

Matériaux pour le Géologie de la Suisse

GÉOPHYSIQUE
N° 12

Publiés par la Commission Géotechnique Suisse
Organe de la Société Helvétique des Sciences Naturelles,
subventionnée par la Confédération

Etude Géoélectrique du Klettgau (Suisse),
Canton de Schaffhouse

par

PIERRE-ANDRÉ GILLIAND

En Commission
chez Kümmerly & Frey, Geographischer Verlag, Berne
1970

Zurich
Offsetdruck P. Schmidberger
1970

Préface de la Commission Géotechnique Suisse

M. P.-A. Gilliard présenta à la Commission un manuscrit intitulé "Etude Géoélectrique du Klettgau (Suisse), Canton de Schaffhouse". Il s'agit d'une thèse de doctorat élaborée à l'Institut de Géophysique de l'Université de Lausanne sous la direction de M. le professeur C. Meyer de Stadelhofen. L'ouvrage a été accepté par la Commission pour être publié dans sa série "Géophysique".

La Commission remercie vivement M. Gilliard de cette contribution intéressante à la recherche géophysique du pays et de sa participation aux frais d'impression.

Le fond du texte et des figures est laissé à la seule responsabilité de l'auteur.

Au nom de la
Commission Géotechnique Suisse
Le président: Prof. F. de Quervain

Zurich, octobre 1970

TABLE DES MATIERES

Avant-propos	V
P R E M I E R E P A R T I E	
La prospection par courant continu et le sondage électrique	
Chapitre 1. De la résistivité électrique du sol	1
1.1 Généralités	1
1.2 Conductibilité du sous-sol	1
1.3 Facteurs qui influent sur la résistivité spécifique des formations meubles	2
1.4 Détermination de la résistivité spécifique des formations meubles et des roches fissurées	5
1.5 Résistivité spécifique des formations argileuses	7
1.6 Résistivité spécifique des roches fissurées ou karstiques	7
1.7 Relations entre la résistivité spécifique et la perméabilité	7
Chapitre 2. Mesure de la résistivité du sous-sol	9
2.1 Généralités	9
2.2 Dispositifs de mesure	10
2.3 Notion de résistivité apparente	12
Chapitre 3. Le sondage électrique (SE)	12
3.1 Définition du SE	12
3.2 Représentation des SE	13
3.3 Dispositifs de mesure	13
3.4 Pouvoir de résolution du quadripôle AMNB	13
3.5 Relations entre les résistivités apparentes mesurées avec divers dispositifs	14
3.6 Comparaison des avantages respectifs des divers dispositifs	15
3.7 Réduction des effets latéraux	16
Chapitre 4. Interprétation des SE	18
4.1 Généralités	18
4.2 Principes fondamentaux	20
4.3 Interprétation des SE au moyen de méthodes empiriques	24
4.4 Méthodes d'interprétation indirectes ou de superposition	26
4.5 Méthodes de réduction	38
4.6 Calcul de courbes modèles	40
4.7 Méthodes d'interprétation directes	54
4.8 Conclusions sur les méthodes d'interprétation	61

DEUXIEME PARTIE

Etude géoélectrique du Klettgau suisse

Chapitre 5. Introduction	63
5.1 Cadre géographique	63
5.2 Cadre géologique	63
5.3 Buts de l'étude géoélectrique	63
Chapitre 6. Exécution des mesures	64
6.1 Technique des mesures	64
6.2 Déroulement des mesures	64
Chapitre 7. Interprétation des mesures	65
7.1 Echelle des résistivités	65
7.2 Types de courbes obtenues	66
7.3 Possibilités des SE, problèmes particuliers	69
7.4 Résistivité spécifique des graviers aquifères	69
7.5 Interprétation des SE	70
Chapitre 8. Résultats obtenus	74
8.1 Carte hypsométrique	74
8.2 Carte des résistivités spécifiques des graviers sub-affleurants	74
8.3 Coupe géologique 1 - 1	74
8.4 Résultats accessoires	74
Chapitre 9. Conclusions générales	76
Liste des principaux symboles	79
Bibliographie	80
Table des SE sous forme numérique	84
Planches et annexes hors-texte	

AVANT-PROPOS

Cette étude a été entreprise sous la direction de M. le professeur C. Meyer de Stadelhofen. Je tiens à le remercier très vivement, tant pour l'intérêt qu'il a bien voulu apporter à mes recherches que pour l'ambiance amicale qui a toujours empreint nos relations tout au long de ce travail.

Mes remerciements vont également au professeur A. von Moos qui a très obligeamment mis à ma disposition les documents qu'il possédait sur le Klettgau ainsi qu'au professeur A. Süsstrunk qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être le juré de ce travail.

En outre, je ne saurais oublier la mémoire du professeur Ed. Poldini dont j'ai eu le privilège de suivre l'enseignement si vivant, d'abord comme étudiant puis comme assistant. C'est à l'influence de sa forte personnalité que je dois mon orientation vers la géophysique appliquée. Je n'oublie pas mes anciens professeurs H. Badoux, A. Bersier, M. Burri, R. Chessex, M. Vuagnat et R. Woodtli auxquels je dois mes connaissances de base en géologie. La direction de Geotest à Berne m'a aidé matériellement et techniquement alors que l'Inspectorat pour les routes et les eaux du canton de Schaffhouse m'a autorisé à faire usage des sondages électriques que j'avais exécutés dans le Klettgau dans le cadre de mes activités professionnelles.

Enfin, j'exprime ma gratitude à ma femme qui a su faire montre de patience ainsi qu'à mes amis J.J. Duret et R. Reber pour leur aide aussi efficace que désintéressée.

PREMIERE PARTIE

La Prospection par courant continu et le sondage électrique

Chapitre 1

De la résistivité électrique du sol

1.1 Généralités

Parmi les diverses méthodes de la géophysique, la géoélectricité a fait longtemps figure de parent pauvre. Actuellement, grâce aux progrès de l'électronique et aux développements divers du calcul numérique, le champ d'application de cette méthode ne cesse de s'élargir et l'intérêt qu'elle suscite est attesté par des publications de plus en plus nombreuses. C'est ainsi que les méthodes de résistivités contribuent à la résolution des problèmes posés par la recherche minière et pétrolière, l'hydrologie et le génie civil.

La géoélectricité appartient aux méthodes dynamiques, c'est-à-dire qu'on y utilise des champs électriques artificiels (exception faite de la polarisation spontanée et des méthodes tellurique et magnéto-tellurique). Le paramètre étudié est la résistivité spécifique des formations géologiques. Il s'agit d'un paramètre extrêmement différencié puisqu'il peut varier dans un rapport de 1 à 10'000 lorsque l'on passe de terrains salés ou argileux aux calcaires et granites.

C'est précisément dans cette diversification des valeurs de la résistivité spécifique, qui peut d'ailleurs présenter des inconvénients comme on le verra plus loin, que réside la possibilité d'utiliser les méthodes de résistivités pour résoudre certains problèmes posés par la géologie et notamment l'hydrologie, science dont il sera plus particulièrement question dans ce travail.

1.2 Conductibilité du sous-sol

Considérons un élément de roche de section q et de longueur 1. En y appliquant une tension U on provoque la circulation d'un courant I dont l'intensité est donnée par la loi d'Ohm:

$$I = \sigma \cdot q/l \cdot U = 1/\rho \cdot q/l \cdot U \quad 1)$$

On nomme σ , la conductibilité électrique spécifique et son inverse $1/\sigma = \rho$, la résistivité électrique spécifique ou plus simplement la résistivité spécifique.

En géophysique appliquée il est d'usage d'exprimer les différences de potentiel en volts, les intensités en ampères et les longueurs en mètres. Par suite, l'unité de résistivité spécifique est l'ohm-mètre qui s'écrit également ohm-m ou $\Omega \cdot m$. Certains auteurs, notamment anglo-saxons, utilisent l'ohm-cm qui vaut évidemment 10^{-2} ohm-m.

Les minéraux les plus fréquents à la surface de la terre sont les silicates, des carbonates ou des oxydes. Parmi ceux-ci, les plus typiques sont le quartz, les feldspaths (silicates), les micas (silicates hydratés), le gypse, l'olivine, le sel gemme, etc. Ces minéraux dont les résistivités spécifiques sont généralement supérieures à 10^6 ohm-m. peuvent être considérés comme des isolants.

Parmi les minéraux qui conduisent bien l'électricité on peut citer des oxydes: magnétite, pyrolusite, cassitérite, des sulfures: pyrite, chalcopyrite, molybdénite, mispyckel, galène, etc. et des corps simples: graphite, cuivre natif, etc. La résistivité spécifique de ces minéraux est faible mais cependant supérieure à celle du métal correspondant. En fait la plupart de ces minéraux sont des semi-conducteurs. On trouvera des valeurs précises de résistivités spécifiques dans Birch et al. (1967). Dans ce cas, le processus de conduction est essentiellement électronique et l'écoulement du courant électrique se fait par simple transport d'électrons sans que la matière elle-même du conducteur participe au phénomène. Ce type de conduction concerne surtout l'intérieur de la terre. Dans les couches supérieures de la croûte terrestre il est remplacé par une conductibilité dite électrolytique qui affecte les 20 à 30 km superficiels (Migaux et al. 1960). Dans cette zone, à l'exception des gîtes métallifères où les deux types de conductibilité peuvent coexister, la circulation du courant électrique se fait essentiellement par déplacement d'ions.

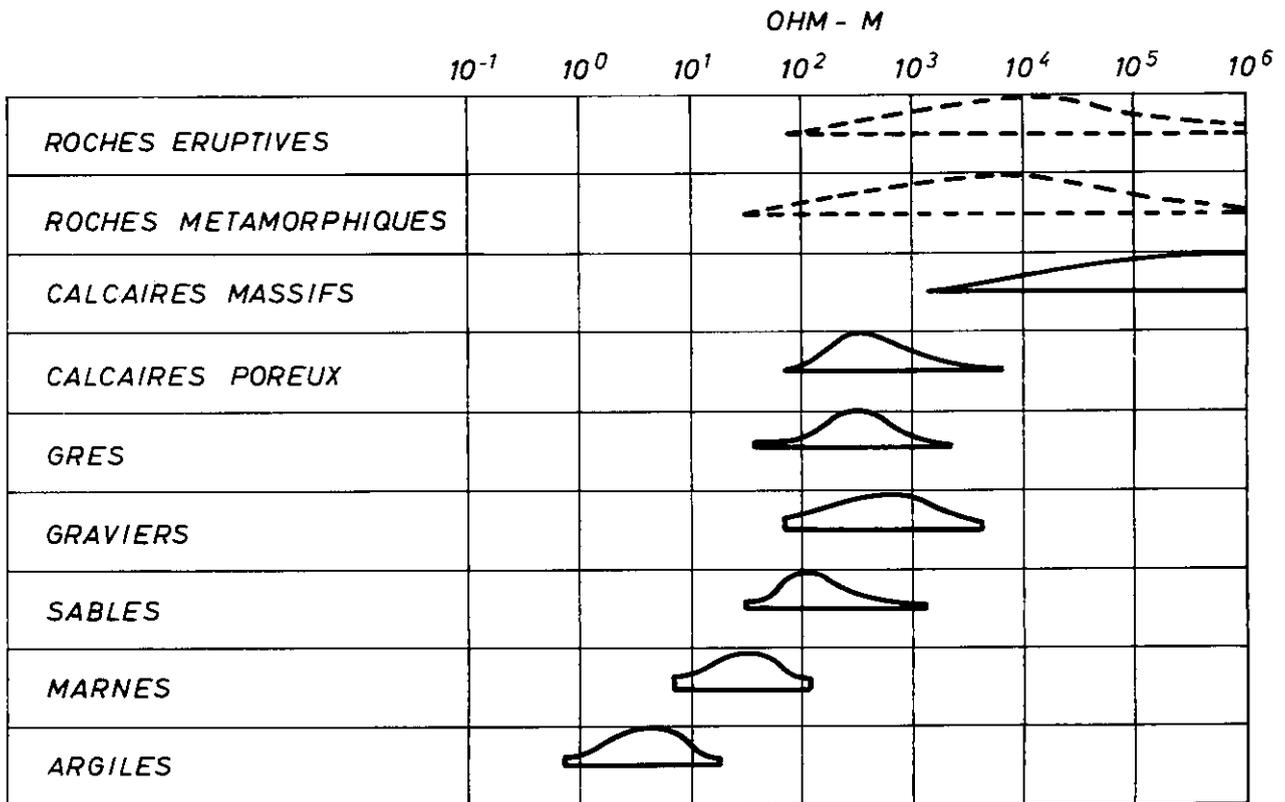


Figure 1

La conductibilité est d'autant plus grande que la teneur en électrolyte et le degré de dissociation sont élevés.

Etant donné que le présent travail n'aborde pas la recherche minière on ne considèrera dans la suite que la conductibilité électrolytique. A cet égard, la figure 1 montre un histogramme des résistivités spécifiques de quelques roches courantes.

1.3 Facteurs qui influent sur la résistivité spécifique des formations meubles

A l'encontre de paramètres tels que la densité ou la susceptibilité magnétique, la résistivité spécifique est un paramètre complexe qui dépend de nombreux facteurs dont les plus importants sont la nature et la quantité de solution contenue dans la formation. La température joue également un rôle que l'on néglige généralement dans les recherches qui intéressent la subsurface mais qui peut devenir prépondérant en hydrologie thermique ou lors d'études de formations profondes.

L'analyse de la résistivité spécifique des sols revient donc à déterminer la teneur et la résistivité de l'eau d'imbibition ainsi que la façon dont cette eau est répartie dans la formation.

1.3.1 Résistivité des solutions

La résistivité de l'eau d'imbibition dépend de la nature des sels qui s'y trouvent en solution. La figure 2 montre que tous les sels ne produisent pas le même effet sur la résistivité. Comme il fallait s'y attendre ce sont les acides et les bases (électrolytes forts) qui produisent la plus forte baisse de résistivité par rapport à la résistivité de l'eau pure. En général les eaux contiennent divers sels en solution et il est difficile de déterminer la résistivité à partir de l'analyse chimique.

C'est pourquoi on utilise l'équivalence NaCl qui est la salinité d'une solution dont la résistivité est égale à celle de la solution considérée. La figure 3 représente les variations de la résistivité d'une solution en fonction de l'équivalence NaCl pour diverses températures exprimées en degrés centigrades. En ce qui concerne la température on constate que la résistivité diminue lorsque la température augmente.

1. 3. 2 Porosité des sédiments meubles

Bien que la matière constitutive des roches soit en général isolante, les roches elles-mêmes présentent une certaine conductibilité qui est due aux solutions contenues dans les pores. Par conséquent, toute étude de la résistivité d'une formation devra tenir compte de la porosité de cette formation et notamment pour les sédiments meubles, de la granulométrie. On définit la porosité comme le rapport du volume des vides au volume total. On la désigne par la lettre n . On définit également un indice de vide qui est lié à la porosité par la relation suivante:

$$e = n / (1 - n) \quad 2)$$

La porosité dépend de la forme, des dimensions respectives et de l'arrangement des grains (Castany, 1962). Les dimensions des grains jouent un rôle important car les éléments les plus fins obstruent les vides laissés par les plus gros. La porosité sera donc d'autant plus grande que la taille des grains sera plus uniforme. Par ailleurs, le volume des vides est indépendant du diamètre des grains. La courbe granulométrique cumulative permet de déterminer un coefficient d'uniformité ou coefficient de Hazen U .

$$U = d_{60} / d_{10} \quad 3)$$

Les paramètres d_{60} et d_{10} correspondent à des diamètres de grains tels que sur la courbe cumulative il n'y a respectivement que 60% et 10% en poids du sédiment de grains inférieurs à ces diamètres. La porosité est maximale lorsque $U = 1$.

L'arrangement des grains influe également sur la porosité suivant leur disposition réciproque. Graton et Fraser (1935) distinguent 6 dispositions possibles d'arrangement de grains sphériques de même diamètre pour lesquelles les porosités varient de 25,95% à 47,64%. Pratiquement, on a à faire à des formations hétérogènes et les déterminations de la porosité fondées sur des analyses granulométriques ne peuvent donner que des ordres de grandeur. Castany (1963) donne les valeurs numériques suivantes:

Formations	Porosités en %
Graviers	25 à 40
Graviers de 4 mm	36
Sables et graviers	25 à 30
Sables	26 à 48
Alluvions récentes	5 à 15
Arènes granitiques	13
Argiles	44 à 50
Marnes	47 à 50
Vases récentes	80 à 90
Limons	34 à 50

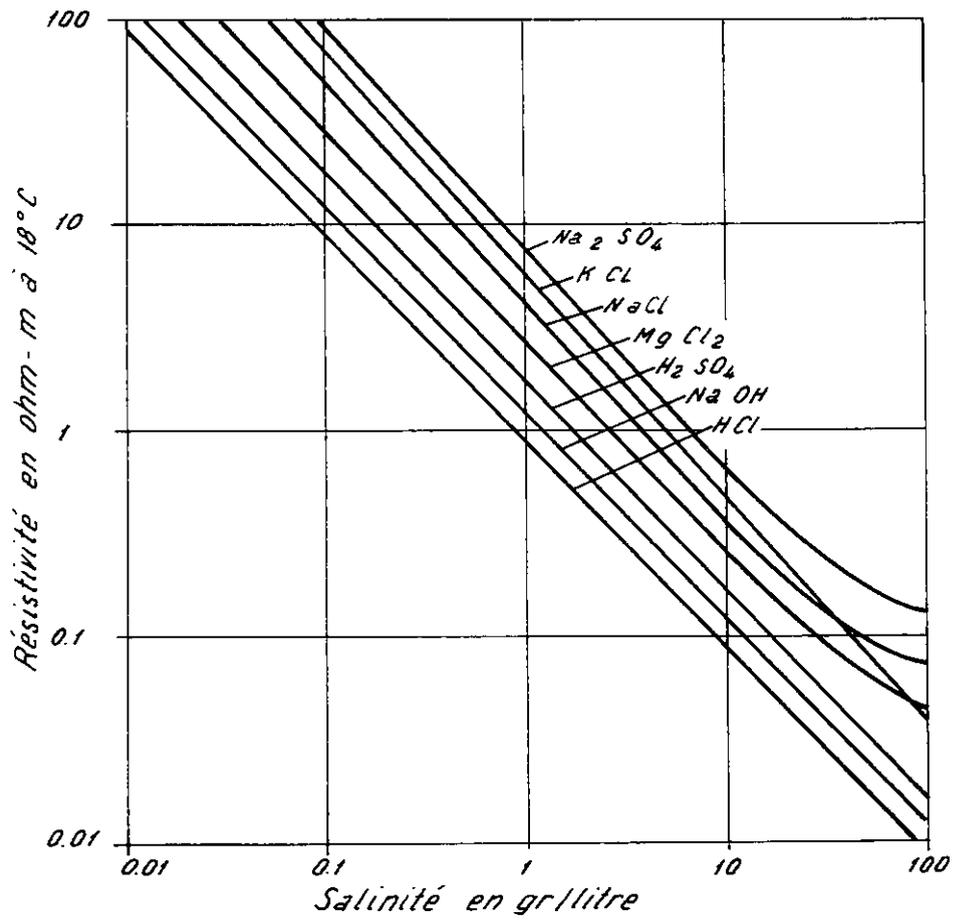


Fig. 2

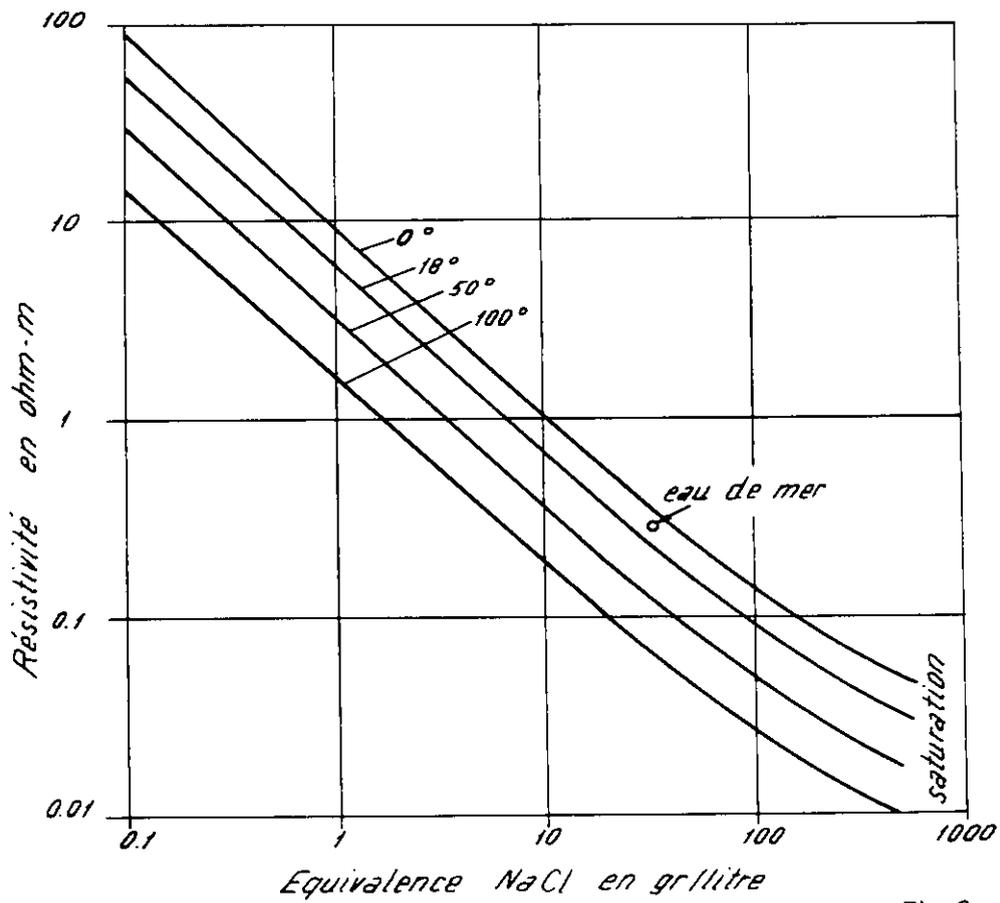


Fig. 3

1.4 Détermination de la résistivité spécifique des formations meubles et des roches fissurées

Les nombreuses expériences faites pour établir une relation entre la porosité et la résistivité ont abouti à diverses formules plus ou moins empiriques dont la plus connue est due à Archie (1942)

$$\rho = \rho_w / n^m \cdot S_w^2 \quad 4)$$

dans laquelle ρ = résistivité spécifique de la formation

ρ_w = résistivité de l'eau interstitielle

n = porosité totale

m = facteur de cimentation

S_w = degré de saturation

Expérimentalement on sait que le facteur de cimentation varie entre 1,3 pour des sables lâches (sans cohésion) et 2,6 pour des roches très cimentées (calcaires, dolomites). Les grès ont un facteur de cimentation d'environ 1,8. On définit également un facteur de formation $F = n^{-m}$. Il est remarquable de constater que pour une formation donnée, F est relativement constant sur de grandes distances. Le facteur de formation permet donc de caractériser assez bien certaines formations géologiques; il peut varier entre 4,5 et quelques centaines. Pour des graviers aquifères on observe des valeurs de F comprises entre 4,5 et 50. Si l'on connaît F pour une région donnée et que de plus on suppose que le degré de saturation est égal à 1, il est possible de déduire la minéralisation des eaux à partir de la résistivité spécifique de la formation. Inversement, si la résistivité de l'eau d'imbibition est connue, il est possible de calculer la résistivité de la formation. Si l'on constate une différence avec la valeur mesurée de la résistivité, cela signifie que la valeur de m est incorrecte ou que S_w est plus petit que 1.

En faisant dans l'expression 4) $m = 2$ et en supposant que la formation est saturée, c'est-à-dire $S_w = 1$ on obtient l'abaque de la figure 4 qui exprime la variation de la résistivité spécifique en fonction de la porosité et de l'eau d'imbibition.

La table ci-dessous donne un aperçu des résistivités de quelques eaux. Les résistivités sont exprimées en ohm-m.

Eaux de fonte	80 à 300
Eaux de rivière et de lac	20 à 100
Eaux légèrement salées	10 à 20
Eaux contenant 0,5 g Cl ⁻ /l	env. 9
Eaux salées	3 à 9
Eaux contenant plus de 1 g Cl ⁻ /l	0,1 à 3
Eaux saturées	0,02 à 0,05

Avec un degré de saturation égal à 1 on suppose que tous les pores de la formation sont occupés par l'eau ce qui n'est évidemment pas toujours le cas. Si une partie des pores est remplie d'air la résistivité augmente considérablement. La figure 5 représente un graphique qui permet de déterminer un facteur de multiplication en fonction du % du volume de pores occupés par de l'air.

Pour des formations meubles et saturées, Cambefort (1955) déduit l'indice de vides de la relation suivante:

$$e = 1.55 \left(\frac{\rho}{\rho_w} - 1 \right)^{-0.9} \quad 5)$$

qui est valable pour des valeurs de e comprises entre 0,06 et 5,7.

Pratiquement, la relation 4) est suffisante pour une première orientation. Toutefois, il est certain que la résistivité des roches ne saurait dépendre que de la porosité et de la résistivité du fluide d'imbibition. La façon plus ou moins complexe dont les pores sont reliés entre eux joue également un rôle. Le volume de pores en communication, le mode de communication, l'augmentation du chemin parcouru par le courant pour contourner les grains, sont autant de facteurs que l'on groupe sous le terme de "tortuosité". On distingue une tortuosité électrique X qui se rapporte à la circulation du courant électrique dans le fluide d'imbibition d'une tortuosité hydraulique T dans laquelle intervient la viscosité du fluide et la perméabilité du milieu. On peut montrer, à l'aide de modèles rhéologiques (Schopper, 1967) que si la maille est relativement simple et que les surfaces ainsi que les formes des sections des canicules sont statistiquement constantes, le rapport X/T tend vers 1. Dans ce cas la relation suivante (Meyer de Stadelhofen, 1966) est valable

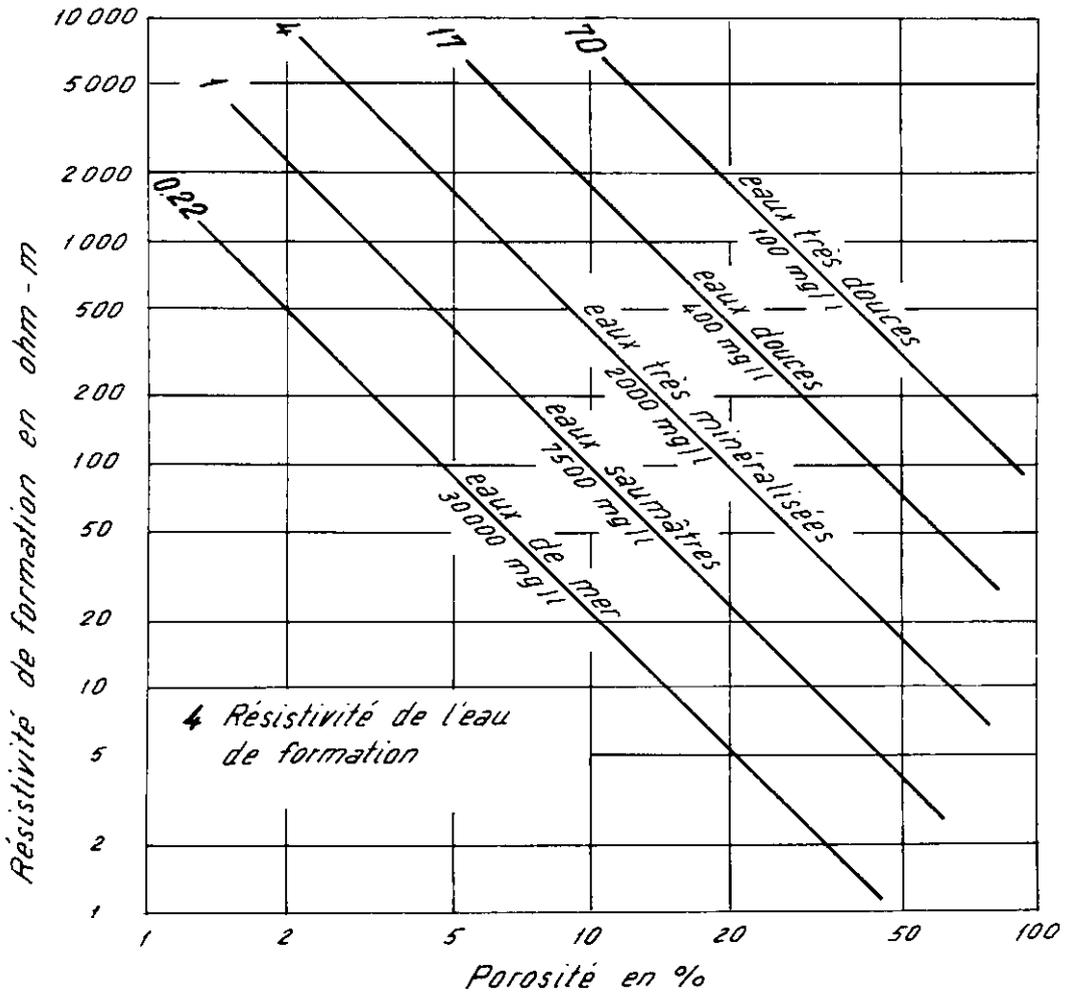


Figure 4

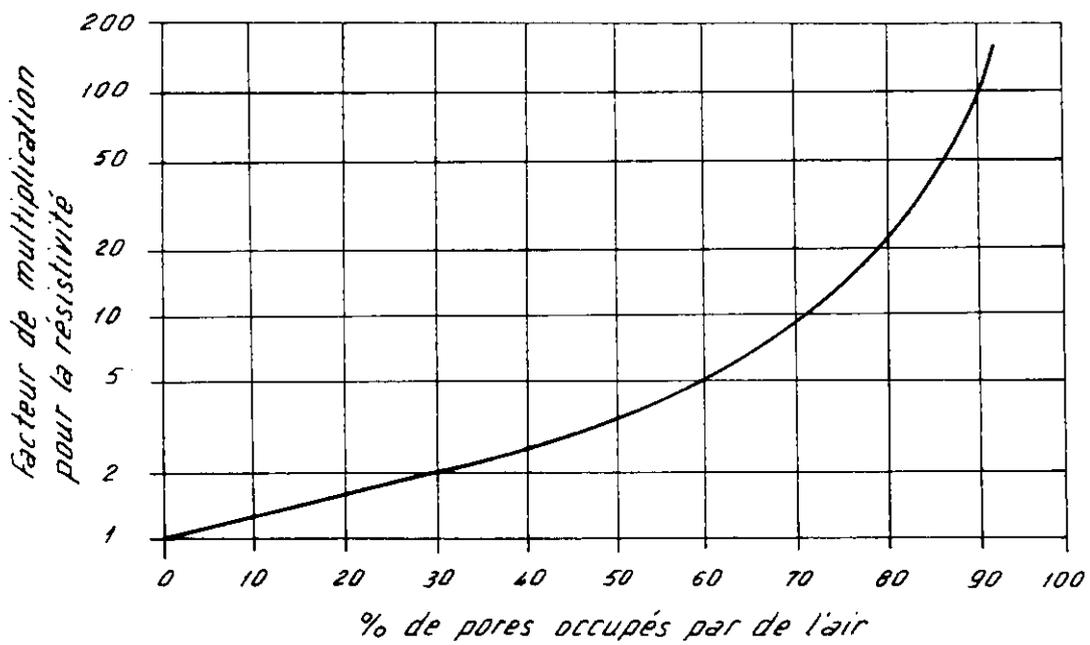


Figure 5

$$\rho = \rho_w n^{-1} \cdot S_w^{-2} \cdot T^2 \quad 6)$$

Pour les formations fortement consolidées et plus particulièrement pour les sédiments affectés de porosités secondaires, le rapport X/T est différent de 1. Les propriétés électrodynamiques et hydrodynamiques dépendent alors des caractéristiques géométriques intrinsèques du milieu.

1.5 Résistivité spécifique des formations argileuses

Les formations argileuses n'obéissent pas exactement aux règles mentionnées plus haut. En effet, les sols fins (particules plus petites que 2 microns) conduisent l'électricité en raison de leur eau de constitution et de l'eau adsorbée (Terzaghi et Peck, 1965). L'effet de l'argile est donc comparable à celui de l'eau d'imbibition et l'on peut utiliser la relation 4) en remplaçant ρ_w par la résistivité de l'argile ρ_{ar} . Ce faisant on admet que l'argile imprègne complètement la formation considérée, ce qui revient à dire que $S_w = 1$.

Lorsque les pores d'une formation sableuse, par exemple, contiennent de l'eau interstitielle et de l'argile, la résistivité totale dépend de la porosité n , du % d'argile, des résistivités de l'eau interstitielle ρ_w et de l'argile ρ_{ar} . Dans ce cas, on calcule un pourcentage équivalent d'argile ramené à la résistivité du fluide d'imbibition et la formule suivante est applicable

$$\rho = (n + n_{ar})^{-2} \rho_w \quad 7)$$

1.6 Résistivité spécifique des roches fissurées ou karstiques

Dans les roches fissurées ou parcourues par un réseau de dissolution il y a lieu de tenir compte de la résistivité spécifique propre de la roche, laquelle est analogue à celle des formations meubles. Lorsque les fissures et autres cavités sont occupées par de l'eau, la résistivité de l'ensemble dépend des résistivités spécifiques de la roche et du fluide emmagasiné ainsi que du volume des vides. La figure 6 exprime les relations existant entre la résistivité spécifique ρ du massif saturé, la résistivité spécifique ρ_1 de la roche non pas sèche mais vide d'eau gravitaire et la résistivité ρ_w du fluide. Dans les massifs karstiques le problème se complique souvent par la présence d'importants dépôts d'argiles dans les cavités (Kruic, 1966).

1.7 Relations entre la résistivité spécifique et la perméabilité

Etant donné le rôle essentiel joué par l'eau d'imbibition dans la résistivité des formations, il n'est pas étonnant que l'on ait songé aux méthodes géoélectriques pour apporter une contribution à la résolution de problèmes hydrologiques ou hydrogéologiques. Un aspect particulièrement intéressant est l'étude de la variation de la perméabilité d'un horizon aquifère. Du point de vue strictement hydrologique, la perméabilité k est une fonction du diamètre, de la surface spécifique des grains et surtout de la porosité. La perméabilité qui s'exprime le plus souvent en cm/s, varie comme le carré du diamètre des grains et devient nulle pour un diamètre inférieur à 10^{-2} mm. Plusieurs formules plus ou moins approchées permettent d'estimer k à partir du diamètre des grains. Citons:

$$k = c \cdot d_{10}^2 \quad 8)$$

dans laquelle d_{10} est le diamètre efficace (diamètre pour lequel sur la courbe cumulative, 10% en poids du sédiment est constitué par des grains plus petits que ce diamètre) tandis que c est un coefficient qui varie de 45,8 pour les sables argileux à 142 pour des sables purs. Slichter (1899) donne la formule suivante:

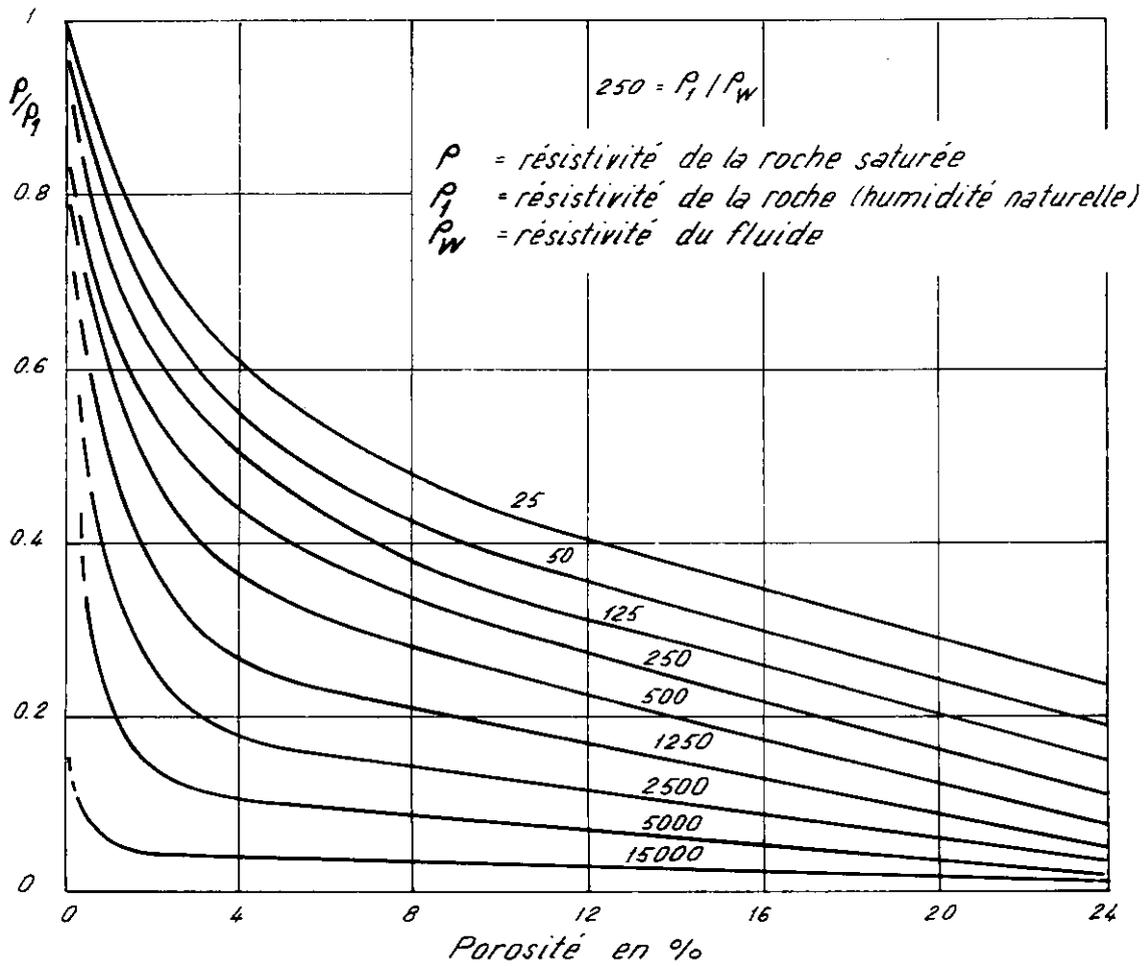


Figure 6

$$k = 100 d_{10}^2 a^{-1}$$

9)

Le coefficient a a varié de 84,3 à 11,8 pour des porosités comprises entre 26% et 47%. La classification suivante donne une idée de quelques valeurs de k (en cm/s) pour divers types de sédiments.

