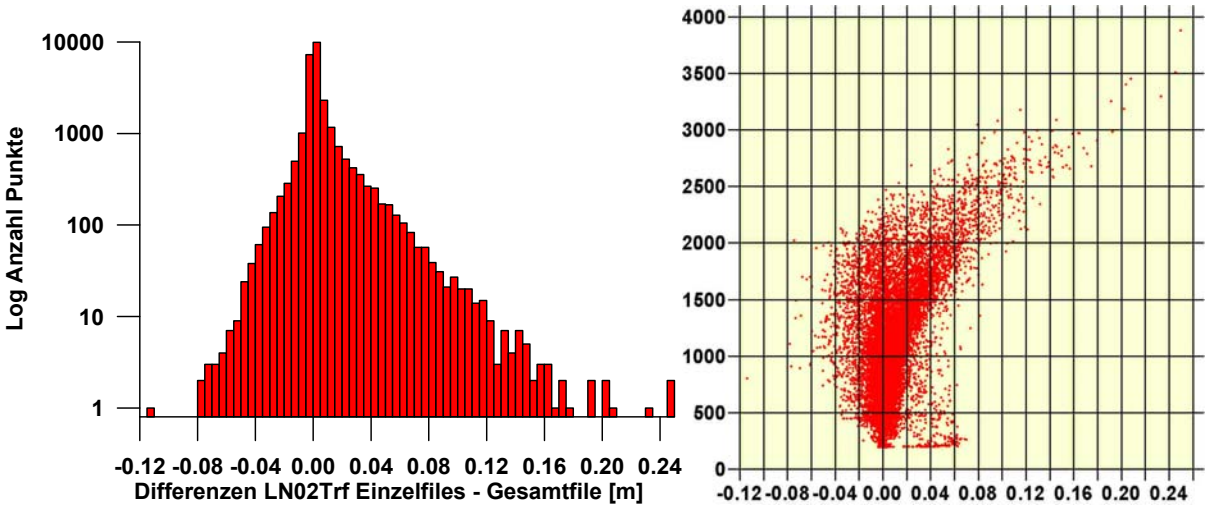


Abbildung 10.7-2: Differenzen der Transformation der Höhen der SGPK-Punkte von LN02 in LHN95 nach der Methode "3-Gitter" minus "1-Gitter":
Links: Histogramm; Rechts: Höhen [m] gegenüber Differenzen [m]

Die Verteilung dieser Differenzen ist in der Abb. 10.7-2 ersichtlich. Die Abbildung links zeigt, dass die Gesamtlösung die Transformationsbeträge eher unterschätzt. Die Abbildung rechts

beweist, dass dies hauptsächlich in Höhenlagen über 2000 m der Fall ist. Dazu gibt es eine einfache Erklärung: Schwere-Punkte in hochalpinem Gelände sind mangels Alternativen identisch mit den LFP2, welche wiederum meistens auf den Berggipfeln liegen. Gerade an diesen Extrempunkten der Topgrafie liefert das 1km-Gitter aus dem Höhenmodell systematisch unterschätzte Höhenwerte. Dies wiederum führt zu einem systematisch unterschätzten Höhenanteil im Rahmen der Gesamtkorrektur der Spannen (s. Kapitel 10.5.3).

Die oben beschriebene Genauigkeit reicht sicherlich für viele Anwendungen aus. Für die präzise Höhenbestimmung von Fixpunkten ist sie vor allem in den engen Gebirgstälern nicht befriedigend. Für solche Punkte muss das Transformationsverfahren mit nur einem Gitter verworfen werden oder man muss die Gitterauflösung lokal gezielt erhöhen.

Abbildung 10.7-3: Differenzen der Transformation der Höhen der LV95-Punkte von LN02 in LHN95 nach der Methode "3-Gitter" minus "1-Gitter"

Ein weiterer, die ganze Schweiz umfassender Testdatensatz, für den Unterschied der beiden Transformationsmethoden bilden die LV95-Punkte. Im Gegensatz zu den Schwere-Punkten befinden sich die LV95-Punkte hauptsächlich an Orten, welche für moderne Lagefixpunkte üblicher sind. Diese Orte zeichnen sich durch einen leichten Zugang und GPS-taugliche Standorte (wenig Horizonteinschränkungen) aus.

Die Verteilung der Differenzen auf den LV95-Punkten in Abb. 10.7-3 ist einiges moderater als bei den SGPK-Punkten. Eine Ausnahme bilden die maximalen Abweichungen auf dem Jungfraujoch (-20 cm), dem Männlichen (-13 cm), dem Nufenenpass (-10 cm) und Samnaun (-9 cm). Dies sind ausgesprochene Gipfelpunkte oder Punkte in rauer topografischer Umgebung, wo die Interpolation aus dem Höhenmodell DHM25 für die Erstellung der Fläche der Höhenabhängigkeiten entsprechend schlechte Resultate liefert.

Zumindest am Beispiel der LV95-Punkte im Mittelland und den Voralpen würde die 1-Flächen-Transformation jedoch schon ansprechende Resultate liefern. Die durchschnittliche Abweichung (inkl. den Extrempunkten) beträgt -9 mm.

10.7.2 Absolute Transformationsgenauigkeit am Beispiel der LV95-Punkte

Um einen ersten, landesweiten Test der absoluten Transformationsgenauigkeit LHN95 ⇔ LN02 mit *HTRANS* durchzuführen, eignen sich die GPS-LV95-Punkte vorzüglich (s. Kapitel 4.5 und 8.5). Die Höhen dieser Punkte liegen in unterschiedlicher, jedoch äusserst repräsentativer Qualität vor.

Gut die Hälfte der rund 220 Punkte ist direkt an das LHN angeschlossen; sie sind somit gleichzeitig HFP1. Mit der kombinierten Geoidbestimmung liegen hier äusserst präzise und kontrollierte LHN95-Höhen vor und die Konsistenz mit dem Geoidmodell CHGeo2004 ist im Submillimeter gegeben. Diese Punkte sind gleichzeitig auch Bestandteil der 1431 Transformationsstützpunkte für *HTRANS*. Aber auch die restlichen, nicht ans LHN angeschlossenen Punkte weisen durch die mehrfache GPS-Höhenbestimmung eine exzellente LHN95-Höhe in einem Genauigkeitsbereich von ca. ±1 - 1.5 cm vor (Brockmann und Ineichen 2004).

Die ans LHN angeschlossenen LV95-Punkte weisen natürlich auch die bestmöglichen LN02-Höhen auf. Die LN02-Höhen der restlichen Punkte wurden durch lokalen Anschluss an die nächstliegenden LFP2 mit trigonometrischen Messungen oder GPS bestimmt. Diese Höhen sind dadurch von sehr unterschiedlicher Qualität; sie repräsentieren aber den lokalen Horizont der vorhandenen Gebrauchshöhen ausserhalb der LHN-Linien.

Um die absolute Transformationsgenauigkeit zu testen, werden die orthometrischen Höhen LHN95 der LV95-Punkte mit *HTRANS* in LN02 transformiert (=LN02Trf) und mit den bestehenden Gebrauchshöhen verglichen. Abb. 10.7-4 zeigt die Differenzen LN02 – LN02Trf:

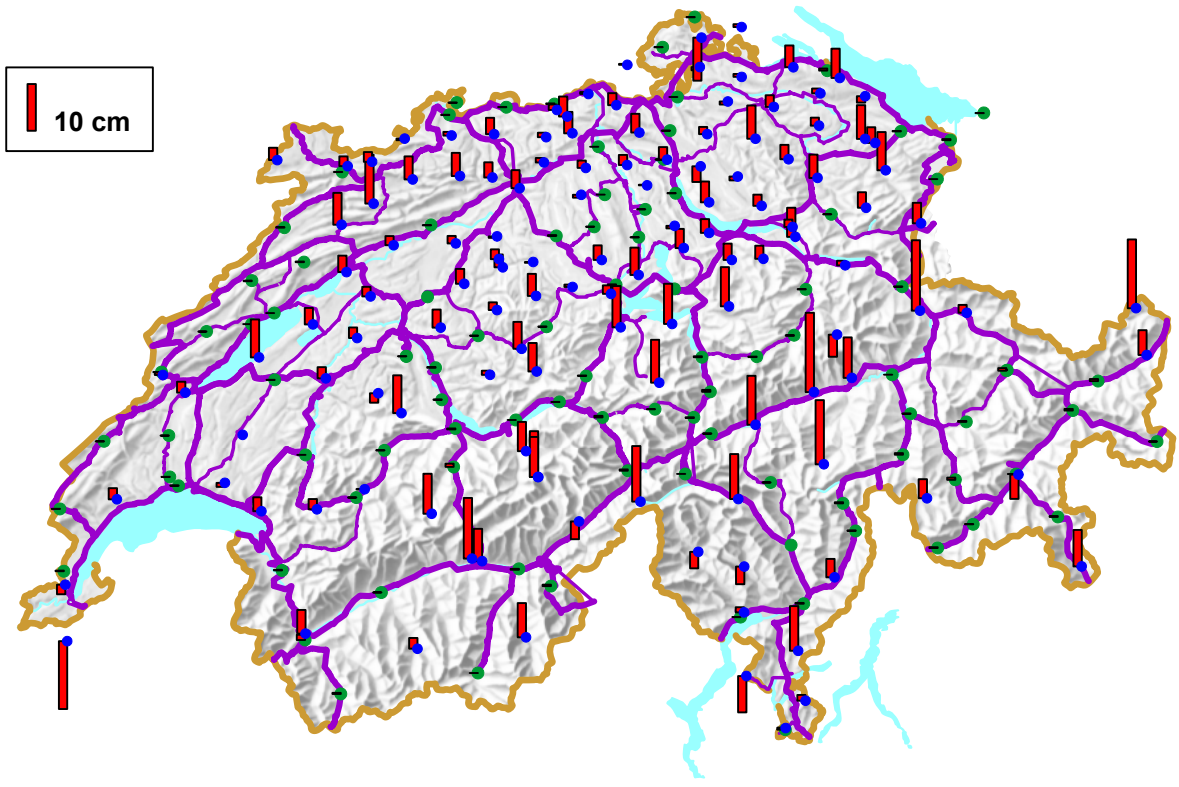


Abbildung 10.7-4: Differenzen zwischen bestehenden und den aus LHN95 mit *HTRANS* transformierten Gebrauchshöhen LN02 auf den LV95-Punkten und den AGNES-Stationen der neuen Landesvermessung:
grüne Punkte: Transformationsstützpunkte; blaue Punkte: kein Anschluss ans LHN

Bei den Stützpunkten (grüne Punkte) liegt der Unterschied wie erwähnt im Millimeterbereich. Die restlichen Punkte (blau) zeigen ein sehr heterogenes Bild. Die Differenzen sind vor allem im Mittelland meist unter 3 cm. Im Alpenraum zeigen sich aber Differenzen von bis zu ± 15 cm. Die grösste Abweichung befindet sich mit -17 cm beim Punkt Piton (Frankreich, südlich von Ge-

nève), wobei die Qualität dieser ausserhalb des Staatsgebietes der Schweiz liegenden Höhe kaum repräsentativ ist.

Abb. 10.7-5 zeigt die Abhängigkeit zwischen Höhenlage der Punkte und den Differenzen. Die schwarzen Punkte entsprechen den Transformationsstützpunkten (grüne Punkte in Abb. 10.7-4). Eine eigentliche Korrelation mit den Höhen ist nicht gegeben. Trotzdem sind positive Differenzen häufiger als negative. Deutlich zeigt sich dies bei der Häufigkeitsverteilung in Abb. 10.7-6. Der Mittelwert aller Differenzen liegt bei ca. +3 cm. Es scheint also so, dass die Transformation die Höhenabhängigkeit leicht unterschätzt, wie dies in den Abbildungen 10.5-7 und 10.5-8 gezeigt wurde. Ein wesentlicher Punkt könnte darin liegen, dass gerade die hochgelegenen LV95-Punkte sich eher auf Passübergängen oder auf den örtlichen Maxima der Höhen befinden. Gerade hier ist die Ermittlung der Höhenabhängigkeit mit Hilfe der Bouguer-Anomalien am wenigsten repräsentativ. Der Grund liegt darin, dass die zur Herleitung der Bouguer-Anomalien verwendete Plattenreduktion an solchen Orten eine schlechtere Annäherung an die Differenzen zwischen der tatsächlichen mittleren Schwere und der mittleren Normalschwere liefert.

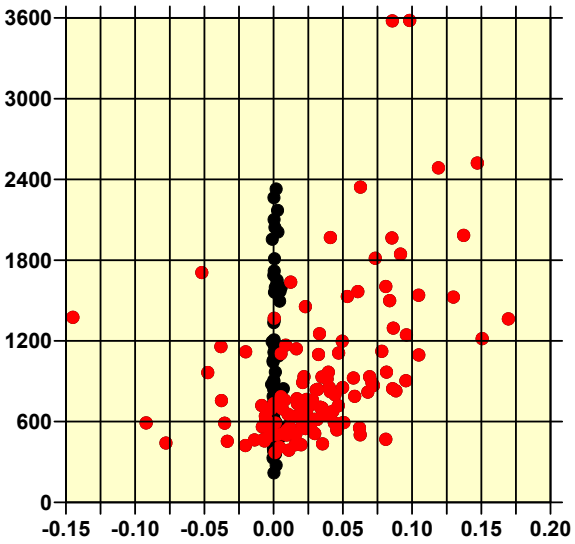


Abbildung 10.7-5: LV95-Punkte: LN02 – LN02Trf; Höhen [m] vs. Differenzen [mm]

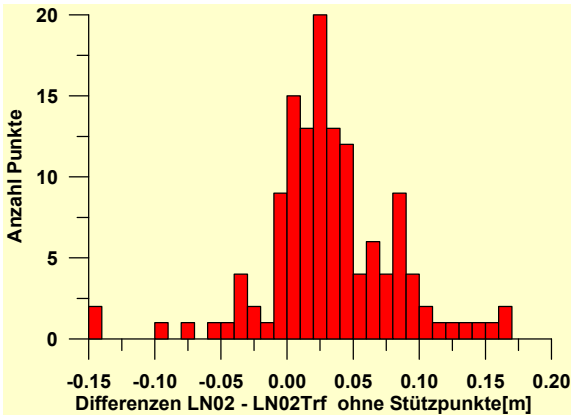


Abbildung 10.7-6: LV95-Punkte: LN02 – LN02Trf; Histogramm der Diff. [mm]

Die beiden Punkte auf 3600 m in Abb. 10.7-5 stammen von der AGNES-Station und dem LV95-Punkte auf dem Jungfraujoch. Die Abweichung von nur rund 9 cm zeigt trotzdem, dass die Transformation auch auf höher gelegenen Punkten brauchbare Resultate liefert.

Man kann aus diesen Testresultaten folgendes Fazit ziehen:

- Die Abweichungen neben den LHN-Linien liegen in einem Bereich von ±10 cm. Trotz mehrheitlich positiven Differenzen zwischen tatsächlicher und transformierter LN02-Höhe ist die Verteilung mehr oder weniger zufällig. Sie repräsentiert im Wesentlichen die Genauigkeit der Gebrauchshöhen auf den LFPs, welche nicht direkt ans LHN angeschlossen sind und zeigt somit auch, welche absolute Transformationsgenauigkeit hier erwartet werden darf. Im Mittelland liegt sie etwa bei ±3 cm, im Alpenraum ist sie leicht höher als ±5 cm.
- Der Ursprung dieser Differenzen liegt nicht einzig in der Transformationsmethode; die Ursache liegt mehrheitlich in der beschränkten Genauigkeit des lokal verzwängten Höhenrahmens LN02 neben den LHN-Linien. Mit einer Transformation darf hier keine Wunderlösung erwartet werden, sie kann niemals bessere Resultate liefern als die Qualität der bestehenden Daten.
- Restfehler aufgrund der Modellierung der Höhenabhängigkeit können nicht ausgeschlossen werden resp. sind durch die Ergebnisse der Untersuchungen in Kapitel 10.5.3 nicht auszuschliessen.

10.7.3 Testberechung mit LFP2-Messungen im Kanton Wallis

Mit dem Messmittel GPS besteht die Möglichkeit, grossräumige Höhenbestimmungen durchzuführen. GPS unterscheidet sich dadurch wesentlich von den klassischen Methoden Nivellement und Triangulation. Mit den LHN95-Höhen der AGNES-Stationen, der LV95-Punkte aber auch der HFP1 steht ein geeigneter Höhenrahmen zur Verfügung, um die Messungen streng zu lagern. Mit den modernen Positionierungsdiensten wie swipos® [Wild et al. 2006] und dem Geoidmodell CHGeo2004 stehen sogar die Mittel zur Verfügung, strenge Höhen passpunktfrei (nur aufgrund der Korrektur-Daten der AGNES-Stationen und des swipos®-Dienstes) zu bestimmen.

Die amtliche Vermessung (AV) hat sich aber entschieden, den Höhenrahmen LN02 beizubehalten. Auf die Referenzdaten der AV stützen sich beinahe alle anderen raumbezogenen Daten der Schweiz (bspw. Leitungskataster, Nutzungspläne etc.). Die grosse Schwierigkeit besteht nun darin, präzise und lokal repräsentative Höhenbestimmungen mit den absoluten GNSS-Methoden in einem (lokal) verzwängten und von LHN95 stark abweichenden Höhenrahmen durchzuführen.

Den Weg zu optimalen, mit GPS bestimmten LN02-Höhen können wir am Beispiel von LFP2-Messungen im Kanton Wallis und mit Hilfe der Höhentransformation *HTRANS* verfolgen. Wie im vorliegenden Falle geht es oft nicht darum, flächenhaft neue Höhen zu bestimmen. Vielfach ist man auch im Fixpunktbereich gezwungen, den vorhanden lokalen Höhenhorizont zu erhalten, da bestehende Höhendaten in grossem Umfang bereits darauf aufgebaut sind. Dann gilt es vor allem festzustellen, wo die bestehenden Daten fehlerhaft sind, wo mit neu berechneten Höhen eine tatsächliche Verbesserung herbeigeführt werden kann oder wie neu bestimmte LN02-Höhen dem lokalen Höhenhorizont optimal angepasst werden können.

Im Rahmen der vorliegenden Tests geht es also nur am Rande darum, möglichst präzisen Höhen in den Rahmen LHN95 und LN02 zu bestimmen. Viel mehr von Interesse ist die Frage, wie die Messungen in die beiden Höhenrahmen integriert werden können und vor allem, welche Vorteile die Transformation von GPS-Messungen mit *HTRANS* tatsächlich im Höhenrahmen LN02 bewirkt.

10.7.3.1 Der Testdatensatz

Die LFP2-GPS-Messungen im Kanton Wallis wurden hauptsächlich zur Bestimmung präziser LV95-Koordinaten im Rahmen der kantonalen Dreiecksvermaschung für den Übergang LV95 ⇔ LV03 ausgeführt. Der Perimeter umfasst das gesamte Kantonsgebiet. Insgesamt wurden 12 LV95-Haupt-, 7 LV95-Verdichtungspunkte und 165 LFP2 mit Rapid-Static-Messungen mit einer Dauer von 10-30 Minuten jeweils mindestens 2 Mal beobachtet. Als Instrumentarium dienten 4 LEICA System500-Empfänger, wobei ein Empfänger pro Session als Referenzstation und die restlichen drei Geräte als Rover dienten. Die Messungen wurden in den Monaten Juli/August 2002 und einige Nachmessungen im Oktober 2002 ausgeführt.

Diese Messungen wurden sessionsweise mit der GPS-Standardsoftware SKIPRO ausgewertet und lagen für die definitive Gesamtberechnung mit der Netzausgleichungssoftware LTOP um das alte Geoidmodell CHGeo98 korrigiert vor. Um mit den definitiven orthometrischen Höhen LHN95 der LV95-Punkte kompatibel zu sein, mussten die GPS-Messungen von den alten Geoidundulationen befreit und mit dem neuen Geoidmodell CHGeo2004 neu korrigiert werden.

Nebst den LV95-Lagekoordinaten für die bestehenden LFP2 fielen auch automatisch Höhenmessungen an, welche es korrekt auszuwerten und zu interpretieren galt. Von allen LFP2 lagen natürlich schon LN02-Höhen vor. Deren Herkunft ist völlig unterschiedlich. Einige Höhen entstanden durch direkten Anschluss ans Landeshöhennetz. Ein Grossteil der Punkte weisen Höhen auf, welche auf die ursprünglichen Triangulationsmessung IV. Ordnung anfangs des 20. Jahrhundert zurückgeführt werden können. Einige Punkte wurden direkt an die kantonalen Nivellements angeschlossen, welche als Höhengrundlage für die erwähnten Triangulationsmessungen dienten.

10.7.3.2 Auswertung der Messungen in LHN95

Von sämtlichen 19 LV95-Punkten im Perimeter liegen homogene und präzise definitive LHN95-Höhen vor, welche nur mit dem neuen Geoidmodell CHGeo2004 kompatibel sind. Bildet man die Unterschiede zwischen altem und neuem Geoidmodell, so resultiert die Abb. 10.7-7. Die Differenzen nehmen Werte zwischen -14 und +2 cm an. Ein Mischen der beiden Geoidmodelle und der entsprechenden Höhen würde die Auswertung weit über die Höhengenauigkeit der GPS-Messungen verfälschen.

Sind die GPS-Messungen mit dem Geoidmodell CHGeo2004 korrigiert und liegen die korrekten Anschlusshöhen der LV95-Punkte vor, so kann einerseits die Messgenauigkeit der Messungen und andererseits die Qualität der Anschlusspunkte in einer Gesamtausgleichung mit LTOP geprüft werden. LTOP erlaubt, die Anschlusshöhen der hypothetischen Lagerungspunkte als Beobachtungen mit einem mittleren Fehler in die vermittelnde Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate einzuführen (sog. 'weiche Lagerung'). Wir wählen dabei einen grossen Fehler an den Anschlusshöhen von ±10 cm, damit die eigentlichen Messungen von diesen Pseudobeobachtungen möglichst unbeeinflusst sind.

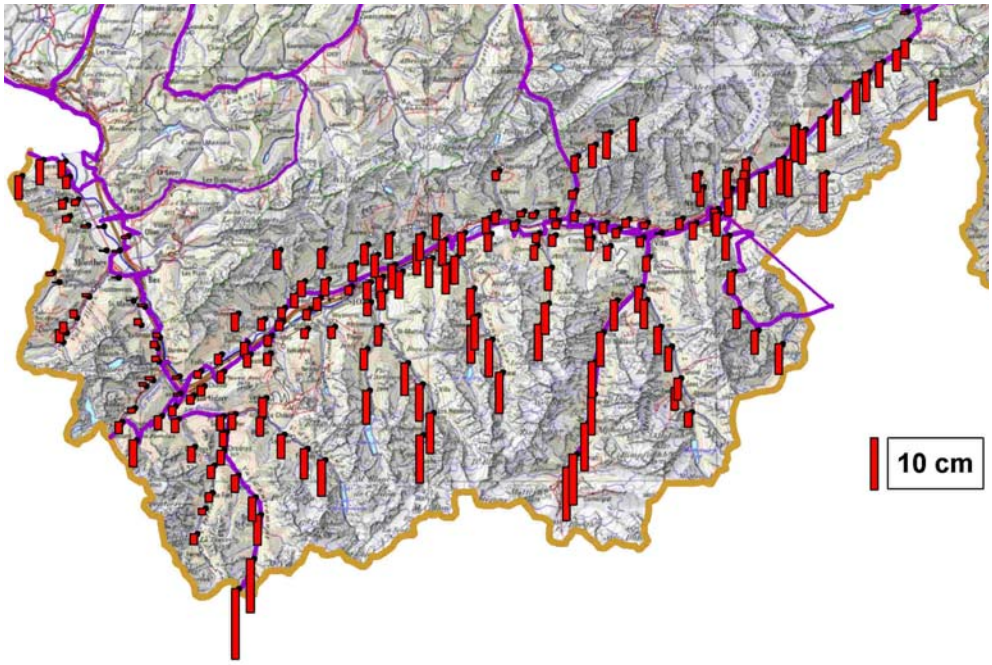


Abbildung 10.7-7: Unterschied zwischen Geoidmodell CHGeo2004 und CHGeo98 auf den 184 ausgewählten LFP1/2 im Kanton Wallis.