Graviers caillouteux, sables grossiers	10	à	10^{-3}
Sables fins	10^{-3}	à	10^{-4}
Silts	10^{-4}	à	10^{-6}
Argiles	10^{-6}	à	10^{-9}
Argiles plastiques	10^{-9}	à	10^{-10}

Il est donc possible, du moins en principe, de déduire la perméabilité de la porosité. Or au paragraphe 1.4 on a vu qu'elles étaient les relations entre la porosité et la résistivité spécifique. Par conséquent, toute chose étant égale par ailleurs, les variations de la résistivité spécifique d'une formation aquifère reflètent les variations de la perméabilité.

Toutefois, dans ce qui précède on a fait appel à des paramètres qui sont déterminés sur échantillons. C'est le cas du coefficient d'uniformité U et du diamètre efficace d_{10} . Dans la pratique de l'investigation géophysique, les mesures géo-électriques précèdent généralement la campagne de forages et l'on dispose bien rarement des résultats d'essais de laboratoire. Dans ce cas il n'est pas possible de déduire quantitativement la perméabilité de la résistivité spécifique. On se contente alors de suivre les variations relatives de la perméabilité sans en connaître la valeur absolue. D'une manière générale, pour une porosité donnée et avec une eau d'imbibition de résistivité constante les perméabilités varient dans le même sens que les résistivités.

Chapitre 2

Mesure de la résistivité du sous-sol

2.1 Généralités

Considérons une électrode ponctuelle A qui injecte dans un milieu homogène de résistivité spécifique ρ un courant d'intensité I (fig. 7).

La demi-sphère de rayon r est une surface équipotentielle. Quand on passe de r à $r + dr$, le potentiel varie de dV . En appliquant la loi d'Ohm à l'élément MNPQ on obtient :

$$-dV = \rho \frac{dV}{dS} \cdot I$$

et pour toute la demi-sphère

$$-dV = \rho \frac{dr}{2\pi r^2} \cdot I$$

soit

$$V = \int \rho \frac{dr}{2\pi r^2} \cdot I = \frac{\rho I}{2\pi r} + V_0$$

si l'on suppose que $V = 0$ pour $r = \infty$ on a

$$V_0 = 0 \quad \text{et} \quad V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad \text{d'où} \quad \rho = 2\pi r \frac{V}{I} \quad 10)$$

Dans le cas théorique de la figure 7 on suppose que la deuxième électrode permettant le passage du courant I est rejetée à l'infini. Pratiquement, elle se trouve à une distance finie, c'est pourquoi les premiers expérimentateurs qui essayèrent de mesurer la résistivité du sous-sol utilisèrent naturellement des systèmes de mesure comportant 2 électrodes. Cette façon de procéder ne peut donner de résultats exacts que si la résistance de l'objet à mesurer est grande par rapport à celle des électrodes. Dans le cas du sous-sol, la résistance de celui-ci est généralement faible en regard de l'environnement immédiat des électrodes. C'est ainsi que dès 1891, Maxwell (Keller, 1966) préconise la mise en oeuvre de 4 électrodes en faisant remarquer que l'emploi d'une paire d'électrodes supplémentaire permet de rendre la mesure de résistivité indépendante de la résistance des électrodes d'envoi de courant.

Pratiquement, les divers dispositifs de mesure utilisés en géoélectricité sont des variantes du quadripôle décrit par F. Wenner dans son article no 258 du "Bureau of Standards" paru en 1915.

2.2 Dispositifs de mesure

2.2.1 Dispositif Wenner

Dans ce dispositif, 4 électrodes colinéaires sont disposées à la surface du sol et également distantes les unes des autres d'une longueur a (fig. 8, a). Généralement, les électrodes extérieures A et B servent à l'envoi de courant alors que les électrodes intérieures M et N sont réservées pour la mesure des différences de potentiels. L'extrémité des électrodes étant enfoncée dans le sol à une profondeur b il est possible de déterminer la résistivité du sous-sol par la formule suivante:

$$\rho = 4 \pi a R / n$$

dans laquelle

- ρ = résistivité du sous-sol
- a = distance interélectrode
- R = rapport $\Delta V/I$
- n = coefficient qui dépend de a et b

Lorsque b est grand par rapport à a on a

$$\rho = 4 \pi a R$$

et dans le cas contraire

$$\rho = 2 \pi a R$$

11)

Dans la pratique de l'investigation géoélectrique c'est la formule 11) qui est utilisée car les distances a sont généralement grandes par rapport à la profondeur d'enfoncement des électrodes.

2.2.2 Dispositif Schlumberger

Dans le dispositif Schlumberger les électrodes sont également disposées en ligne droite. La distance entre les électrodes de potentiels M et N est petite par rapport à la distance AB des électrodes d'envoi de courant (fig. 8, b).

Dans ces conditions la différence de potentiel mesurée entre M et N est pratiquement égale au gradient de potentiel ramené au centre de MN. Pour ce dispositif la résistivité est donnée par

$$\rho = k_s \cdot \frac{\Delta V}{I}$$

12)

dans laquelle k_s est un facteur qui dépend des dimensions du dispositif de mesure.

2.2.3 Dispositif Eltran

Ce dispositif a été développé pour éviter un couplage électromagnétique entre le circuit d'émission de courant et celui de potentiel. Avec ce dispositif les électrodes AB et MN sont placées symétriquement par rapport au centre (fig. 8, c). Les 4 électrodes sont colinéaires et équidistantes. Le dispositif Eltran modifié est une variante du précédent dans laquelle la distance entre les paires d'électrodes AB et MN est multipliée par un facteur n plus grand que 1. Ces dispositifs sont surtout employés en recherche minière et notamment en polarisation provoquée (IP).

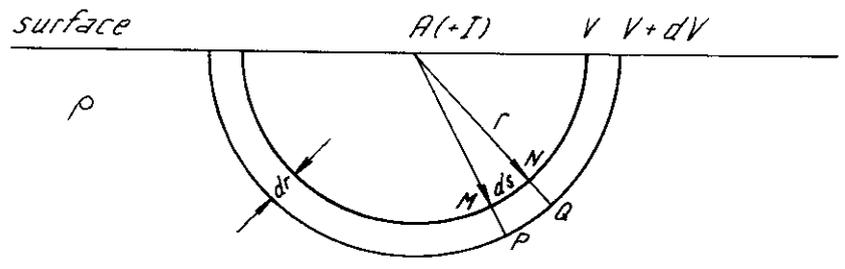


Figure 7

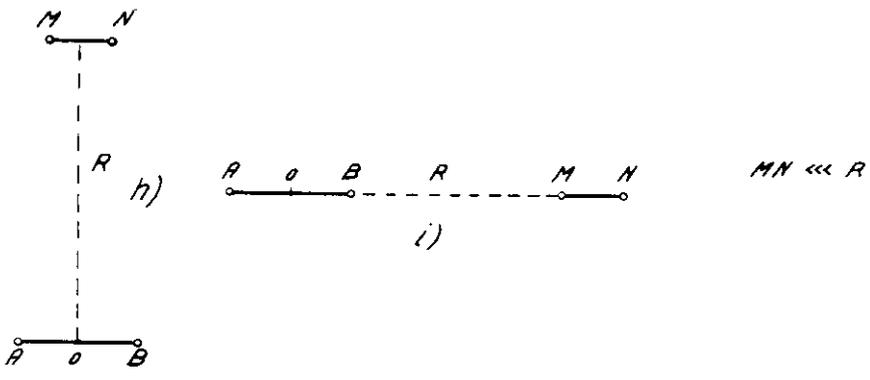
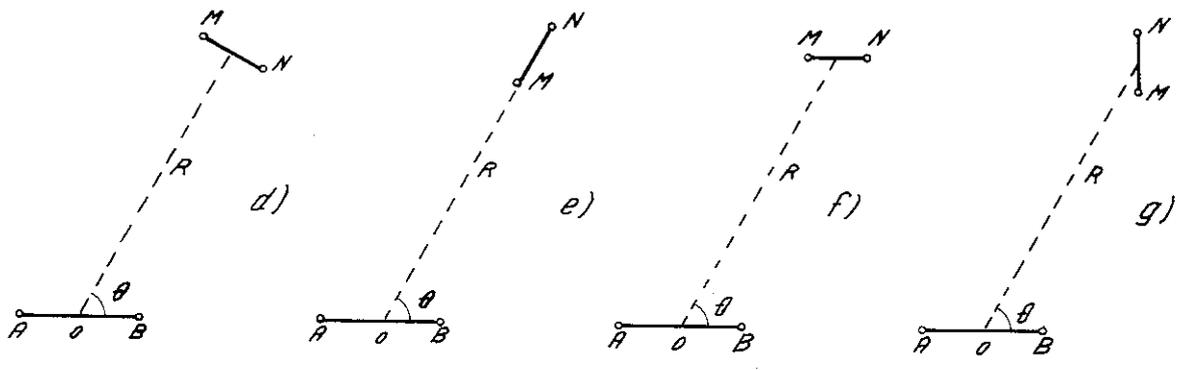
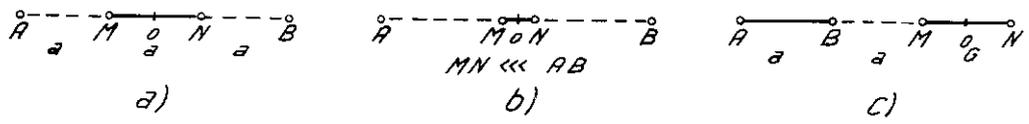


Figure 8

2. 2. 4 Dispositifs dipolaires

Lorsque la distance entre les paires d'électrodes AB et MN est très grande par rapport aux dimensions de AB et MN on réalise un dipôle. Les mesures dipolaires ont été largement utilisées en Russie depuis 1938 déjà et ont fait l'objet de nombreuses études théoriques (Keller, 1966). On distingue 6 dispositifs dipolaires: azimutal, radial, parallèle, perpendiculaire, équatorial et polaire. Les 2 derniers ne sont que des cas particuliers des 2 premiers pour lesquels l'angle θ est respectivement égal à 90° et 0° (fig. 8, d, e, f, g, h, i). Les résistivités mesurées avec les dispositifs azimutaux, radiaux, parallèles et perpendiculaires sont exprimées par les symboles respectifs suivants: ρ_θ , ρ_r , ρ_x et ρ_y .

2. 2. 5 Autres dispositifs

A côté des dispositifs Wenner, Schlumberger et dipolaires qui sont les plus utilisés il faut citer divers dispositifs qui dérivent des précédents et dans lesquels 1 ou 2 électrodes sont rejetées à l'infini (fig. 8, k, l). Dans le dispositif de Lee une cinquième électrode est ajoutée au centre du dispositif.

2. 3 Notion de résistivité apparente

Au chapitre 1 on a vu quels étaient les facteurs qui influent sur la résistivité des formations géologiques. Dans les paragraphes précédents quelques dispositifs permettant la mesure de la résistivité du sol ont été passés en revue. Jusqu'ici, on a supposé que la matière investiguée était homogène et isotrope. Dans la réalité il n'en va pas de même et une portion donnée du sous-sol peut présenter un ensemble de volumes caractérisés chacun par une résistivité spécifique donnée. C'est ainsi qu'une mesure effectuée à la surface d'un terrain hétérogène fournit une valeur de résistivité qui est fonction des résistivités spécifiques des diverses couches intéressées par le passage du courant. Cette résistivité globale est qualifiée de "résistivité apparente" et joue un rôle essentiel dans la technique du sondage électrique.

Chapitre 3

Le sondage électrique

La deuxième partie de ce travail se rapporte à l'étude d'une région qui a été essentiellement prospectée par sondages électriques, aussi nous sommes nous volontairement limités aux divers aspects de cette technique particulière. Dans la suite l'expression "sondage électrique" sera abrégée en SE. De plus, nous nous sommes restreints à l'étude des formations stratifiées subparallèles (angle entre les couches inférieur à environ 20°). L'analyse des effets de structures géologiques compliquées sur les courbes de SE est un sujet très vaste qui dépasse les limites de ce travail.

3. 1 Définition du SE

Pour réaliser un SE on effectue à partir d'un même point une série de mesures de la résistivité apparente en augmentant progressivement les dimensions du dispositif de mesure. En supposant que la résistivité spécifique et l'épaisseur du terrain superficiel (dans lequel se trouvent généralement les électrodes) ne varient pas de façon considérable d'une mesure à l'autre, les variations de la résistivité apparente sont dues essentiellement aux changements verticaux de la résistivité spécifique. On voit donc que la pénétration en profondeur dépend, entre autre, de l'extension du dispositif de mesure à la surface du sol.

Pour cette raison, le champ d'application idéal des SE consiste en l'étude des formations géologiques qui s'étendent sur une certaine distance et dont les caractéristiques géoélectriques ne varient pas trop brusquement.

3.2 Représentation des SE

Actuellement, l'usage s'est répandu de représenter les SE en coordonnées bilogarithmiques. Les résistivités apparentes sont portées en ordonnées alors que la grandeur caractéristique du dispositif de mesure est portée en abscisses. Le papier bilogarithmique de module 62,5 mm est le plus utilisé; on emploie également les modules 48,5 mm, 83,3 mm et 128,5 mm. La représentation bilogarithmique, introduite par I. Roman en 1934 présente au moins 2 avantages principaux. Premièrement, les résistivités des formations géologiques sont très différenciées (§ 1. 2) et s'échelonnent de quelques ohm—m à plusieurs dizaines de milliers d'ohm—m. D'autre part, les faibles valeurs de résistivité sont plus constantes que les grandes valeurs qui varient rapidement. L'échelle bilogarithmique permet d'exprimer cette particularité en distendant les valeurs faibles et en comprimant les grandes. Il en va de même pour les profondeurs pour lesquelles l'échelle bilogarithmique traduit plutôt les variations relatives que les valeurs absolues.

Deuxièmement, les coordonnées bilogarithmiques permettent de faciliter la comparaison des courbes à interpréter avec des abaques précalculés qui correspondent à une succession donnée de résistivités et d'épaisseurs. En effet, si l'on multiplie toutes les dimensions, longueurs du dispositif de mesure, épaisseurs des couches et résistivités de chaque couche par un même facteur, la forme de la courbe ne change pas mais celle-ci est traduite parallèlement aux axes de coordonnées.

3.3 Dispositifs de mesure

En principe tous les dispositifs de mesure examinés au chapitre 2 conviennent pour l'exécution de SE. Pratiquement, pour des raisons d'interprétation que l'on verra plus loin, seuls les dispositifs Wenner, Schlumberger et dipolaires sont employés couramment. Les géophysiciens anglo-saxons sont restés fidèles au dispositif Wenner alors qu'en Europe, à la suite de l'école française on préfère travailler avec le dispositif Schlumberger. Les géophysiciens russes ont largement développé le système dipolaire notamment pour les longueurs de ligne dépassant le km. alors que pour les petits SE jusqu'à 1 à 2 km. de ligne d'envoi de courant, ils utilisent également le dispositif Schlumberger.

3.4 Pouvoir de résolution du quadripôle AMNB

Dans le dispositif Wenner, le rapport e/r est constant alors qu'avec le dispositif Schlumberger ce rapport se modifie au cours de l'exécution du SE (fig. 9). Il est donc particulièrement important d'analyser les relations existantes entre la valeur de la résistivité apparente et le rapport e/r .

Pour un dispositif colinéaire symétrique, la résistivité apparente peut s'écrire de la manière suivante (Deppermann, 1954)

$$\rho^{(e/r)}(r) = \frac{2\pi}{I} \cdot \frac{r^2 - e^2}{2e} \left[V(r+e) - V(r-e) \right] \quad (13)$$

Pour le dispositif Schlumberger pour lequel on a théoriquement $e/r = 0$ la résistivité s'écrit:

$$\rho^{(0)}(r) = \frac{2\pi}{I} r^2 \frac{dV(r)}{dr} \quad (14)$$

En combinant analytiquement les équations 13) et 14) on établit:

$$\rho^{(e/r)}(r) = \frac{r^2 - e^2}{2e} \int_{r-e}^{r+e} \frac{\rho^{(0)}(x)}{x^2} dx \quad (15)$$

La relation 15) permet de déduire les considérations suivantes:

1. Si $\rho^{(0)}(r) = \text{constante}$ on a également $\rho^{(e/r)}(r) = \rho^{(0)}(r)$
et $\rho^{(e/r)}(r) = \rho^{(0)}(r) = \text{constante}$
Ce qui montre en particulier que les asymptotes aux courbes sont identiques quel que soit le dispositif utilisé.
2. Si dans 15) on fait tendre e vers r , la profondeur d'investigation s'annule. En effet:

$$\lim_{e \rightarrow r} \rho^{(e/r)}(r) = \rho^{(0)}(0) = \rho_1$$

Donc la profondeur d'investigation d'un système ne comportant que 2 électrodes est nulle.

3. Inversement, le pouvoir de résolution est maximum lorsque e tend vers 0, soit dans le dispositif Schlumberger.
En particulier, ce dispositif sera le moins sensible aux hétérogénéités superficielles rencontrées par les électrodes A et B.
4. Relativement aux courbes pour lesquelles le rapport e/r est plus grand que 0, les diagrammes Schlumberger se trouvent au-dessus pour les parties ascendantes et au-dessous pour les parties descendantes.

3.5 Relations entre les résistivités apparentes mesurées avec différents dispositifs

Les graphiques de SE obtenus avec divers dispositifs de mesures ne sont pas exactement superposables (§ 3.4). Or pour des raisons d'interprétation il peut être nécessaire de transformer des courbes. Voyons d'abord comment il est possible de passer de courbes Schlumberger à des courbes Wenner et vice-versa. Considérons une courbe Schlumberger donnée par une succession de valeurs de r en progression géométrique de raison $2^{1/2}$. Cette courbe peut être "approximée" par un polynôme de Lagrange, lequel est introduit dans l'équation(15). Après intégration, on obtient pour le dispositif Wenner l'expression suivante:

$$\rho^{(1/3)}(r) = 0,0095 \rho^{(0)}(r \cdot 1/2) + 0,326 \rho^{(0)}(r \cdot 1/\sqrt{2}) + 0,6054 \rho^{(0)}(r) + 0,059 \rho^{(0)}(r \cdot \sqrt{2}) \quad (16)$$

Cette expression permet également de passer de Wenner en Schlumberger en procédant par itérations successives. On part des asymptotes à gauche ou à droite de la courbe Wenner où les valeurs de la résistivité apparente sont identiques (§ 3.4 point 1). Le premier point est $\rho^{(0)}(r \cdot 1/2)$ ou $\rho^{(0)}(r \cdot \sqrt{2})$. On se donne arbitrairement au-dessous ou au-dessus de la courbe Wenner suivant que celle-ci est descendante ou ascendante (§ 3.4 point 4). La première itération permet d'estimer l'écart par rapport à $\rho^{(1/3)}(r)$. Le résultat correct est atteint à la deuxième ou à la troisième itération. La courbe Wenner est ensuite suivie de proche en proche jusqu'à la deuxième asymptote.

La transformation de courbes Schlumberger en courbes dipolaires et vice-versa revêt une importance particulière, d'une part parce que l'essentiel du matériel d'interprétation a été établi pour les dispositifs Wenner ou Schlumberger, d'autre part parce que les SE dipolaires sont généralement exécutés pour les petites lignes avec un dispositif Schlumberger. Il convient donc de ramener les valeurs de résistivités apparentes obtenues avec divers dispositifs à un système unique.

Parmi beaucoup d'autres on peut utiliser les formules de transformation suivantes (Al'pin, 1950):

$$\rho_f = -0,46682 a + 0,026698 b \quad (17)$$

$$\rho_x = \rho^{(0)}(r) - \frac{2 \cos^2 \theta}{3 \cos^2 \theta - 1} \left[\rho^{(0)}(r) + 0,46682 a + 0,026698 \cdot b \right] \quad (18)$$

$$\rho_y = 0,3333 \rho^{(0)}(r) - 0,31125 a + 0,017795 \cdot b$$

$$a = \rho^{(0)}(r \cdot \sqrt{2}) - 4 \rho^{(0)}(r \cdot 1/\sqrt{2}) \quad b = \rho^{(0)}(r \cdot 2) - 16 \rho^{(0)}(r \cdot 1/2) \quad 19)$$

D'autre part, étant donné les caractères respectifs de chaque système, la distance $AB/2 = r$ utilisée en Schlumberger et la distance R séparant le milieu de AB du milieu de MN des dispositifs dipolaires ne sont pas équivalentes. Les relations entre r et R sont les suivantes

Radial	$2r$	
Azimutal	r	
Parallèle	$\frac{3\cos^2\theta - 1}{\cos 2\theta} r$	20)
Perpendiculaire	$3/2 r$	

On remarque que seul le dispositif azimutal a une distance efficace R dont l'effet est analogue à la distance r du dispositif Schlumberger. Ces 2 dispositifs sont donc équivalents.

3.6 Comparaison des avantages respectifs des divers dispositifs

Avec le dispositif Wenner, les 4 électrodes $AMNB$ sont déplacées simultanément, la distance MN étant toujours égale au tiers de AB . Les avantages principaux par rapport au dispositif Schlumberger sont une certaine rapidité dans le calcul des résistivités apparentes et une plus grande précision dans les mesures en raison des différences de potentiel plus élevées entre M et N . Cependant, ces avantages ne contrebalancent pas, à notre avis, les désavantages qui sont sérieux. Premièrement, dès que la longueur de ligne augmente, les mesures sont perturbées par des différences de potentiels parasites dues aux courants industriels ou telluriques qui obligent à recourir à un appareillage plus complexe (enregistrement oscillographique) déjà en lignes relativement petites. Deuxièmement, le déplacement simultané des électrodes, outre qu'il nécessite un personnel plus nombreux, rend les mesures sensibles aux hétérogénéités locales de sorte que les courbes de résistivité apparente sont affectées d'irrégularités (à-coups de prise) qui ne facilitent pas la comparaison avec les courbes théoriques. Avec le dispositif Schlumberger, les électrodes de potentiel restent fixes aussi longtemps qu'il est possible de mesurer convenablement les différences de potentiel. Lorsque celles-ci deviennent trop petites, on effectue une opération dite de "débrayage" qui consiste à mesurer les résistivités apparentes correspondant à 2 ou 3 valeurs de r pour la distance MN précédente et la distance MN suivante. On obtient ainsi 2 tronçons de courbe que l'on raccorde à vue pour obtenir la courbe principale. Pratiquement, on commence les mesures avec une valeur de MN égale au cinquième de AB , puis la distance AB est augmentée jusqu'à 30 à 50 fois la distance MN avant un nouvel "embrayage". Cette manière de procéder permet de disposer à l'avance sur le sol toutes les électrodes de potentiel qui, reliées au point de mesure, peuvent être sélectionnées au moyen d'un commutateur. La distance MN étant petite par rapport à AB il est évidemment plus difficile de mesurer les différences de potentiel qu'avec le dispositif Wenner. Toutefois, cette difficulté tend à disparaître en raison des perfectionnements apportés aux instruments de mesure qui atteignent actuellement une sensibilité de l'ordre du microvolt. Par rapport aux dispositifs Wenner ou Schlumberger les dispositifs dipolaires présentent des différences importantes qu'il faut avoir bien dans l'esprit avant d'entreprendre les mesures sur le terrain. Du côté des avantages on peut citer:

1. L'installation d'une ligne de base d'envoi de courant permet par simple déplacement des électrodes MN une investigation du sous-sol dans plusieurs directions.
2. Un pouvoir de résolution élevé.
3. Par rapport à la profondeur d'investigation les lignes sont courtes.
4. Les circuits de courant et de potentiels sont séparés. On évite ainsi tous les ennuis dus aux fuites de courant.
5. L'alimentation des lignes AB peut être rendu complètement automatique ce qui permet d'utiliser des tensions de plusieurs kV sans danger pour le personnel.

Parmi les désavantages citons:

1. Les différences de potentiels sont extrêmement petites et nécessitent, pour être mesurées convenablement, l'envoi de courant important avec ses implications du point de vue de l'emcombrement et de la sécurité.
2. Certains dispositifs fournissent des courbes qui sont difficiles à transformer afin de permettre leur interprétation avec les abaques Schlumberger existants et il devient nécessaire de calculer des abaques spéciaux.
3. D'une manière générale, en raison du déplacement des électrodes de potentiels, les dispositifs dipolaires sont très sensibles aux inhomogénéités locales et aux variations latérales de la résistivité.
4. L'exécution de SE dipolaires exige des relevés topographiques très précis.

On voit donc que chaque dispositif de mesure présente quelque avantage particulier dont le géophysicien devra tirer parti en fonction du but poursuivi. C'est ainsi que pour les études sous-marines (Schlumberger, 1933, Terekhin, 1962) les mesures sont exécutées au fond de l'eau au moyen d'un câble comportant un grand nombre d'électrodes reliées à la surface par un câble multiconducteur. Les distances sont choisies de telle sorte qu'il soit possible de réaliser des dispositifs Wenner (Dijkstra, et Volker, 1957) ou Schlumberger de dimensions croissantes; certaines électrodes étant utilisées tour à tour pour l'envoi du courant puis pour la mesure des différences de potentiels.

Pour l'exécution de grands SE (Breusse, 1958) on recourt de préférence au dispositif Schlumberger. La Compagnie Générale de Géophysique a réalisé en 1958, dans le cadre de l'Année géophysique internationale un grand SE pour lequel la distance AB a atteint 70 km avec un MN maximum de 1 km (Migaux et al, 1960). Dans les mêmes conditions, l'emploi d'un dispositif Wenner aurait conduit à une distance MN de l'ordre de 23 km créant ainsi de difficiles problèmes de mesure en raison de l'activité tellurique.

Dans d'autre cas, on fera appel aux dispositifs dipolaires, notamment lorsque la région prospectée est pauvre en accès ou qu'une topographie accidentée ne permet pas le déploiement de lignes en rapport avec la profondeur d'investigation souhaitée.

3.7 Réductions des effets latéraux

Le diagramme de SE constitue le document qui cumule l'information relative à la géométrie du sous-sol. L'interprétation des SE consiste à passer de la courbe de SE obtenue sur le terrain à la subdivision du sous-sol en volumes tabulaires caractérisés par une résistivité spécifique. Or la forme du SE peut être altérée lors du déplacement des électrodes à la surface du sol par des hétérogénéités locales ou des variations latérales de la résistivité, voir de simples conduites métalliques. Dès lors, il devient illusoire d'échafauder de subtiles théories sur l'interprétation si l'on n'est pas certain que la courbe de SE représente bien la variation des résistivités spécifiques avec la profondeur. Diverses techniques permettent d'apprécier les influences latérales et de faire la part des éléments qui influent sur l'allure de la courbe de SE. Il est clair qu'une bonne connaissance préalable de la géologie de la région à prospecter permet de diposer et d'orienter les SE de façon à éviter les perturbations parasites. Au besoin, on n'hésitera pas à refaire un SE en croix, c'est-à-dire perpendiculaire au précédent. Pour des recherches plus approfondies on peut recourir aux techniques suivantes.

3.7.1 Cartes de résistivités

L'établissement d'une carte de résistivités permet de mettre rapidement en évidence certaines structures dont la connaissance est précieuse pour l'implantation de SE. Pour réaliser une carte de résistivités on déplace "en bloc" un dispositif de mesure de dimensions fixes dont la longueur correspond à une profondeur d'investigation relativement constante. Si les dimensions sont judicieusement choisies il est possible de faire ressortir un aspect particulier du sous-sol, profondeur d'un substratum, variations latérales de la résistivité d'une formation, accidents tectoniques, etc.

3.7.2 Mesures tripotentielles

Certains auteurs (Carpenter, et al, 1956, Habberjam, et al, 1967) utilisent un dispositif Wenner avec lequel ils mesurent (fig. 10, a) les résistivités ρ_a^α , ρ_a^β et ρ_a^γ qui correspondent respectivement aux positions suivantes des électrodes de courant par rapport aux électrodes de potentiel: AMNB, ABMN et AMBN. En l'absence de perturbation on a:

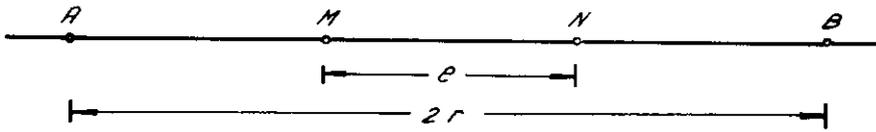


Figure 9

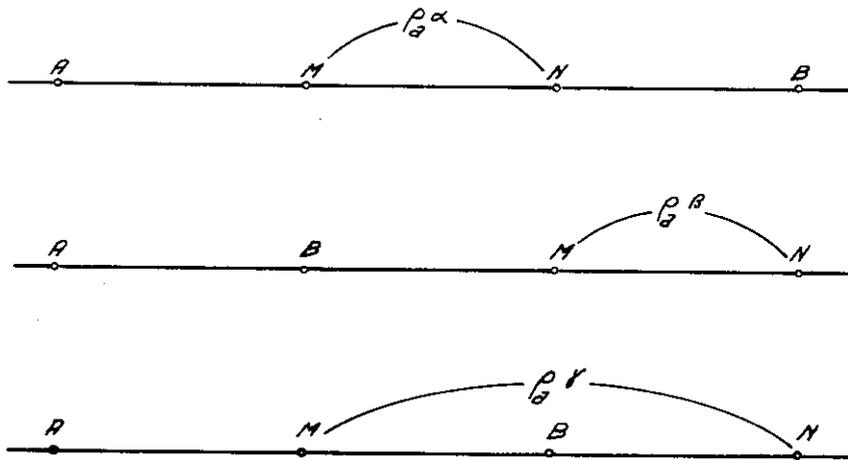


Figure 10a

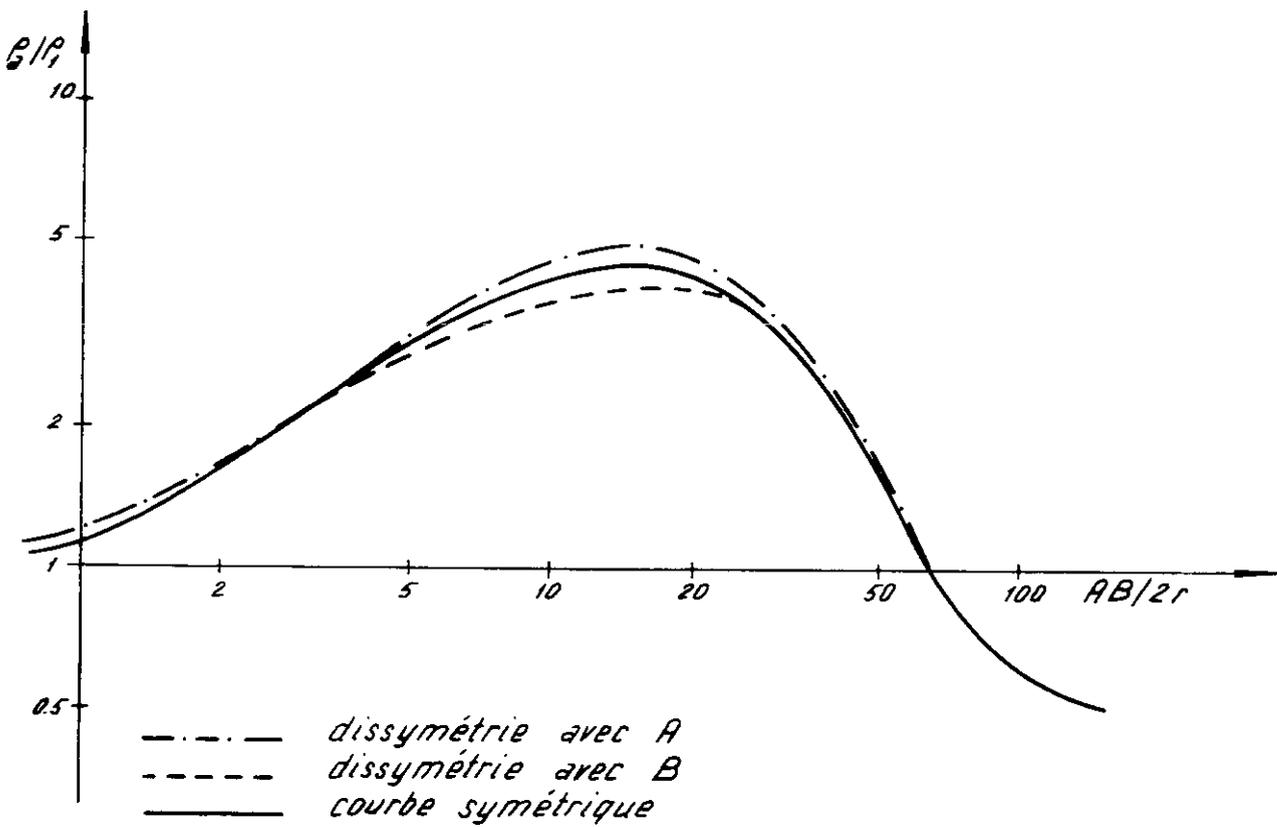


Figure 10b

$$\rho_{\varnothing}^{\alpha} = \rho_{\varnothing}^{\beta} + \rho_{\varnothing}^{\nu} \quad 21)$$

En procédant par analogie au moyen de la technique des réseaux on obtient une série de différences de potentiels qui par ajustements successifs permettent d'obtenir par addition une courbe "potentielle" débarrassée des influences latérales. De cette courbe on passe à l'expression de la résistivité apparente qui peut être calculée pour un dispositif quelconque. Cette méthode très intéressante est peu utilisée en raison du temps qu'elle exige, tant sur le terrain qu'au bureau.

3. 7. 3 Dispositif AMN avec B à l'infini

Lorsque des indices laissent présumer que le sous-sol présente une certaine complexité il peut être judicieux d'utiliser un tripôle AMN. L'électrode B est rejetée à l'infini de préférence dans un plan perpendiculaire à la ligne AMN et passant par 0. On obtient 2 SE exécutés de façon conventionnelle en déplaçant successivement l'électrode A de part et d'autre du point 0. Dans ce cas, la valeur de la résistivité apparente doit être doublée par rapport à celle d'un quadripôle. L'appréciation des effets latéraux se fait par comparaison des 2 courbes.

3. 7. 4 SE dissymétriques

Cette méthode présente une certaine analogie avec les mesures tripotentielles. Le SE est commencé de façon conventionnelle avec A et B symétrique par rapport à 0. On agrandit ensuite le dispositif en ne déplaçant qu'une des électrodes ce qui produit une dissymétrie. Le déplacement suivant rétablit la symétrie. Le SE est continué en faisant alterner les dissymétries de part et d'autre de 0. On obtient finalement 1 SE conventionnel et 2 SE dissymétriques (fig. 10, b). L'analyse des effets latéraux se fonde sur la comparaison des 3 courbes obtenues. Cette technique est intéressante car elle n'augmente pas beaucoup la durée du travail sur le terrain.