Die resultierenden 19 Verbesserungen an diesen Höhen sind in Abb. 10.7-8 dargestellt. Sie liegen bis auf eine einzige Ausnahme (Punkt Fafleralp; Lötschental: +6.6 cm) innerhalb von ±2.9 cm. Die GPS-Höhengenauigkeit aus dieser quasi-freien Ausgleichung beträgt 2.8 cm. Beide Angaben zeigen, dass die Messgenauigkeit in diesem topografisch anspruchsvollen Gelände gut ist und die Anschlusshöhen der LV95-Punkte einwandfrei sind. Die Bestimmung der LHN95-Höhen wäre mit einer in diese 19 LV95-Punkte gezwängten Ausgleichung unproblematisch. Die (relative) Genauigkeit des Höhenrahmens LHN95 ist (innerhalb der Messgenauigkeit) somit nachgewiesen.

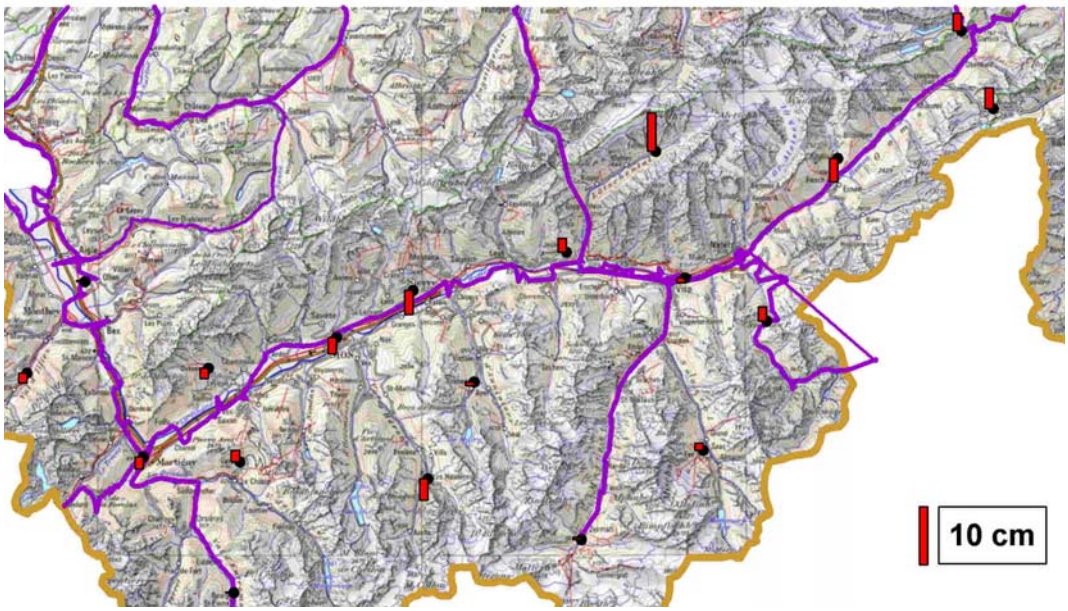


Abbildung 10.7-8: Die 19 Verbesserungen an den Anschlusshöhen LHN95 der LV95-Punkte, welche als Beobachtungen in den Netzausgleichung eingeführt wurden.

10.7.3.3 Auswertung der Messungen in LN02

Für die weitere Verwendung der Höhenmessungen in der AV sind einzig Gebrauchshöhen verlangt. Mit den GPS-Messungen können also die bestehenden LFP2-Höhen überprüft und allenfalls neu berechnet werden. Zuerst müssen die Messungen mit *HTRANS* in den Höhenrahmen LN02 vortransformiert werden. Die Grösse dieser Korrekturen ist in Abb. 10.7-9 ersichtlich. Man beachte den unterschiedlichen Massstab der Vektoren im Vergleich mit den anderen Abbildungen.

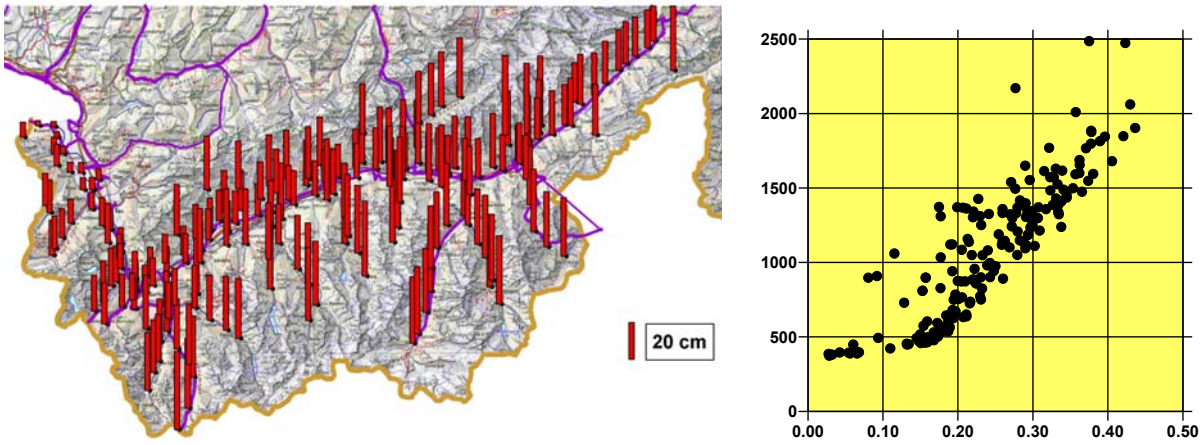


Abbildung 10.7-9: Einfluss der Korrektur mit *HTRANS*: Differenzen zwischen LHN95 und den in LN02 transformierten Höhen auf den 184 LFP1/2 im Kanton Wallis; rechts: Differenzen [m] vs. Höhen [m]

Innerhalb eines Kantonsgebietes weisen die Unterschiede LHN95 – LN02 am Beispiel Wallis wohl die grösste Spannbreite auf. Sie betragen in St-Gingolph (östliches Ende des Lac Léman) 3 cm und steigen an bis zu 45 cm auf dem 2470 m hohen Gd. St-Bernard. Nebst einer Lageabhängigkeit dominiert die Höhenabhängigkeit mit ca. 2 cm/100 m. Eine rein lagerungsmässige Einpassung in der Ausgleichung der nur geoidmodell-korrigierten GPS-Sessionen wäre kaum ohne Genauigkeitsverlust möglich. Zumindest müssten pro Session gleichzeitig ein Offset, die Kippungen in zwei Richtungen und zusätzlich ein Höhenmassstab mitgeschätzt werden.

Analog dem Kapitel 10.7.3.2 führen wir nun die *HTRANS*-korrigierten Messungen in eine Netz-

ausgleichung ein und schätzen die Anschlusshöhen als Beobachtungen im System mit. Wiederum kontrollieren wir dadurch sowohl die Messgenauigkeit der transformierten Messungen wie auch die Qualität der Anschlusshöhen, welche nun die bestehenden Höhen in LN02 sind. Den mittleren Fehler a priori dieser Höhen wählen wir ebenfalls zu ±10 cm.

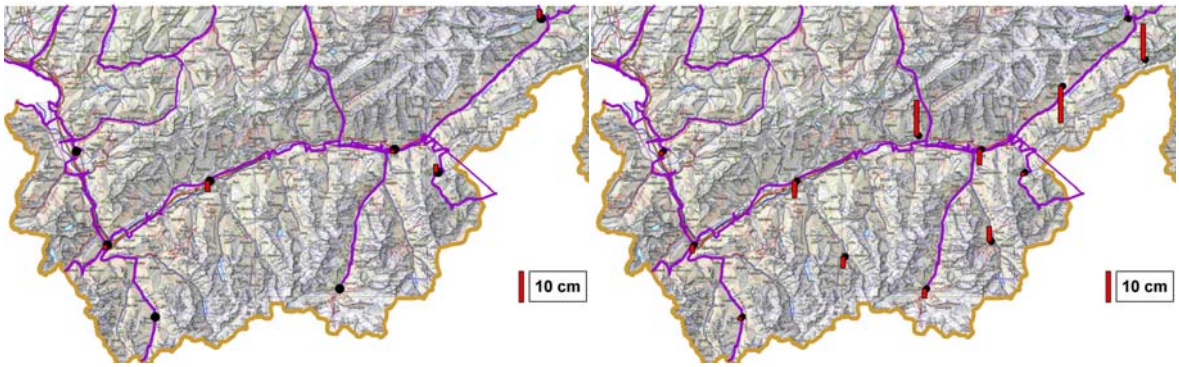


Abbildung 10.7-10: Verbesserungen an den Anschlusshöhen LN02 der LV95-Punkte:
links: nur ans LHN angeschlossene LV95-Punkte; rechts: alle LV95-Punkte

Zuerst betrachten wir nur diejenigen acht LV95-Punkte als Anschlusspunkte, welche direkt ans Landeshöhennetz angeschlossen sind (s. Abb. 10.7-10 links). Auch wenn die 34 GPS-Sessionen so natürlich sehr weich gelagert sind, beweisen die resultierenden Verbesserungsvektoren, dass die mit *HTRANS* transformierten Messungen mit den Anschlusshöhen konsistent sind. Dass diese Verbesserungen sogar kleiner sind als bei der gleichen Berechnung in LHN95, liegt eher an der kleineren Anzahl der Anschlusspunkte.

In Abb. 10.7-10 (rechts) sehen wir nun was geschieht, wenn wir alle 13 verfügbaren LN02-Höhen der LV95-Punkte mit in die Ausgleichung einbeziehen[41]. Es zeigt sich offensichtlich ein ähnliches Resultat, wie wir dies schon bei den Tests mit den landesweit verteilten LV95-Punkten erkennen konnten (Kapitel 10.7.2). Durch den lokalen Anschluss an LN02 besitzen diese Punkte eine Gebrauchshöhe, welche nicht besser oder schlechter ist als die benachbarte LFP2-Höhe. Die Verbesserungen nehmen teilweise Werte von mehr als 10 cm an (bspw. Jeizinen, Fieschertal und Nufenenpass). Bei den beiden Punkten Les Hauderes und Saas Fee in den südlichen Seitentälern hingegen liegen sie unter 3.5 cm.

Mit den bisherigen Auswertungen konnten wir also die Genauigkeit der Messungen wie auch die Qualität der einwandfreien LV95-Anschlusspunkte in den beiden Rahmen LHN95 resp. LN02 und gleichzeitig der Transformation mit *HTRANS* nachweisen. Fragt sich nun, was geschieht, wenn wir mit allen in den Höhenrahmen LN02 einnivellierten Punkte gleich verfahren (Gesamtausgleichung mit Anschlusshöhen als Beobachtungen m.F. ±10 cm). Anhand der Punktprotokolle konnte ermittelt werden, welche Punkte im Laufe ihrer (Höhen)-Geschichte an ein Nivellement angeschlossen worden waren. Das Resultat ist in der nachfolgenden Abb. 10.7-11 ersichtlich. Die violetten Linien repräsentieren dabei die Nivellementzüge des LHN.

[41] sechs neue Verdichtungspunkte weisen noch keine LN02-Höhen auf

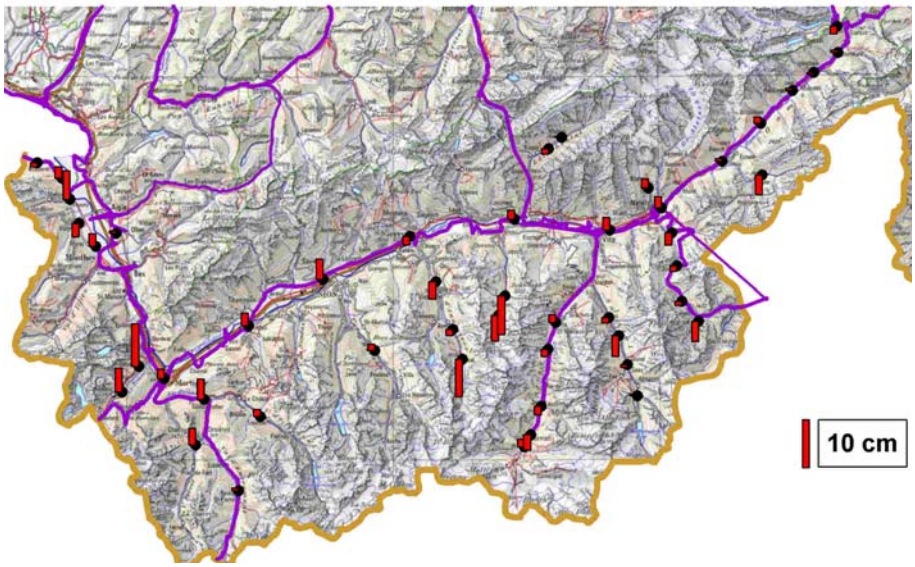


Abbildung 10.7-11: Verbesserungen an den Anschlusshöhen LN02 aller an "ein Nivellement" angeschlossenen LFP1/2 (48 Punkte).

Als erstes fällt auf, dass neben den LHN-Linien eine grosse Anzahl von sog. nivellierten Punkten existiert. Diese Punkte liegen an alten kantonalen Nivellementzügen, welche in der ersten Hälfte des 20. Jhd. für die Höhengrundlage der Triangulation 4. Ord. oder für Wasserbauprojekte gemessen und danach nie mehr unterhalten oder gar erneuert worden sind. Ob an solch alte Grundlagen angeschlossenen LFP2 eine bessere Höhe aufweisen, ist eher fraglich.

Im östlichen Wallis (inkl. den Seitentälern nach Zermatt, Saas Fee und Simplonpass), insbesondere entlang dem LHN, sind die Verbesserungen mit Beträgen unter 3 cm ausserordentlich klein. Man muss dabei bedenken, dass sie mit GPS-Messungen kontrolliert werden, deren Höhengenauigkeit nicht besser als 2-3 cm ist. Grosse Verbesserungen in den Seitentälern im mittleren und westlichen Wallis, welche nicht einen direkten Bezug zum LHN aufweisen, zeigen ein weniger homogenes Bild. Grosse negative Beträge wie in Zinal (-8 cm) lassen eher auf die Instabilität der Punkte schliessen, grosse positive Verbesserungen wie westlich von Martigny (+9 cm) zeigen vermutlich lokale Zwänge, welche mit *HTRANS* nicht berücksichtigt werden.

Abgesehen von den Punkten neben den LHN-Linien, deren Höhenqualität eher zweifelhaft ist, sind die Verbesserungen an den bestehenden Höhen jedoch sehr klein. Auch im lokal verzwängten Rahmen LN02 lassen sich unter korrekter Berücksichtigung des Geoidmodells und der Gebrauchshöhentransformation somit ansprechende GPS-Höhenbestimmungen durchführen, deren Qualität fast ausschliesslich durch die GPS-Messgenauigkeit beeinflusst ist.

Kontrollieren wir noch, wie es um die allgemeine Qualität der LN02-Höhen auf den LFP1/2-Punkten im Kanton Wallis steht. Dazu zwängen wir die GPS-Messungen in die LN02-Anschlusspunkte in Abb. 10.7-11 ein, mit Ausnahme derjenigen Punkte, welche Verbesserungen grösser ±6 cm aufweisen. An den restlichen 140 Punkten werden die bestehenden LN02-Höhen von den neu berechneten Höhen subtrahiert. Die so gebildeten Differenzen 'neue Höhe LN02 aus GPS - bestehende Höhe LN02' sind in Abbildung 10.7-12 dargestellt.

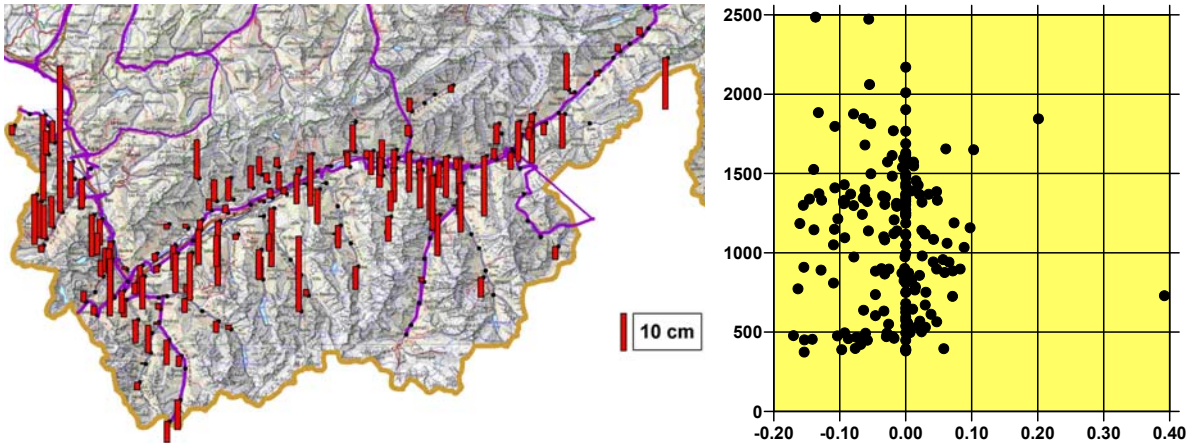


Abbildung 10.7-12: Differenzen zwischen neu berechneten Höhen LN02 und den bestehenden Gebrauchshöhen auf 140 LFP1/2 im Kanton Wallis. Rechts: Differenzen [m] vs. Höhen [m]. Lagerungspunkte sind die Punkte ohne Verschiebungsbalken.

Folgende Schlüsse können wir aus dieser Analyse ziehen:

- Zwei deutliche Ausreisser von +20 und +40 cm deuten auf Fehler in den bestehenden Höhen.
- Ohne die beiden Ausreisser ist die Spannbreite der Differenzen -17 bis +10 cm.
- Dass der Mittelwert der Differenzen bei -3 cm liegt und die negativen Werte dominieren, ist kaum eine Folge von *HTRANS* sondern liegt eher in der grossen Wahrscheinlichkeit, dass sich eine grosse Anzahl von Punkten in den Hanglagen seit ihrer ursprünglichen Höhenbestimmung gesenkt hat. Einige Höhen weisen immerhin ein Alter von mehr als 60 Jahre auf.
- Regionenweise ist die Qualität der bestehenden Höhen sehr gut, die Spannbreite der Differenzen zeigt aber auch, dass die Genauigkeit dieser Höhen bei den Punkten ohne Anschluss an das LHN nicht besser als ±5 - 10 cm ist.

10.7.3.4 Fazit und Anmerkungen

Ein abschliessendes Fazit aus den umfangreichen Tests im Kanton Wallis beinhaltet folgende Punkte:

- Berechnungen im Höhenrahmen LHN95 sind unproblematisch und können vor allem mit einer geringen Anzahl von Anschlusspunkten durchgeführt werden. Die Qualität der Höhen wird hauptsächlich durch die Genauigkeit der GPS-Messungen beeinflusst. Wichtig ist die richtige Wahl des Geoidmodells CHGeo2004 zu den entsprechenden definitiven Höhen LHN95.
- Eine korrekte Auswertung und Lagerung der GPS-Messungen ohne sessionsweise Zulassung von Kippungen, Drehungen und Massstabsunbekannten funktioniert im LN02-Rahmen nur unter Zuhilfenahme von *HTRANS*.
- An das LHN oder qualitativ ebenbürtige kantonale Nivellementzüge angeschlossene LFPs sind geeignete und zuverlässige Lagerungspunkte. Sonstige LFPs weisen je nach Alter und Herkunft der Höhen normalerweise eine bedeutend schlechtere Genauigkeit auf.
- Nicht jeder Punkt, welchem im Protokoll ein "Nivellementanschluss" attestiert wird, verdient diese Bezeichnung hinsichtlich der Höhenqualität. Die Herkunft dieser Höhen ist sorgfältig abzuklären.
- Werden all diese Kriterien bei einer Auswertung entsprechend berücksichtigt, lässt sich auch in LN02 eine ansprechende und vor allem an die lokalen Verhältnisse angepasste Höhenauswertung erzielen.

- Die vorliegende, gezwängte Berechnung ist nur eine Möglichkeit einer Lagerung. Müsste das kantonale Vermessungsamt diese Auswertung vornehmen, so hätte es sich vor allem auch danach zu orientieren, wo umfangreiche, an bestehende LFP angeschlossene Höhendaten der AV schon vorliegen. Hier müsste gezielt eine Einzwängung vorgenommen werden, auch wenn dies aufgrund der Auswertung mit Anschlusshöhen als Beobachtungen vielleicht nicht so offensichtlich wäre. Eine Neuberechnung von LN02-Höhen ist eigentlich nur dann zwingend, wenn offensichtlich grobe Fehler in den bestehenden Daten vorliegen oder die Genauigkeitsanforderungen der TVAV nicht eingehalten werden.

10.7.4 Absolute Transformationsgenauigkeit entlang den LHN-Linien

HTRANS ist eine Software, welche den GPS-Benutzern den Übergang in den Gebrauchshöhenrahmen LN02 erleichtern soll und ist dadurch von allgemeinem Interesse. Es stellt sich nun aber auch die Frage, inwieweit die Stützpunktdichte (1431 Punkte) genügt, um sämtliche HFP1 (ca. 8'000 Punkte) zwischen den beiden Rahmen zu transformieren. Entlang den LHN-Linien liegen von beiden Rahmen streng gerechnete Lösungen vor. Exemplarisch versuchen wir nun, anhand von zwei ausgewählten Linien im Mittelland und im Alpengebiet die Transformationsgenauigkeit zu ermitteln. Von Interesse ist dabei natürlich, wie gut die Punkte transformiert werden, welche nicht Transformationsstützpunkte sind.

In den beiden Abbildungen 10.7-13 und 10.7-14 (jeweils unterer Teil der Grafik) sind die Differenzen zwischen den transformierten Höhen LN02 und den aus den Linienauswertungen ermittelten Gebrauchshöhen dargestellt; dies getrennt nach *HTRANS* aus Einzelfiles oder dem Gesamtfile. Gleichzeitig sind auch die Anteile der Einzelflächen zur gesamten Spanne (Diff. LHN95 - LN02) abgebildet.

Bei der Mittellandlinie (Abb. 10.7-13) weichen die beiden Höhen um maximal 5 mm voneinander ab, die mittlere Abweichung beträgt 0.6 mm mit einer Streuung von ±1.2 mm. Zwischen der Transformation aus den Einzelfiles und dem Gesamtfile ist praktisch kein Unterschied (max. 3 mm) erkennbar.

Entlang der LHN-Linie über den Berninapass weichen die mit *HTRANS* (3-Gitter) transformierten Werte um bis zu ± 1 cm von den Sollhöhen aus der Linienauswertung ab. Mit der 1-Gitter-Lösung erhöht sich dieser Wert auf ±2.5 cm. Der Mittelwert (3-Gitter) über alle Abweichungen beträgt wiederum 0.6 mm, die Streuung nimmt einen Wert von ±2.7 mm an.

Im Mittelland lassen sich demzufolge beliebige HFP1 mit einer Genauigkeit (1σ) von ±1 - 2 mm transformieren. Im Alpenraum reduziert sich die Genauigkeit (je nach topografischen Verhältnissen) um ca. die Hälfte. Absolut betrachtet sind dies sehr gute Ergebnisse. Würde man Präzisionsnivellement-Messungen aber so transformieren, würde ein wesentlicher Teil der relativen Genauigkeit, welche die Netze besonders wertvoll machen, verloren gehen.

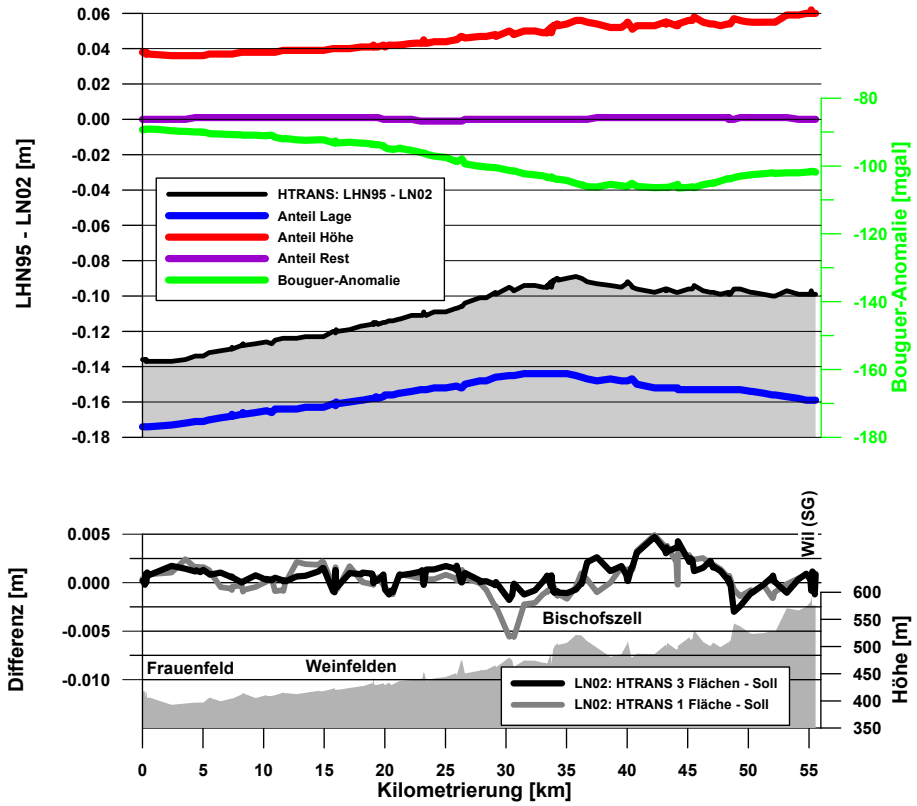


Abbildung 10.7-13: Absolute Transformationsgenauigkeit entlang der LHN-Linie Frauenfeld - Bischofszell - Wil. Oben: Aufteilung des Transformationsbetrags in die Einzelanteile. Unten: Differenzen der transformierten LN02-Höhen zu den Sollwerten.