Chapitre 4

Interprétation des SE

4. 1 Généralités

Quel que soit le dispositif de mesure utilisé, le graphique qui représente un SE est une courbe qui s'éloigne de la valeur de la résistivité du terrain superficiel et qui tend vers la résistivité du substratum. Le substratum se définit comme une couche dont l'épaisseur est grande par rapport à celles des couches surincombantes.

A l'encontre de la sismique réfraction par exemple, pour laquelle, du moins en première approximation, le graphique espace-temps permet l'individualisation des diverses couches par des segments de droite, la courbe de SE se présente comme une ligne aux contours adoucis, exempte de points anguleux. Cependant, des droites peuvent exister; cela se produit lorsque le substratum est infiniment résistant. Dans ce cas, en représentation logarithmique, la courbe devient pour les grandes valeurs de r une droite qui fait avec les axes de coordonnées un angle de 45° .

Toute interprétation commencera obligatoirement par l'identification du nombre de terrains dont la présence est susceptible d'être déduite de la forme de la courbe. La plupart du temps, ce nombre constitue un minimum car comme on le verra plus loin, il arrive que l'association de plusieurs couches ait un effet analogue à celui d'une couche unique.

Le problème dans lequel interviennent 2 couches est le cas le plus simple. Le diagramme est ascendant ou descendant selon que ρ_2 est plus grand ou plus petit que ρ_1 . Pour 3 couches on obtient 4 cas pour lesquels les dénominations suivantes sont généralement utilisées:

1. Type H ou type minimum

La couche intermédiaire de résistivité ρ_2 est comprise entre les formations dont les résistivités sont plus élevées que ρ_2 (fig. 11, a).

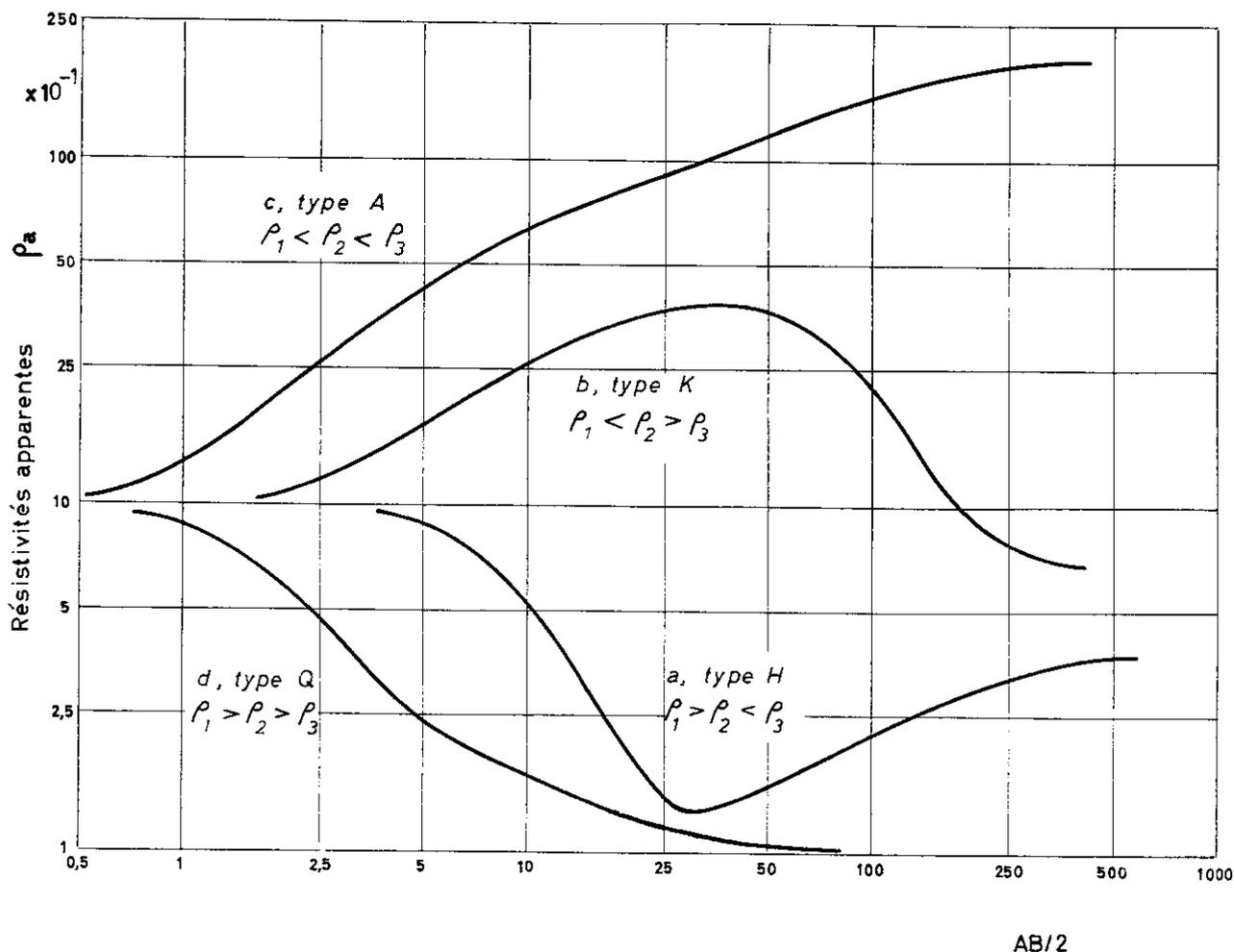


Figure 11

2. Type K ou type maximum

La couche intermédiaire de résistivité ρ_2 est comprise entre des formations dont les résistivités sont plus faibles que ρ_2 (fig. 11, b)

3. Type A ou doublement ascendant

Les résistivités ρ_1 , ρ_2 et ρ_3 sont dans un ordre ascendant (fig. 11, c)

4. Type Q ou doublement descendant

Les résistivités ρ_1 , ρ_2 et ρ_3 sont dans un ordre descendant (fig. 11, d)

Pour 4 couches, les combinaisons des groupes précédents fournissent les types HK, HA, KH, KQ, QQ, QH, AK et AA. Les autres combinaisons n'interviennent pas puisqu'elles impliquent des conditions contradictoires.

En plus de l'analyse de la morphologie des courbes de SE, le géophysicien doit être capable de déceler sur les diagrammes les formes significatives qui sont l'indice d'un plus grand nombre de couches où les effets dus à des failles, à des pendages prononcés, à des variations latérales de la résistivité, etc.

Finalement, l'interprétation consiste à passer des diagrammes de SE à la subdivision du sous-sol en volumes tabulaires plus ou moins parallèles caractérisés chacun par une résistivité spécifique.

C'est ainsi que le géophysicien est amené à élaborer plusieurs hypothèses qu'il s'efforcera de vérifier. Entre diverses interprétations on choisira celle qui cadre le mieux avec la géologie. À côté de l'expérience, indispensable à l'interprétation des SE, il est nécessaire de bien connaître un certain nombre de principes que l'on va analyser avant d'en venir aux méthodes d'interprétation proprement dites.

4.2 Principes fondamentaux

4.2.1 La microanisotropie

Dans la pratique courante de la prospection géoélectrique on considère en première approximation et pour des raisons de simplification que le sous-sol est isotrope. Bien entendu, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée dans la réalité. On parle d'anisotropie des roches lorsque la résistivité dépend de la direction de circulation du courant électrique. Les terrains sédimentaires sont souvent plus résistants dans la direction perpendiculaire à la stratification. Ce phénomène d'anisotropie est donc lié au mode de dépôt ainsi qu'à l'histoire du sédiment. La microanisotropie concerne la structure interne d'une roche et on la mesure le plus souvent sur échantillons. Pour caractériser la microanisotropie on définit:

- une conductibilité transversale, perpendiculaire à la stratification, σ_z ,
- une conductibilité longitudinale, parallèle à la stratification, σ_l , et à partir de ces deux grandeurs,
- un coefficient d'anisotropie $A\mu = \sqrt{\sigma_l/\sigma_z}$
- une conductibilité moyenne $\sigma = \sqrt{\sigma_l \cdot \sigma_z}$

Le coefficient d'anisotropie est toujours supérieur ou égal à 1 mais peut atteindre 3 (Poldini, 1943). Il faut en tenir compte lors des interprétations, sans quoi les déterminations de profondeurs peuvent être inexactes, généralement dans le sens de valeurs trop grandes.

4.2.2 La macroanisotropie et ses conséquences

Au lieu de considérer un élément de roche stratifié et caractérisé par une certaine microanisotropie on peut avoir affaire à de grands volumes dans lesquels une série de couches alternativement résistantes et conductrices apparaît comme ayant une résistivité plus élevée perpendiculairement aux strates. On parle alors de macroanisotropie. Maillet (1947) démontre le théorème suivant:

Un ensemble de couches parallèles anisotropes dont les épaisseurs sont faibles par rapport à leurs profondeurs peut être remplacé par une couche unique dont la conductance longitudinale S est égale à la somme des conductances longitudinales des diverses couches et dont la résistance transversale T est égale à la somme des résistances transversales des diverses couches, ce qui s'écrit:

$$S = m \sigma_l = m / \rho_l = \sum m_i / \rho_{li} \quad 22) \quad T = m / \sigma_z = m \cdot \rho_z = \sum m_i \cdot \rho_{zi} \quad 23)$$

dont on déduit une résistivité moyenne longitudinale

$$\rho_l = \sum m_i / \sum m_i / \rho_{li} \quad 24)$$

et une résistivité moyenne transversale

$$\rho_z = \sum m_i \cdot \rho_{zi} / \sum m_i \quad 25)$$

Les conséquences de ce théorème conduisent aux 2 principes d'équivalences qui bien que non rigoureux jouent un rôle très important dans la technique de l'interprétation.

Premier principe d'équivalence: Une couche mince profonde, très résistante par rapport aux terrains adjacents peut être remplacée par une couche mince résistante telle que $m \cdot \rho = \text{cte}$, sans modifier la distribution électrique du sous-sol. Le produit $m \cdot \rho$ est la résistance transversale T de la couche considérée.

Deuxième principe d'équivalence: Une couche mince profonde, très conductrice par rapport aux terrains adjacents peut être remplacée par une couche mince conductrice telle que $m/\rho = \text{cte}$, sans modifier la distribution électrique du sous-sol. Le rapport m/ρ est la conductance longitudinale S de la couche considérée.

4. 2. 3 Paramètres et pseudo-paramètres de Dar-Zarrouk

Considérons une succession de couches parallèles homogènes et isotropes. Chaque couche est caractérisée par une résistivité spécifique ρ_i et une épaisseur m_i . Si les couches sont minces, on définit (Maillet, 1947) une résistance transversale

$$T(z) = \int_0^z \rho_z dz \quad (26)$$

et une conductance longitudinale

$$S(z) = \int_0^z 1/\rho_z dz \quad (27)$$

Les grandeurs $T(z)$ et $S(z)$ sont appelées paramètres de "Dar Zarrouk". (Ce nom se rapporte à un lieu des environs de Tunis où R. Maillet commença à entrevoir un certain nombre de solutions à quelques problèmes de prospection électrique).

Comme les fonctions $T(z)$ et $S(z)$ ne dépendent que de la profondeur z on peut donc exprimer $S(z)$ en fonction de $T(z)$, soit:

$$S = f(T) \quad (28)$$

La courbe représentative de l'expression(28) est appelée courbe de Dar-Zarrouk. Aux paramètres de DZ on peut substituer la pseudo-résistivité

$$\rho_m = \sqrt{T/S} \quad (29)$$

et la pseudo-épaisseur

$$\lambda z = \sqrt{T \cdot S} \quad (30)$$

dans laquelle λ est le coefficient de pseudo-anisotropie et z est égal à la somme des épaisseurs partielles. L'intérêt des pseudo-paramètres est qu'ils permettent de représenter la courbe de DZ de la même manière que le SE correspondant. Le passage des axes T et S aux axes ρ_m et λz se fait par une rotation de 45° .

4. 2. 4 Construction des courbes de DZ

A l'aide des relations(29) et (30) il est facile, quoique long, de calculer point par point une courbe de DZ. L'utilisation d'un abaque (Orellana, 1963) permet de tracer ces courbes très rapidement. Cet abaque se présente sous la forme de 2 courbes ascendantes ou descendantes α et β tracées sur papier bilogarithmique correspondant respectivement aux cas où k (voir liste des symboles) est plus grand ou plus petit que 0. Cet abaque est général et permet de tracer tous les segments d'arcs de DZ correspondant à n'importe quelle combinaison d'épaisseurs et de résistivités. De la considération de cet abaque on déduit pour les courbes de DZ les propriétés suivantes:

1. Toutes les discontinuités de résistivités se marquent par un point anguleux.
2. A l'exception des tronçons terminaux à 45° , toutes les courbes de DZ, ascendantes ou descendantes sont respectivement convexes ou concaves.
3. De 0 à h_1 la courbe de DZ est une droite parallèle à l'axe des z d'ordonnées $\rho_m = \rho_1$.
4. L'arc final de chaque courbe tend asymptotiquement vers ρ_n .
5. Lorsque $\rho_n = 0$ ou ∞ , l'arc final est une droite dont la pente est égale à -1 ou $+1$, qui coupe l'axe horizontal $\rho_m = \rho_1$ en un point d'abscisse T ou S .

La construction graphique d'une courbe de DZ à l'aide de l'abaque de l'annexe I se fait de la façon suivante (fig.12):

1. Sur une feuille de papier bilogarithmique transparent on trace la courbe $\rho = \rho(z)$. La droite $\rho_m = \rho_1$ allant de 0 à h_1 constitue le premier tronçon de la courbe de DZ.

2. On superpose le papier transparent à l'abaque. Suivant que ρ_2 est plus grand ou plus petit que ρ_1 on amène l'horizontale $\rho_m = \rho_2$ sur la ligne a ou b.
3. Par déplacement latéral, on amène le point de coordonnées ρ_1 et h_1 sur la courbe α ou β et l'on trace la suite de la courbe de DZ.
4. On calcule $T_1 + T_2$ ou $S_1 + S_2$ que l'on porte sur l'axe $\rho_m = \rho_1$. Par $T_1 + T_2$ ou $S_1 + S_2$ on fait passer une droite de pente -1 ou $+1$ qui coupe le segment tracé précédemment en un point qui correspond à la deuxième discontinuité.
5. On superpose l'horizontale $\rho_m = \rho_3$ sur la ligne a ou b et l'on déplace la feuille mobile jusqu'à ce que le deuxième point anguleux se trouve sur la courbe α ou β . On trace la suite de la courbe de DZ, etc.

4. 2. 5 Applications des courbes de DZ

Etant donné que les courbes de DZ sont strictement équivalentes aux courbes de SE, il est légitime de raisonner sur elles, qui sont faciles à construire plutôt que sur celles de SE.

1. Vérification du principe d'équivalence

Considérons un cas comportant 2 couches reposant sur un substratum indéfini et faisons varier l'épaisseur et la résistivité de la deuxième couche. Sur la figure 13 on constate que pour des valeurs de ρ_2 plus petites que 0,1 la valeur de S doit être plus grande que 10 pour qu'il soit possible de distinguer les tronçons des courbes de DZ les uns des autres. Par conséquent, il est clair que plus le contraste entre ρ_1 et ρ_2 est grand, plus il est difficile de déterminer sur la courbe de SE la valeur exacte de ρ_2 .

En d'autres termes, cela signifie que pour certains rapports d'épaisseurs et de résistivités il n'est pas possible de déduire de la courbe de SE une partie des paramètres et que dans ce cas on doit se contenter de la valeur de la conductance longitudinale S ou de la résistance transversale T.

2. Vérification du principe de suppression

Le principe de suppression se rapporte aux cas où un banc est caractérisé par une résistivité spécifique intermédiaire entre celles des formations adjacentes. Tant que l'épaisseur du banc est faible, ce système tricouche se comporte comme un bicouche car la couche intermédiaire affecte peu la forme du SE. Ce problème est bien connu en recherche hydrologique où un terrain sec recouvre des graviers aquifères peu épais dont la résistivité spécifique est comprise entre celle des terrains superficiels et celle du substratum. Dans ce cas, en se fondant uniquement sur les données géoélectriques, il est pratiquement impossible de déterminer l'épaisseur de l'aquifère. On peut définir une épaisseur relative M_e (Flathe, 1963) qui est le rapport de l'épaisseur d'une couche à sa profondeur. M_e doit être supérieure ou au moins égale à 1 pour qu'une couche soit détectée avec certitude. Le principe de suppression est illustré par la figure 14 qui représente un tricouche dont les résistivités sont dans le rapport 1 : 5 : 10 alors que les épaisseurs peuvent varier. Pour une épaisseur égale à 0,7 fois l'épaisseur du premier terrain le point anguleux a n'est pratiquement pas décelable. Ce n'est qu'à partir du point c que la courbe de DZ prend une forme significative. On peut en conclure que dans ce cas la courbe de SE sera très peu influencée par la couche intermédiaire tant que son épaisseur n'atteindra pas au moins le double de celle de la couche de couverture.

3. Détection d'une couche mince

La courbe de SE est une ligne dépourvue de point anguleux. La présence de couches plus ou moins nombreuses se marque par des modifications parfois minimes de la forme de cette courbe. Avant d'entreprendre une campagne de mesures, il peut être utile de savoir, à priori, si une formation géologique donnée est susceptible d'influencer la courbe de SE de façon suffisamment notable pour être décelée.

La construction d'une courbe de DZ donne une réponse nette à cette question. Considérons un cas où une couche imperméable, faisant environ 100 ohm-m, est intercalée entre 5 et 6 m de profondeur dans des graviers aquifères atteignant 400 ohm-m. La figure 15 représente cette situation ramenée au cas où $\rho_1 = 1$.

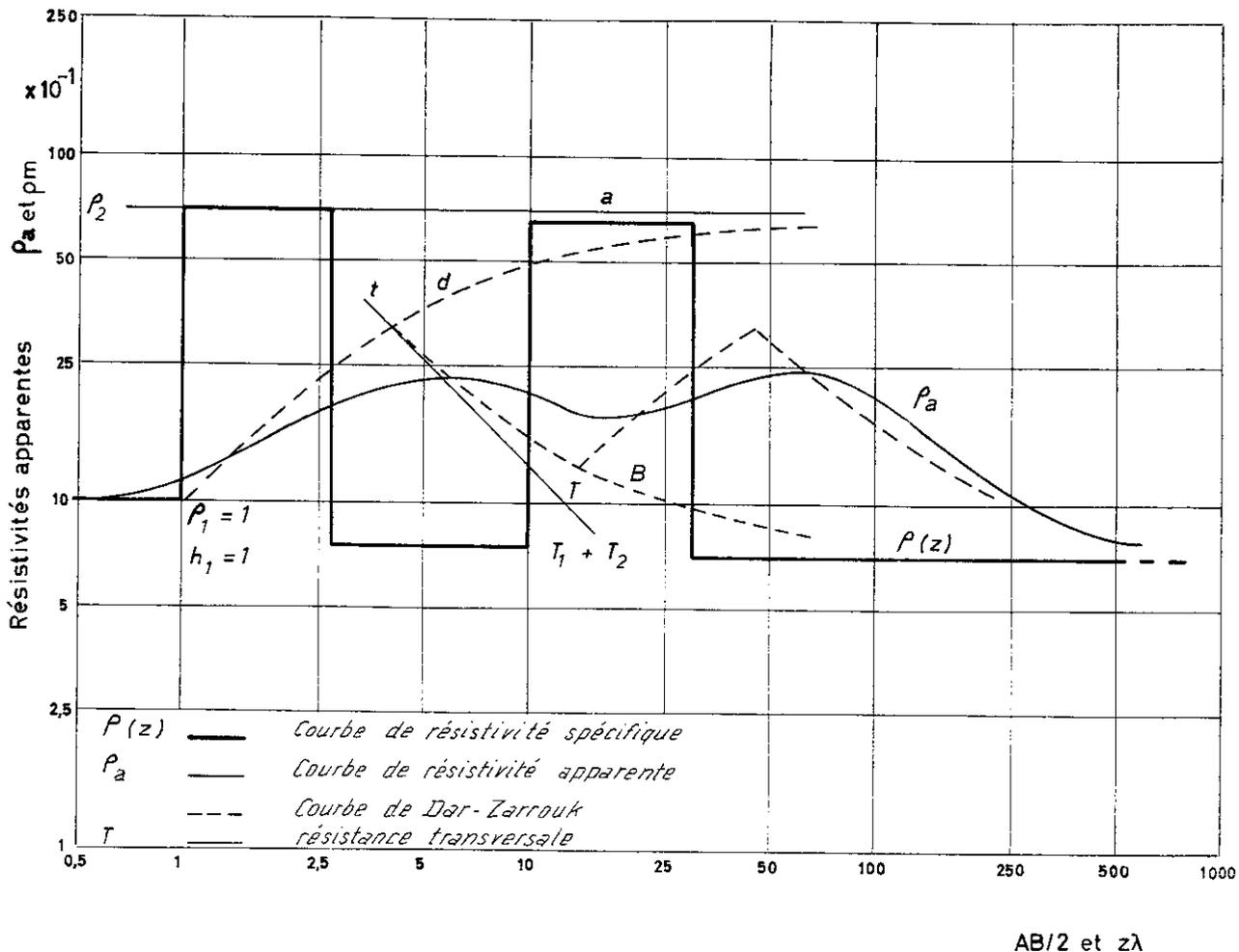


Figure 12

On constate que la courbe de DZ présente 3 points anguleux. Il est donc possible de réaliser une interprétation qui mette en évidence la couche recherchée bien que celle-ci ne se marque pas clairement sur la courbe de SE. Lorsque, pour des raisons géologiques ou autres, la présence d'une telle couche est suspectée le problème peut être résolu de façon satisfaisante.

Détermination des distances AB nécessaires

Lorsqu'un problème est géologiquement connu, il arrive qu'il soit nécessaire de connaître à l'avance les distances AB qui devront être atteintes (établissement de cartes de résistivités, choix du matériel, etc.). En faisant quelques hypothèses sur les valeurs des résistivités et des épaisseurs on peut tracer la courbe de DZ correspondante. La figure 16 représente un cas à 4 couches où l'on désire connaître h_3 . La courbe de DZ montre que les électrodes A et B doivent être distantes d'au moins 400 m. pour assurer la position de la branche terminale de la courbe de résistivité apparente.

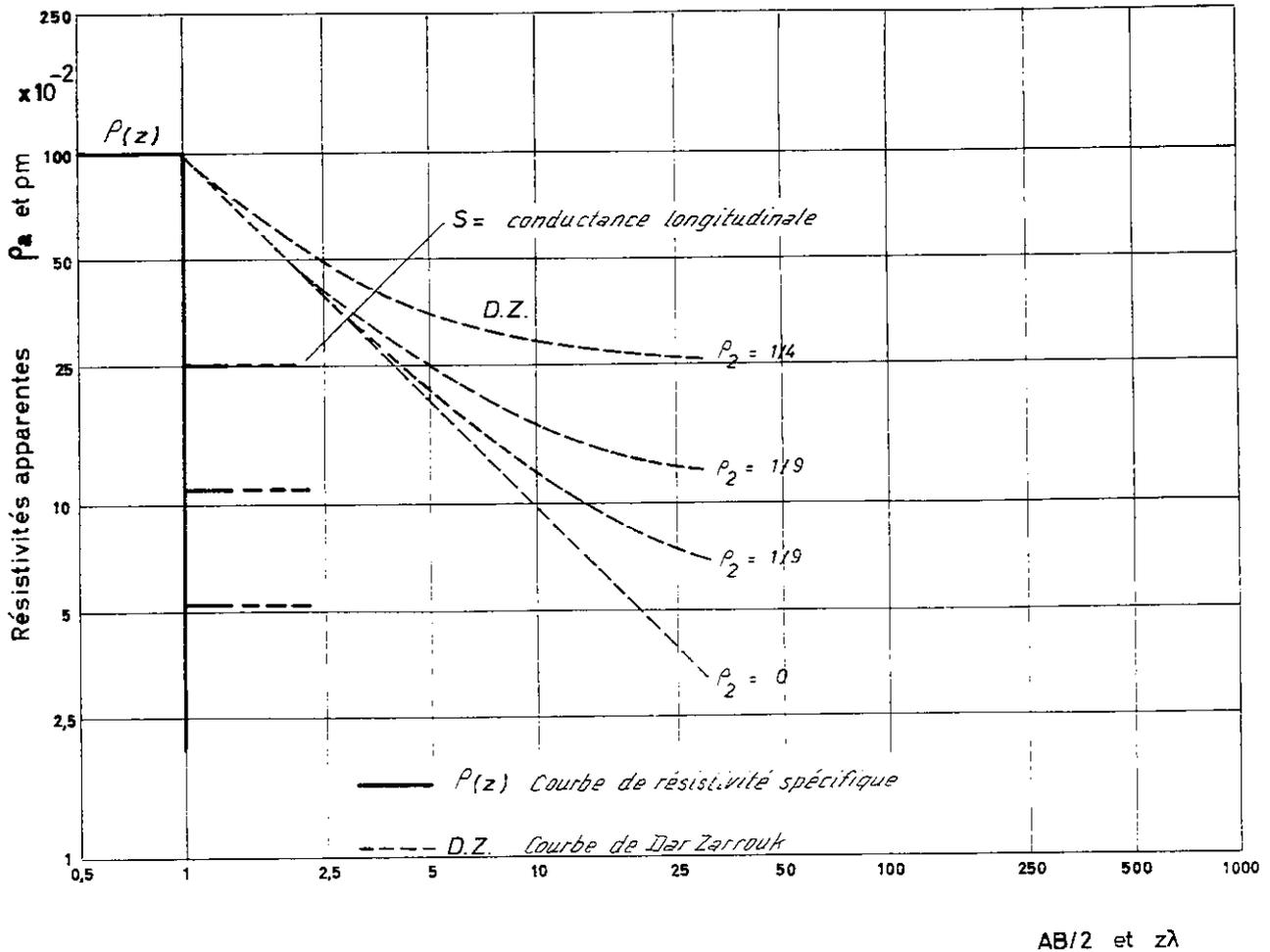


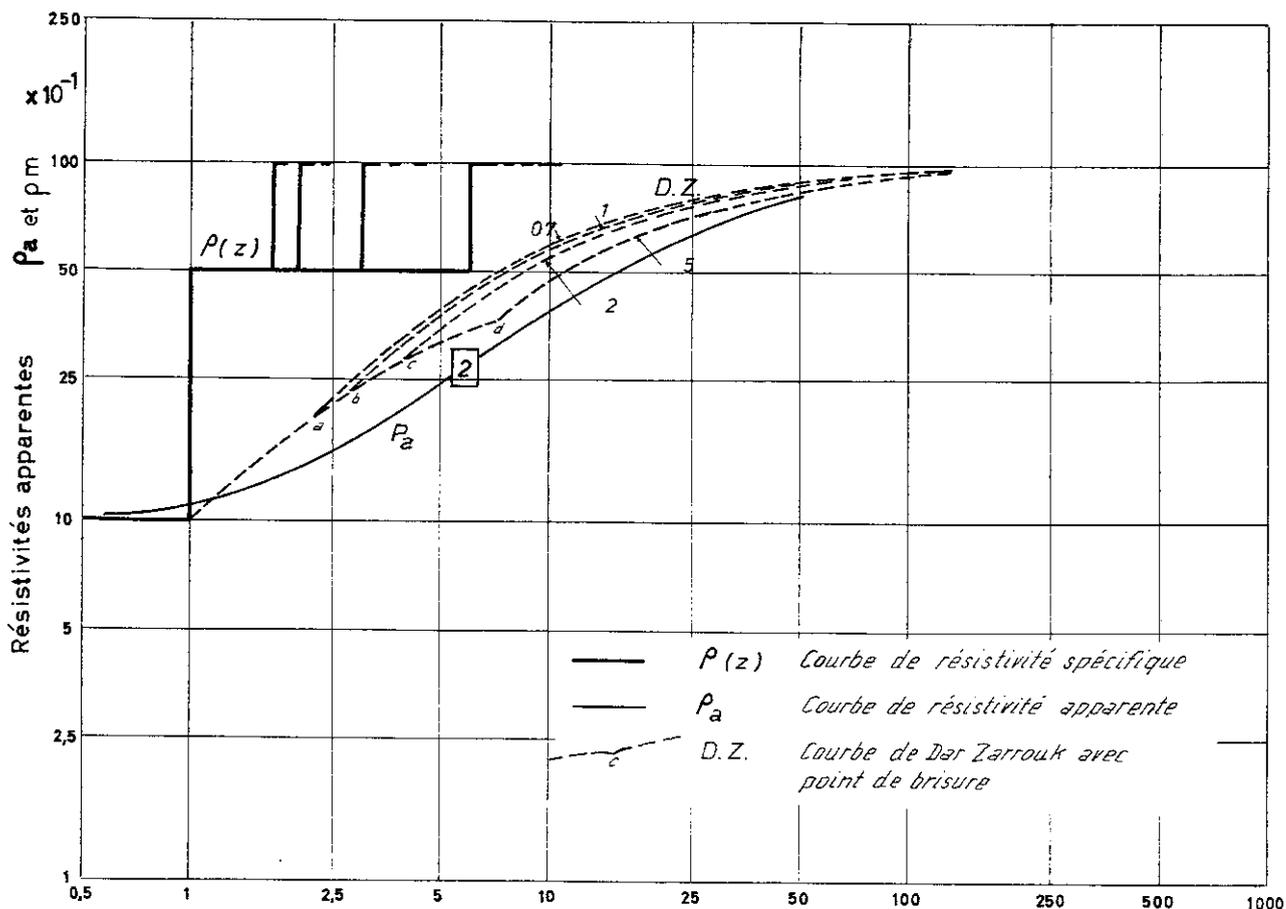
Figure 13

4.3 Interprétation des SE au moyen de méthodes empiriques

La plupart des méthodes empiriques ne reposent sur aucune base scientifique. Etant donné les résultats peu probants qu'elles fournissent il est inutile de s'y arrêter longuement.

4.3.1 Méthode de Gish et Rooney

L'idée de base de cette méthode (Gish et al, 1925) consiste à supposer que la profondeur d'investigation est égale au tiers de la distance interélectrode, c'est-à-dire pour le dispositif Wenner égale à a . Dans ces conditions, on fait correspondre à tous changements notables de la résistivité apparente un changement lithologique dont la profondeur égale a . Il est facile de voir que cette conception n'a aucun rapport avec la réalité, que l'on pense par exemple à des courbes de type A ou Q qui ne présentent aucun extrema. D'ailleurs, en s'appuyant sur les paramètres de DZ, on peut démontrer rigoureusement la non-validité de cette méthode. Cependant, il est juste de dire qu'à l'époque où cette méthode fut utilisée pour la première fois, le problème général de la répartition des potentiels dans un milieu stratifié n'avait pas encore reçu de solution mathématique.



AB/2 et $z\lambda$

Figure 14

4. 3. 2 Méthode de Lancaster-Jones

Cette méthode (Lancaster-Jones, 1930) n'est qu'une variante de la précédente dans laquelle les extrema sont remplacés par les points d'inflexion. Les résultats sont différents de ceux obtenus avec la méthode Gish et Rooney, mais ils ne sont pas meilleurs.

4. 3. 3 Méthode de Moore

Dans cette méthode, les résistivités apparentes sont représentées sur un graphique arithmétique ou bilogarithmique. On sélectionne des valeurs de la résistivité apparente qui correspondent à des distances de séparation (dispositif Wenner) qui sont des multiples d'une distance donnée. Pour chaque distance croissante, les résistivités apparentes sont cumulées. On obtient ainsi une ligne brisée dont chaque segment représenterait une formation déterminée. Les abscisses des points anguleux indiqueraient les profondeurs des diverses couches. Les valeurs des résistivités spécifiques des couches ne sont pas calculées. Dans certains cas, les résultats obtenus s'approchent de la réalité, notamment lorsque la courbe cumulée est pondérée selon des fonctions choisies à partir de corrélations avec des résultats de forages.

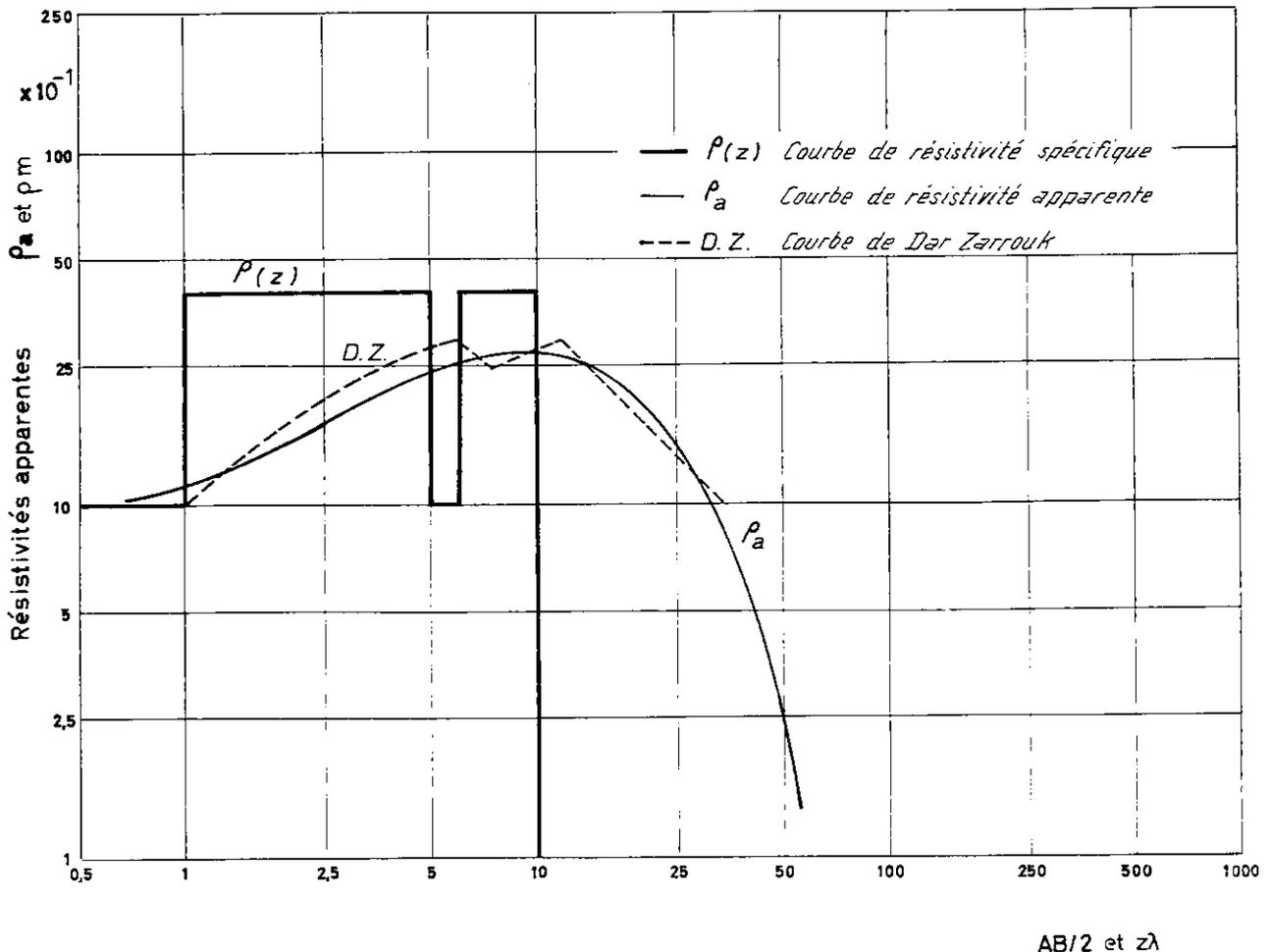


Figure 15

4.3.4 Conclusions sur les méthodes empiriques

On trouve dans la littérature de multiples descriptions d'autres méthodes empiriques (Barnes, 1958). Toutefois, la plupart de ces méthodes sont fondées sur des principes erronés et ne peuvent conduire à des résultats exacts si ce n'est par hasard. De plus, ces méthodes ne mettent pas clairement en évidence les valeurs exactes des résistivités spécifiques des formations géologiques ce qui rend impossible l'établissement de correspondances entre les paramètres géoélectriques et la lithologie. Par conséquent, l'emploi de telles méthodes ne se justifie pas, puisque l'on dispose actuellement de méthodes d'interprétation rigoureuses.