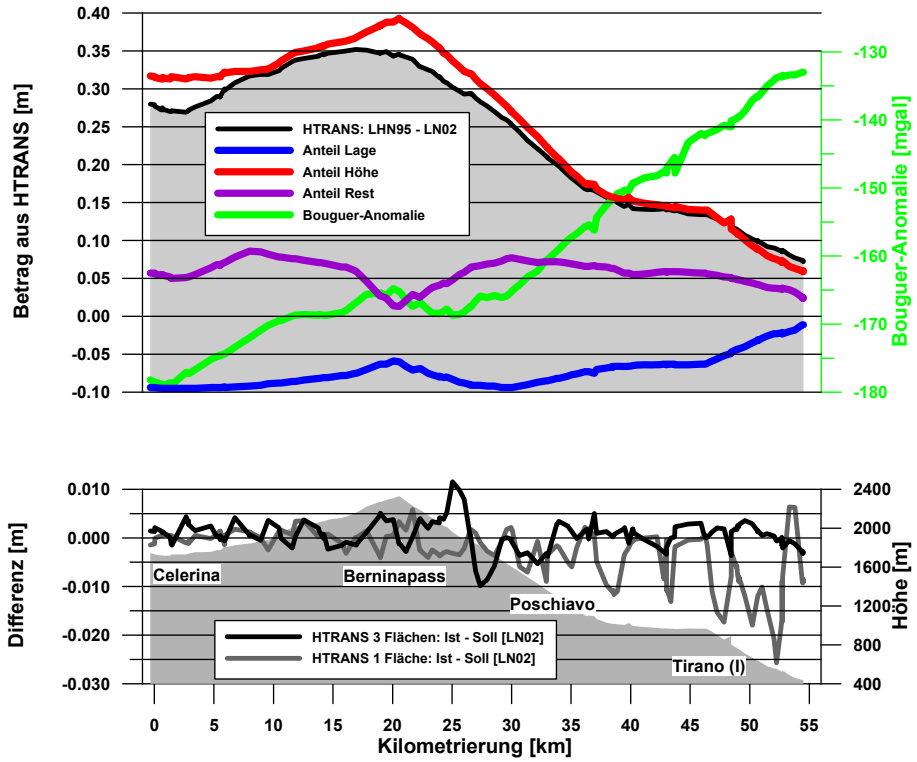


Abbildung 10.7-14: Absolute Transformationsgenauigkeit entlang der Linie über den Berninapass. Oben: Aufteilung des Transformationsbetrags in die Einzelanteile. Unten: Differenzen der transformierten LN02-Höhen zu den Sollwerten.

10.7.5 Schlussfolgerungen zu den Testberechnungen

Die Tests auf den Nivellementlinien, den LV95-Punkten und mit den GPS-Messungen im Kanton Wallis haben die Praxistauglichkeit der vorgeschlagenen Transformationsmethode mit *HTRANS* zwischen den Höhenrahmen LHN95 und LN02 eindrücklich bewiesen. *HTRANS* liefert aber keine strenge Transformation der Stützpunkte, wie dies beim Lagetransformationsprogramm *FINELTRA* der Fall ist. *HTRANS* wäre auch nicht fähig, Transformationen von Präzisions-Nivellementmessungen ohne Genauigkeitsverlust zwischen den Höhenrahmen durchzuführen. Insbesondere die hohe Relativgenauigkeit würde je nach Topografie verloren gehen.

Die Tests auf den LV95-Punkten und im Kanton Wallis zeigen die limitierte Genauigkeit des Gebrauchshöhenrahmens ausserhalb des Einflussbereiches des LHN auf. Die vorwiegend zufällige Verteilung der Abweichungen zwischen transformierten oder gemessenen LN02-Höhen und den bestehenden Daten rechtfertigt für *HTRANS* bis anhin keine Integration von Stützpunkten zwischen den Schleifen.

Im Zusammenhang mit der präzisen GPS-Höhenbestimmung im Fixpunktbereich eignet sich *HTRANS* vorzüglich, um eine Vortransformation der Messungen in den Gebrauchshöhenrahmen vorzunehmen. In jedem Fall ist danach zu kontrollieren, ob die vorhandenen Anschlusspunkte den Qualitätsanforderungen genügen. Erst dann ist eine gezwängte Berechnung gerechtfertigt. Der lokal verzwängte Gebrauchshöhenrahmen ist nur dann zu verbessern, wenn systematische oder grob fehlerhafte Abweichungen festgestellt werden, welche ausserhalb der Anforderungen der AV liegen.

11 Schlussbetrachtungen und Ausblick

11.1 Schlussbetrachtungen

Die vorliegende Arbeit dokumentiert die Berechnungen für das neue Landeshöhennetz der Schweiz LHN95. Kernstücke sind die kinematische Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen, die Berechnung der mittleren Schweren und die kombinierte Ausgleichung zusammen mit den GPS-Messungen und den Geoidundulationen. Mit LHN95 wurde eine wichtige Vorraussetzung für den optimalen Einsatz der GNSS-Technologie für Vermessungsanwendungen in der Schweiz geschaffen. Die orthometrischen Höhen LHN95 legen mit cm-Genauigkeit den potentialtheoretisch strengen Höhenrahmen der neuen Landesvermessung fest. Sie sind neben dem Geoidmodell und den ellipsoidischen Höhen des GPS-Landesnetzes der dritte Grundpfeiler des konsistenten Höhensystems von LV95. In diesem Sinne bildet die Arbeit den Abschluss der umfangreichen Tätigkeiten für das 1988 gestartete Projekt LV95, mit welchem die Landesvermessung vollständig und mit bis anhin unerreichbarer Genauigkeit erneuert wurde.

Die kinematische Ausgleichung ermöglicht es, sämtliche Präzisionsmessungen des Landesnivellements zusammen mit den Schweremessungen "in einem Guss" zu bearbeiten und einen Höhenrahmen zu berechnen, welcher frei von Netzzwängen ist. Die mittleren Fehler der ausgeglichenen geopotentiellen Koten relativ zum neuen Fundamentalpunkt Zimmerwald betragen maximal ±14 mgpu (≈ ±14 mm). Das zweite wesentliche Hauptresultat der kinematischen Ausgleichung sind die vertikalen Höhenänderungen der Fixpunkte. Sie bilden den umfangreichsten Datensatz für Untersuchungen der rezenten vertikalen Bewegungen der Erdkruste in der Schweiz und sind deshalb von besonderer Bedeutung und hohem Wert für die ingenieurgeologischen und geophysikalischen Wissenschaften.

Die mittleren Schwerewerte entlang der Lotlinie konnten aus den Massen- und Dichtemodellen hergeleitet werden, welche durch die Arbeiten für die Geoidbestimmung bereits vorlagen. Zusammen mit den Potentialwerten lassen sich nun die orthometrischen Höhen berechnen. Der Genauigkeitsverlust gegenüber den geopotentiellen Koten ist gering. Auf den höchst gelegenen und von Zimmerwald am weitesten entfernten Punkten des LHN betragen die mittleren Fehler maximal ± 20 mm.

Die Konsistenz zwischen den orthometrischen und den ellipsoidischen Höhen sowie den Geoidundulationen wurde auf den ca. 200 GPS/Nivellementpunkten der Landesvermessung getestet. Umfangreiche Untersuchungen mit einem von den GPS- und Nivellementmessungen unabhängigen Geoidmodell haben gezeigt, dass der überaus grösste Anteil an den Residuen als Korrektur desselben interpretiert werden muss. In den Randregionen nehmen diese Verbesserungen systematische Tendenzen mit Beträgen von bis zu 2 dm an. Für die definitive Lösung des neuen Geoidmodells CHGeo2004 wurden die Undulationen auf den GPS/Nivellmentpunkten deshalb mit einem mittleren Fehler von ± 1 mm in die Kollokation des Residualfeldes eingeführt. Die verbleibenden Verbesserungen mit Beträgen von wenigen Millimetern wurden einzig den ellipsoidischen Höhen zugeschlagen. Die so erzwungene Konsistenz führt somit zu keinen Änderungen an den ursprünglichen geopotentiellen Koten aus der kinematischen Ausgleichung der Landesnivellement-Messungen. Durch die Auslassung einer zufälligen Auswahl von Stützpunkten konnte bis anhin gezeigt werden, dass die Güte der Konsistenz bei diesen Punkten ca. ±1-2 cm beträgt. Die Bestimmung von neuen, unabhängigen GNSS/Nivellementpunkten wird dazu den definitiven Beweis erbringen und ist Bestandteil der künftigen Qualitätskontrollen in der Landesvermessung.

Basierend auf der Analyse der Differenzen zwischen den strengen Höhenarten und den Gebrauchshöhen LN02 auf ca. 1'400 Punkten des LHN ist die Software *HTRANS* entwickelt worden. Dieses einfache Werkzeug ermöglicht die Transformation zwischen den beiden Höhenrahmen LHN95 und LN02 und wird künftig vor allem für die Umrechnung der GNSS-Messungen in den alten Gebrauchshöhenrahmen LN02 Anwendung finden. Von einer Transformation dürfen keine Wunder erwartet werden. Sie kann nie bessere Resultate liefern als die vorgegebene

Genauigkeit des qualitativ schlechteren Höhenrahmens. Entlang den Linien des LHN ist die Genauigkeit der Transformation besser als ±1 cm. Ausserhalb dieser Linien sind im erweiterten Höhenrahmen LN02 Zwänge im Dezimeterbereich keine Seltenheit. Dass LHN95 keinen direkten Eingang in die offiziellen Werke der amtlichen Vermessung gefunden hat, mag ein kleiner Wermutstropfen sein. Den Benutzern steht immerhin die Software *HTRANS* für die Umrechnung zwischen den Höhenrahmen zur Verfügung. Ob bewusst oder unbewusst, wer sich mit stützpunktarmer, GNSS-basierter Höhenbestimmung im neuen (LHN95) aber auch im alten Höhenreferenzrahmen (LN02) befasst, wird direkt von den vorliegenden Arbeiten profitieren.

Dass LHN95 kein rein "akademischer" Höhenrahmen ist, beweist sein Einsatz in der Absteckung der beiden AlpTransit-Tunnelbauwerke am Lötschberg und Gotthard. Beide Tunnelvortriebe basieren auf Grundlagenvermessungen, deren Höhen vollständig auf den Berechnungen von LHN95 beruhen. Die äusserst kleinen Durchschlagsfehler am bereits ausgebrochenen Lötschberg Basistunnel sind Beweis genug für die Qualität dieser Höhengrundlagen [Riesen et al. 2005]. Nach den langjährigen Arbeiten ist es eine besondere Genugtuung, dass dem Höhenrahmen LHN95 nicht das ähnliche Schicksal der Nichtbeachtung droht, wie den Resultaten aus den Reduktionen und Gesamtausgleichungen Mitte des 20. Jahrhunderts.

11.2 Ausblick

Wie im Kapitel 9 erwähnt, liegen mit Abschluss dieser Arbeiten nur von ca. 15 % der Höhenfixpunkte der Landesvermessung (HFP1) strenge orthometrische Höhen vor. Die Informationen in diesen Punkten genügen vorerst, um die Transformation zwischen LHN95 und LN02 mit ausreichender Genauigkeit zu gewährleisten. Das Konzept für eine vollständige Berechnung aller HFP1 liegt vor. Abschnittsweise und je nach Bedarf ist eine gezwängte Bestimmung der Zwischenpunkte keine aufwändige Angelegenheit. Ob aber eine flächendeckende Berechnung im Rahmen der Landesvermessung gestartet wird, ist noch offen.