4.4 Méthodes d'interprétation indirectes ou de superposition

Comme cela se produit souvent en géophysique, il est relativement plus facile de prévoir quelle sera l'anomalie produite par une situation géologique donnée que de procéder au calcul inverse. Dans le cas de la géoélectricité, les méthodes qui se fondent sur le calcul de diagrammes de SE, correspondant à des situations géologiques définies arbitrairement, sont qualifiées de méthodes indirectes. En effet, la courbe expérimentale est comparée à une famille de courbes préalablement calculée qui se rapporte à des profils de résistivités donnés.

Les courbes théoriques sont généralement représentées en coordonnées bilogarithmiques et les différents paramètres sont exprimés en fonction de la résistivité et de l'épaisseur de la première couche. Les avantages de cette manière de faire ont déjà été examinés plus haut (§ 3.2). Dans ces conditions, si l'on considère un problème comportant n couches, l'analyse des similitudes montre que l'on a $2n - 3$ degrés de liberté et par conséquent $\infty^{2n - 3}$ possibilités. Le problème à 2 couches ne fait intervenir qu'un seul paramètre, le rapport ρ_2/ρ_1 . L'ensemble des courbes relatif à ce dernier cas peut

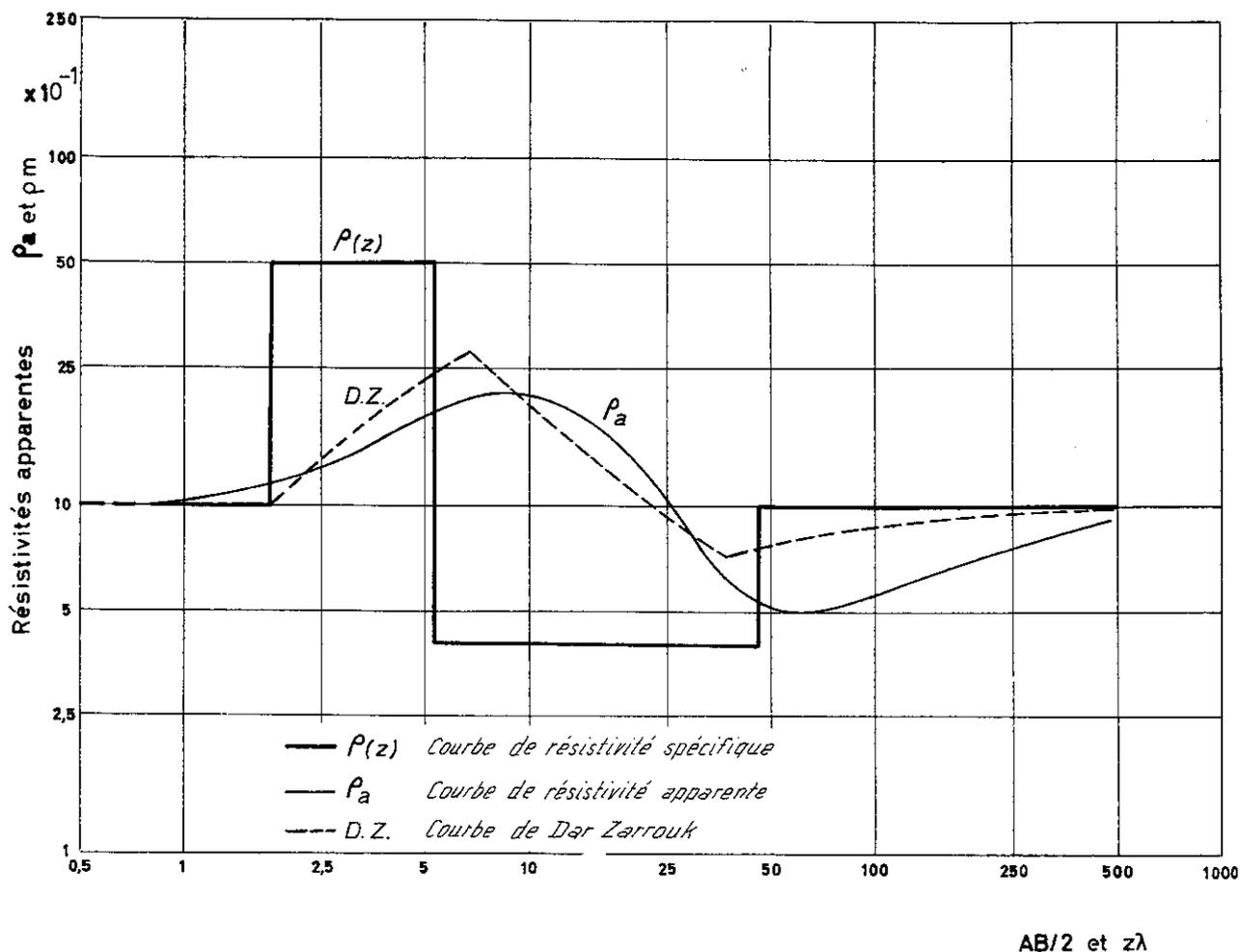


Figure 16

donc être groupé en un seul abaque.

Lorsque 3 couches interviennent, le nombre de courbes modèles devient beaucoup plus grand. Cependant, si les divers paramètres sont judicieusement choisis, il est possible de constituer un catalogue suffisamment complet pour permettre une bonne interpolation. Un tel catalogue pour le cas à 4 couches ne serait plus guère maniable, c'est pourquoi la plupart des courbes publiées à ce jour se rapportent presque exclusivement au cas de 3 couches. Naturellement, chaque compagnie de géophysique a calculé et calcule encore des courbes correspondant aux cas les plus divers au fur et à mesure de ses besoins.

Actuellement et à notre connaissance les courbes suivantes ont été publiées:

1. 5 courbes à 2 terrains et 7 courbes à 3 terrains pour le dispositif Wenner. (Hummel, 1929)
2. 20 courbes à 2 terrains calculées pour le dispositif Wenner. (Roman, 1934)
3. 41 courbes à 3 terrains et 8 courbes à 4 terrains pour le dispositif Wenner. (Watson, 1934)
4. Une collection de 720 courbes à 3 terrains pour le dispositif Schlumberger éditée par l'Institut Russe d'Investigation de l'Industrie du Pétrole en 1941, mentionnée par Sorokin. (Sorokin et al. 1953)
5. Une collection russe éditée par Pylaev. (Pylaev, 1948)
6. 480 courbes pour le dispositif Schlumberger publiées par la Compagnie Générale de Géophysique. (CGG, 1955)
7. 2700 courbes à 3 et 4 terrains calculées pour le dispositif Wenner. (Mooney et Wetzel, 1956)
8. 31 courbes à 3 terrains pour le dispositif Wenner. (Koefoed, 1955)
9. 72 courbes à 5 terrains calculées pour le dispositif Schlumberger. (Flathe, 1963)
10. 46 courbes à 2 terrains et 198 courbes à 3 terrains calculées pour le dispositif Wenner. (Van der Hoeven, 1964)
11. 25 courbes à 2 terrains, 912 courbes à 3 terrains et 480 courbes à 4 terrains calculées pour les dispositifs Wenner et Schlumberger. (Mooney et Orellana, 1966).

4. 4. 1 Interprétation de courbes à 2 terrains

Dans la suite, toutes les considérations concernant l'interprétation se rapporteront à des SE de type Schlumberger. Supposons que la morphologie de la courbe mesurée indique la présence de 2 terrains au moins. Il faut donc déterminer les valeurs de ρ_1 , ρ_2 et h_1 . Pour cela la courbe mesurée, représentée sur papier bilogarithmique transparent, est superposée à une abaque à 2 terrains (fig. 17) puis déplacée latéralement, les axes respectifs restant parallèles entre eux, jusqu'à ce que la courbe mesurée se superpose aussi exactement que possible à une courbe de l'abaque, ou bien qu'elle s'intercale entre 2 courbes. Une bonne coïncidence des 2 courbes signifie que les rapports ρ_2/ρ_1 et m_2/m_1 de la courbe mesurée et de la courbe modèle sont identiques. L'origine de la famille de courbes modèles pour laquelle $r = \rho_a = 1$ peut être marquée sur le graphique représentant la courbe à interpréter. Sa position détermine la "croix à gauche" dont les coordonnées sont égales à $m_1 = h_1$ et ρ_1 . La valeur de ρ_2 se déduit du rapport ρ_2/ρ_1 caractérisant la courbe choisie ou de l'ordonnée de l'asymptote à droite. Les valeurs ainsi déterminées constituent la seule interprétation possible dans l'hypothèse où la courbe à interpréter est bien représentative d'un cas ne comportant que 2 terrains. Toutefois, il ne faut pas perdre de vue qu'en vertu des principes d'équivalence et de suppression (§ 4.2.5) d'autres interprétations sont possibles. Les courbes qui semblent ne présenter que 2 terrains doivent être considérées avec méfiance car une situation aussi simple se rencontre rarement dans la nature.

4. 4. 2 Interprétation de courbes à 3 terrains

Pour interpréter une courbe à 3 terrains on commence par déterminer ρ_1 et h_1 . Cette détermination est aisée lorsque le rapport ρ_2/ρ_1 n'est pas trop grand et que l'épaisseur de la deuxième couche est grande par rapport à celle de la première. En effet, dans ce cas l'influence du troisième terrain est minimale pour les petites valeurs de r et la partie gauche de la courbe peut être assimilée à un cas à 2 terrains. En appliquant la même technique que pour le cas à 2 terrains on détermine facilement ρ_1 , ρ_2 et h_1 . Comme la valeur de ρ_3 est connue par la position de l'asymptote à droite de la courbe on peut choisir la famille de courbes adéquate. La courbe mesurée est alors superposée à l'abaque à 3 terrains (fig. 18, collection personnelle) et la coïncidence de 2 courbes fournit immédiatement l'épaisseur du deuxième terrain par rapport à celle du premier et par suite la profondeur h_2 .

Généralement, l'interprétation de courbes à plus de 2 terrains s'avère plus complexe essentiellement en raison du principe d'équivalence (§ 4.2.2). En effet, lorsque le contraste de résistivité entre ρ_1 et ρ_2 est grand ou que l'épaisseur de la deuxième couche n'est pas suffisamment importante par rapport à celle de la première, il devient difficile de déterminer ρ_2 avec précision. Comme la profondeur h_2 est rigoureusement liée à la valeur de ρ_2 il s'ensuit une indétermination de l'interprétation qui ne peut être levée que par des moyens auxiliaires. Suivant que la courbe est de type K ou H l'emploi de l'abaque à 2 terrains donne pour ρ_2 une valeur minimum ou maximum (fig. 19). Lorsqu'une grande précision n'est pas absolument recherchée les seules données géologiques suffisent souvent à fixer pour ρ_2 un ordre de grandeur. Celui-ci, combiné avec les valeurs minimum ou maximum déduites de la courbe permet de restreindre le champ de variation de ρ_2 et donc de h_2 .

Suivant le degré de précision souhaité on peut recourir à divers moyens qui facilitent la détermination de ρ_2 .

1. Exécution de SE dipolaires avec un dispositif radial

Les courbes obtenues avec un dispositif radial, permettent une meilleure détermination de ρ_2 , car pour les courbes de type K ou H la forme du maximum ou du minimum est plus accusée. De plus, le départ de la courbe est plus rectiligne que pour les courbes obtenues avec un dispositif Schlumberger. La figure 20 représente une séquence de 3 terrains avec $\rho_2 = 0,2 \rho_1$, $\rho_3 = 1,8 \rho_1$ et $m_2 = 4 m_1$. La position du minimum de la courbe dipolaire est nettement plus rapprochée de la valeur de ρ_2 que celle de la courbe Schlumberger. On peut montrer que la valeur du minimum n'est jamais supérieure à 15% de la valeur réelle de ρ_2 pour des rapports m_2/m_1 plus grands que 3. A cet égard, il serait intéressant de n'effectuer que des SE dipolaires radiaux, mais cela ne se justifie que pour les lignes AB qui dépassent 2 à 3 km.

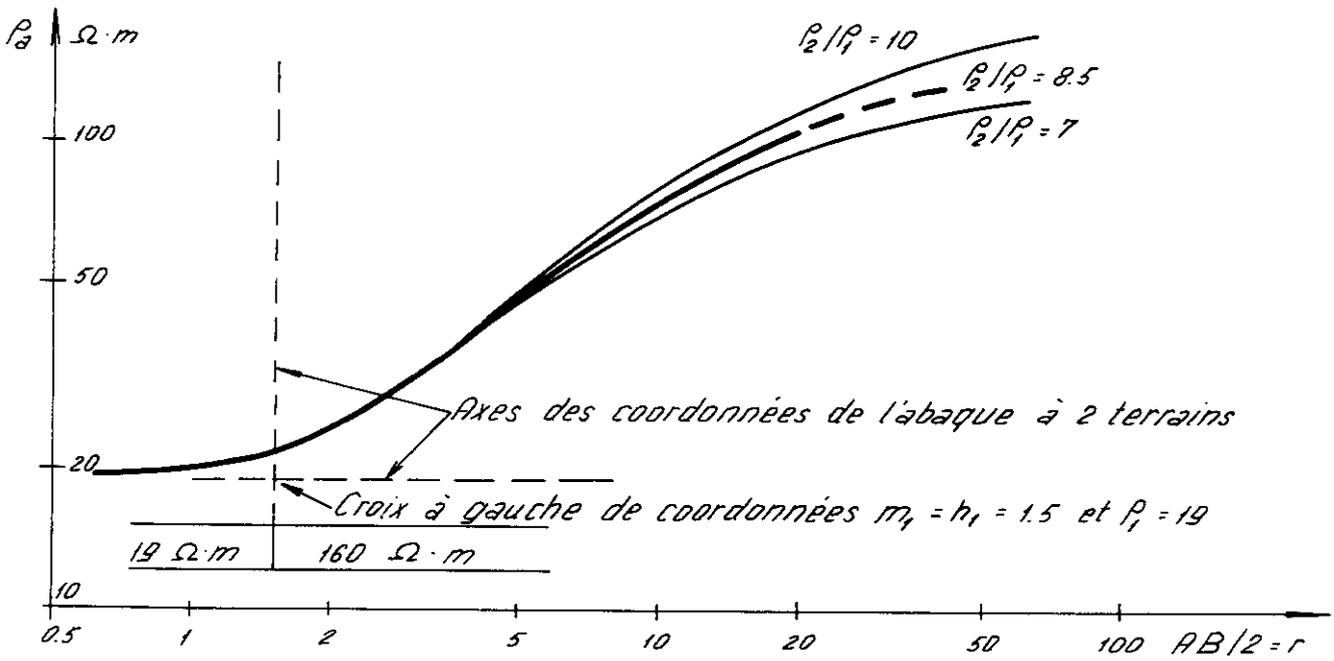


Figure 17

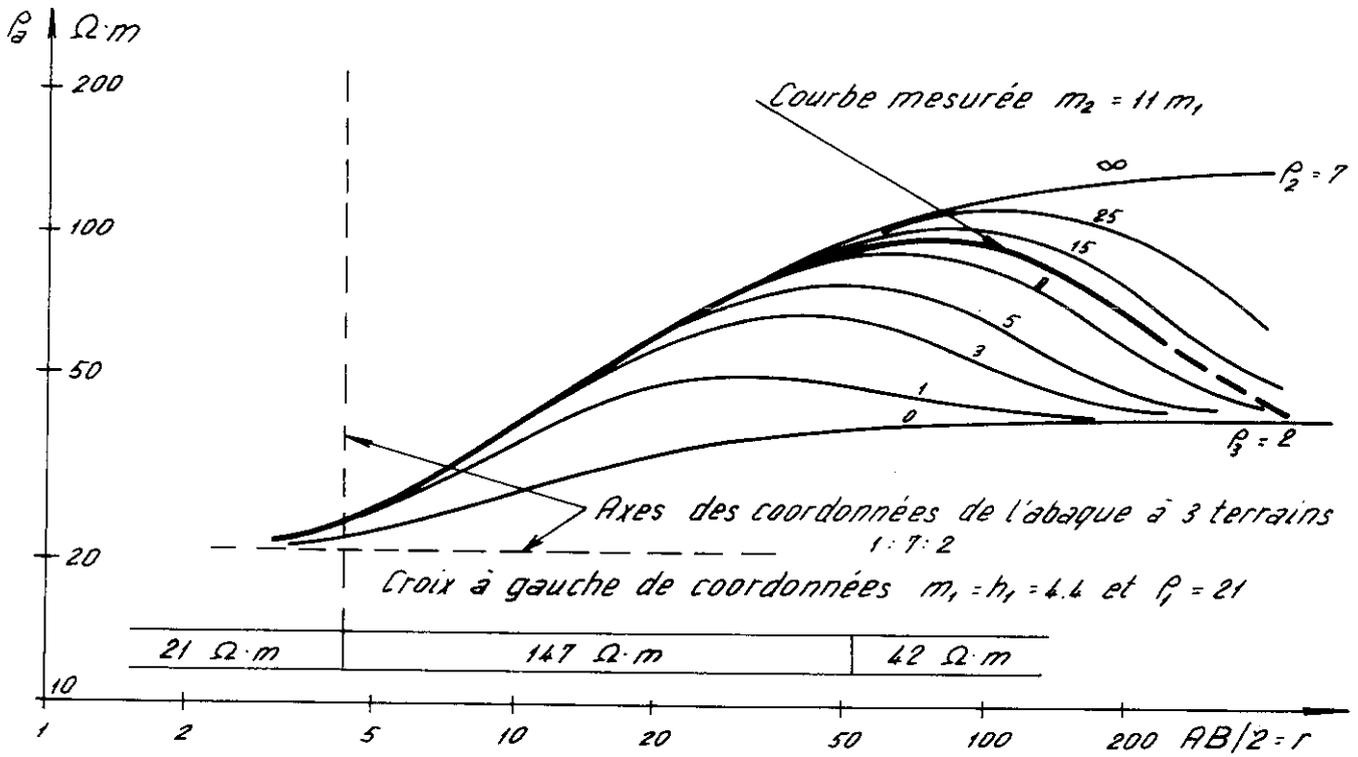


Figure 18

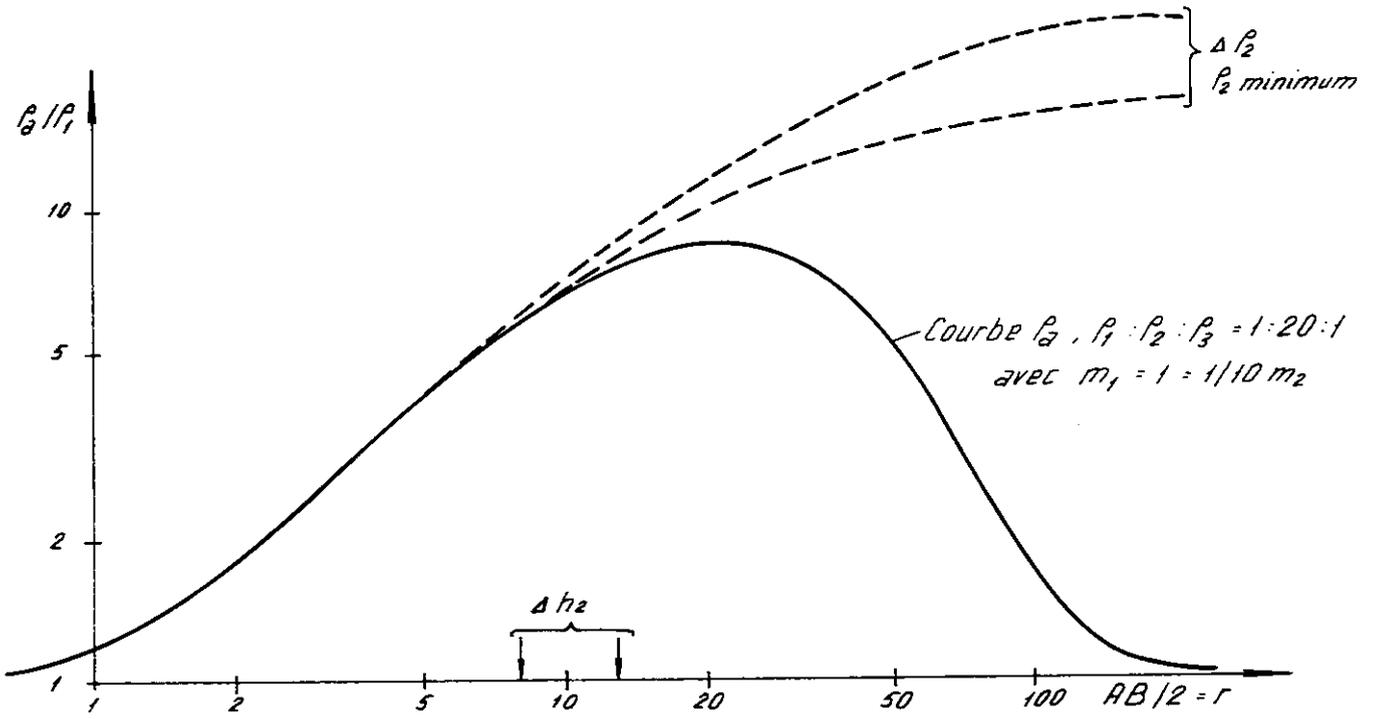


Figure 19

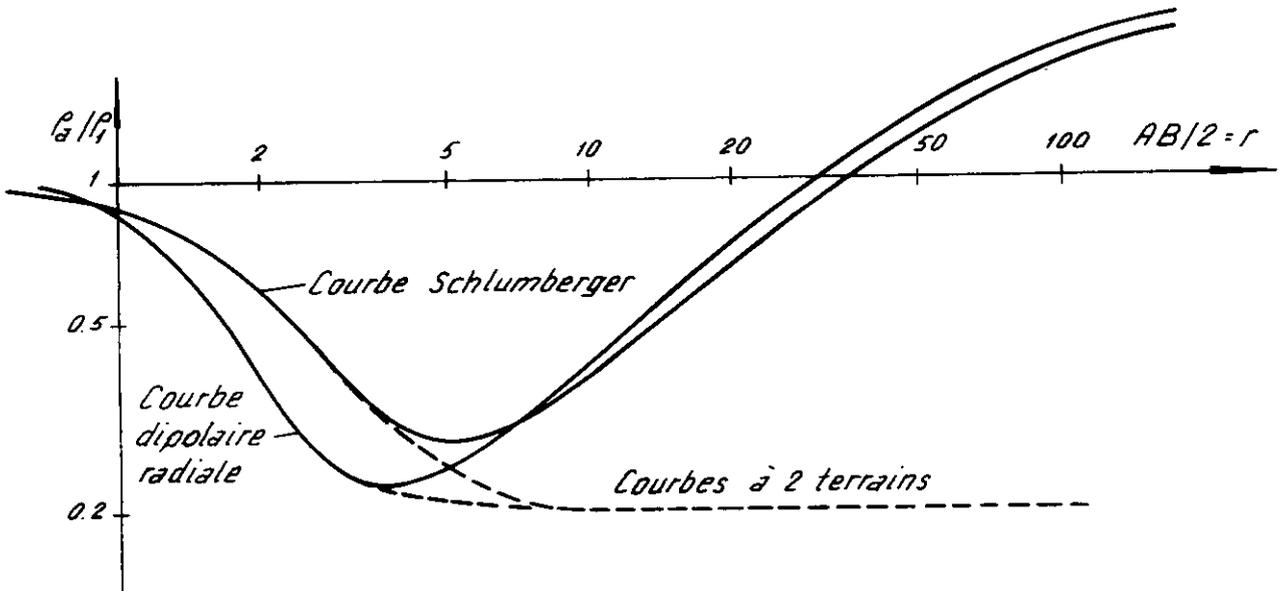


Figure 20

2. Analyse de la morphologie des courbes

L'analyse, au moyen des paramètres de DZ (§ 4.2.3) des profils de résistivités et des courbes de résistivités apparentes correspondantes, montre qu'il existe un passage graduel entre des groupements de résistivités et d'épaisseurs données pour lesquels l'individualisation des valeurs des paramètres est aisée et un domaine dans lequel le principe d'équivalence s'applique de plus en plus rigoureusement. Dans ce dernier cas, l'interprétation doit se borner à fournir la valeur de la conductance longitudinale S ou celle de la résistance transversale T .

Entre ces limites, l'analyse minutieuse de la morphologie des courbes de SE permet de préciser la valeur de ρ_2 . Naturellement, il est indispensable d'effectuer des mesures précises et de corriger les courbes des effets latéraux (§ 3.7). Suivant que les courbes sont de type H ou K ou de type A ou Q on peut déterminer la valeur de ρ_2 en utilisant respectivement la position du point d'inflexion ou l'angle de la tangente à la courbe.

La méthode du point d'inflexion consiste à faire passer des tangentes par les points d'inflexion. On constate que pour une famille de courbes donnée correspondant à un certain rapport ρ_2/ρ_1 les intersections des tangentes se trouvent toutes sur une même courbe, quelle que soit la valeur de ρ_3 . En procédant de même pour différents rapports de ρ_2/ρ_1 on obtient facilement un abaque dont l'emploi est illustré par la figure 21. Soit une courbe à 3 terrains de type K. Au moyen de l'abaque à 2 terrains on détermine la position de la croix à gauche de coordonnées ρ_1 et h_1 . On trace les tangentes passant par les points d'inflexion (pour la branche descendante des courbes K qui n'ont pas de point d'inflexion on remplace la tangente au point d'inflexion par une tangente à la courbe de pente fixe égale à -1). On place la croix à gauche sur l'origine de l'abaque. Le point d'intersection des tangentes se trouve alors sur une courbe dont la valeur du rapport ρ_2/ρ_1 permet de déterminer ρ_2 . Avec cet abaque le principe d'équivalence se traduit par le fait que pour les valeurs faibles de r les courbes correspondant aux valeurs extrêmes du rapport ρ_2/ρ_1 sont pratiquement confondues. On remarque d'autre part, que le principe d'équivalence joue un rôle moins important lorsque ρ_2 est plus petit que ρ_1 .

Les courbes de type A ou Q peuvent facilement être confondues avec des courbes à 2 terrains lorsque l'épaisseur de la deuxième couche est faible. Cependant, pour les petites valeurs de r la résistivité apparente ρ_a est influencée par la couche de résistivité ρ_2 . Pour déterminer cette dernière on étudiera donc la partie gauche de la courbe. Le procédé proposé consiste à faire coïncider une courbe modèle à 2 terrains avec un certain tronçon de la courbe mesurée (fig. 22). Lorsque cette coïncidence est réalisée cela signifie que sur ce tronçon les 2 courbes ont la même pente. Par le point de tangence on fait passer une droite verticale qui coupe l'horizontale passant par ρ_2 de la courbe modèle en un point A. Si l'on répète l'opération avec d'autres courbes à 2 terrains on obtient une série de points analogues à A. La courbe passant par ces points tend asymptotiquement à gauche vers la valeur ρ_2 cherchée et à droite vers ρ_3 . Dans l'exemple de la figure 22 on a choisi une courbe modèle CGG (§4.4) dont les résistivités sont dans le rapport $1 : 1/4 : 1/16$ et les épaisseurs $m_2/m_1 = 1$.

3. SE avec une électrode enterrée

Si par un moyen quelconque on place une des électrodes d'envoi de courant dans le milieu de résistivité ρ_2 on peut exécuter un SE conventionnel en déplaçant les électrodes de potentiels M et N à la surface du sol et en rejetant la deuxième électrode de courant à l'infini. Si l'on prend r comme étant la distance entre un point situé à l'aplomb de l'électrode enterrée et le milieu de MN on démontre (Alfano, 1962) que l'asymptote à gauche de la courbe ainsi obtenue tend vers $(1 - k)\rho_2$, expression dont on tire facilement ρ_2 . Le coefficient k_s doit naturellement être calculé en tenant compte des dimensions particulières du dispositif de mesure. Malgré une certaine dispersion des valeurs de ρ_a due aux "à-coups de prise" (§ 3.6) résultant du déplacement des électrodes de potentiel à chaque mesure, la valeur de ρ_2 peut être déduite de la courbe avec une certaine précision, notamment lorsque ρ_2 est plus petit que ρ_1 . Dans le cas contraire, la détermination de ρ_2 est plus incertaine en raison du fait que les variations de ρ_a sont relativement faibles et que la tendance du courant à circuler dans la couche superficielle plus hétérogène provoquent une plus grande dispersion des valeurs de ρ_a . Cette méthode est illustrée par la figure 23. Les résistivités sont dans le rapport $1 : 0,2 : 0,05$. A gauche, la courbe avec électrode enterrée tend vers une valeur $\rho^* = 0,35$. Puisque $\rho^* = (1 - k)\rho_2$ on trouve pour ρ_2 une valeur de 0,21 dont l'écart avec la valeur exacte est minime.

L'électrode d'envoi de courant dans la couche de résistivité ρ_2 peut être introduite en modifiant quelque peu le classique pénétromètre utilisé en mécanique des sols. La pointe de la sonde reliée à la surface par un câble qui traverse les tiges doit être isolée de ces dernières. La profondeur d'investigation est limitée à la profondeur qui peut être atteinte par le pénétromètre. Naturellement, si l'on dispose d'un forage on peut placer la sonde, à la profondeur la plus favorable. Toutefois, dans ce cas il est préférable de recourir à un carottage électrique.

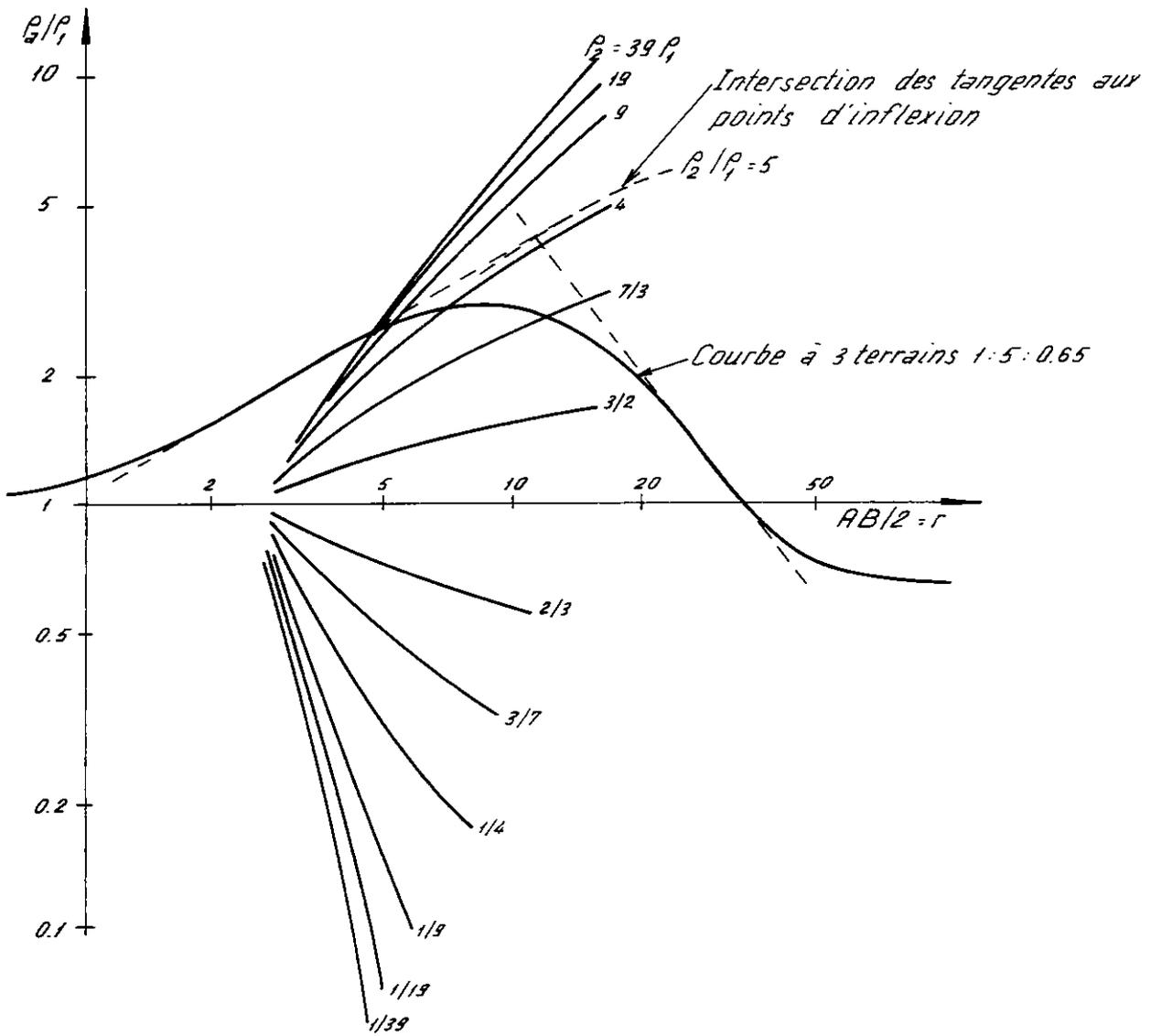


Figure 21

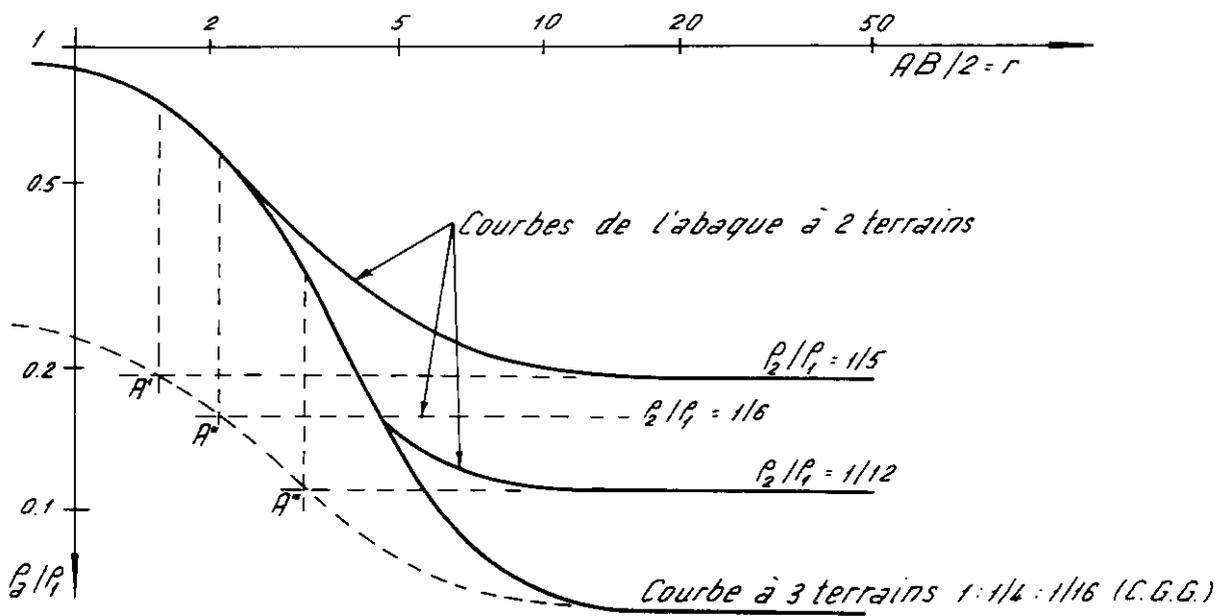


Figure 22

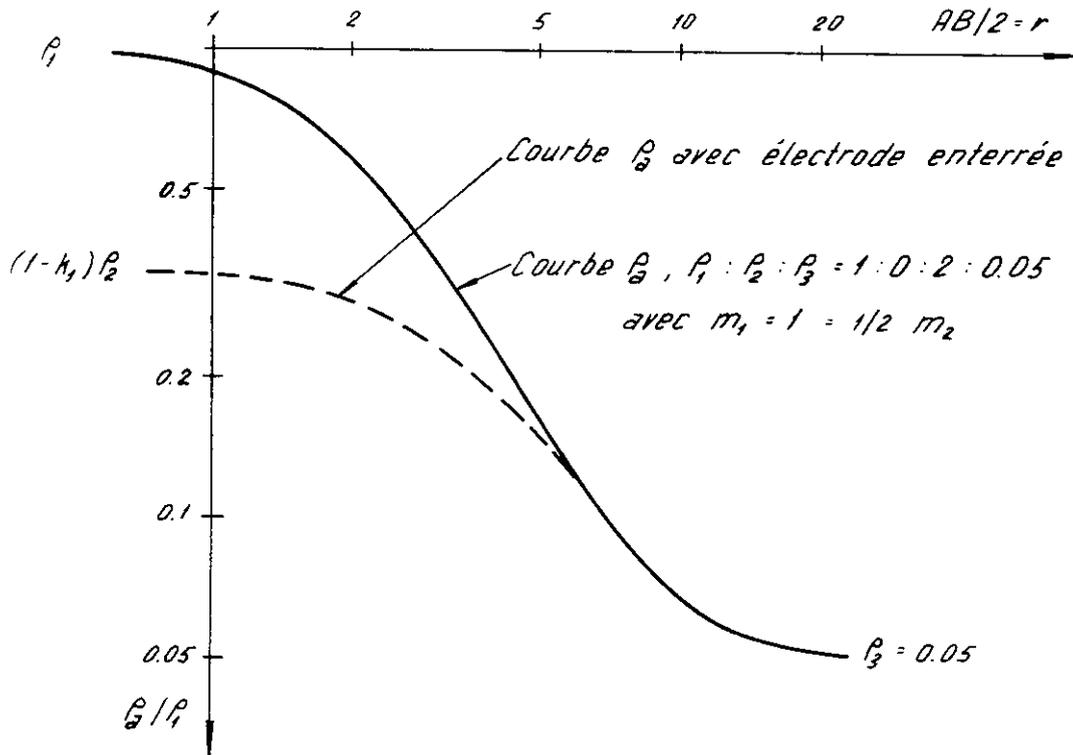
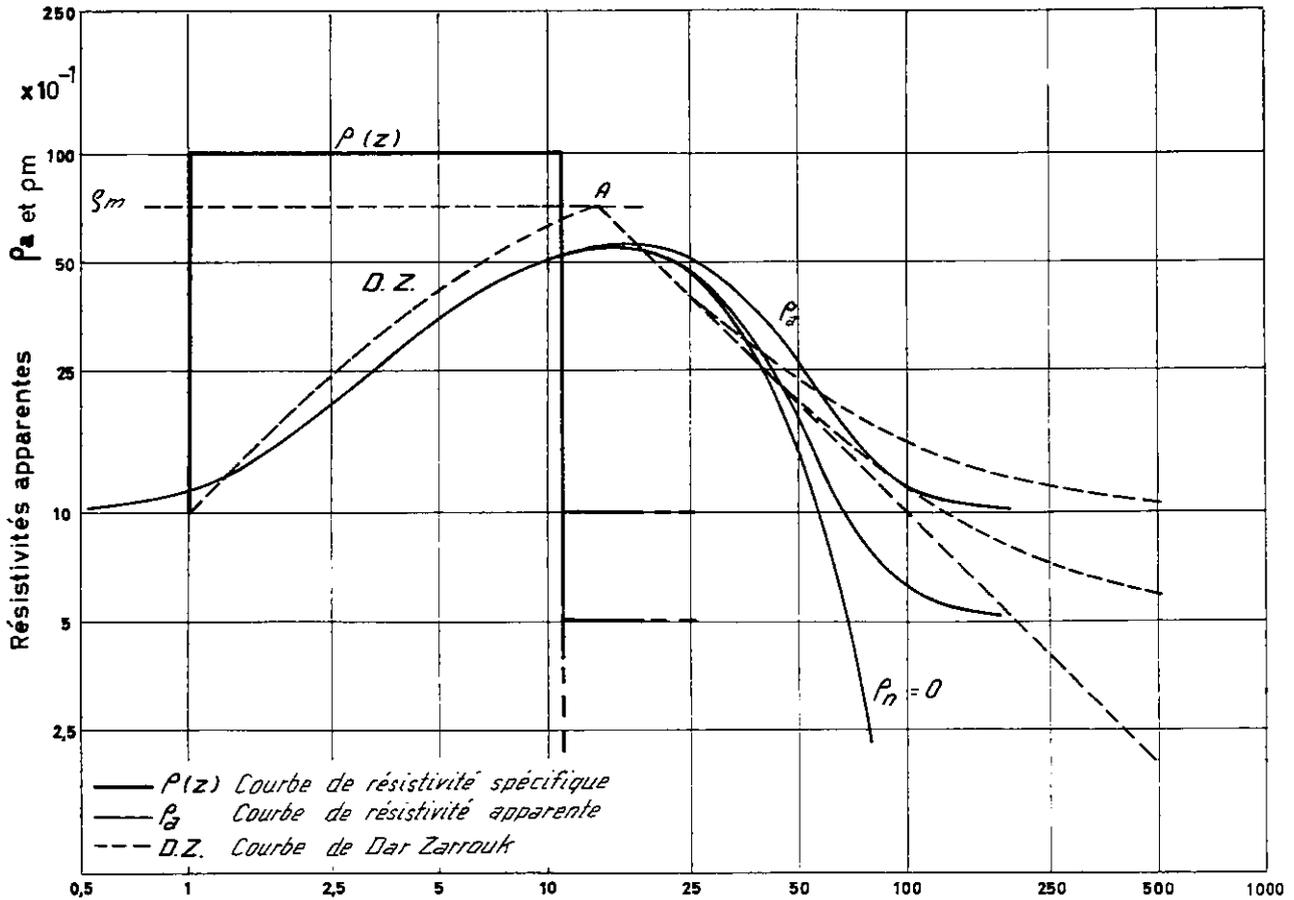


Figure 23

4. 4. 3 Interprétation de SE ayant une valeur ρ_n finie avec des courbes modèles pour lesquelles $\rho_n = 0$ ou ∞

Supposons qu'on puisse superposer la courbe à interpréter sur la majeure partie d'une courbe modèle pour laquelle $\rho_n = 0$ ou ∞ . Les deux courbes ne divergent alors que pour les grandes valeurs de r pour lesquelles la courbe expérimentale tend vers une valeur donnée de ρ_n . Dans ce cas il est intéressant de pouvoir déduire la valeur du coefficient d'épaisseur se rapportant à la courbe à interpréter de celui de la courbe modèle. Les courbes de DZ permettent de résoudre ce problème. Considérons la figure 24 qui représente un cas à 3 terrains. La courbe de DZ présente un point de brisure d'ordonnée ρ_m correspondant à l'interface situé entre la deuxième couche et le substratum (§ 4.2.3). Il est évident que la position du point A ne dépend que des résistivités et des épaisseurs des terrains sus-jacents et est indépendante de la valeur de ρ_3 . Par conséquent, la position relative des arcs de DZ se rapportant à diverses valeurs de ρ_3 par rapport à la droite de pente -1 correspondant à $\rho_3 = 0$ ne dépend que de la pseudo-résistivité ρ_m des couches sus-jacents. En particulier, les courbes de SE ayant une valeur ρ_n finie ont des asymptotes à droite dont la position par rapport aux asymptotes pour lesquelles $\rho_n = 0$ ou ∞ ne dépend que du rapport ρ_m/ρ_n dans lequel la pseudo-résistivité ρ_m est définie par les caractéristiques des $n - 1$ ièmes couches. En tenant compte de ce qui précède on établit facilement à l'aide d'un catalogue de courbes modèles (§ 4.4) une courbe empirique qui donne les valeurs d'un facteur correctif par lequel on doit multiplier le coefficient d'épaisseur lu sur la courbe modèle pour obtenir le coefficient valable pour la courbe à interpréter. La courbe en question (fig. 25) a été établie pour des valeurs du rapport ρ_m/ρ_n respectivement supérieures à 2 et inférieures à 0,5 pour les courbes modèles correspondant à $\rho_n = 0$ ou $\rho_n = \infty$. En effet, pour les valeurs respectivement plus petites que 2 et plus grandes que 0,5 les courbes expérimentales s'écartent trop des courbes modèles et le procédé qui vient d'être décrit n'a plus guère de sens. La valeur de la pseudo-résistivité est égale à $(T/S)^{1/2}$ et se calcule en introduisant les épaisseurs maximales correspondant au cas où $\rho_n = 0$ ou $\rho_n = \infty$.



AB/2 et zλ

Figure 24

4. 4. 4 Interprétation des courbes pour lesquelles $\rho_n = \infty$

Il arrive fréquemment que le substratum ou la couche la plus profonde que l'on considère ait une résistivité spécifique beaucoup plus élevée que celles des couches surincombantes. Dans ce cas on peut admettre que tout le courant qui circule entre les électrodes A et B est confiné dans les couches conductrices. Lorsque la distance AB devient grande, les lignes de courant au centre du dispositif sont parallèles aux couches conductrices et la valeur de la résistivité apparente est alors proportionnelle à r. Pour ces valeurs de la distance r tous les points du SE s'alignent sur une droite de pente +1 qui obéit à $r/\rho_a = S$ où S est la conductance longitudinale telle qu'elle a été définie au § 4.2.2. Cette propriété très importante a reçu de nombreuses applications. Elle permet d'interpréter ce type de courbe très facilement lorsque tous les paramètres moins un de la stratification géoélectrique sont connus par simple application de la relation(22). Lorsque la interprétation se fait par la méthode de superposition mentionnée plus haut la connaissance de la valeur de S déduite de la courbe permet de contrôler l'interprétation puisque la somme des conductances longitudinales partielles doit être égale à la conductance longitudinale totale égale à S. Dans certains cas l'on ne s'intéresse qu'aux variations de profondeur d'un substratum infiniment résistant. Il suffit alors de dresser une carte de résistivités établie avec une longueur de ligne telle que toutes les valeurs mesurées se trouvent sur la partie rectiligne des courbes de SE. Des valeurs de résistivités apparentes on passe facilement à celles de la conductance longitudinale qui permet le calcul des profondeurs du substratum dès que la résistivité des couches conductrices est connue. Cette méthode a été appliquée avec succès pour la recherche de diapirs en Alsace (Breusse et al. 1961).

La détermination de la conductance longitudinale à partir de la branche ascendante terminale des courbes de SE peut être étendue aux cas où ρ_n est finie (Orellana, 1966) à condition que la résistivité équivalente des couches conductrices sus-jacentes soit plus petite que ρ_n . En effet, on démontre que pour de grandes valeurs de r, la courbe de résistivité apparente s'approche asymptotiquement de l'expression suivante:

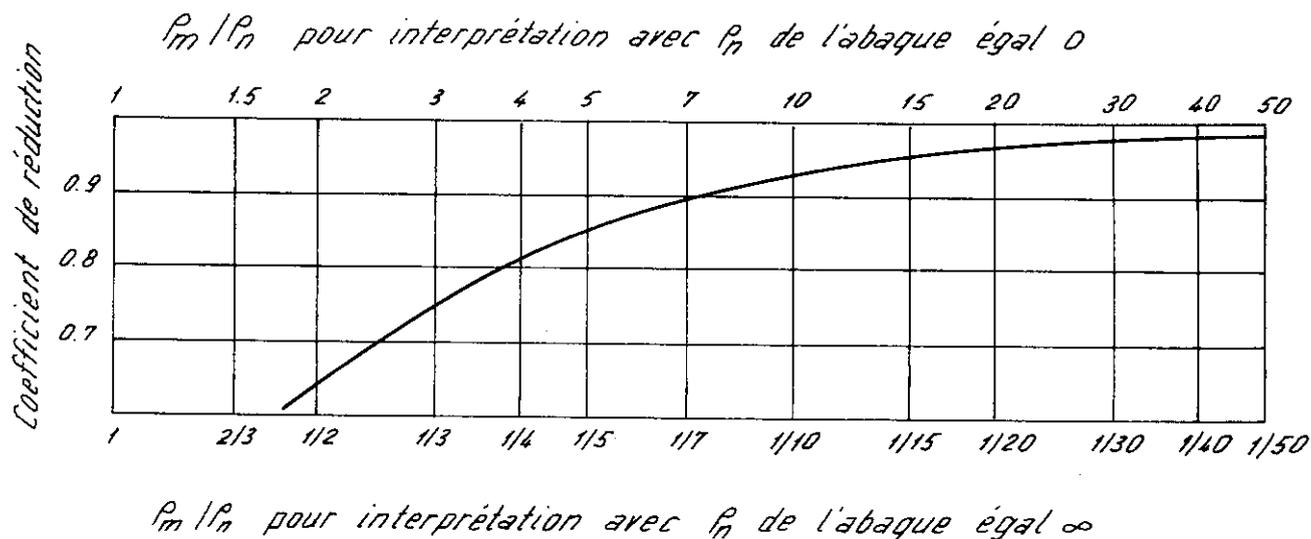


Figure 25

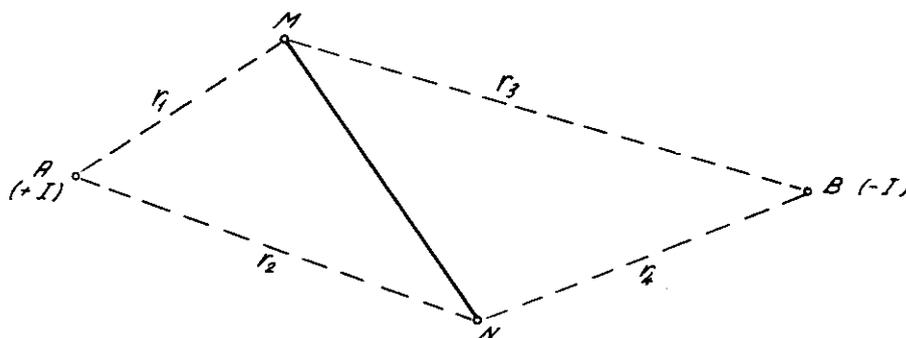


Figure 33

$$\rho_a \cong -\frac{\pi}{2} \frac{r^2}{S^2 \rho_n} \left[H_{-1} \left(\frac{r}{S \rho_n} \right) + Y_1 \left(\frac{r}{S \rho_n} \right) \right] \quad (31)$$

dans laquelle H_{-1} est la fonction de Struve d'ordre -1 et Y_1 la fonction de Neumann.

On déduit facilement de l'expression (31) une méthode de détermination de la conductance longitudinale d'une courbe pour laquelle ρ_n est finie. En effet la formule (31) montre que le comportement asymptotique d'une telle courbe ne dépend que de S et de ρ_n .

Par conséquent, la détermination de la valeur de S se fait simplement en mettant en coïncidence la partie droite de la courbe expérimentale avec une des courbes de l'abaque à 2 terrains. La valeur de S est donnée par la position de la courbe correspondant à $\rho_n = \infty$. Cette construction se justifie par le fait que toutes les courbes de cette famille ont une même conductance longitudinale. Sur la figure 26 la courbe de résistivité correspond au cas où les résistivités sont dans le rapport $1 : 0,4 : 2,5$ et les épaisseurs dans le rapport $2 : 6$. Après avoir fait coïncider la partie terminale de la courbe expérimentale avec la courbe $\rho_2/\rho_1 = 5$ de l'abaque à 2 terrains la position de la courbe de pente 1 donne pour les couches

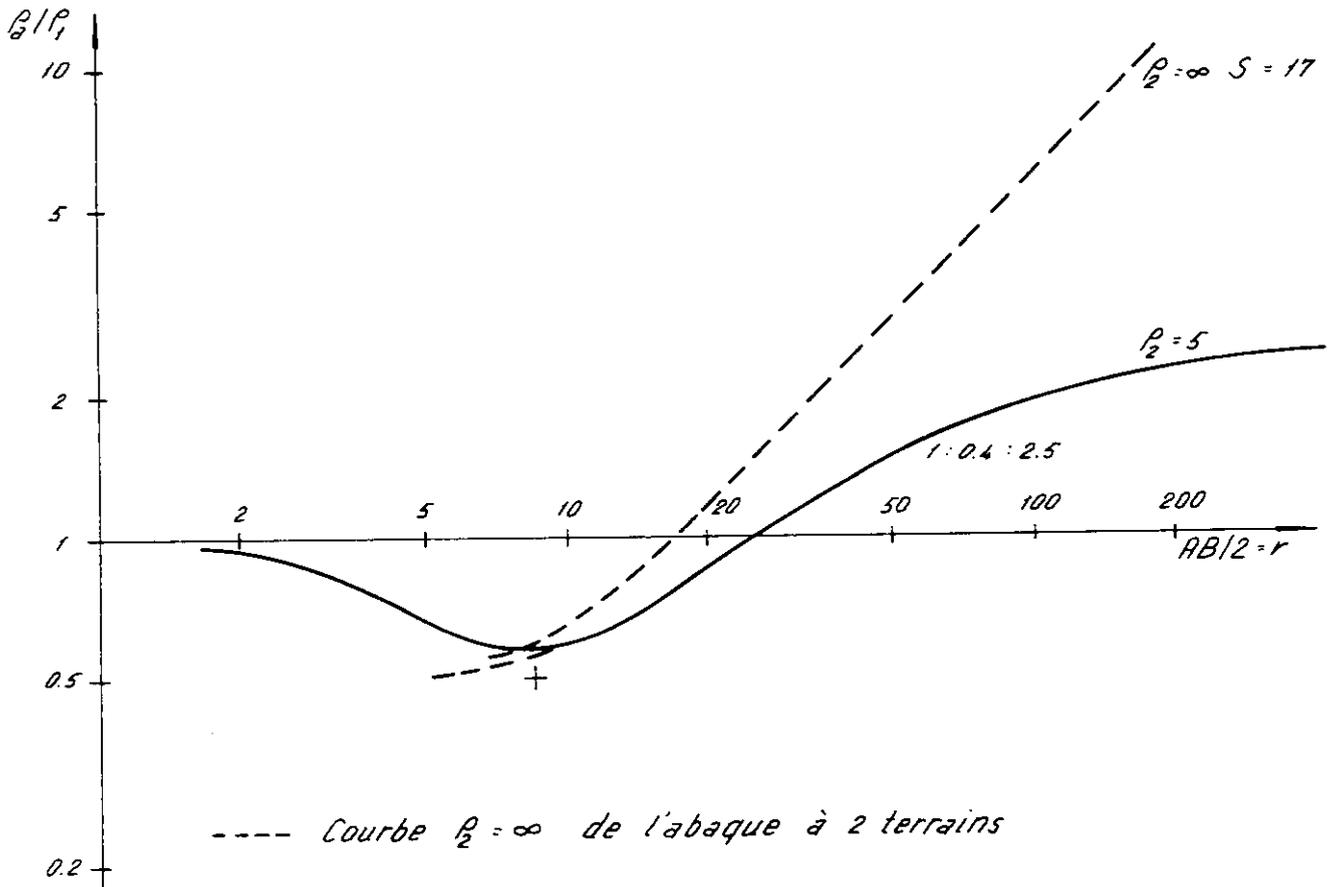


Figure 26

conductrices une valeur $S = 17$. En remplaçant dans l'expression de la conductance longitudinale(22) les divers termes par leur valeur on trouve pour m_2 une épaisseur égale à 6.

4. 4. 5 Interprétation de courbes à plus de 3 terrains

Les principes énoncés pour l'interprétation de problèmes à 2 et 3 terrains peuvent être appliqués sans autre à un plus grand nombre de couches. Lorsque les résistivités et les épaisseurs des diverses couches sont dans des rapports favorables la courbe de SE est représentée par une ligne ondulée dont les extrema, points d'inflexion, paliers, etc. permettent d'identifier un certain nombre de couches dont le nombre peut naturellement toujours être plus grand en vertu du principe d'équivalence. La figure 27 montre un SE où l'on distingue sans équivoque la présence d'au moins 5 terrains. Par contre, il arrive fréquemment que l'allure générale du SE indique la présence de 3 terrains alors que la présence d'une couche supplémentaire se traduit par une légère déviation par rapport à la courbe théorique à 3 terrains (fig. 28). Il est évident que l'interprétation des SE devient d'autant plus difficile que le nombre de couches augmente et l'on conçoit aisément que la qualité des résultats fournis par les SE dépend pour une large part de la valeur et de l'expérience de l'interprète ainsi que des moyens qui sont mis à sa disposition.

D'autre part, étant donné le grand nombre de possibilités de groupements de résistivités et d'épaisseurs il est pratiquement impossible de calculer à l'avance tous les cas correspondant à des schémas comportant plus de 3 couches. Dès lors, les courbes modèles doivent être calculées de cas en cas et il est important de pouvoir déduire de la simple observation des courbes de SE des ordres de grandeur des divers paramètres afin de délimiter les familles de courbes à calculer. Ce dégrossissage s'effectue généralement aux moyens de procédés de réduction.

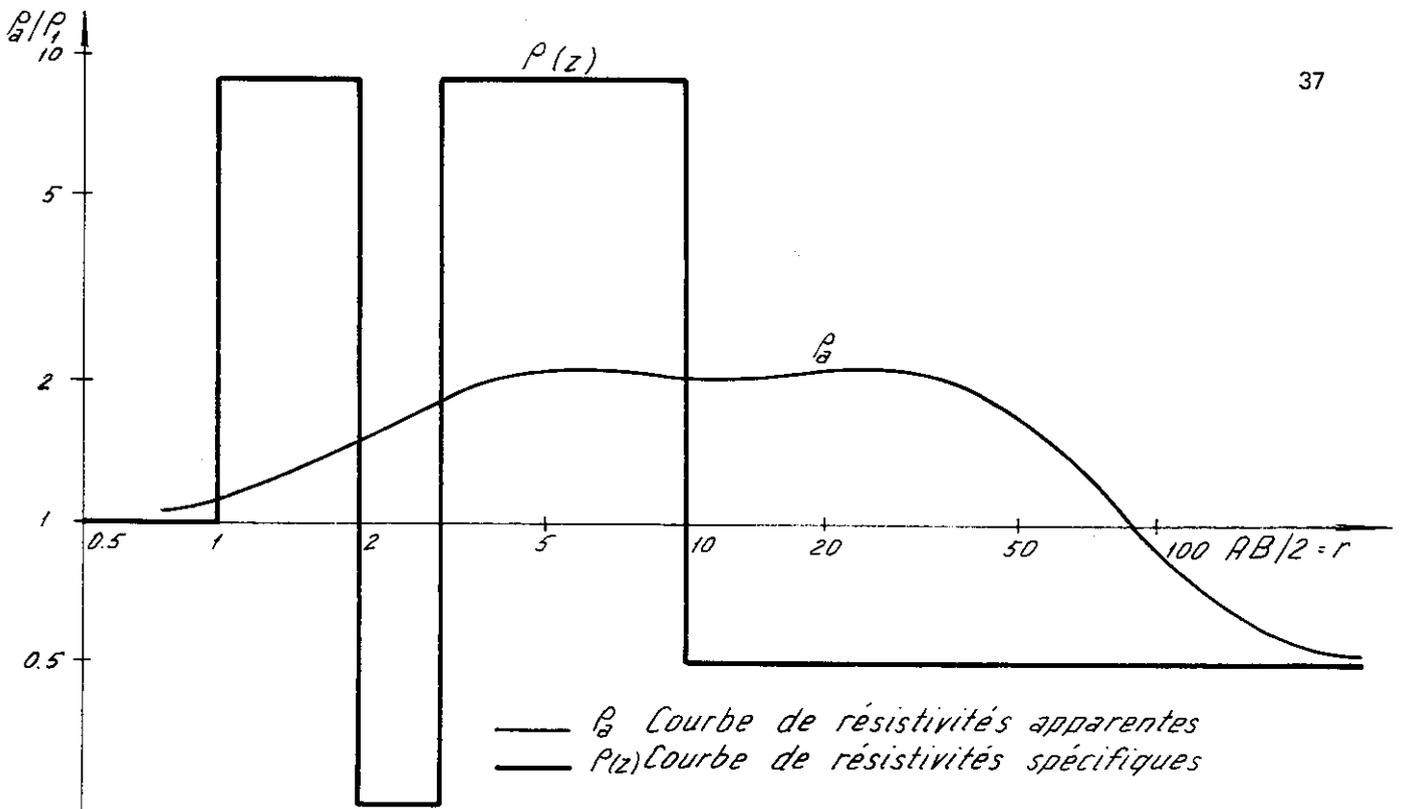


Figure 27

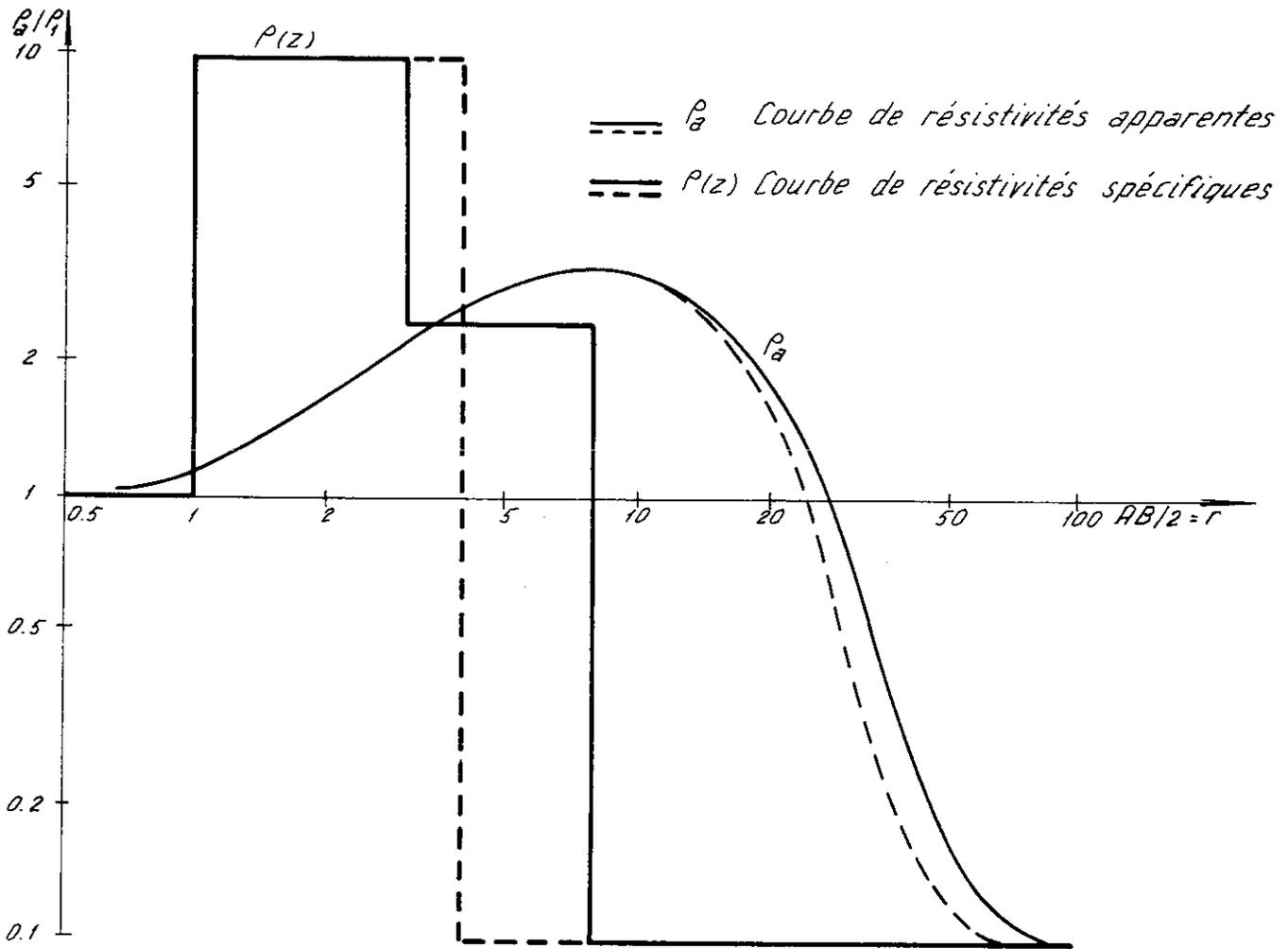


Figure 28

4.5 Méthodes de réduction

L'idée de base des méthodes de réduction est de combiner théoriquement 2 ou plusieurs couches de telle sorte que leur effet soit équivalent à une seule couche d'épaisseur et de résistivité fictives. Cette technique permet l'interprétation de problèmes à couches multiples au moyen de courbes modèles correspondant à un nombre inférieur de couches. On trouve dans la littérature diverses méthodes de réduction dues notamment à Cagniard (1952), Ono (1958), Koefoed (1960), Unz (1964), etc. La comparaison des avantages respectifs des différentes formules ou procédés proposés dépasse le cadre de ce travail et nous nous contenterons de commenter les formules de Hummel-Ebert (Ebert, 1943). L'idée d'une méthode de réduction semble devoir être attribuée à Hummel qui en fait le premier mention en 1929. Celui-ci considère 2 couches reposant sur un substratum infiniment résistant auxquelles il applique la loi de Kirchoff pour les conducteurs groupés en parallèle. Dans ce cas, seules les 2 premières couches sont responsables de la conductance longitudinale S et par conséquent la résistivité équivalente est égale à la résistivité moyenne longitudinale (éq. 24. § 4.2.2) soit:

$$\rho_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1/\rho_1 + m_2/\rho_2} \quad (32)$$

De façon analogue on a pour l'épaisseur équivalente:

$$Z = m_1 + m_2 \quad (33)$$

En divisant les équations(32) et (33) respectivement par ρ_1 et m_1 on détermine les équations paramétriques

$$Y_H = \frac{1 + \nu}{1 + \nu/\mu} \quad \text{et} \quad X_H = 1 + \nu \quad (34) \text{ et } (35)$$

qui permettent d'établir l'abaque dit de Hummel ou abaque H dans lesquelles $\nu = m_2/m_1$ et $\mu = \rho_2/\rho_1$ (Annexe II). Cet abaque est rigoureux lorsque les courbes sont de type H et que le substratum est infiniment résistant. Pour des valeurs finies de ρ_3 l'erreur n'est pas trop importante tant que ρ_3 reste supérieure à $2 \cdot \rho_2$.

Il semble que la généralisation de l'idée de Hummel et son extension aux courbes de type A, K et Q soit due à Ebert. Cependant, Sorokin (1953) attribue cette paternité à Kalenov. Quoiqu'il en soit, Ebert donne pour les courbes de type A les équations paramétriques suivantes:

$$X_A = \sqrt{(1 + \mu \nu) + (1 + \nu/\mu)} \quad (36)$$

$$Y_A = \sqrt{(1 + \mu \nu)/(1 + \nu/\mu)} \quad (37)$$

qui traduisent la combinaison de la conductance longitudinale S et de la résistance transversale T . Les paramètres ν et μ ont la même signification que dans les équations de Hummel.

En y regardant de plus près, on voit que les équations(36) et (37) ne sont rien d'autre que les équations paramétriques de la courbe de Dar-Zarrouk (§ 4.2.3) pour $m_1 = \rho_1 = 1$. C'est la raison pour laquelle l'abaque correspondant est appelé "Abaque d'anisotropie" ou abaque A (Annexe III).

Le fait que pour les courbes de type K ou Q le substratum soit conducteur se traduit par une complexité plus grande des équations paramétriques. Pour le type Q, Ebert fait intervenir un coefficient χ fonction de ν et μ qui provoque une réduction de l'épaisseur et de la résistivité par rapport aux points de Hummel.

L'abaque défini par les équations paramétriques

$$Y_Q = \frac{1}{\chi} Y_H \quad \text{et} \quad X_Q = \frac{1}{\chi} \quad (38) \text{ et } (39)$$

est appelé "Hummel déplacé" (Verschobene Hummel) ou abaque HD (Annexe IV).

Sorokin (1953) donne pour χ les valeurs suivantes:

$\mu \backslash \nu$	0,2	0,3	0,5	1	2	3	5	10
1,0	0,0	0	0	0	0	0	0	0
0,5	0,8	1,4	2,5	3,7	3,3	2,6	1,8	1,1
0,3	1,0	1,8	3,3	6,8	5,0	3,7	2,6	1,6
0,2	1,1	1,8	3,9	8,0	8,0	5,0	3,5	1,9

Pour les courbes de type K la circulation du courant présente une certaine analogie avec celle des courbes de type A. Pour les longueurs de lignes plus grandes l'analogie disparaît et l'on trouve empiriquement que l'épaisseur équivalente est égale à la pseudo-épaisseur multipliée par un coefficient ϵ , soit $z = \epsilon \lambda z$. Puisque $x_A = \lambda z$ l'une des équations paramétriques est donc:

$$X_K = \epsilon X_A \quad 40)$$

D'après Sorokin les valeurs de ϵ en fonction de λ sont les suivantes:

λ	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7	2,0	2,5	3,0
ϵ	1,17	1,24	1,29	1,32	1,33	1,36	1,38	1,40	1,42

Les valeurs de λ se calculent au moyen de l'équation(30). Tant Sorokin que Ebert admettent que les résistivités équivalentes sont égales pour les courbes de type A et K, par conséquent

$$Y_K = Y_A \quad 41)$$

L'abaque établi au moyen des équations(40) et (41) est appelé "Abaque d'anisotropie déplacé" ou abaque AD. (Annexe V).

Dans la pratique de l'interprétation on indique communément le point de résistivité et d'épaisseur équivalentes par les lettres H, A, Q ou K suivant que l'on utilise les abaques de Hummel, d'anisotropie, de Hummel déplacé ou d'anisotropie déplacé. L'utilisation de ces abaques est illustrée par 2 exemples.

Exemple 1

La forme de la courbe représentée sur la figure 29 indique que l'on a affaire à un SE de type KQ. Pour l'interpréter, on détermine la valeur de ρ_2 au moyen de l'abaque à 2 terrains. D'après la forme de la partie descendante de la courbe on peut estimer la valeur de ρ_3 entre 2 et 3. La famille de courbes à 3 terrains 1 : 10 : 2,5 permet de trouver h_1 (déjà connu avec l'abaque à 2 terrains) et $h_2 = 4$. L'abaque AD avec les coefficients $\nu = 3$ et $\mu = 10$ situe le point K. Tous se passe maintenant comme si l'on avait affaire à un problème à 3 terrains dont la première couche aurait une épaisseur égale à 9 et une résistivité de 4,8. Puisque l'on connaît ρ_3 on peut tracer avec l'abaque HD la ligne $\mu = 1/2$. Cette ligne sert de guide pour trouver la position du point Q à l'aide de l'abaque à 2 terrains. Le point Q se trouvant sur la ligne $\nu = 2,8$ de l'abaque HD, on en déduit $m_3 \cong 2,8 \cdot 9 \cong 25$ et $h_3 = h_2 + m_3 = 4 + 25 = 29$.

Exemple 2

La marche est analogue à la précédente. Le début de la courbe (fig. 30) est interprété au moyen d'une courbe à 3 terrains. La famille 1 : 0,4 : 1 donne $h_2 = 4$. L'abaque H avec les coefficients $\nu = 3$ et $\mu = 1/2,5$ permet de fixer le point H. De ce point on trace la ligne $\mu = 2,30$ de l'abaque A. Cette ligne sert de guide pour trouver sur l'abaque à 2 terrains une courbe qui coïncide avec la partie terminale de la courbe à interpréter. Cette courbe étant trouvée, la croix à gauche de l'abaque fixe le point A qui se trouve sur la ligne $\nu = 6,4$. On en tire $m_3 \cong 25$ d'où $h_3 \cong 29$.

Pour ces exemples nous avons utilisé des courbes théoriques dont on connaît a priori les divers paramètres. Dans un cas réel il subsiste une certaine latitude dans le choix des valeurs des résistivités à introduire et les résultats dépendent de l'habileté de l'interprète.

Remarquons en passant que d'autres processus sont possibles, par exemple, en n'utilisant que des courbes à 2 terrains ou en commençant à gauche par une courbe à 2 terrains et en finissant à droite avec une courbe à 3 terrains. Puisque les résultats doivent être identiques on a ainsi une possibilité de contrôle.

D'autre part, ces procédés sont empiriques et les résultats seront d'autant plus erronés que l'on s'écarte des hypothèses admises pour l'établissement des abaques.