LHN95 ist nicht gleichbedeutend mit dem Landesnivellement, auch wenn die Resultate zum grössten Teil darauf beruhen. LHN95 ist zusammen mit dem Geoidmodell CHGeo2004 die moderne Höhengrundlage für die GNSS-Messungen und deren Bezug zu einem physikalischen Höhensystem innerhalb der Schweiz. Noch haben die GNSS-Messungen das Landesnivellement nicht verdrängt. Nach wie vor sind in der Landesvermessung Anstrengungen notwendig, um ein effektives Zentimeter-Geoid festzulegen. Zudem kann die hohe Nachbargenauigkeit der Nivellementmessungen in anspruchsvoller Umgebung (urbanes Gebiet, Horizontabdeckungen im Alpenraum) mit GNSS-Methoden nicht erreicht werden. Inwieweit das europäische Navigationssystem GALILEO eine Verbesserung bringt, wird sich im Laufe der Zeit zeigen.

Letztendlich stellt sich natürlich die Frage, wie die Qualität des neuen Landeshöhennetzes LHN95 weiter gesteigert werden kann. Wir beschränken uns auf eine lose Aufzählung der wesentlichen Punkte:

- **Aktualität der Messungen:** Die wohl grösste Qualitätssteigerung wird durch eine Aktualisierung mit neuen Messungen erzeugt. Man muss bedenken, dass die Strecke im Landeshöhennetz, welche am längsten nicht mehr gemessen worden ist, z. Z. aus dem Jahre 1943 stammt (Stand 2006).
- **Verbesserte Massen- und Dichtemodelle**: für das Topografie-Modell könnten anstelle von DHM25 die feiner aufgelösten Modelle der amtlichen Vermessung verwendet werden. Diese könnten insbesondere in anspruchsvoller Stationsumgebung (enge Täler, Punkte an Felswänden) eine Genauigkeitssteigerung bei der Berechnung der mittleren Schweren erzeugen. Analog zu den Bedürfnissen für die Geoidbestimmung wäre eine höher aufgelöste Dichteverteilung von Interesse. Dabei stehen die quartären Talfüllungen im Vordergrund. Sie würden insbesondere die Interpolation der Oberflächenschweren wesentlich erleichtern und verbessern.

- **Verbesserte Geoidmodelle** tragen wiederum zu verbesserten konsistenten Höhensystemen bei. Verbesserungen können durch weitere GNSS/Nivellementpunkte, Schwerefeldmessungen und verbesserte Dichtemodelle erzielt werden.
- **Verbesserte kinematische Modelle:** Mit diesen Arbeiten wird sich die Landesvermessung auch künftig noch auseinandersetzen. Die rezenten Höhenänderungen aus dem Landeshöhennetz müssen auch mit den 3D-Daten aus dem GPS-Landesnetz LV95 verknüpft werden, wie dies im Projekt Swiss4D bereits angegangen wird [Egli 2004b, Wiget et al. 2005].

Damit ist auch darauf hingewiesen, dass in der modernen Geodäsie dank den guten Grundlagen und ständig verbesserten Messmethoden das Studium der zeitlichen Änderungen der untersuchten Grösse immer mehr an Bedeutung gewinnt. Je genauer die Höhen der Kontrollpunkte bestimmt werden können, umso mehr interessieren auch deren Höhenänderungen und deren Ursachen. Den heute noch gilt Galileo's These - wenn auch im abgewandelten Sinne: …und sie bewegt sich doch!

Literaturverzeichnis

verwendete Abkürzungen:

IGP	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich. (nicht zur verwechseln mit dem International Geodynamics Project)
L+T	Bundesamt für Landestopografie (Publikationen vor 2002)
Nagra	Nationale Genossenschaft für die Lagerung radioaktiver Abfälle
NFP	Nationales Forschungsprogramm
SAC	Schweizer Alpen-Club
SGK	Schweizerische Geodätische Kommission
swisstopo	Bundesamt für Landestopografie (Publikationen ab 2002)
VPK	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik (schweizerische Fachzeitschrift; heute 'Geomatik Schweiz')
ZfV	Zeitschrift für Vermessungswesen (deutsche Fachzeitschrift)

Arnet F. (1992): POTENZ – ein Programm zur exakten Beschreibung der Gravitationsfeldgrössen Potential, Beschleunigung und Schweretensor von beliebigen Polyedern. *IGP-Bericht Nr. 192, ETH Zürich, März 1992.*

Arnet F. (2001): Interpolation von DHM25 Level 2: Interpolation eines digitalen Höhenmodells aus Höhenkurven, Zwischenkurven, Seeufern, Bruchkanten, Gewässerlinien und Höhenkoten mittels Dreiecksvermaschung. *Berichte aus der L+T Nr. 18. September 2001, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Aubert D. (1982): Fenêtres et écailles tectoniques à la vallée de Joux. *Bulletin de la Société vaudoise de Sciences naturelles. No 362, Vol. 76, Fasc. 2. 1982.*

Baeschlin C. F. (1925): Die Reduktion der Präzisions-Nivellements wegen Nichtparallelität der Niveauflächen und andere Fragen als Studien zum Schweizerischen Landesnivellement. *Emil Birkhäuser & Cie., Basel.*

Baeschlin C. F. (1948): Lehrbuch der Geodäsie. *Orell Füssli Verlag, Zürich.*

Baumann M. (1994): Three-dimensional modeling of the crust-mantle boundary in the Alpine region. *Dissertation ETHZ Nr. 10772, ETH Zürich.*

Börsch A. (1891): Vergleichung der Mittelwasser der Ostsee und Nordsee, des atlantischen Oceans und des Mittelmeeres aufgrund einer Ausgleichung von 48 Nivellementspolygonen in Central- und Westeuropa. Unter Mitwirkung von Dr. F. Kühnen der permanenten Commission der Internationalen Erdmessung vorgelegt von F.R. Helmert. *Centralbureau der internationalen Erdmessung. Stanikiewicz' Buchdruckerei, Berlin 1891.*

Bretterbauer K. (1986): Das Höhenproblem der Geodäsie. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie, 74. Jahrgang, Heft 4: 205-215.*

Brockmann E. (2003): CHGeoid2003: Planung und Auswertung der GPS Messungen. *swisstopo Report 03-30 (D).*

Brockmann E. und D. Ineichen (2004): LV95/CHTRF2004 (Swiss Terrestrial Reference Frame 2004): Teil 3: Auswertung der GPS-Messungen 2004 und Resultate der Gesamtausgleichung CHTRF04. *swisstopo Report 04-07 (B).*

Bruderer U. und B. Mattli (1998): Landeshöhennetz der Schweiz (LHN95). Verzeichnis der Linien des Landesnivellements 1903 - 1997. *Technischer Bericht Nr. 98-11 L+T, Bundesamt für Landestopographie.*

Bürki B. (1989): Integrale Schwerefeldbestimmung in der Ivrea-Zone und deren geophysikalische Interpretation. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. SGK, Band 40.*

Carosio A. und M. Plazibat (1995): Lineare Transformation mit finiten Elementen. Eine anpassungsfähige Verbindung zwischen alter und neuer Landesvermessung. *VPK 4/95 S. 192-194.*

Duden (1989): Duden Deutsches Universalwörterbuch. 2. Ausgabe. *Bibliographisches Institut, Mannheim 1989.*

Egli R. (2004a): Establishing a Kinematic Model of Switzerland (Swiss 4D). Swiss 4D: Geodynamik in der Schweiz. 2. Zwischenbericht zum FEP mit dem Geodäsie und Geodynamiklabor ETH Zürich*. swisstopo Report 04-39 (B).*

Egli R. (2004b): Swiss 4D. Geodynamik in der Schweiz. Schlussbericht zum FEP mit dem Geodäsie und Geodynamik Labor (GGL) der ETH Zürich. *swisstopo-Report 04-47 (B).*

Ehrnsperger, W. und J.J. Kok (1986): Status and Results of the 1986 Adjustment of the United European Levelling Network - UELN - 73. *Symposium on Height Determination and Recent Crustal Movements in Western Europe, Federal Republic of Germany, 15. - 19. September, 1986.*

Elmiger A. und F. Chaperon (1997): Landesvermessung: Texte und Notizen zur Vorlesung. Prov. Auflage. *Institut für Geodäsie und Photogrammetrie an der Eidg. Technischen Hochschule Zürich 1997.*

Favre J. (1947): L'étalonnage des mires de nivellement (Eichung der Nivellements-Miren). *Micortecnic, Revue universelle Vol. I No. 3 p.160-162.*

Fotopoulos G., C. Kotsakis and M.G. Sideris (1999): Evaluation of Geoid Models and Their Use in Combined GPS/Levelling/Geoid Height Network Adjustements. *Department of Geomatics Engineerin at the University of Calgary, Alberta Canada. Free internet publication.*

Fotopoulos G. (2003): An analysis on the optimal combination of geoid, orthometric and ellipsoidal height data. *A thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfilment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, department of geomatics engineering, Calgary, Alberta, December 2003.*

Gassmann F. (1962): Stand und Aufgaben der geodätischen Gravimetrik in der Schweiz. *In: Festschrift anlässlich des 100jährigen Bestehens der Schweizerischen Geodätischen Kommission (Hersg.: F. Kobold)*, *Zürich 1962*.

Gassmann R. (1925): Über die Höhenänderungen in der Fixpunktanlage des Schweiz. Landesnivellements. *Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik No.8 1925.*

Gassmann R. (1927): Bemerkungen betr. die Resultate und Ableitung der Gebrauchshöhen der Linie Gampel - Sion - Martigny. *Faszikel 35, Dokumentation der Landesnivellementmessungen, Archiv Bundesamt für Landestopographie.*

Gassmann R. (1928): Bemerkungen betr. die Resultate und Ableitung der Gebrauchshöhen der Linie Gampel - Sion - Aigle. *Faszikel 38, Dokumentation der Landesnivellementmessungen, Archiv Bundesamt für Landestopographie.*

Geiger A. (1990): Gravimetrisches Geoid der Schweiz: Potentialtheoretische Untersuchungen zum Schwerefeld im Alpenraum. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. SGK, Band 43.*

Glaus R. (1990): Massenmodelle: Überprüfung und Erweiterung an Lotabweichungen und Schweremessungen. Geodätisches Seminar I. IGP, ETH Zürich.

Gubler E., D. Schneider und P. Kellerhals (1984): Bestimmung von rezenten Bewegungen der Erdkruste mit geodätischen Methoden. *Technischer Bericht 84-17, Nagra Baden.*

Gubler E. (2002): Beschreibung zum Programm LTOP Version 94. *swisstopo Manual 02-d. Bundesamt für Landestopografie 2003.*

Heiskannen W. and H. Moritz (1967): Physical Geodesy. *Reprint Institute of Physical Geodesy, Technical University Graz, Austria.*

Helmert F.R. (1880): Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. *Teubner, Leipzig 1880/1884.*

Helmert F.R. (1891): Der Nullpunkt der Höhen. *Bericht an die Permanente Kommission der Internationalen Erdmessung zu Florenz, Oktober 1891.*

Hilfiker J. (1902): Untersuchung der Höhenverhältnisse in der Schweiz im Anschluss an den Meereshorizont. *Verlag der Abteilung für Landestopographie, Bern.*

Hilfiker J. (1905): Bericht der Abteilung für Landestopographie an die Schweiz. Kommission über die Arbeiten am Präzisionsnivellement der Schweiz in den Jahren 1893 – 1903. *Publiziert von der schweizerischen Geodätischen Kommission. Kommissionsverlag von Fäsi & Beer, Zürich.*

Hilfiker J. und Th. Niethammer (1910): Das Nivellementpolygon über den Simplonpass und durch den Tunnel mit zwei Studien: Der mittlere Fehler des theoretischen Schlussfehlers und die Schwere in der Lotlinie von Simplonhospiz. *Separatdruck aus: Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. SGK Band XII.*

Hirsch A. und E. Plantamour (1891): Nivellement de Précision de la Suisse. Neuvième Livraison. Exécuté pas la Commission Géodésique Fédéral sous la Direction de A. Hirsch et E. Plantamour. *Genève, Bale, Lyon. H Georg, Libraire-Éditeur, 1891.*

Höggerl N. (1986): Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivellementnetzes. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie. 74. Jahrgang, Heft 4 1986.*

Hunziker E. (1959): Gravimetermessungen in den Jahren 1953 - 1957. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz herausgegeben von der Schweizerischen geodätischen Kommission*. *SGK Band 25.*

Hunziker E. (1962): Die Schweremessungen der Schweizerischen Geodätischen Kommission. *In: Festschrift anlässlich des 100jährigen Bestehens der Schweizerischen Geodätischen Kommission (Hersg.: F. Kobold)*, *Zürich 1962*.

Ihde J. und M. Sacher (2002): European Vertical Reference Network. Final Documentation. *EUREF Publication No. 11/I Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 6. Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main 2002.*

Ihde J. und W. Augath (2003): The Vertical Reference System für Europe. In: Map Projections for Europe. Edited by A. Annoni, C. Luzet, E. Gubler and J. Ihde. *Institute for Environment and Sustainability; European Communities 2003.*

Ihde J. (2004): Status of the European Vertical Reference System (EVRS). *Vortrag am EVRS Workshop in Frankfurt am Main vom 5.-7. April 2004.*

Jung F.R. (1957): Potentialdifferenzen und orthometrischen Höhen. C.F. Baeschlin Festschrift. Orell Füssli Verlag, Zürich: 105-126.

Kahle H.-G. (Hrsg.) (1993): NFP20. Beitrag der Geodäsie zur geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten der Schweiz, SGK, Band 47.

Kotsakis C. and M. G. Sideris (1999): On the adjustement of combined GPS/Levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy Vol. 73/1999: 412-421.*

Lelgemann D. und S. Petrovic (1997): Bemerkungen zum Höhenbegriff in der Geodäsie. *ZfV Nr. 11 1997 503 - 509.*

Levallois J.-J et J. Maillard (1970): Reprise du nivellement primordial et orientation à donner aux travaux futurs. *Bulletin d'information Nr. 10 de l'Institut Géographique National, Paris Mars 1970.*

Levallois J.-J. (1970): Le nivellement I.G.N. 1969. Sa mise en œuvre – Ses résultats. *Xyz, Revue de l'Association Française de Topographie, No. 2 Février 1980, 2e Année.*

LV-Info (2004): Normalhöhen in Baden-Württemberg. Einführung des neuen Höhensystems "Deutsches Haupthöhennetz 1992". *Jährliche Publikation des Landesvermessungsamtes Baden-Württemberg 2004.*

Marti U. (1997): Geoid der Schweiz 1997. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. SGK, Band 56.*

Marti U. (2001): Der Übergang zwischen den Höhensystemen LN02 und LHN95. Konzept und Testberechnungen. *swisstopo Report 01-32 (B), Bundesamt für Landestopografie.*

Marti U., A. Schlatter, B. Brockmann and A. Wiget (2001): The way to a consistent national height system for Switzerland. *Poster presented at the Symposium of the International Association of Geodesy, Budapest 2001.*

Marti U. (2002): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95'. Teil 10: Das Geoid der Schweiz 1998 "CHGEO98". *swisstopo Doku Nr. 16 Ausgabe 2002, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Marti U. und A. Schlatter (2002): Höhenreferenzsysteme und –rahmen. *VPK 1/2002: 8-12.*

Marti U. (2003): Projekt LHN95: Der Übergang zwischen den Höhenrahmen LN02 und LHN95. Anpassungen und weitere Testberechnungen. *swisstopo Report 03-10 (B), Bundesamt für Landestopografie.*

Marti U. und R. Nocera (2003): FINELTRA: Affine Transformation von Lagekoordinaten mit finiten Elementen und Umrechnung von LV03 in LV95 und umgekehrt. *swisstopo Manual 06-d. Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Marti U., A. Schlatter und I. Schätti (2004): Lokale Schwerefeldstudien am AlpTransit Gotthard Basistunnel. (*Posterbeitrag) in Ingenieurvermessung 2004:14th International Course on Engineering Surveying ETZ Zürich (Hrsg. H. Ingensand), Beiträge/Contributions 283 - 288.*

Marti U., Ch. Hirt, A. Müller und B. Bürki (2004): CHGeoid2003: Astrogeodätische Messungen mit digitalen Zenitkameras vom 7.-29. Oktober 2003. *swisstopo Report 03-33 (A).*

Marti U. und D. Schneider (2004): Landesschwerenetz LSN 2004. Konzept für eine neue gravimetrische Landesvermessung der Schweiz. *swisstopo Report 04-08 (A).*

Marti U. und A. Schlatter (2005): Festlegung des Höhenbezugsrahmens LHN95 und Berechnung des Geoidmodells CHGeo2004. *Geomatik Schweiz 08/2005; 445-449.*

Marti U., E. Brockmann, A. Schlatter, D. Ineichen, D. Schneider und A. Wiget (2006): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95':Teil 13: Das kombinierte geodätische Landesnetz (CH-CGN), die Bezugsrahmen CHTRF98 und CHTRF2004 sowie das Geoid der Schweiz 'CHGeoid2004'. *swisstopo Doku Nr. 21 Ausgabe 2006 (in Prep.), Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Moritz H. (1980): Advanced Physical Geodesy. *Sammlung Wichmann Neue Folge Band 13. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.*

Moritz H. (1988): Geodetic Reference System 1980. *Bulletin Géodésique, The Geodesists Handbook, 1988, International Union of Geodesy and Geophysics.*

Mueller St., J. Ansorge, R. Egloff, E. Kissling (1980): A crustal cross section along the Swiss Geotraverse from the Rhinegraben to the Po plain. *Eclogae Geol. Helv. Vol. 73, Nr. 2, 463-485.*

Näf R. (1997): Landeshöhennetz LHN95: Anleitung zur Erfassung der Messdaten. *Technischer Bericht 97-02. L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Niethammer Th. (1932): Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen. *Veröffentlichung der Schweizerischen Geodätischen Kommission. Schweizerische Landestopographie, Bern.*

Niethammer Th. (1945): Das Problem der Bestimmung wahrer Meereshöhen und seine schweizerische Lösung. *Separatum aus EXPERIMENTA Vol. I/5 194, Bibliothek Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Pugin A. (1988): Carte des isohypses de la base des sédiments dur Quarternaire en Suisse occidentale, avec quelques commentaires. *Bundesamt für Umweltschutz, Geologische Berichte Nr. 3, Bern.*

Remmer O. (1986): The United European Levelling Network – Present State and Future Plans. *In: H. Pelzer and W. Niemeier (Ed.): Determinations of Heights and Height Changes. Contributions to the Symposium on Height Determination and Recent Vertical Crustal Movements in Western Europe held at the University of Hannover, September 15-19, 1986. Ferd. Dümmler Verlag, Bonn.*

Riesen H.-U., B. Schweizer, A. Schlatter und A. Wiget (2005): Tunnelvermessung des BLS-AlpTransit Lötschberg-Basistunnels. *Geomatik Schweiz 11/2005: 608-612.*

Rüeger J.-M., F.K. Brunner (2000): On System Calibration and Type Testing of Digital Levels. *ZfV 125: 120 – 130*.

Sacher M., H. Lang und J. Ihde (1999): Status and Results of the Adjustement and Enlargement of the United European Levelling Network 1995 (UELN-95). *EUREF Publication No. 7/I Mitteilungen des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 6. Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main 1999.*

Sacher M., J. Ihde, Urs Marti und Andreas Schlatter (2002): Status Report of the UELN/EVS Data Base. *Paper presented at the EUREF-Symposium Ponta Delgada, 5-8 June 2002, Portugal.*

Santschi W., B. Vogel, Th. Signer und D. Gutknecht (1998): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 5: GPS-Landesnetz: Netzanlage, Materialisierung, Dokumentation und Nachführung. *Berichte aus der L+T Nr. 11, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Santschi W., B. Vogel, Th. Signer, B. Mattli und D. Gutknecht (2002): Landesvermessung der Schweiz. Unterhaltskonzept der geodätischen Netze. *swisstopo Report 02-01 (B), Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schlatter A., E. Gubler, B. Mattli und D. Schneider (1997): Deformationsanalyse Gotthard. Untersuchungen der Senkungserscheinungen im Bereich des Gotthard-Strassentunnels. *Technischer Bericht Nr. 97-40 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A. und U. Marti (1998): Neues Landeshöhennetz der Schweiz: Provisorische Kinematische Ausgleichung 1998 zur Festlegung der orthometrischen Höhe des Fundamentalpunktes Zimmerwald. *Technischer Bericht 98-26. L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A. (1999): Neotektonisch Untersuchungen in der Nordostschweiz: Kinematische Ausgleichung der Landesnivellementlinien und Übersicht über die Ergebnisse der geodätischen Messungen. *Technischer Bericht Nr. 99-10 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A., U. Marti und D. Schneider (1999a): Prov. orthometrische Höhen für den Gotthard-Basistunnel: Ergänzungen im neuen Landeshöhennetz 1995 (LHN95) als Grundlage für das Werknetz von AlpTransit. Kinematische Ausgleichung und Berechnung provisorischer orthometrischer Höhen LHN95. *Technischer Bericht Nr. 97-08 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A., U. Marti und D. Schneider (1999b): BLSAlpTransit Lötschberg-Basistunnel: Höhengrundlagennetz basierend auf dem neuen Landeshöhennetz LHN95. Berechnung und Herausgabe provisorischer orthometrischer Höhen LHN95 / Januar 1999. *Technischer Bericht Nr. 98-22 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A., und B. Mattli (2001): AlpTransit Gotthard-Basistunnel. Kinematische Ausgleichung und Deformationsanalyse im Gotthardgebiet Stand 2000. *Technischer Bericht Nr. 00-03 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A. (2001): BLS-AlpTransit Lötschberg-Basistunnel: Neotektonische Untersuchungen im Lötschberg-Scheiteltunnel: Abschätzung der systematischen Fehlereinflüsse im Nivellement 1999 aufgrund der Lattenbeleuchtung und Neuberechnung der Deformationsanalyse. *Technischer Bericht Nr. 01-17 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A., E. Brockmann, Th. Signer, A. Wiget und K. Wysser (2001): Konzept- und Machbarkeitsstudie zu HFP2-Nezten im heutigen Umfeld. *VPK 3/2001: 169-175*

Schlatter A. (2002): Vertikalbewegungen ausgewählter HFP1 entlang dem Rhein zwischen Basel und Laufenburg/Liestal. Untersuchung anhand der Landesnivellementdaten für die Schweizer Rheinsalinen AG. *swisstopo Report 02-06 (C), Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schlatter A. und B. Mattli (2002a): Landeshöhennetz LHN95: Netzkonzept und Planung der Neumessungen 1999 - 2003. *Technischer Bericht Nr. 98-30 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schlatter A. und B. Mattli (2002b): Landeshöhennetz: Planung der Neumessungen 2004 - 2008 und Antrag an die GLA für die Neumessungen 2004-2007. *swisstopo Report 02-41 (B), Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schlatter A. und U. Marti (2002): Neues Landeshöhenetz der Schweiz. *VPK 1/2002: 13-17.*

Schlatter A. und C. Valiquer (2003): Hauenstein-Basistunnel: Präzisionsnivellement 2003 (Messung E) und Deformationsanalyse 1986 - 2003. *swisstopo Report 03-24(C), Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schlatter A., B. Mattli und B. Vogel (2003): Landeshöhennetz LHN95: Die Anschlüsse des GPS-Netzes LV95 und der AGNES-Stationen an das Landeshöhennetz (LHN95 und LN02). *swisstopo Report 02-33 (B).*

Schlatter A. (2004): Merkblatt für die Höhenbestimmung mit GPS in der amtlichen Vermessung. *Merkblatt für die Erfahrungsaustauschtage 2004 zwischen den Fixpunktverantwortlichen der Kantone. swisstopo 2004.*

Schlatter A., U. Marti und B. Mattli (2004): Gravimetrie für das Landesnivellement. Mess- und Auswerteverfahren. *swisstopo Report 03-37 (B).*

Schlatter A. und U. Marti (2005): Höhentransformation zwischen LHN95 und den Gebrauchshöhen LN02. *Geomatik Schweiz 8/2005: 450-453.*

Schlatter A. und A. Wiget (2005): LV95 / CHTRF2004 (Swiss Terrestrial Reference Frame 2004); Teil 2: Messkampagnen vom April - September 2004 im GPS-Landesnetz LV95. *swisstopo Report 04-06 (B).*