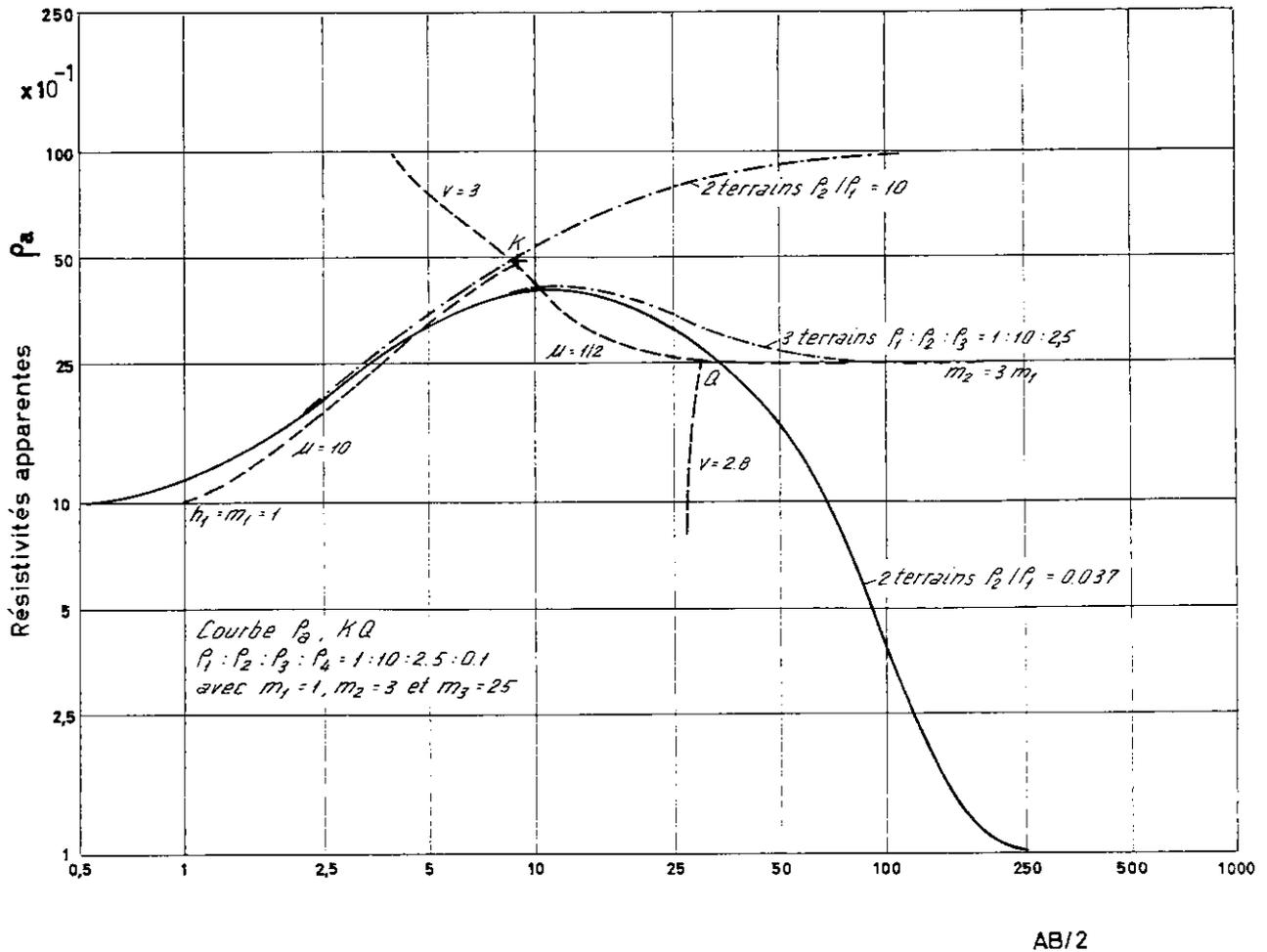


Figure 29

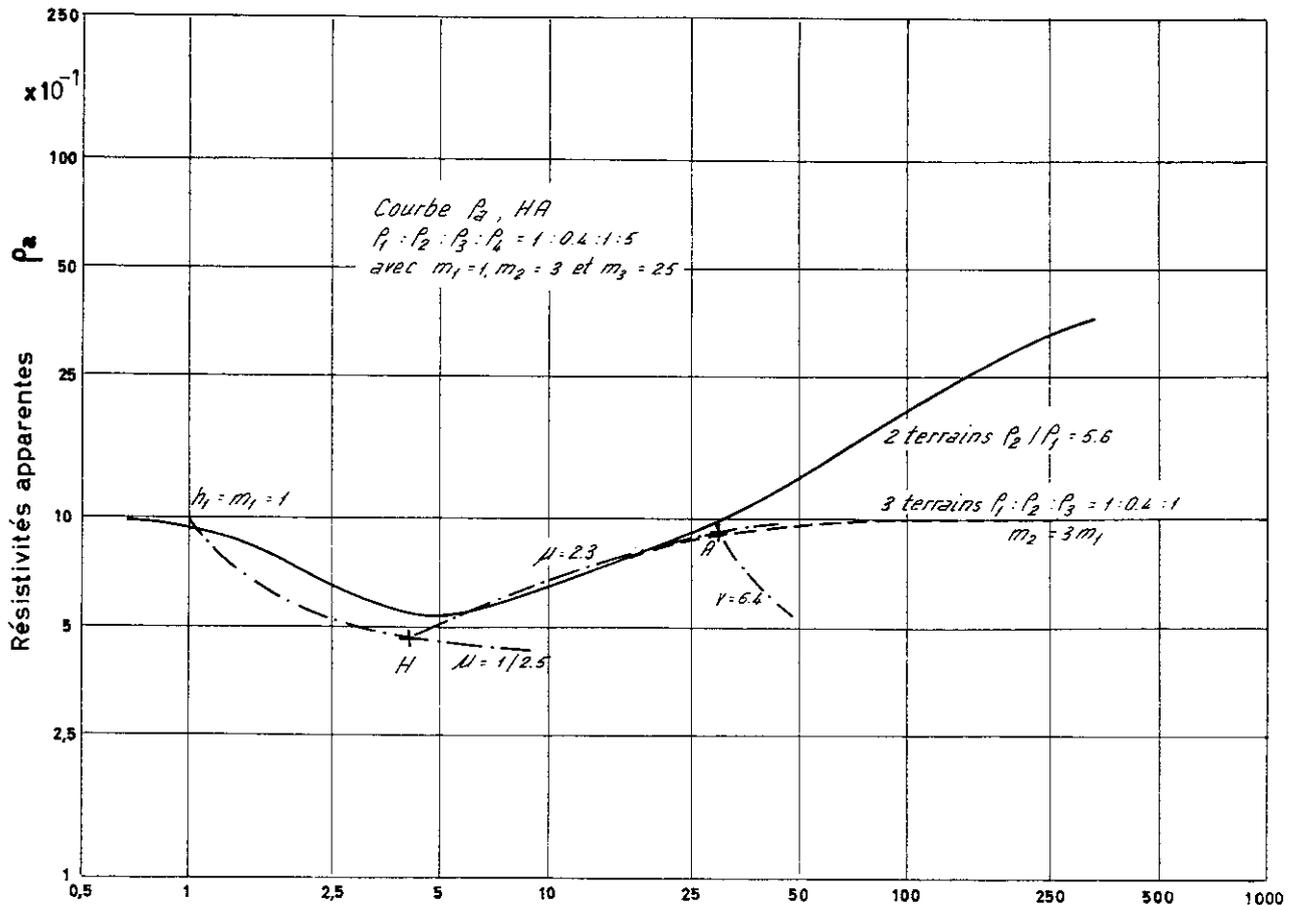
C'est pourquoi, les interprétations réalisées au moyen de procédés de réduction ne doivent pas en principe constituer une interprétation définitive mais plutôt être considérées comme un dégrossissage qui permet une approche d'une solution plus précise.

On peut alors calculer théoriquement un nombre de courbes restreint en faisant varier un ou plusieurs paramètres. Le choix du ou des paramètres variables est conditionné par des critères propres à la technique géoélectrique ainsi que par des considérations d'ordre géologique.

4.6 Calcul de courbes modèles

4.6.1 Enoncé du problème

Considérons un sol stratifié composé d'un nombre limité n de couches planes, parallèles, homogènes et isotropes dont les résistivités spécifiques sont $\rho_1, \dots, \rho_m, \dots, \rho_n$. Par définition même du SE le problème mathématique représenté par la figure 31 consiste à étudier la distribution des potentiels dans la couche de résistivité ρ_1 autour d'une électrode débitant dans le sous-sol un courant continu d'intensité globale \bar{I} . La connaissance des potentiels à la surface du sol permet de déterminer la résistivité apparente correspondant à un dispositif de mesure quelconque.



AB/2

Figure 30

4. 6. 2 Méthode des images électriques

Cette méthode dérivée de la solution indiquée par Maxwell (1891) concernant le potentiel dans un milieu stratifié a été employée pour la première fois par Hummel (1929). Ce dernier remplace un espace stratifié semi-infini par un espace fictif infini. Le pôle situé à la surface donne naissance par réflexion à une succession infinie de potentiels fictifs.

Pour le cas à 2 terrains, chaque image située en-dessous de la surface du sol comporte une image symétrique au-dessus de celui-ci. Cette disposition assure l'absence de circulation de courant à travers le plan de symétrie. Pour le calcul de la distribution du potentiel à la surface du sol chacune des paires d'images peut être remplacée par l'image située en dessous du plan de symétrie en doublant son effet. On aboutit ainsi à une série de la forme:

$$V_D = \frac{\rho_f I}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_f^n}{\sqrt{r^2 + (2n h_1)^2}} \right) \quad (42)$$

qui permet le calcul du potentiel, puis de la résistivité apparente correspondant au dispositif de mesure choisi. Pour le cas à 3 terrains Hummel introduit une série doublement infinie. Lorsque le nombre de couches dépasse 3 cette méthode devient malaisée, car on a affaire à des séries dont la convergence est lente et il devient nécessaire d'ajouter des centaines de termes pour obtenir la précision requise dans la pratique de l'interprétation. Plus tard, Ehrenburg et Watson (1932), puis Watson (1934) apportèrent à la méthode de Hummel un raffinement qui consiste à décomposer le semi-espace stratifié en un nombre entier de couches dont l'épaisseur est égale à la couche superficielle. Chaque couche est liée à la suivante par le coefficient de réflexion k_i (voir fig. 31). Pratiquement, seules les valeurs k_i correspondant à un inter-

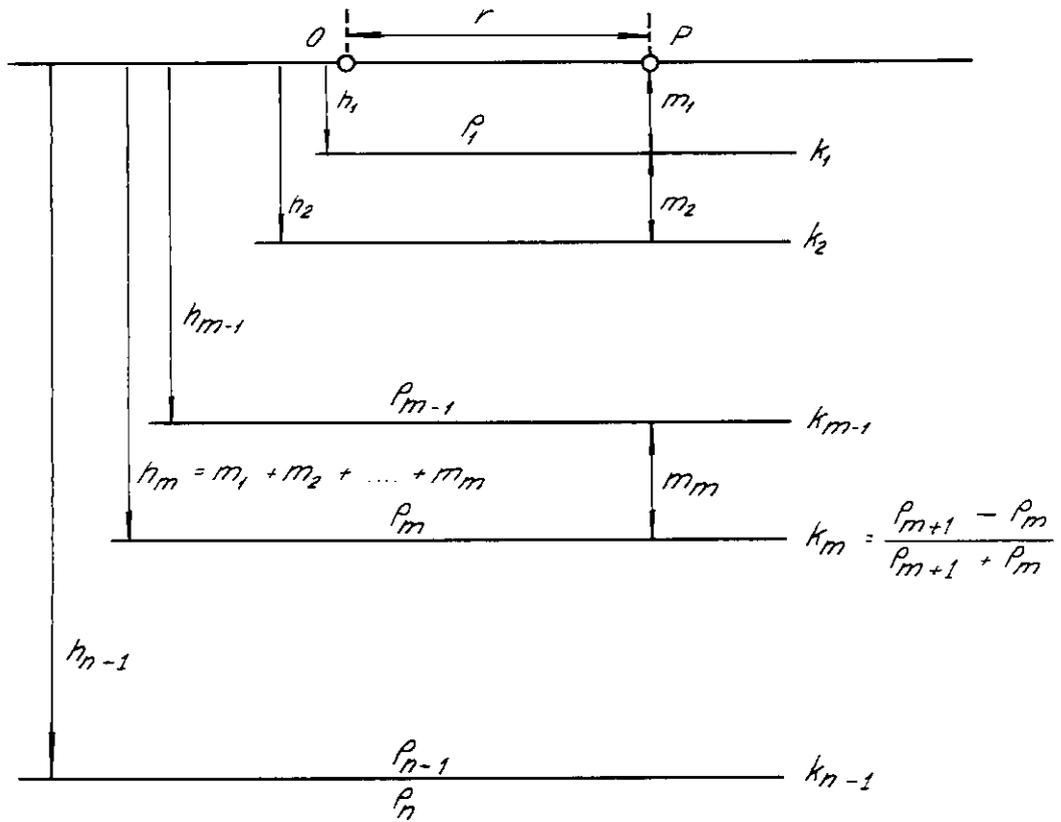


Figure 31

Elément de base élémentaire de Flathe

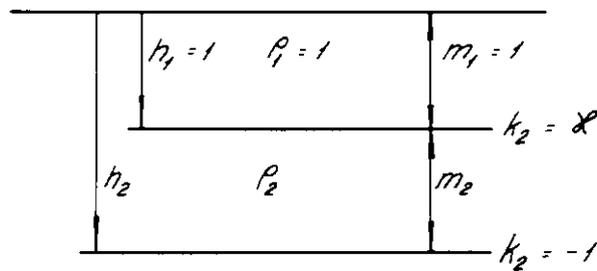


Figure 32

face réel sont différentes de zéro. Les autres sont nulles puisque les couches élémentaires sont groupées de façon à former des couches principales de résistivité uniforme. La précision du calcul dépend du nombre plus ou moins grand des images situées en profondeur prises en considération.

Koefoed (1955) a encore perfectionné la méthode de Watson en calculant directement ρ_a sans passer par la distribution des potentiels et en remplaçant l'effet des images situées en profondeur par une image unique dont la contribution demeure constante.

4. 6. 3 Expression du potentiel sous forme intégrale

Pour trouver l'expression du potentiel à la surface d'un milieu stratifié (fig. 31), la distribution des potentiels dans chaque couche doit satisfaire à l'équation de Laplace. En tenant compte qu'il existe une symétrie axiale autour du point 0, on a intérêt à passer en coordonnées cylindriques et l'équation de Laplace s'écrit:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (43)$$

L'intégration de cette équation se fait par séparation des variables en posant:

$$V(r, z) = U(r) \cdot W(z) \quad (44)$$

et l'équation(43) se transforme en:

$$\frac{1}{U} \left(\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} \right) = - \frac{1}{W} \cdot \frac{d^2 W}{dz^2} \quad (45)$$

$$\text{dont on déduit } W = C \cdot e^{\pm \lambda z} \quad \text{et } U = C J_0(\lambda r) \quad (46) \quad \text{et} \quad (47)$$

dans lesquelles λ est un paramètre sans dimension et $J_0(\lambda r)$ une fonction de Bessel de première espèce et d'ordre zéro. En combinant (46) et (47) on obtient

$$V = C J_0(\lambda r) e^{\pm \lambda z} \quad (48)$$

Toute combinaison linéaire de (48) est également solution de l'équation de Laplace. Il en est ainsi en particulier des intégrales

$$\int_0^{\infty} k(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda \quad (49)$$

$$\text{et } \int_0^{\infty} \psi(\lambda) J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} d\lambda \quad (50)$$

D'autre part, le potentiel provoqué par une source de courant située à la surface d'un sol homogène de résistivité ρ_1 est égale à

$$V_s = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (51)$$

L'expression $\frac{1}{\sqrt{r^2 + z^2}}$ est une solution fondamentale de l'équation de Laplace. En utilisant la transformation de

Lipschitz (Watson, 1962) on peut écrire(51) de la manière suivante:

$$V_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda \quad (52)$$

Si l'on considère que le potentiel V_i existant dans la i ème couche est composé d'un potentiel primaire donné par l'équation(52) et d'un potentiel secondaire dû à la présence de couches de résistivités différentes de ρ_i on obtient en combinant les équations(49) (50) et (52):

$$V_i = \frac{\rho_i I}{2\pi} \left[\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} K_i(\lambda) J_0(\lambda r) e^{-\lambda z} d\lambda + \int_0^{\infty} \varphi_i(\lambda) J_0(\lambda r) e^{+\lambda z} d\lambda \right]$$

dans laquelle $K_i(\lambda)$ et $\varphi_i(\lambda)$ sont des fonctions arbitraires de la variable λ qui doivent satisfaire aux conditions aux limites habituelles.

Mais puisque nous faisons des mesures à la surface du sol nous sommes intéressés par la valeur du potentiel V_1 . En faisant dans(53) $z = 0$ on obtient

$$V_p = V_1(r, 0) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} N_n(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (54)$$

avec $N_n(\lambda) = 1 + K(\lambda) + \varphi(\lambda)$

D'autre part, dans le plan $z = 0$ les surfaces équipotentielles doivent être normales à la surface, par conséquent on doit avoir $\partial V_1 / \partial z = 0$.

Le potentiel primaire vérifie évidemment cette condition et pour qu'il en soit de même du potentiel secondaire il faut que $K(\lambda) = \psi(\lambda)$ d'où:

$$N_n(\lambda) = 1 + 2K(\lambda) \quad (55)$$

La fonction $N_n(\lambda)$ est parfois appelée fonction caractéristique de King (King, 1933) alors que $K(\lambda)$ est la fonction caractéristique de Stefanescu (Stefanescu et al, 1930).

De façon analogue à (54) on écrira:

$$V_1(r, 0) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \int_0^{\infty} K(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (56)$$

qui est l'expression bien connue du potentiel à la surface du sol sous forme intégrale.

4. 6. 4 Expression de la résistivité apparente

Pour le dispositif Schlumberger l'expression de la résistivité apparente est donnée par:

$$\rho_a(r) = - \frac{2\pi}{I} r^2 \frac{dV}{dr} \quad (57)$$

En combinant l'équation(57) avec l'équation(56) et en tenant compte que $J_0(\lambda) = -J_1(\lambda)$ on obtient:

$$\rho_a(r) = \rho_1 \left[1 + 2r^2 \int_0^{\infty} K(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \right] \quad (58)$$

ou en utilisant la fonction caractéristique de King

$$\rho_B(r) = \rho_1 r^2 \int_0^{\infty} N(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (59)$$

4. 6. 5 Expressions analytiques des fonctions $K(\lambda)$ et $N(\lambda)$

Stefanescu (1930) donne pour le cas à 2 terrains l'expression suivante:

$$K_2(\lambda) = \frac{k_1 \cdot e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}}$$

et pour le cas à 3 terrains:

$$K_3(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda h_2}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1} - k_2 e^{-2\lambda h_2} + k_1 k_2 e^{-2\lambda(h_2 - h_1)}}$$

dans lesquelles h est la profondeur d'un plan de séparation entre 2 couches de résistivités différentes et k le coefficient de réflexion.

En considérant les expressions de $K_2(\lambda)$ et $K_3(\lambda)$ on voit que le numérateur apparait dans le dénominateur. On peut donc écrire $K_n(\lambda)$ sous la forme suivante:

$$K_n(\lambda) = \frac{P_n(u)}{H_n(u) - P_n(u)} \quad (60)$$

où $u = e^{-2\lambda}$

Flathe (1955) donne pour les polynômes $P_n(u)$ et $H_n(u)$ les formules de récurrence suivantes:

$$P_n(u) = P_{n-1}(u) + H_{n-1}(u^{-1}) k_{n-1} u^{h_{n-1}} \quad (61)$$

$$H_n(u) = H_{n-1}(u) + P_{n-1}(u^{-1}) k_{n-1} u^{h_{n-1}} \quad (62)$$

Si l'on combine les équations(55) et (60) on trouve pour la fonction caractéristique de King:

$$N_n(u) = \frac{H_n(u) + P_n(u)}{H_n(u) - P_n(u)} \quad (63)$$

Il apparait, tant de l'expression de $K(\lambda)$ que de celle de $N(\lambda)$ que ces fonctions sont des fractions de 2 polynômes en $u = e^{-2\lambda}$. Il s'ensuit que les fonctions caractéristiques peuvent être exprimées par une série infinie de termes de la forme $C \cdot e^{-2\lambda h}$. La contribution de chaque terme est:

$$\Delta V = \frac{1}{\pi} \rho_1 C \int_0^{\infty} e^{-2\lambda h} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (64)$$

ce qui est bien en accord avec l'équation(56). Par la transformation de Lipschitz l'équation(64) devient:

$$\Delta V = \frac{1}{\pi} \rho_1 \frac{C}{\sqrt{r^2 + (2h)^2}}$$

L'expression $C / (r^2 + 4h^2)^{1/2}$ apparaît dans la méthode des images électriques (éq. 42) dont la correspondance avec l'expression intégrale du potentiel est ainsi démontrée.

4. 5. 6 Calcul de courbes modèles à partir de l'expression intégrale du potentiel

Le calcul de courbes modèles à partir de l'expression intégrale du potentiel n'est pas aisé car il ne peut se faire analytiquement. Toute solution de ce problème doit débiter par la décomposition des fonctions caractéristiques ou de la fonction de Bessel ou des deux de manière à ce que l'intégration devienne possible. Cette décomposition se fait soit par des développements en série, des décompositions en fractions simples ou par intégrations numériques.

Certaines méthodes se prêtent bien au calcul par calculatrice électronique, d'autres peuvent être réalisées "à la main". Nous nous sommes arrêtés plus longuement sur ces dernières car elles présentent un certain intérêt lorsqu'il est nécessaire de calculer des courbes dans des régions d'accès difficiles et éloignées de centres de calculs.

Méthode de Muskat

Cet auteur (Muskat, 1933) part de l'intégrale de Stefanescu en développant la fonction de Bessel en séries de puissances. Il obtient ainsi des séries et développements asymptotiques pour le potentiel en surface qui sont valables soit pour les petites et grandes valeurs de r . Cette méthode peu populaire a rarement été utilisée pour le calcul de courbes modèles.

Méthode de Flathe

Il s'agit d'une méthode par décomposition (Flathe, 1955) qui présente un grand intérêt puisqu'en principe, il est possible d'obtenir des courbes modèles avec une simple règle à calcul. Il s'agit donc d'une méthode utilisable sur le terrain, c'est pourquoi nous nous y arrêtons plus longuement.

Cette méthode présentée au congrès de l'EAEG de 1955 à Paris est sensiblement analogue à celle utilisée par la CGG et décrite dans le catalogue de courbes publié à la même époque (CGG, 1955). Simultanément, Tsekov (1955) expose un procédé du même type.

Ces méthodes sont limitées par le fait que le substratum doit être infiniment résistant ou conducteur. De plus, les épaisseurs des couches successives doivent être des multiples exacts d'une couche unitaire et ne pas être trop nombreuses. Malgré ces limitations, le champ d'application de ces méthodes est suffisamment étendu pour que l'on s'y arrête. Au paragraphe 4. 4. 3 on a vu qu'il est possible sous certaines conditions d'interpréter des courbes quelconques avec des courbes modèles pour lesquelles ρ_n est nulle ou infinie. De plus, dans les problèmes hydrologiques, le plancher imperméable est généralement beaucoup plus conducteur que les couches surincombantes, ce qui justifie l'emploi de la méthode de Flathe.

1. Principe de la méthode

Flathe part de la fonction caractéristique de Stefanescu telle qu'elle est donnée par l'équation (62). On démontre que dans le cas où le substratum est infiniment conducteur ($k_{n-1} = -1$, fig 31) il est possible de décomposer la fonction caractéristique en une somme finie de fractions.

Ce qui s'écrit:

$$K(\lambda) = \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i \frac{\beta_i U - U^2}{1 - 2\beta_i U + U^2} \quad (65)$$

avec $\sum \alpha_i = 1$

Chaque fraction individuelle correspond au cas à 2 terrains d'épaisseur unitaire reposant sur un substratum conducteur (fig. 32).

Si l'on remplace l'équation(65) dans l'expression de la résistivité apparente pour un dispositif Schlumberger (éq. 58) on obtient:

$$\rho_a = \rho_1 \sum \alpha_i \left[1 + 2r^2 \int_0^{\infty} \frac{H_i U - U^2}{1 - 2H_i U + U^2} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \right] \quad (66)$$

La quantité entre crochets est appelée "éléments de base" et s'écrit $D(x, r)$. L'équation(66) s'écrit alors:

$$\rho_a = \rho_1 \sum_i \alpha_i D(H_i, r) \quad (67)$$

En s'aidant des tables de Jahnke et Emde (1945) on calcule facilement le système fondamental d'éléments de base à partir de la relation

$$D(H, r) = -\frac{\pi}{4} r^2 \left[\varphi H_1^{(\varphi)}(i\varphi r/2) + \sum_{n=1}^{\infty} (2n\pi - \varphi) H_1^{(n)}[i(2n\pi - \varphi) r/2] \right. \\ \left. + (2n\pi + \varphi) H_1^{(n)}[i(2n\pi + \varphi) r/2] \right] \\ \text{où } H = \cos \varphi \quad (68)$$

Dans l'article original de Flathe les éléments de base sont donnés sous forme graphique et la détermination des valeurs $D(x, r)$ est malaisée, particulièrement sur le terrain. L'annexe VI présente une table des valeurs de $D(x, r)$ sous forme numérique dont l'emploi est plus pratique.

Le calcul de ce tableau est facilité en remarquant que pour les grandes valeurs de r il suffit de prendre le premier terme de(68). Pour les petites valeurs de r on peut utiliser la relation congruente

$$D(H, r) = 1/2 \left[D\left(\sqrt{\frac{1+H}{2}}, 2r\right) + D\left(-\sqrt{\frac{1+H}{2}}, 2r\right) \right] \quad (69)$$

D'autre part, on démontre que si le nombre de couches est pair le polynôme $H_n(u) + P_n(u)$ est divisible par $1 - u^2$ et que les polynômes $H_n(u) + P_n(u)/1 - u^2$ et $H_n(u) - P_n(u)$ sont symétriques, c'est-à-dire qu'ils admettent comme racines u et $1/u$.

La substitution $u + u^{-1} = z$ permet d'obtenir la forme symétrique

$$p(z)/q(z) = \sum_{i=1}^{h_n/2} \frac{\alpha_i}{z - z_i} \quad (70)$$

dans laquelle $p(z)$ et $q(z)$ sont des polynômes respectivement de degré $h_{1/2n} - 1$ et $h_{1/2n}$.

Les racines de $q(z)$ permettent de déterminer χ puisque

$$\chi = 1/2 z_i$$

On trouve les valeurs de α_i en remplaçant dans(70) z par z_i et en appliquant la règle de l'Hospital, soit:

$$\alpha_i = p(z)/q'(z) \quad (71)$$

2. Extension au cas où la résistivité du substratum est finie

Pour calculer des courbes modèles lorsque la résistivité de la n ième couche a une valeur finie, il suffit en principe d'intercaler à partir de la profondeur h_{n-1} (fig. 31) un nombre pair suffisamment élevé de couches de résistivités ρ_n . On calcule alors 2 courbes correspondant respectivement à un substratum infiniment conducteur ou résistant. Ces deux courbes délimitent la courbe cherchée dont le prolongement pour les grandes valeurs de r peut être calculé en utilisant des développements asymptotiques (Tranter, 1956).

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle fait intervenir un grand nombre de couches, ce qui rend le calcul pénible. Le recours à une calculatrice électronique ne se justifie pas étant donné que lorsque l'on dispose de telles possibilités, il existe d'autres méthodes de calcul plus rapides.

3. Application de la méthode de Flathe à un dispositif quelconque

Dans l'avant-dernier paragraphe, on a calculé la résistivité apparente sans qu'interviennent les valeurs du potentiel. Cela s'explique par le fait que pour le dispositif Schlumberger on s'intéresse à la valeur du champ électrique au milieu du dispositif.

Pour un dispositif quelconque remplaçons dans l'expression du potentiel (56), $K(\lambda)$ par l'équation (65).

On obtient ainsi:

$$V(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \sum_{i=1}^n \alpha_i V(H_i, r) \quad (72)$$

D'après Geier (1958)

(73)

$$V(H_i, r) = \frac{\pi i}{2} \left[H_0^{(n)}(i\varphi_i, r/2) + \sum_{n=1}^{\infty} H_0^{(n)}[i(2n\pi - \varphi_i), r/2] + H_0^{(n)}[i(2n\pi + \varphi_i), r/2] \right]$$

Pour calculer les éléments de base $V(x, r)$ on procède de la même manière que pour le calcul de $D(x, r)$.

Considérons maintenant un quadripôle quelconque (fig. 33), la résistivité apparente s'écrit:

$$\rho_a(r_1, r_2, r_3, r_4) = \rho_1 \sum_i \alpha_i Q(H_i, r_1, r_2, r_3, r_4) \quad (74)$$

$$Q(H_i, r_1, r_2, r_3, r_4) = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}} \left[V(H_i, r_1) - V(H_i, r_2) - V(H_i, r_3) + V(H_i, r_4) \right] \quad (75)$$

Avec un dispositif Wenner on aura pour la résistivité apparente l'expression suivante:

$$\rho_a(a) = \rho_1 \sum_{i=1}^n \alpha_i W(H_i, a) \quad (76)$$

Comme la différence de potentiel est égale à

$$\Delta V(a) = 2 \left[V(a) - V(2a) \right] \quad (77)$$

le système fondamental d'éléments de base se construit pour le dispositif Wenner en partant de

$$W(H_i, a) = 2a \left[V(H_i, a) - V(H_i, 2a) \right] \quad (78)$$

4. Calcul pratique des courbes

Dans la pratique de l'interprétation des SE on gagne du temps en rassemblant préalablement le plus d'information possible sur les résistivités et les épaisseurs des diverses couches présentes. Avant de se lancer dans le calcul de courbes modèles on aura réalisé une interprétation provisoire par d'autres moyens afin d'éviter de devoir calculer un trop grand nombre de courbes. D'autre part, il est judicieux de ramener les calculs au cas où $h_1 = \rho_1 = 1$ de façon à traiter un cas général et constituer progressivement un catalogue.

Le déroulement des calculs s'effectue de la manière suivante:

On ramène le problème géologique à un schéma simple comportant un nombre pair de couches unitaires. Si le nombre est impair il suffit d'ajouter une couche de résistivité nulle. Si le substratum est infiniment résistant on ajoute une couche conductrice à partir de h_{n-1} de façon à avoir un nombre total de couches pair.

On prend h_1 et ρ_1 comme unité (cela est pratique mais pas indispensable à l'application de la méthode).

On écrit les polynômes $H_n(u)$ et $P_n(u)$ en utilisant les formules de récurrence (61) et (62).

Pour obtenir les polynômes $p(z)$ et $q(z)$ on forme les polynômes réciproques $H_n(u) + P_n(u)/1 - u^2$ et $H_n(u) - P_n(u)$ que l'on divise par u à la puissance demi de la puissance maximum. On peut alors effectuer la substitution

$$u + u^{-1} = z$$

Les puissances supérieures de z s'obtiennent par récurrence de

$$u^\mu + u^{-\mu} = z (u^{\mu-1} + u^{-(\mu-1)}) - (u^{\mu-2} + u^{-(\mu-2)})$$

soient

$$u + u^{-1} = z$$

$$u^2 + u^{-2} = z^2 - 2$$

$$u^3 + u^{-3} = z^3 - 3z$$

$$u^4 + u^{-4} = z^4 - 4z^2 + 2$$

$$u^5 + u^{-5} = z^5 - 5z^3 + 5z$$

etc.

On remarque que la puissance maximum de z est égale à la moitié du nombre de couches unitaires.

On détermine les racines de $q(z)$ qui sont toujours comprises entre ± 2 , soit par itération si elles sont nombreuses, soit par la méthode de Newton en diminuant le degré de $q(z)$ par divisions successives. Les racines voisines de 2 doivent être calculées avec précision car dans cette région $D(x, r)$ varie rapidement pour de petites variations de χ (voir annexe VI).

Les racines de $q(z)$ fournissent les diverses valeurs de χ_i puisque $\chi_i = 1/2 z_i$.

En remplaçant les z_i dans $p(z)$ et $q(z)$ on calcule les α_i . On procède au contrôle de la précision en vérifiant que

$$\sum \alpha_i = 1$$

Lorsque le substratum est infiniment résistant la valeur d' α correspondant à $D(1, r)$ doit être calculée avec précision. Cela se fait en remarquant que α est l'inverse de la conductance transversale S .

Après avoir déterminé les χ_i et α_i on peut calculer les diverses courbes de base à l'aide de l'annexe VI et faire leur somme arithmétique qui fournit la courbe cherchée.

Quelques exemples tirés de la pratique

Exemple 1

La détection d'anciens sillons creusés dans la Molasse suisse est particulièrement intéressante du point de vue hydrologique. Ces sillons, souvent aquifères peuvent être comblés par des formations graveleuses dont les résistivités sont de l'ordre de 400 ohm-m. Les graviers sont généralement dissimulés par une moraine argileuse conductrice alors qu'en surface on trouve des formations de retrait glaciaire caillouteuses dont les résistivités spécifiques sont très variables mais peuvent atteindre un millier d'ohm-m. Cette situation est illustrée par la figure 34. Dans ce cas, la méthode de Flathe s'applique car la résistivité du plancher imperméable peut être considérée comme nulle en regard de celle des graviers.

Le calcul qui suit a été effectué pour le cas 3 de la figure 34, c'est-à-dire pour $h_3 = 4$.

Les diverses valeurs de résistivités donnent les coefficients de réflexion suivants: $k_1 = -0,785$, $k_2 = 0,538$ et $k_3 = -1$ puisque $\rho_4 = 0$. Pour les profondeurs on a: $h_1 = 1$, $h_2 = 2$ et $h_3 = 4$. Les polynômes $P(u)$ et $H(u)$ s'écrivent pour le cas à 4 terrains:

$$P(u) = k_1 u^{h_1} + k_2 u^{h_2} + k_3 u^{h_3} + k_1 k_2 k_3 u^{(h_3 - h_2 + h_1)}$$

$$H(u) = 1 + k_1 k_2 u^{(h_2 - h_1)} + k_1 k_3 u^{(h_3 - h_1)} + k_2 k_3 u^{(h_3 - h_2)}$$

Après remplacement des paramètres par leur valeur on forme les polynômes réciproques:

$$H(u) + P(u)/1 - u^2 = (1 + u^2) - 1,2084$$

$$\text{et } H(u) - P(u) = (1 + u^4) + 0,362(u^1 + u^3) - 1,076 u^2$$

La substitution $u + u^{-1} = z$ fournit en utilisant les équations(79)

$$p(z) = z - 1,208$$

$$q(z) = z^2 + 0,362 z - 3,076$$

$$q'(z) = 2z + 0,362$$

Les racines de $q(z)$ étant $-1,943$ et $1,561$ on trouve après remplacement dans $p(z)$ et $q'(z)$ $\alpha_1 = 0,893$ avec $\chi_1 = -0,971$ et $\alpha_2 = 0,106$ avec $\chi_2 = 0,780$. La somme des α_i égale à $0,999$ montre que la précision du calcul est satisfaisante. L'équation(67) et l'annexe VI permettent de calculer les divers points de la courbe cherchée. La famille de courbes à laquelle appartient la courbe calculée a été représentée sur la fig. 34. Pour la courbe $h_3 = 4$ on a également représenté la courbe relative à $\rho_4 = 0,03$. On voit que l'écart est faible et qu'il n'affecte que la partie terminale de la courbe.

Exemple 2

A côté des graviers aquifères, les formations calcaires fissurées et plus particulièrement les massifs karstiques peuvent receler des nappes d'eaux importantes. L'exemple suivant se rapporte à l'étude d'une région située au sud de Barcelone (Espagne). Les calcaires karstiques secs sont caractérisés par des résistivités variant entre 2'000 et 4'000 ohm-m. suivant leur degré d'altération. Quand les fissures sont occupées par de l'eau la résistivité tombe fortement vers des valeurs de l'ordre de 500 ohm-m. Les calcaires compacts sont très résistants et leur résistivité spécifique est pratiquement infinie. Lorsque les calcaires affleurent le problème se réduit à un cas à 3 couches. Généralement, on trouve en surface des dépôts quaternaires conducteurs dont la présence porte le nombre de couches à 4. Nous avons calculé ci-dessous le cas 4 de la figure 35, c'est-à-dire avec $h_3 = 8$. La marche du calcul est analogue à celle de l'exemple précédent. On remplace les paramètres $k_1 = 0,95$, $k_2 = -0,78$, $k_3 = 1$, $h_1 = 1$, $h_2 = 3$ et $h_3 = 8$ dans les polynômes correspondant au cas à 4 terrains. On forme les polynômes $H(u) + P(u)$ et $H(u) - P(u)$ mais au lieu de diviser la somme on multiplie la différence par $1 - u^2$ (ce qui revient à introduire une couche conductrice à la profondeur h_n). On trouve ainsi les polynômes symétriques:

$$H + P = (1 + u^8) - 0,741(u^2 + u^6) - 0,78(u^3 + u^5) + 0,95(u^1 + u^7)$$

$$\frac{H+P}{1-u^2} = (1 + u^{10}) - 1,741(u^2 + u^8) + 1,731(u^3 + u^7) + 0,741(u^4 + u^6) - 0,95(u^1 + u^9) - 1,56 u^5$$

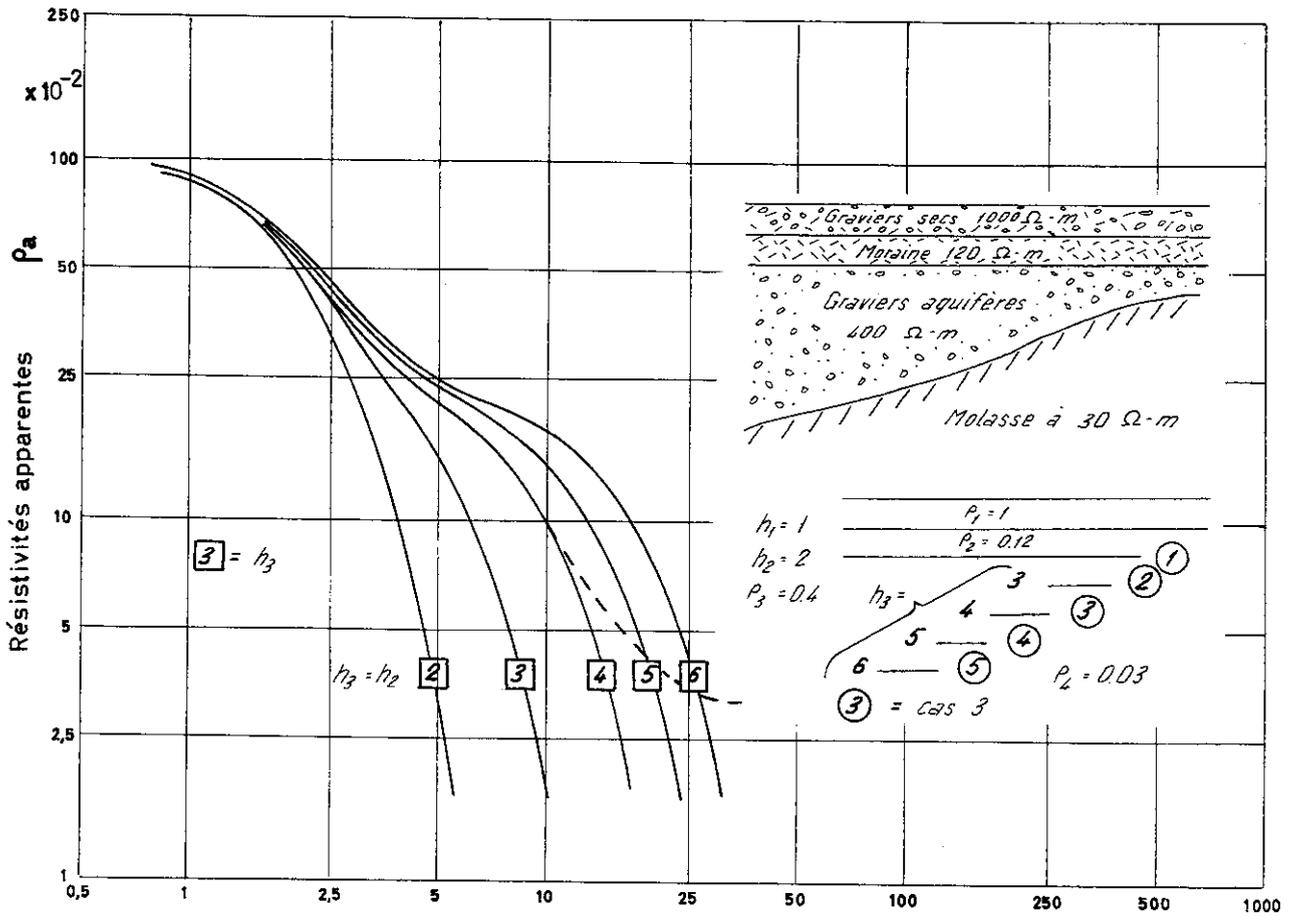
Après substitution par $u + u^{-1} = z$ on obtient:

$$p(z) = z^4 + 0,95 z^3 - 4,742 z^2 - 3,63 z + 3,484$$

$$q(z) = (z^3 - 0,95 z^2 - 2,742 z + 1,73)(z^2 - 4)$$

$$q'(z) = 5z^4 - 3,8 z^3 - 20,226 z^2 + 11,06 z + 10,968$$

On remarque qu'avec un substratum résistant $q(z)$ est un degré supérieur à la moitié du nombre de couches. Par contre, on connaît immédiatement 2 racines de $q(z)$, 2 et -2 , le degré de celui-ci peut être abaissé de 2 degrés par division. On cherche les autres par les moyens habituels. Ceci étant fait on calcule les α_i et χ_i .



AB/2

Figure 34

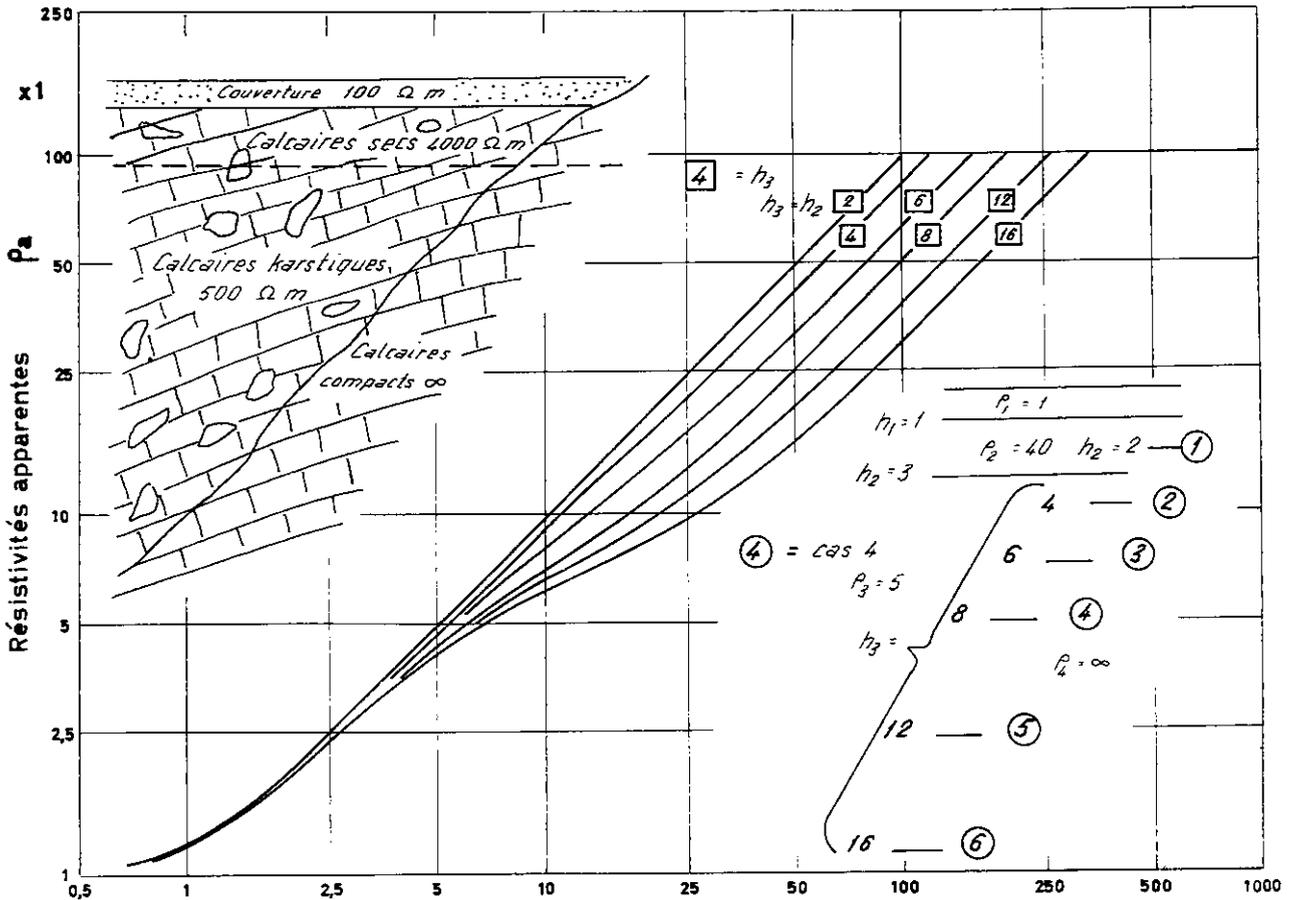
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
x_i	2,000	1,954	0,584	-1,542	-2,000
α_i	1,000	0,977	0,292	-0,771	-1,000
	0,488	0,485	0,006	0,004	0,012

avec $\sum \alpha_i = 0,995$

A l'aide de l'équation(67) et de l'annexe VI on détermine la courbe cherchée. Avec une certaine pratique et ne commettant aucune erreur on peut effectuer ce calcul en 1 à 2 heures de temps. Naturellement, lorsque le nombre de couches augmente la détermination des racines devient difficile. On a intérêt dans ce cas à tracer d'abord, même grossièrement, l'allure de la fonction $q(z)$. Pour le calcul de $p(z)$ et $q'(z)$ l'emploi du schéma de Horner est avantageux.

Méthode de Mooney et Wetzel

Cette méthode a été employée pour le calcul d'une collection de courbes (§ 4.4. pt 7) pour le dispositif Wenner (Mooney et Wetzel, 1956). Dans cette méthode l'intervalle d'intégration est divisé en 24 intervalles élémentaires. Dans chacun de ces intervalles on effectue une approximation de la fonction caractéristique par un polynôme du second degré. Cette méthode devient imprécise lorsque les contrastes de résistivités sont grands ou que les épaisseurs des couches sont faibles. Bien que, nombre de ces courbes aient été calculées pour le cas à 4 terrains, cette collection présente peu d'intérêt, en raison, d'une part, du manque de précision de certaines courbes et d'autre part, du choix peu judicieux des rapports de résistivités qui s'appliquent rarement à des cas réels.



AB/2

Figure 35

Transformation de Baranov et Kunetz

Ces auteurs (Baranov et Kunetz, 1959) considèrent la fonction caractéristique comme l'image de Laplace-Carson d'une fonction $f(t, z)$ en posant

$$N(\lambda, z) = \lambda \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} f(t, z) dt \tag{80}$$

Sous certaines conditions la fonction $f(t, z)$ est une solution de l'équation de propagation d'un ébranlement dans un terrain fictif de densité σ et de vitesse unitaire. En portant le second membre de (80) dans l'expression intégrale du potentiel (eq. 54) on obtient:

$$V = \int_0^{\infty} f(t, z) \frac{t dt}{(t^2 + r^2)^{3/2}} \tag{81}$$

et l'expression de la résistivité apparente pour un dispositif Schlumberger s'écrit:

$$\rho_a(r) \int_0^{\infty} f(t, 0) \frac{3r^3 t dt}{(t^2 + r^2)^{5/2}} \tag{82}$$

qui est une intégrale dont la convergence est rapide. Ainsi, au moyen d'une transformation intégrale on établit une correspondance entre les méthodes sismiques et géoélectriques. Le calcul de la résistivité apparente se réduit au calcul d'un sismogramme synthétique.

Méthode d'Onodera

L'idée de cet auteur japonais (Onodera, 1963) est de développer la fonction caractéristique au moyen de polynômes de Legendre. De cette manière, l'intégrale de Stefanescu peut être remplacée par une somme d'intégrales de la forme

$$\int_0^{\infty} A_V e^{-2v\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Ces intégrales qui correspondent à l'intégrale de Lipschitz sont égales à:

$$A_V \sqrt{\frac{1}{r^2 + 4v^2}}$$

expression qui conduit au calcul numérique.

Méthode de Van Dam

Van Dam (1963) écrit la fonction caractéristique de Stefanescu de la manière suivante:

$$K(\lambda) = P(u)/Q(u) = P(u)/(1 - Q(u)) \text{ avec } Q(u) = H(u) - P(u)$$

En utilisant le développement en série

$$(1 - x)^{-1} = \lim_{p \rightarrow \infty} 1 + x + x^2 + \dots + x^p$$

on obtient

$$K(\lambda) = P(u) \lim_{p \rightarrow \infty} [1 + (1 - Q(u)) + (1 - Q(u))^2 + \dots + (1 - Q(u))^p] \quad (83)$$

La quantité entre crochets constitue une série de termes dont chacun représente un nouveau degré d'approximation.

En remplaçant l'équation(83) dans l'expression du potentiel sous forme intégrale (éq. 56) on forme une série de termes

$$\int_0^{\infty} A e^{-D\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda$$

que l'on peut transformer par la relation de Lipschitz en

$$A / \sqrt{D^2 + r^2}$$

Cette expression, analogue à celles que l'on obtient par la méthode des images électriques permet le calcul numérique. Cette méthode est limitée à la condition suivante:

$$|1 - Q(u)| < 1 \text{ ou } Q(u) < 2$$

Lorsque cette condition n'est pas satisfaite, la difficulté peut être contournée par l'introduction dans la coupe géoélectrique de couches d'épaisseurs nulles avec des valeurs de résistivité choisies de manière à diminuer la valeur de $Q_n(u)$.

D'une façon générale, le degré d'approximation de la méthode de Van Dam est plus approprié que celui de Hummel ou d'Ehrenbourg et Watson. Les courbes de résistivité apparente montrent la forme exacte à partir du premier degré d'approximation tandis qu'avec les 2 méthodes précédentes la précision diminue dans tous les degrés d'approximation pro-

portionnellement à la diminution de la distance r . De plus, cette méthode permet la séparation des coefficients relatifs aux profondeurs des interfaces et des résistivités. Les profondeurs des pôles sont déterminées par les seules profondeurs des interfaces alors que les pôles eux-mêmes dépendent des coefficients de réflexion. Cela implique que là où la méthode de Ehrenbourg et Watson exige un calcul complet pour chaque courbe, il suffit de calculer, soit les valeurs qui se rapportent aux profondeurs, soit celles qui concernent les résistivités suivant que l'on fait varier l'un ou l'autre de ces paramètres.

Cette méthode se prête bien au calcul manuel moyennant la préparation préalable de tables de calcul correspondant aux divers degrés d'approximation successifs. Récemment, elle a été adaptée au calcul par ordinateur électronique (Van Dam, 1967).

Méthode de Mooney et Orellana

Cette méthode, due au professeur Mooney est sensiblement analogue à celle de Van Dam mais en diffère principalement par son adaptation au calcul électronique. La fonction caractéristique est développée en une série de puissances de la forme $u = e^{-2\lambda}$ de manière à ce que l'intégrale de Stefanescu puisse être décomposée en une somme infinie d'intégrales de type Lipschitz. Les coefficients successifs se déduisent automatiquement des précédents et le calcul est poursuivi jusqu'à ce que 26 termes du développement soient plus petits qu'une valeur donnée. Dans le cas d'un substratum infiniment résistant, pour lequel la convergence de la série est très lente, une partie du calcul se fait au moyen d'un développement asymptotique.

Autres méthodes

Citons pour mémoire les méthodes de Pylaev (1948), Romberg (1955), Baranov et Tassencourt (1959), Glogovsky et al. (1960), Van'nyan et al. (1962), Unz (1964), Galbraith et al. (1964) et KUNETZ (1966).

4.7 Méthodes d'interprétation directes

Les méthodes d'interprétation directes diffèrent des méthodes par superposition en ce sens que la stratification géoélectrique se déduit directement de la forme du SE ou d'une modification précise de cette dernière. Quoique un peu arbitrairement, on peut y rattacher les méthodes de Tagg (1940), Rosenzweig (1940) et Longacre (1945). Ces méthodes sont rigoureuses pour le cas à 2 terrains, puis deviennent approchées, car pour un plus grand nombre de couches, elles font intervenir les méthodes de réduction exposées au § 4.5.

Les méthodes d'interprétation directes qui nous intéressent sont essentiellement liées aux fonctions caractéristiques.

4.7.1 Fonctions caractéristiques

Le nom de fonction caractéristique ou fonction essentielle a été proposé par King (1933) qui emploie en anglais l'expression "kernel function".

Divers auteurs dont Stefanescu (1930), Muskat (1933), Slichter (1933) et King (1933) ont formulé l'expression du potentiel à la surface d'un milieu tabulaire stratifié au moyen de l'intégrale d'un produit d'une fonction $f(\rho_i, h_i, \lambda)$ par une fonction de Bessel de première ou de seconde espèce. C'est la fonction $f(\rho_i, h_i, \lambda)$ qui est appelée fonction caractéristique. Dans la suite nous n'envisagerons que les fonctions $K(\lambda)$ et $N(\lambda)$ appelées respectivement fonctions caractéristiques de Stefanescu et de King.

4.7.2 Morphologie des fonctions caractéristiques

Au moyen des équations (60), (61) et (62) on peut écrire l'expression analytique de $K(\lambda)$ pour un nombre de couches quelconque. De cette expression on déduit les propriétés suivantes:

La fonction K est continue pour toutes les valeurs de λ .

Pour $\lambda \rightarrow 0$ $K(\lambda) = \frac{\rho_n - \rho_1}{2\rho_1}$

Pour $\lambda \rightarrow \infty$ $K(\lambda) = 0$

On voit donc qu'aux petites valeurs de r correspondent les grandes valeurs de λ . Le remplacement de λ par $t = 1/\lambda$ permet de faire varier $K(t)$ dans le même sens que la courbe de résistivité apparente correspondante.

Ainsi $K(t)$ varie de 0 pour $t = 0$ à $\rho_n - \rho_1/2\rho_1$ pour $t \rightarrow \infty$

Pour $0 \leq \rho_n < \rho_1$ on a $-0.5 \leq K(t) < 0$
 $t \rightarrow \infty$

Par conséquent, les fonctions $K(t)$ n'admettent pas de symétrie par rapport à l'axe $K(t) = 0$ pour les stratifications géo-électriques réciproques.

En raisonnant de manière analogue et en utilisant les équations 61, 62 et 63 on trouve pour $N(t)$ les limites suivantes:

$$N_n(t) = \rho_n \quad \text{et} \quad N_n(t) = 1$$

$t \rightarrow \infty$ $t \rightarrow 0$

Les fonctions $N_n(t)$ sont toujours positives et montrent une symétrie par rapport à l'axe $N_n(t) = 1$ pour les stratifications géoélectriques réciproques.

Pour mettre en évidence les particularités respectives des fonctions $K_n(t)$ et $N_n(t)$ nous avons représenté sur la figure 36 les courbes de SE réciproques

$$I \quad \rho_1 : \rho_2 : \rho_3 = 1 : 5 : 5/3 \quad \text{et} \quad II \quad \rho_1 : \rho_2 : \rho_3 = 1 : 1/5 : 3/5$$

avec $h_1 = 1$ et $h_2 = 11$

La figure montre en traits pleins les courbes de résistivité apparente et en traits discontinus et en traits-points respectivement les fonctions $N_3(t)$ et $K_3(t)$.

On observe que les fonctions $N_3(t)$ sont parfaitement symétriques par rapport à l'axe $N_n(t) = K_n(t) = 1$. De plus, il est intéressant de constater que ces courbes épousent plus ou moins les courbes de SE. Par contre, les courbes $K_3(t)$ ont des formes complètement différentes et sont de signes opposés.

4. 7. 3 Passage de la courbe de résistivité apparente aux fonctions caractéristiques

Au moyen de la transformation de Hankel les équations(58) et (59) peuvent s'écrire respectivement

$$K(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{\rho_a - \rho_1}{2\rho_1 r} J_1(\lambda r) dr \quad (84)$$

et

$$N(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{\rho_a}{\rho_1 r} J_1(\lambda r) dr \quad (85)$$

L'intégration des équations(84) et (85) peut se faire par planimétrie, intégration directe ou approximation par des fonctions algébriques.

Lorsque l'on a à sa disposition une calculatrice électronique on choisit l'intégration directe. Dans ce cas, on a intérêt à mettre l'équation(84) sous la forme

$$K(\lambda) = \frac{\rho_n - \rho_1}{2\rho_1} + \int_0^{\infty} \frac{\rho_a - \rho_n}{2\rho_1 r} J_1(\lambda r) dr \quad (86)$$

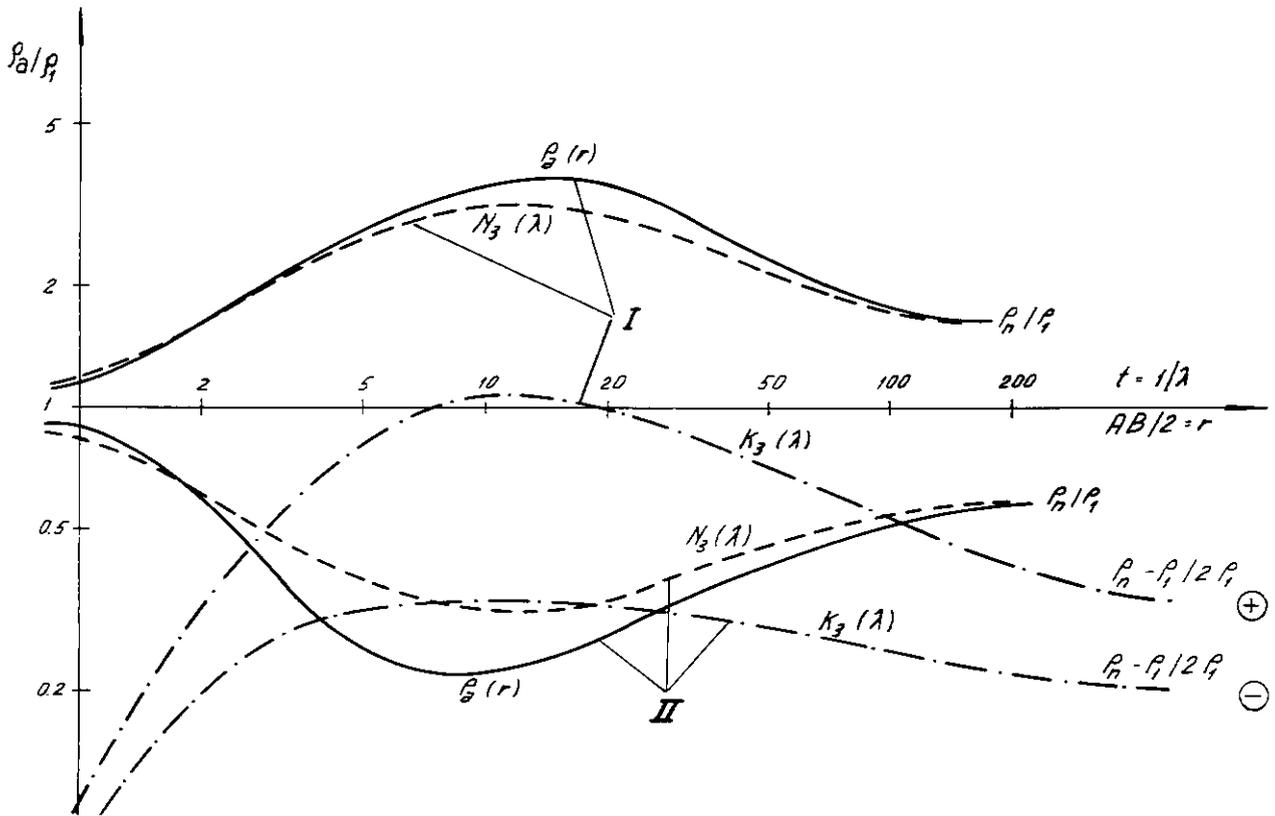


Figure 36

dans laquelle la convergence de l'intégrale est plus rapide. Cependant, ce calcul reste long car l'intégration doit être faite pour diverses valeurs de λ .

L'intégration graphique peut se faire en utilisant des fonctions algébriques dont la forme permet l'approximation

$$\rho_a(r) = \rho_1 + \sum \Delta \rho_a(r) \tag{87}$$

Si les fonctions algébriques sont judicieusement choisies (Koefoed, 1965), il est possible de trouver des courbes qui additionnées à ρ_1 donnent $\rho_a(r)$. En introduisant ces expressions dans

$$K(\lambda) = \frac{1}{2\rho_1} \sum \int_0^\infty \frac{1}{r} \Delta \rho_a(r) J_1(\lambda r) dr \tag{88}$$

on obtient la valeur de $K(\lambda)$ pour toutes les valeurs de r . Pratiquement, on établit à l'avance des jeux de courbes pour l'approximation de $\rho_a(r)$ auxquels correspondent des jeux de courbes qui représentent les contributions à la fonction $K(\lambda)$. Les annexes VII et VIII constituent une paire de jeux de courbes qui permet l'approximation de la plupart des courbes de SE. Bien que le processus de transformation des courbes ρ_a en courbes $K(\lambda)$ soit évident, l'utilisation des abaques nécessite un certain doigté de la part de l'opérateur, car il subsiste une certaine latitude dans la choix des courbes. Dans certains cas il est avantageux d'utiliser les relations:

$$\rho_a(r) = \rho_n + \sum \Delta \rho_a(r)$$

et

$$K(\lambda) = \frac{\rho_n - \rho_1}{2\rho_1} + \frac{1}{2\rho_1} \sum \int_0^{\infty} \frac{1}{r} \Delta \rho_a(r) J_1(\lambda r) dr$$

qui sont parfaitement équivalentes aux équations(87) et (88) mais qui permettent de faire intervenir la résistivité de la nième couche. Ce sera notamment le cas lorsque $\rho_n = 0$. Pour passer des fonctions $K(\lambda)$ aux fonctions $N(\lambda)$ on utilise l'équation(55).

Koefoed (1968) donne plusieurs abaques qui permettent l'approximation

$$\rho_a(r) = \sum \Delta \rho_a(r)$$

avec une somme de contributions partielles égale à $1/2 N(\lambda)$.

4. 7. 4 Détermination de la stratigraphie géoélectrique

Si par un moyen quelconque, on a pu passer de la courbe de résistivité apparente aux fonctions $K(\lambda)$ ou $N(\lambda)$ correspondantes, il est possible de déduire de ces dernières la stratification géoélectrique. En effet, ces courbes cumulent toute l'information relative au sous-sol et ne dépendent pas du dispositif de mesure utilisé. Par conséquent, on peut raisonner sur les fonctions caractéristiques de la même manière qu'on le fait sur les courbes de résistivité apparente à la différence près que ces fonctions peuvent être exprimées analytiquement de manière simple à l'aide des équations(60) et (63). On peut donc, sitôt que la succession des diverses couches est déterminée vérifier que la fonction caractéristique correspondante coïncide parfaitement avec la fonction caractéristique représentant le SE à interpréter. Naturellement, les principes d'équivalences et de suppression (§ 4.2.2 et 4.2.5) restent valables suivant le type de problème à résoudre on emploiera l'une ou l'autre des méthodes exposées ci-dessous.

Méthode de Pekeris

Pekeris (1940) considère la fonction $G(\lambda)$ qui est liée aux fonctions $K(\lambda)$ et $N(\lambda)$ par les relations suivantes:

$$G(\lambda) = K(\lambda) / 1 + K(\lambda) = N(\lambda) - 1 / N(\lambda) + 1$$

Pour les petites valeurs de t ou $1/\lambda$, $G(\lambda)$ s'approche asymptotiquement de

$$y_1 = k_1 e^{-2\lambda h_1}$$

Par conséquent, on peut déterminer les paramètres k_1 , c'est-à-dire ρ_1 et ρ_2 et la profondeur h_1 en faisant coïncider la première partie de la courbe $G(\lambda)$ avec une fonction de type $k \cdot e^{-2\lambda h}$. L'annexe IX est un abaque où l'on porte en abscisse $1/\lambda h = t \cdot h$ et en ordonnée $y/k = e^{-2\lambda h}$.

Les paramètres k_1 et h_1 étant connu, Pekeris enlève la première couche et réduit le problème à n couches à un problème à $n - 1$ couches. Pour cela, il établit la relation suivante:

$$G_{n-1}(\lambda) = - \frac{1}{k_1} \cdot \frac{y_1(\lambda) - G_n(\lambda)}{y_1(\lambda)/k_1^2 - G_n(\lambda)} \quad (89)$$

qui permet de trouver $G_{(n-1)}(\lambda)$ à partir de $G_n(\lambda)$ et de y_1 . Le procédé est répété jusqu'à ce que l'on obtienne une fonction $G_2(\lambda)$ relative au cas à 2 terrains.

Exemple

La figure 37 représente la fonction $G_3(\lambda)$ correspondant à la stratification $\rho_1 : \rho_2 : \rho_3 = 1 : 3 : 6$ avec $h_1 = 1 = 1/9 h_2$. En superposant la courbe $G_3(\lambda)$ à l'abaque de l'annexe IX on obtient pour la première couche les coordonnées $k_1 = 0,52$ soit avec $\rho_1 = 1, \rho_2 = 3,18$ et $h_1 = 1,05$.

On trace la courbe $y_1 = 0,52 e^{-2,1\lambda}$ qui permet de calculer $G_2(\lambda)$ au moyen de l'équation(89). La superposition de $G_2(\lambda)$ à l'abaque fournit $k_2 = 0,34$ et $h_2 - h_1 = 7,5$ soit $h_2 = 8,5$ au lieu de 9 qui est la valeur exacte. On constate que la coïncidence de $G_2(\lambda)$ avec y_2 n'est pas très bonne pour les petites valeurs de t . Cela provient de ce que dans la zone de séparation des courbes $G_3(\lambda)$ et y_1 la définition des valeurs est imprécise et par suite la valeur de $G_2(\lambda)$ l'est également.

Lorsque les fonctions caractéristiques sont obtenues par intégration directe de ρ_a , la fonction $G(\lambda)$ est donnée sous forme numérique. Dans ce cas, le calcul de $G_{(n-1)}(\lambda)$ peut se faire à l'aide d'un petit ordinateur de table et la précision devient largement suffisante.

Méthode de Koefoed

Dans la méthode de Pekeris la fonction $G(\lambda)$ s'approche asymptotiquement de $y_1 = k_1 e^{-2\lambda h_1}$. D'autre part, on avait

$$G(\lambda) = (N(\lambda) - 1) / (N(\lambda) + 1)$$

qui peut s'écrire $N(\lambda) = (1 + G(\lambda)) / (1 - G(\lambda))$

Par conséquent, pour les petites valeurs de $t = 1/\lambda$ la fonction $N_n(\lambda)$ s'approche asymptotiquement de la fonction

$$1 + y_1 / 1 - y_1$$

qui n'est rien d'autre que l'expression de la fonction caractéristique $N_2(\lambda)$ pour le cas à 2 terrains. A partir de cette fonction on construit facilement l'abaque à 2 terrains pour différentes valeurs du rapport ρ_2/ρ_1 (Annexe X). Pour l'interprétation à partir de la fonction caractéristique de King, Koefoed (1968) procède de manière analogue à Pekeris. L'enlèvement de la couche superficielle se fait au moyen de la relation suivante

$$N_{n-1}(\lambda) = \rho_1 / \rho_2 \frac{N_n(\lambda) - g}{1 - N_n(\lambda) \cdot g} \quad (90)$$

dans laquelle

$$g = \frac{1 - y_1 / k_1}{1 + y_1 / k_1} = \frac{1 - e^{-2\lambda h_1}}{1 + e^{-2\lambda h_1}} \quad (91)$$

On voit que g est l'expression de $N_2(\lambda)$ pour le cas où $k_1 = -1$, c'est-à-dire $\rho_2 = 0$ (courbe inférieure de l'annexe X).

Exemple

La figure 38 représente la fonction $N_3(\lambda)$ de l'exemple précédent. Pour interpréter cette courbe, on essaie de faire coïncider la partie gauche de la courbe avec une des courbes de l'abaque de l'annexe X. Cette opération permet de trouver $\rho_2/\rho_1 = 3$ et $h_1 = 1$. Sans déplacer la courbe $N_3(\lambda)$ par rapport à l'abaque on trace la courbe g_1 , ce qui permet de calculer $N_2(\lambda)$ au moyen de l'équation(90).

On superpose $N_2(\lambda)$ à l'abaque à 2 terrains (annexe X) dont la courbe $\rho_2/\rho_1 = 1,9$ convient et dont les coordonnées à l'origine sont: $\rho_2 = 3,2$ et $h_2 - h_1 = 7,8$ soit $h_2 = 8,8$. L'étude d'un grand nombre de cas montre que la méthode proposée par Koefoed est plus précise que celle de Pekeris. Cela se conçoit puisque le passage de $N_n(\lambda)$ à $N_{(n-1)}(\lambda)$ ne fait intervenir que des valeurs qui sont toujours bien définies dans la zone intéressée par la suite de l'interprétation.

Méthode de Vozoff

Cette méthode ne peut être mise en oeuvre qu'à l'aide d'une calculatrice électronique. En une première phase, Vozoff (1958) intègre numériquement les données de terrain de la manière examinée au § 4.5.3. En une deuxième phase, il fait coïncider analytiquement une fonction $N_n(\lambda)$ théorique avec la fonction $N_t(\lambda)$ ($N_t(\lambda)$ = fonction caractéristique déduite des mesures de terrain) en posant

$$\sum_{j=1}^m [N_n(\lambda_j) - N_t(\lambda_j)]^2 = C$$

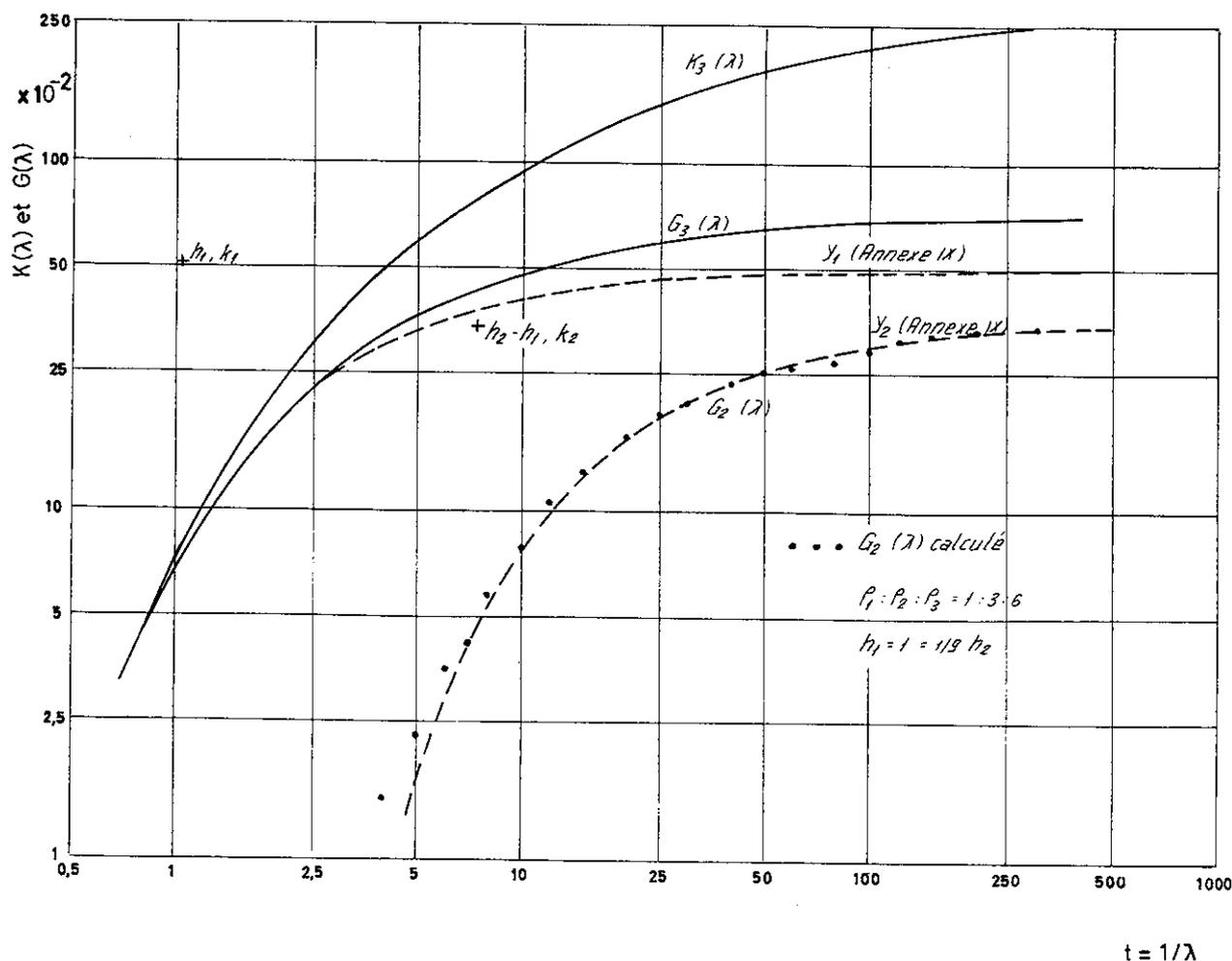


Figure 37

Le problème revient alors à faire varier C jusqu'à ce que sa valeur soit inférieure à une valeur donnée. Pour cela Vozoff utilise les méthodes "d'itération fonctionnelle" et "de pente la plus rapide" qui sont de purs procédés de calculs sur lesquels il n'y a pas lieu de s'arrêter. Au cours de son travail, Vozoff redécouvre le principe d'équivalence dont il prétend assez curieusement que ses effets se font rarement sentir dans la pratique. Cependant, cette méthode est essentiellement liée au principe d'équivalence puisque pour fonctionner elle exige que le nombre de couches soit fixé préalablement. Dès lors, un problème à n couches suppose la détermination de $2n - 3$ paramètres.