Schlatter A., B. Mattli und M. Kistler (2005): CHGeoid2003: GPS/Nivellement; Rekognoszierung, Versicherung, Nivellement-Anschlussmessungen und Punktdokumentation. *swisstopo Report 03-32 (D).*

Scheid S. und H. Meichle (2005): Normalhöhen in Baden-Württemberg, Arbeiten zur Einführung von Höhen im System des Deutschen Haupthöhennetzes 1992. *Beitrag auf der Homepage des Landesvermessungsamtes Baden-Württemberg.*

Schneider D., B. Mattli und E. Gubler (1992): Neotektonische Untersuchungen der Nagra im Hauensteingebiet: Nivellements-Messungen 1991/91 und kinematische Ausgleichung der relativen Höhenänderungen 1911 bis 1991. *Technischer Bericht Nr. 92-03 L+T, Bundesamt für Landestopographie, Wabern.*

Schneider D., E. Gubler und A. Wiget (1995a): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95'. Teil 1: Vorgeschichte, Konzept, Projektorganisation und Planung. *Berichte aus der L+T Nr. 6, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schneider D., E. Gubler, U. Marti und W. Gurtner (1995b, Ausgabe 2001): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95'. Teil 3: Terrestrische Bezugsysteme und Bezugsrahmen. *Berichte aus der L+T Nr. 8, Ausgabe Februar 2001, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Schneider D., E. Brockmann, A. Wiget, B. Vogel und U. Wiget (2005): Qualitätsstandards der Landesvermessung: Indikatoren, Standards und Messgrössen für die Produkte der Landesvermessung. *swisstopo Report 03-06 (B).*

Schwendener H. (1984): Ein gravimetrisches Krusten-Mantel-Modell für ein Profil im nördlichen Alpenvorland bis an die Ligurische Küste. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. SGK, Band 36.*

Schürer M. (1944): Die Reduktion und die Ausgleichung des Schweizerischen Landesnivellements. *Annexe aux procès-verbal de la 88^{me} séance de la Commission Géodésiques Suisse. E. Birkhäuser, Verkauf: L+T Wabern.*

SGPK, Grav. Atlas der Schweiz: Gravimetrischer Atlas der Schweiz. Karte der Bouguer-Anomalien 1:100'000; div. Autoren (1994-2002). *Publikation und Herausgeber: Schweizerische Geophysikalischen Kommission.*

Surfer (2002): Surfer® 8 User's Guide: Contouring and 3D Surface Mapping for Scientists and Engineers. *Golden Software, Inc. Colorado, USA.*

Torge W. (1975): Geodäsie. *Walter de Gruyter, Berlin und New York 1975.*

Untersee V. (1957): Auf dem Wege zu einheitlichen europäischen Meereshöhen. *VPK 9/57: 257-265.*

Vogel B., A. Wiget, Th. Signer, D. Gutknecht und W. Santschi (1997): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 6: GPS-Landesnetz: GPS-Messungen 1988-94. *Berichte aus der L+T Nr. 12, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Walesch Elektronik (1987): Dynamischer Stabilitätstester. *Bedienungsanleitung 21.4.1987.*

Weber D. (2001): Das ist die Höhe! Höhenmessungen des Bayerischen Landesvermessungsamts. *Sonderdruck aus der Festschrift zum 200-jährigen Bestehen der Bayerischen Vermessungsverwaltung. Juni 2001.*

Weidmann M. (2002): Erdbeben in der Schweiz. In Zusammenarbeit mit dem Schweizerischen Erdbebendienst. *Verlag Desertina, Chur 2002.*

Wicki F., Th. Signer, W. Messmer, R. Ammann, R. Durusell und H. Thalmann (2002): Das Höhensystem für die amtliche Vermessung und weitere raumbezogene Daten. *VPK 08/02.*

Wiget A., Th. Signer, B. Vogel und U. Wild (2003): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 7: GPS-Landesnetz: Auswertung der GPS-Messungen 1988-94; Bezugsrahmen 'CHTRF95' und 'LV95'. *Swisstopo Doku Nr. 12, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Wiget A., A. Schlatter, E. Brockmann und D. Ineichen (2005): GPS-Netz NEOTEKTONIK Nordschweiz 2004: Messkampagne 2004 im Auftrag der Nagra kombiniert mit der Messkampagne CHTRF2004 im GPS-Landesnetz LV95. *swisstopo Report 04-40 (C). Revidierte Fassung: swisstopo Report 07-03 (C).*

Wild U., S. Grünig und R. Hug (2006): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 11: Automatisches GPS-Netz Schweiz (AGNES): Stationsnetz und Positionierungsdienste. *swisstopo Doku Nr. 19, Bundesamt für Landestopografie, Wabern.*

Wirth B. (1990): Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz. SGK, Band 42.*

Zeger J. (1986): Historische Entwicklung des Präzisionsnivellements in Österreich. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie, Heft 4, 1986: 250-263.*

Zölly H. (1948): Geschichte der Geodätischen Grundlagen für Karten und Vermessung in der Schweiz. *Abteilung für Landestopographie des Eidgenössischen Militärdepartements, Wabern 1948.*

Abkürzungsverzeichnis

AdV	Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland
AlpTransit	Bauprojekte für den alpenquerenden Transitverkehr in der Schweiz
AV	Amtliche Vermessung
BWG	Bundesamt für Wasser und Geologie (ab Ende 2005 neu BAFU Bundesamt für Umwelt)
CdH	Catalogue des Hauteurs Suisses. Verzeichnis der Höhen relativ zu RPN aufgrund der Messungen des NdP aus dem Jahre 1891; Grundlage für die Gebrauchshöhen LN02
CERCO	Comitée Européen des Responsables de la Cartographie Officielle; Vorgängerorganisation von Eurogeographics
CGN	Combined Geodetic Network (z. B. ECGN, CH-CGN)
CHGeo98	Geoidmodell der Schweiz 1998 (erstes Marti-Geoid). Im Jahre 2005 abgelöst durch das Geoidmodell CHGeo2004
CHGEO03	Spezielle Kampagne im Zuge der CH-CGN-Aktivitäten für die Bestimmung von GPS-Nivellementpunkten im Jahre 2003
CHGeo2004	Neues Geoidmodell der Schweiz CHGeo2004 (zweites Marti-Geoid). Bildet zusammen mit den Höhen LHN95 und den ellips. Höhen LV95 den konsistenten Höhenrahmen der neuen Landesvermessung LV95.
CHKM95	Kinematisches Modell 1995 der neuen Landesvermessung LV95
CHKLM95	Kinematisches Modell für die Berechnung in den Höhenbezugsrahmen LHN95 und CHVRFxx
CHTRFxx	Globaler gelagerter Bezugsrahmen der Landesvermessung 1995 (3D-Rahmen der Epoche/des Jahres xx)
CHTRF04	Bezugsrahmen aus der Gesamtausgleichung aller GPS-Messungen von 1988 – 2004 im GPS-LV95-Netz der Schweiz. Grundlage für die ellipsoidischen Höhen der neuen Landesvermessung LV95 und dem konsistenten Höhenrahmen LHN95.
CHTRS95	Globales Bezugssystem der Landesvermessung 1995
CHVRFxx	Global gelagerter Höhenbezugsrahmen des Landesvermessung 1995 (Höhenrahmen des Jahres xx)
EGG97	Europäisches gravimetrisches Quasigeoid EGG97; am Institut für Erdmessung (IfE) der Universität Hannover berechnet (sog. Denker-Geoid)
EGM96	Earth Potential Model 1996. Globales Kugelfunktionsmodell des Schwerefeldes bis zum Grad 360 (räumliche Auflösung 50 km)
ETHZ	Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich
ETRFxx	European Terrestrial Reference Frame (Rahmen des Jahres xx)
ETRS89	European Terrestrial Reference System 1989
EUREF	IAG Subcommission for Continental Networks for Europe
EUVN	European Vertical Network
EVS2000	European Vertical System 2000
GGL-ETHZ	Geodäsie und Geodynamik Labor am Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich
GLG-Netz	Kombiniertes Höhennetz (GPS, Levelling, Geoid)
GNSS	Global Navigation Satellite System (wird oft für die Kombination von GPS, GLONASS und weiteren satelliten-basierten Techniken verwendet)
GPU	Geopotential Units (1 GPU = 10 m^2s^{-2} = 10^6 mgal·m)

GPS	Global Positioning System
GRS80	Geodetic Reference System 1980
HFP	Höhenfixpunkt; HFP1 = 1.Ordnung, HFP2 = 2. Ordnung etc.
IAG	International Association of Geodesy
IGN	Institut Géographique National (France)
IGN69	aktuelles Höhensystem von Frankreich
IGP	International Geodynamic Project (1971 – 1979)
IGP-ETHZ	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich
IGS	International GPS-Service for Geodynamics
ITRFxx	International Terrestrial Reference Frame (Rahmen des Jahres xx)
ITRS	International Terrestrial Reference System
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
JPL	NASA Jet Propulsion Laboratory
LFP	Lagefixpunkt der amtlichen Vermessung (gemäss TVAV)
LFP1-3	LFP 1.-3. Ordnung. 1. Ordnung: Punkte der Landesvermessung bis 3. Ordnung: kommunale Lagefixpunkte.
LHN	Landeshöhennetz, allgemeine Bezeichnung für den mit Fixpunkten realisierten Höhenrahmen. Dieser Begriff löst zunehmend die Bezeichnung Landesnivellement (LN) ab, da ein moderner Höhenrahmen nicht einzig durch Nivellementmessungen festgelegt ist.
LHN95	Lokal gelagerter, konsistenter Höhenbezugsrahmen der Landesvermessung 1995. Unter dem Titel: *Neues Landeshöhennetz der Schweiz 'LHN95'* auch als Abkürzung der Projektbezeichnung für die Erstellung der neuen Höhenbezugsrahmen verwendet (analog der Bezeichnung *LV95*)
LK	Landeskarte (offizielle Landeskarten der Schweiz)
LN	Landesnivellement, neu eher Landeshöhennetz (s. LHN)
LN02	Landesnivellement/Landeshöhennetz 1902 (Bezeichnung für das Höhensystem und den Referenzrahmen der Gebrauchshöhen in der Schweiz)
LTOP	Netzausgleichungssoftware von swisstopo für klassische und GPS-Messungen (s. [Gubler 2002])
LV03	Lagebezugsrahmen 1903 der Landesvermessung der Schweiz
LV95	Lokal gelagerter 3D-Bezugsrahmen der Landesvermessung 1995. Unter dem Titel: *Neue Landesvermessung der Schweiz 'LV95'* auch als Abkürzung der Projektbezeichnung der Landesvermessung 1995 verwendet (analog der Bezeichnung LHN95)
L+T	Bundesamt für Landestopographie (bis 2002)
mgal	Inoffizielle Einheit für die Schwerebeschleunigung. 1 mgal = 10^{-5} m·s^{-2}
Nagra	Nationale Genossenschaft für die Lagerung radioaktiver Abfälle
NAP	Normaal Amsterdams Peil. Ausgangspunkt für das europäische Höhensysteme EVRS
NdP	Nivellement de Précision 1864 – 1891 der SGK; erstes Präzisionsnivellement der Schweiz
NFP20	Nationales Forschungsprogramm 20: Geologische Tiefenstruktur der Schweiz
NGF	Nivellement Général de la France (2. nationales Nivellementnetz)
ppm	Parts per million
RCM	Recent Crustal Movements
REUN	Réseau Européen Unifiée de Nivellement (id. UELN)

RPN	Repère Pierre du Niton (alter Fundamentalpunkt der Höhen LN02)
SGK	Schweizerische Geodätische Kommission (Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft, heute Akademie der Naturwissenschaften)
SGPK	Schweizerische Geophysikalische Kommission (Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft; heute Akademie der Naturwissenschaften)
SRTM3	Shuttle Radar Topography Mission 3''-Auflösung des JPL
swipos	DGPS-Positionierungsdienst von swisstopo
swisstopo	Bundesamt für Landestopografie (ab 2002)
TVAV	Technische Verordnung der amtlichen Vermessung. Regelt u. a. die Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsanforderungen für die Fixpunkte der AV
UELN	United European Levelling Network (id. REUN)
VN	Versicherungsnivellement 1893 – 1902
WGS84	World Geodetic System 1984
Z_0	Neuer Fundamentalpunkt Zimmerwald (Geostation/Sternwarte des Astronomischen Instituts der Universität Bern)