Il faut donc faire intervenir $2n - 3$ équations pour résoudre le problème complètement. Pratiquement, il apparaît qu'il y a intérêt à utiliser une redondance de valeurs de $N_n(\lambda)$.

Cette méthode, bien que rigoureuse, peut fournir plusieurs solutions ce qui est parfaitement en accord avec le principe d'équivalence.

Méthodes hybrides

Ces méthodes se fondent sur 2 remarques. Premièrement, aux faibles valeurs de t (respectivement de r) correspondent les couches superficielles et inversément. Deuxièmement, et en tenant compte des restrictions dues au principe d'équivalence, il arrive souvent que l'on puisse déduire de la courbe de résistivités apparentes les valeurs des résistivités spécifiques ainsi qu'un nombre minimum de couches. Dans ces conditions, le nombre de paramètres peut être considérablement réduit. On pourra par exemple, interpréter un cas à 4 terrains en utilisant les abaques à 3 terrains pour les petites valeurs de r , ce qui permet de déterminer $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, h_1$ et h_2 . Il ne reste plus qu'à trouver la valeur de h_3 . Pour cela on calcule $N_4(\lambda)$ au moyen des procédés exposés plus haut.

En égalant l'expression de $N_4(\lambda)$, après y avoir introduit les données connues, à sa valeur correspondant à une valeur particulière de λ judicieusement choisie, on trouve facilement h_3 . Le contrôle est aisé, puisqu'il suffit de s'assurer que la

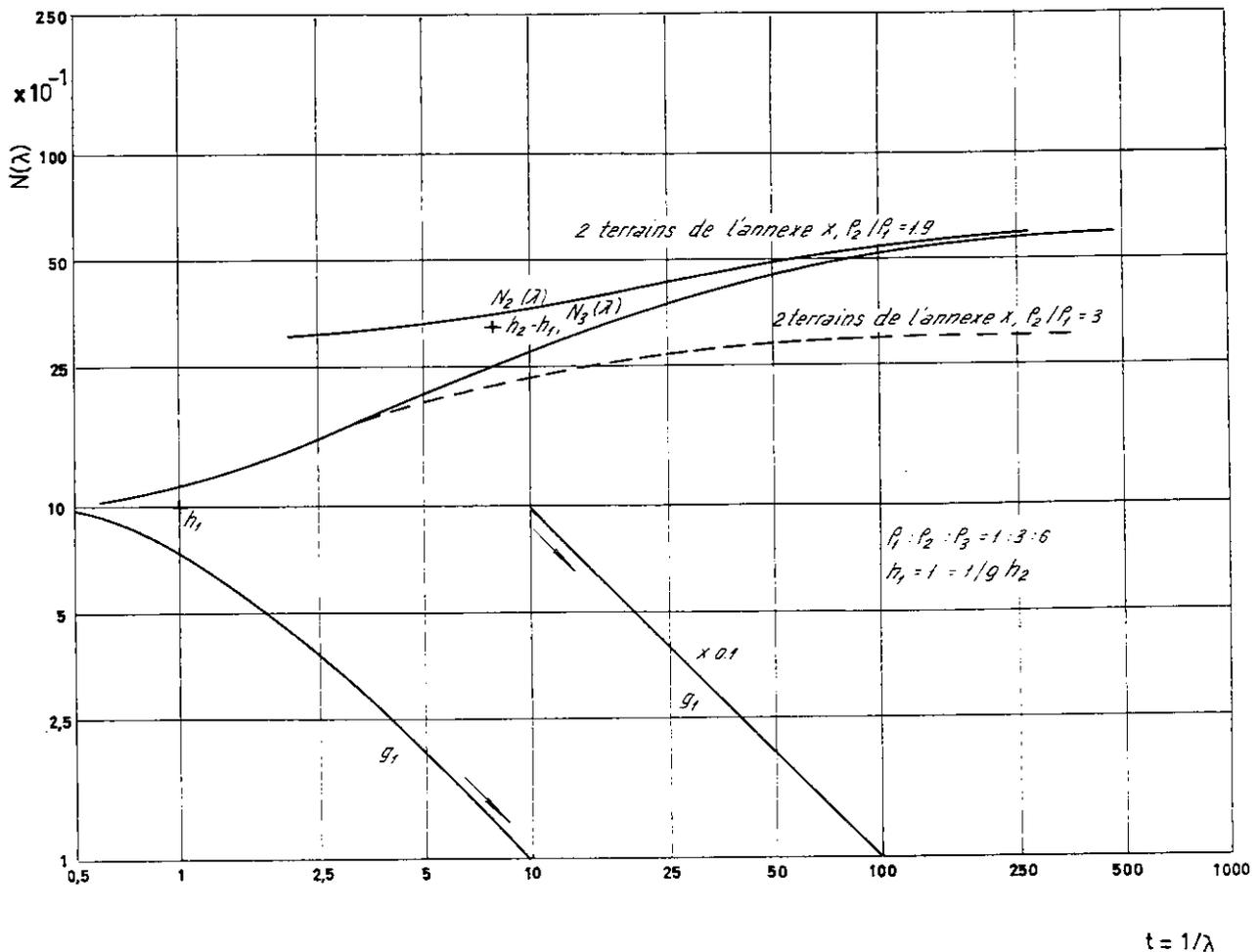


Figure 38

stratification géoélectrique ainsi définie est bien représentée par une courbe $N_4(\lambda)$ déduite de la courbe $\rho_a(r)$. Lorsque 2 ou même 3 paramètres doivent être déterminés, on obtient un système à 2 ou à 3 inconnues qui peut encore être résolu "à la main".

Certaines associations de résistivités permettent d'abrégier les calculs. Cela se produit notamment lorsque k_1 et k_n sont de signes opposés et que la valeur de k_n/k_1 est plus grande que 1 en valeur absolue. Dans ce cas, la fonction $N_n(\lambda)$ passe par 1 et l'on a, en faisant $N_n(\lambda) = 1$ dans l'équation 55, $K(\lambda) = 0$ pour une certaine valeur de λ . Les calculs se simplifient puisqu'il suffit alors d'annuler le numérateur de l'équation (60), soit $P_n(\lambda) = 0$.

Exemple

La courbe ρ_a représentée sur la figure 39 coupe l'axe $\rho_a = 1$ et par conséquent la fonction $N_n(\lambda)$ le coupe également et la méthode s'applique.

L'analyse de la courbe montre que l'on a au moins 4 terrains. Pour l'interpréter on commence par interpréter la partie gauche de la courbe au moyen d'un abaque à 3 terrains. La famille 1 : 10 : 2,5 permet de déterminer $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 10$, $\rho_3 = 2,5$, $h_1 = 1$ et $h_2 = 6$ ($\rho_4 = 0,1$ se lit sur la courbe). On calcule la fonction $N_4(\lambda)$ qui coupe l'axe $N_n(\lambda) = 1$ pour $t = 125$ soit pour $\lambda = 0,008$.

En introduisant les diverses valeurs connues dans

$$k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda h_2} + k_3 e^{-2\lambda h_3} + k_1 k_2 k_3 e^{-2\lambda (h_3 - h_2 + h_1)} = P_4(\lambda) = 0$$

on trouve $h_3 = 32$.

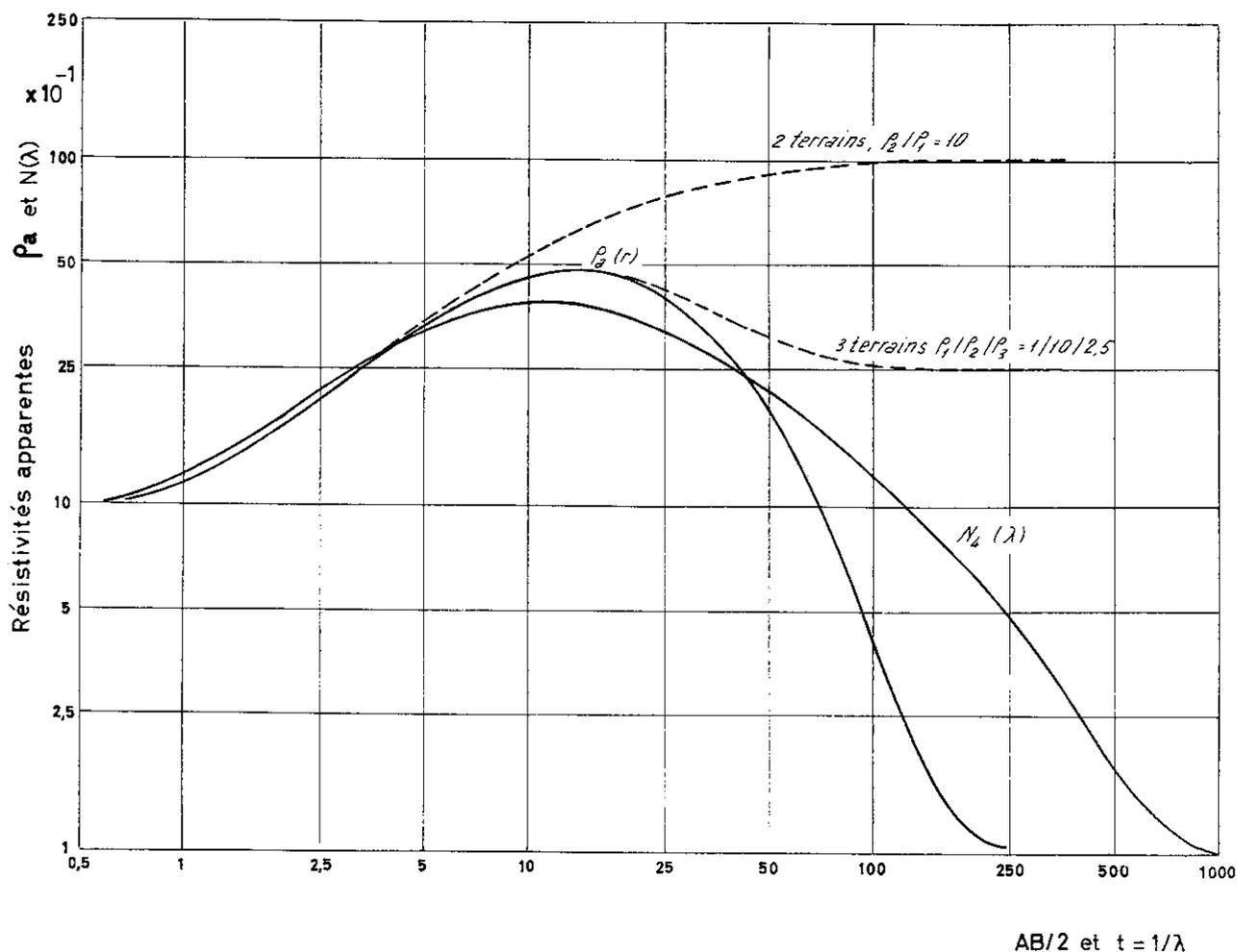


Figure 39

Si le calcul de $N_n(\lambda)$ à partir de ρ_a se fait par ordinateur il suffit de calculer 2 valeurs de $N_n(\lambda)$ dans le voisinage de l'intersection avec $N_n(\lambda) = 1$ et d'interpoler linéairement pour trouver la valeur de λ cherchée.

Comme on le voit, ce type de méthode convient bien lorsque tous les paramètres moins 1 ou 2 sont connus. On peut par exemple étudier les variations d'épaisseurs d'une intercalation de résistivité connue ou les variations de profondeur de l'imperméable d'une formation aquifère.

4.8 Conclusions sur les méthodes d'interprétation

Il ne fait de doute que pour l'interprétation de problèmes à 2, 3 voir 4 terrains, les méthodes d'interprétation par superposition sont de loin les plus adéquates et également les plus rapides. Pour les cas à 3 terrains, les courbes modèles dont on dispose actuellement permettent d'interpréter pratiquement tous les cas possibles. Pour 4 terrains, un catalogue restreint aux cas qui se rencontrent le plus fréquemment doit contenir au moins quelques 10'000 courbes modèles. Lorsque l'on a affaire à des problèmes comportant plus de 4 terrains, il devient nécessaire de calculer des courbes modèles de cas en cas. Cependant, ce calcul ne se justifie pas du point de vue économique pour un petit nombre de courbes. Pour l'interprétation d'un nombre limité de SE on a avantage, dans ce cas à recourir à l'interprétation directe.

Les méthodes d'interprétation par superposition et les méthodes directes sont en quelque sorte complémentaires. Les premières exigent un effort initial important pour le calcul des courbes modèles, effort qui est compensé ultérieurement par la rapidité d'emploi qui en résulte.

Avec les méthodes directes, chaque interprétation peut être qualifiée de laborieuse, mais est susceptible d'être entreprise pour l'interprétation d'un seul SE. De plus, elles présentent un avantage spécifique. En effet, les fonctions caracté-

ristiques ne dépendent pas de la façon dont les mesures sont exécutées et l'on peut interpréter des SE obtenus avec des dispositifs de mesure absolument quelconques. Cet avantage est particulièrement intéressant pour les mesures sous-marines pour lesquelles on ne dispose pas d'un matériel d'interprétation aussi étendu que pour les mesures de surface. Dans ce cas, on part de l'expression du potentiel tel qu'il est donné par l'équation(53) le reste de l'interprétation étant sensiblement analogue à ce qui a été examiné au § 4.5.4.

Finalement, c'est à l'interprète de choisir la méthode la mieux adaptée au problème qu'il doit résoudre.

DEUXIEME PARTIE

Etude géoélectrique du Klettgau suisse

Chapitre 5

Introduction

5.1 *Cadre géographique*

Le Klettgau qui s'appuie sur les derniers contreforts sud-est de la Forêt Noire appartient au canton de Schaffhouse. Il s'agit d'une vallée dans laquelle on pénètre par le verrou de Neuhausen et qui rejoint en s'élargissant la vallée de la Wutach, quelques 20 km plus au sud-ouest. La partie médiane, au relief peu accusé, est vouée à l'agriculture alors que sur les flancs et plus particulièrement sur la rive droite on s'adonne à la culture de la vigne qui produit les vins fameux de Hallau et de Siblingen. Aucune rivière ne traverse le Klettgau qui apparaît comme une vallée fossile séparée du Rhin par un barrage naturel qui l'isole de la ville de Schaffhouse.

5.2 *Aperçu géologique (planche 1)*

La vallée du Klettgau est entaillée dans une série isoclinale qui plonge faiblement vers le Sud-Sud-Est. Ainsi, les alluvions reposent du Sud-Est au Nord-Ouest sur des terrains de plus en plus anciens. On observe sur les affleurements en bordure de la vallée plusieurs failles qui peuvent perturber la régularité de ce plongement vers le Sud-Sud-Est.

Lorsque l'on se déplace de Koblenz, lieu de confluence de l'Aar, du Rhin et de la Wutach en direction de Schaffhouse on observe d'abord les formations du Trias moyen représentées par les calcaires à entroques du Muschelkalk (50 m.). Ces derniers sont recouverts par les marnes et dolomies de la Lettenkohle peu épaisses (4 à 6 m.). Le Trias supérieur assez épais, est bien visible sur la rive gauche de la Wutach. Il comprend de bas en haut un faciès gypseux d'environ 70 m. d'épaisseur puis un faciès argileux un peu moins épais. Le Trias est surmonté par le Lias essentiellement marneux à l'exception du Lias moyen représenté par un mince horizon calcaire. Du Lias supérieur on passe sans limite nette aux marnes argileuses du Dogger inférieur (Opalinus-Ton) que l'on peut observer sous le village de Siblingen. Cette dernière formation relativement épaisse (60 à 70 m.) se distingue bien du Dogger supérieur (50 à 60 m.) dans lequel alternent les couches de marnes et de calcaires. A partir de Löhningen et en direction de Schaffhouse la vallée s'encaisse dans les calcaires du Malm.

Des graviers divers comblent partiellement la vallée du Klettgau. Ces graviers, qui peuvent atteindre localement plus d'une centaine de mètres, sont fréquemment masqués par des löss ou des cônes de déjection.

5.3 *Buts de l'étude géoélectrique*

Depuis de nombreuses années, les divers villages du Klettgau s'alimentent en eaux potables dans la nappe profonde localisée dans les graviers (voir planche 1). Or, le développement des activités humaines a provoqué un abaissement graduel du niveau hydrostatique de la nappe. Comme la plupart des installations de pompage ne descendent que de quelques mètres dans la nappe il devenait nécessaire de trouver de nouvelles ressources en eaux. En vue de l'accroissement des débits on pouvait soit approfondir les puits existants ou créer de nouvelles installations. Cette dernière solution ayant été retenue il fut décidé de faire précéder la campagne de forages de reconnaissance d'une étude géophysique afin de circonscrire des zones où l'épaisseur de l'aquifère est grande par rapport à celle des terrains secs sus-jacents.

Le choix d'une méthode s'est porté sur la géoélectricité en raison du fait que le plancher imperméable est constitué par les formations marneuses du Keuper et du Dogger, beaucoup plus conductrices que les formations graveleuses aquifères ou non qui les surmontent. D'autre part, compte tenu des dimensions de la surface à prospecter et des moyens financiers disponibles, la méthode géoélectrique était sans conteste la mieux adaptée.

Exécution des mesures

6.1 Technique utilisée

La technique utilisée a été exclusivement celle du sondage électrique de type Schlumberger. Pour ces mesures, dont les principes généraux ont été exposés dans la première partie de ce travail, les distances maximum entre les électrodes d'envoi de courant A et B étaient de l'ordre de 2 km. Pour ces distances, les courbes de résistivités apparentes étaient établies par une cinquantaine de points de mesure. De manière à s'approcher le plus possible des conditions théoriques du sondage électrique Schlumberger le rapport AB/MN n'était jamais inférieur à 5 et atteignait généralement 20 avant qu'un nouveau débrayage soit nécessaire. Les différents tronçons de courbe correspondant à diverses valeurs de MN (dans le cas présent: 0,6, 2, 8, 20, 80 et 240 mètres) étaient raccordés à vue comme cela se fait généralement (Compagnie Générale de Géophysique, 1955).

Pour les mesures de différences de potentiels nous avons utilisé un amplificateur électronique à haute impédance d'entrée (plus de 10 mégohms) avec une sensibilité de l'ordre du microvolt. Les mesures de potentiels étaient extrêmement aisées en raison de l'activité tellurique remarquablement faible régnant dans cette région.

Le courant du circuit AB était fourni par un convertisseur statique de 250 W alimenté par accumulateurs de 12 volts. La surface du sol étant souvent constituée par des löss très conducteurs, des intensités de 1 A. étaient souvent obtenues avec 100 volts déjà, alors que la tension maximale du convertisseur atteint 500 volts.

Pour chaque configurations d'électrodes, la différence de potentiel entre M et N et l'intensité exprimées respectivement en millivolts et milliampères permettaient de calculer la valeur de la résistivité apparente en ohms-m au moyen de la formule(12) avec

$$k_s = \frac{\pi}{MN} \left[\left(\frac{AB}{2} \right)^2 - \left(\frac{MN}{2} \right)^2 \right]$$

6.2 Déroulement des mesures

La campagne géophysique s'est déroulée en 2 temps. En une première phase, les mesures ont été concentrées sur un profil perpendiculaire à la vallée passant par Hallau et Osterfingen (voir planche 1). L'interprétation des 21 sondages électriques qui y furent exécutés permit l'implantation d'un forage au point de coordonnées 282580/677250. L'imperméable, constitué par des marnes sableuses du Keuper, fut rencontré à la cote 337 m. alors que les prévisions géophysiques le situait à la cote 312 m. Par rapport aux 80 mètres de recouvrement l'erreur est donc de l'ordre de 30%. Ce forage de test servit à définir divers paramètres tels, résistivité des graviers aquifères, résistivité de l'eau de la nappe, niveau hydrostatique, etc. qui permirent la réinterprétation des mesures exécutées lors de la première phase ainsi que l'élaboration de un programme d'investigations étendu à l'ensemble de la région à étudier.

Au cours du déroulement de ce programme on exécuta 70 SE numérotés de 101 à 170. A l'issue de cette campagne il fut possible d'implanter 6 nouveaux forages de reconnaissance. A l'exception d'un forage situé au sud-est de Neunkirch, zone où les mesures géoélectriques étaient perturbées par le chemin de fer, l'erreur sur les déterminations de l'épaisseur des couches est inférieure à 15%.

Tous les SE de cette campagne sont donnés numériquement à la table 1. Les valeurs de r sont en progression géométrique de raison 2 avec une valeur initiale de r égale à 1.

Interprétation des mesures

7.1 Echelle des résistivités

La prospection électrique d'une aire à étudier débute généralement par l'exécution de SE d'étalonnage, c'est-à-dire de SE placés en des points où la coupe des terrains est connue. Ces différents tests permettent l'établissement d'une échelle des résistivités spécifiques qui est absolument indispensable pour réaliser une interprétation valable des diagrammes de SE ainsi que pour relier les paramètres géophysiques aux caractéristiques géologiques des formations investiguées.

Ces tests nous ont conduits à adopter l'échelle ci-dessous dans laquelle n'interviennent que les formations intéressées par les SE.

Formations	Résistivités en ohm-m
Quaternaire	
1. Altération superficielle; toutes les formations géologiques présentent une altération superficielle. Généralement, la résistivité spécifique de la zone altérée est plus faible que celle du milieu sain.	dépend de la formation considérée
2. Loess et limons loessiques; masse à prédominance argileuse contenant des grains anguleux de quartz et de feldspath avec une teneur en carbonates de calcium supérieure à 10%.	10 à 50
3. Cônes de déjection; ils sont généralement de faibles épaisseurs (de l'ordre de 20 mètres) et recouvrent les dépôts de löss.	60 à 250
4. Gravieres "supérieurs"; il s'agit de graviers sableux à éléments alpins, faiblement cimentés. Localement, ces graviers s'enrichissent en éléments calcaires.	800 à 1500
5. Gravieres "inférieurs"; ces graviers constituent la masse principale du matériel quaternaire qui remplit la dépression du Klettgau. Ils sont essentiellement représentés par des éléments alpins. On observe une forte cimentation qui se traduit par des valeurs élevées de la résistivité spécifique.	2500 à 3000
6. Gravieres aquifères; la présence d'une nappe provoque une baisse importante de la résistivité spécifique des graviers secs. Cette baisse est d'autant plus importante que la porosité est grande, la cimentation petite et la résistivité de l'eau de la nappe faible.	
Pour les graviers "supérieurs"	300 à 500
Pour les graviers "inférieurs"	700 à 1000
Substratum rocheux	
7. Dogger inférieur et Lias supérieur. En raison du pendage des couches vers le sud-est, c'est le Dogger inférieur qui constitue la formation la plus récente qui intervienne en tant que substratum imperméable. Il faut y rattacher les quelques mètres de marnes du Lias supérieur.	20 à 40
8. Lias moyen; généralement, étant donné sa faible épaisseur, le Lias moyen ne joue aucun rôle dans notre étude. Toutefois, il peut arriver que le Lias moyen soit en contact avec les graviers aquifères. Dans ce cas, les calcaires liasiques ne peuvent être distingués des graviers et l'épaisseur attribuée à ces derniers est un peu trop grande.	300 à 400

- | | | |
|-----|--|-------------------|
| 9. | Lias inférieur et Keuper argileux; le Lias inférieur marneux se confond avec le Keuper argileux. | 8 à 25 |
| 10. | Keuper gypseux; il n'y a pas de limite nette entre le Keuper argileux et le Keuper gypseux. De plus, il existe probablement un passage latéral de l'un à l'autre. | 40 à 120 |
| 11. | Muschelkalk supérieur: le Muschelkalk comprend de haut en bas, la "Grenzdolomit" qui ne présente aucune importance du point de vue géoélectrique en raison de sa faible épaisseur, le "Trigonodusdolomit" et le "Haupt-Muschelkalk". Le Muschelkalk supérieur intervient rarement dans notre étude. Il est presque partout dissimulé par des formations plus récentes. Cependant, les quelques 50 mètres de calcaires dolomitiques du Muschelkalk supérieur représentent la seule formation résistante du substratum et constituent à ce titre un horizon repère qui facilite l'interprétation et permet certains contrôles (§ 4.4.4). | supérieures à 700 |

Finalement, il apparaît de la considération de cette échelle que les graviers aquifères, intéressants du point de vue hydrologique, se distinguent bien, tant du substratum, à l'exception des zones de contact direct avec le Muschelkalk supérieur, que des formations surimcombantes, généralement, des graviers secs.

7.2 Types de courbes obtenues

A l'exception des mesures de test effectuées sur affleurements qui constituent, en principe un cas à 2 terrains (formation altérée reposant sur la formation saine) la plupart des SE sont de type dit "en cloche". Cependant, d'après la nature du substratum on peut distinguer 3 types principaux.

1. Les graviers reposent sur le Dogger, le Lias ou le Keuper argileux

Les diagrammes représentés à la figure 40 permettent de reconnaître aisément la présence d'au moins 3 terrains. La partie gauche des courbes correspond aux löss pour le SE 149 et aux matériaux d'un cône de déjection pour le SE 140. Le complexe graveleux se marque par la "bosse" médiane des diagrammes alors qu'à droite ceux-ci tendent vers des valeurs faibles de la résistivité apparente lesquelles correspondent au substratum.

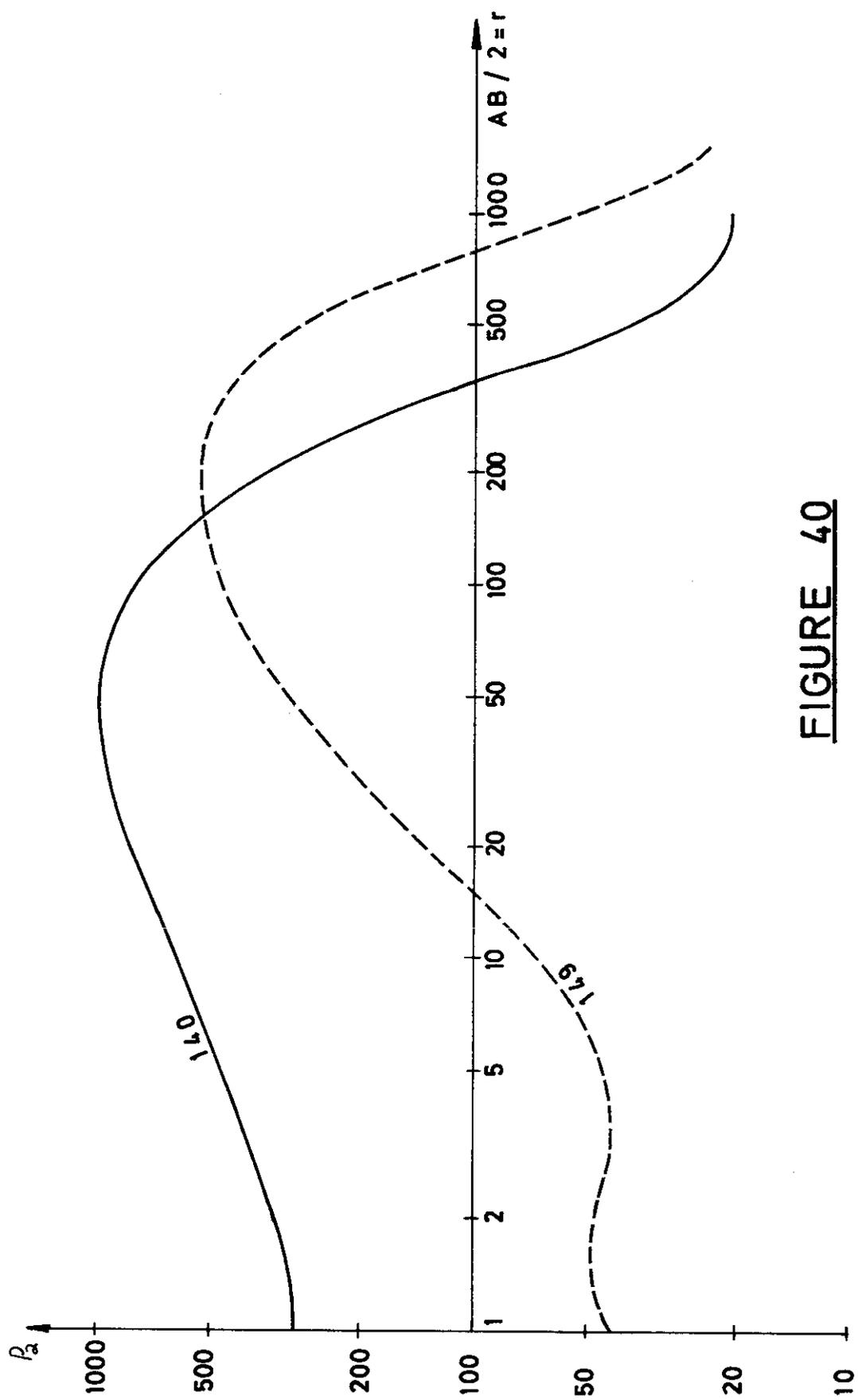
2. Les graviers reposent sur le Keuper gypseux

Les diagrammes ont encore à peu près la même allure pour les petites valeurs de r (figure 41). Pour les grandes valeurs de r , on observe d'abord un minimum puis les résistivités apparentes tendent vers des valeurs élevées. Le minimum correspond au Keuper gypseux alors que la montée finale s'effectue sur le Muschelkalk dont il est aisé de calculer la profondeur.

3. Les graviers recouvrent directement le Muschelkalk

Dans ce cas, puisque les résistivités des 2 formations en présence sont du même ordre, il est très difficile de déterminer la profondeur de la base des graviers aquifères. D'ailleurs, en supposant la position du toit du Muschelkalk, connue par des sources extérieures, les profondeurs trouvées ne constituent qu'un minimum puisque le Muschelkalk peut être érodé. D'autre part, les diagrammes de ce type (figure 42) présentent pour les grandes valeurs de r une légère dépression que l'on peut attribuer soit aux graviers aquifères, soit à la présence d'une mince couche de Keuper gypseux (dans ce dernier cas la référence à la position du toit du Muschelkalk est valable) ou à une combinaison des deux.

Dans ces conditions, l'interprétation de ce type de courbes est délicate. Fort heureusement, leur nombre est restreint.

FIGURE 40

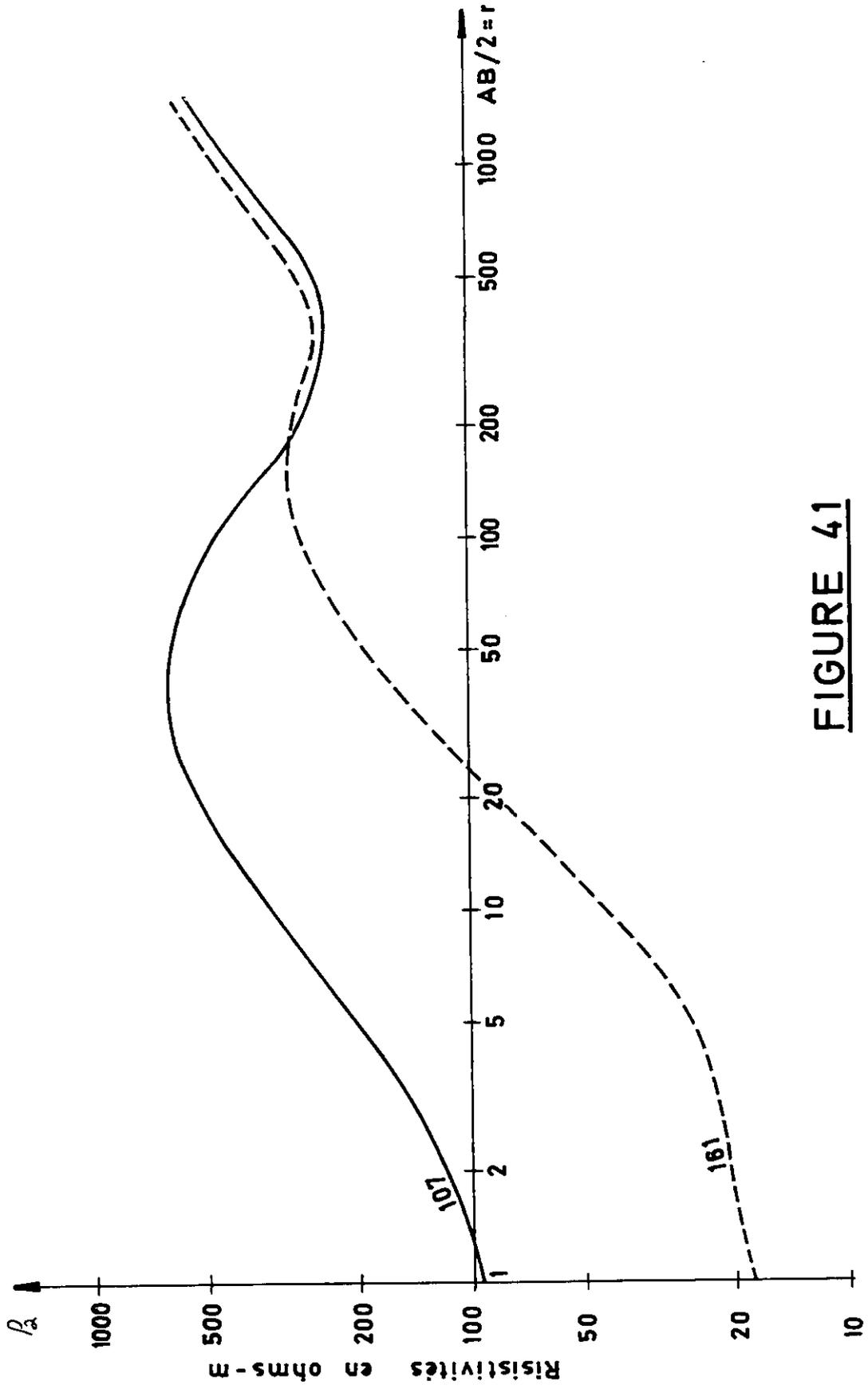


FIGURE 41

7.3 Possibilités des SE, problèmes particuliers

Bien que la présence d'eau dans une formation poreuse provoque une baisse sensible de la résistivité spécifique, rares sont les courbes obtenues qui permettent d'identifier la présence d'une nappe aquifère. Ce phénomène qui illustre bien le principe de suppression (§ 4.2.5) est dû au fait que la tranche d'eau est du même ordre de grandeur que l'épaisseur des graviers secs, surincombants. Dès lors, les graviers aquifères ne provoquent qu'une translation de la branche descendante des diagrammes sans en altérer la forme générale qui s'écarte peu ou pas d'une courbe à 3 terrains (Gilliand, 1967). L'interprétation avec un schéma à 3 terrains est généralement peu satisfaisante car elle conduit à considérer l'ensemble graviers secs et graviers aquifères comme une seule couche caractérisée par une résistivité moyenne intermédiaire entre celle des graviers secs et celle des graviers aquifères. (Notons que cette technique permet de calculer la valeur de la résistance transversale d'un certain ensemble de couches puis l'établissement de carte de la résistance transversale. Cependant, seule la connaissance des valeurs exactes de résistivités spécifiques des couches élémentaires permet une interprétation quantitative). Si la surface topographique n'est pas horizontale, l'interprétation peut conduire dans ce cas à une inversion du relief du plancher imperméable. En effet, considérons la figure 43, sur laquelle on voit à gauche des graviers situés en majeure partie au-dessus du niveau de la nappe aquifère alors qu'à droite les graviers aquifères prédominent. Les SE correspondant à ces deux cas ne diffèrent guère et leur interprétation avec une valeur moyenne de 1'600 ohm-m caractérisant l'ensemble des graviers conduit à des résultats erronés, sauf dans la partie médiane du profil. Ceci provient essentiellement du fait que la valeur de la "résistivité moyenne" ne peut se déduire de la morphologie de la courbe puisqu'elle dépend en premier lieu de la position du niveau de la nappe laquelle est inconnue a priori.

L'analyse rigoureuse à l'aide de courbes modèles à 4 terrains montre que pour résoudre de façon satisfaisante et en ne se fondant que sur les données déduites du diagramme de SE le problème "hydrologique", l'épaisseur des graviers aquifères doit être au moins de 3 à 6 fois plus grande que celle des graviers secs suivant la résistivité spécifique du terrain de couverture.

Par conséquent, lorsque cette condition n'est pas réalisée, il est indispensable de connaître a priori le niveau de la nappe.

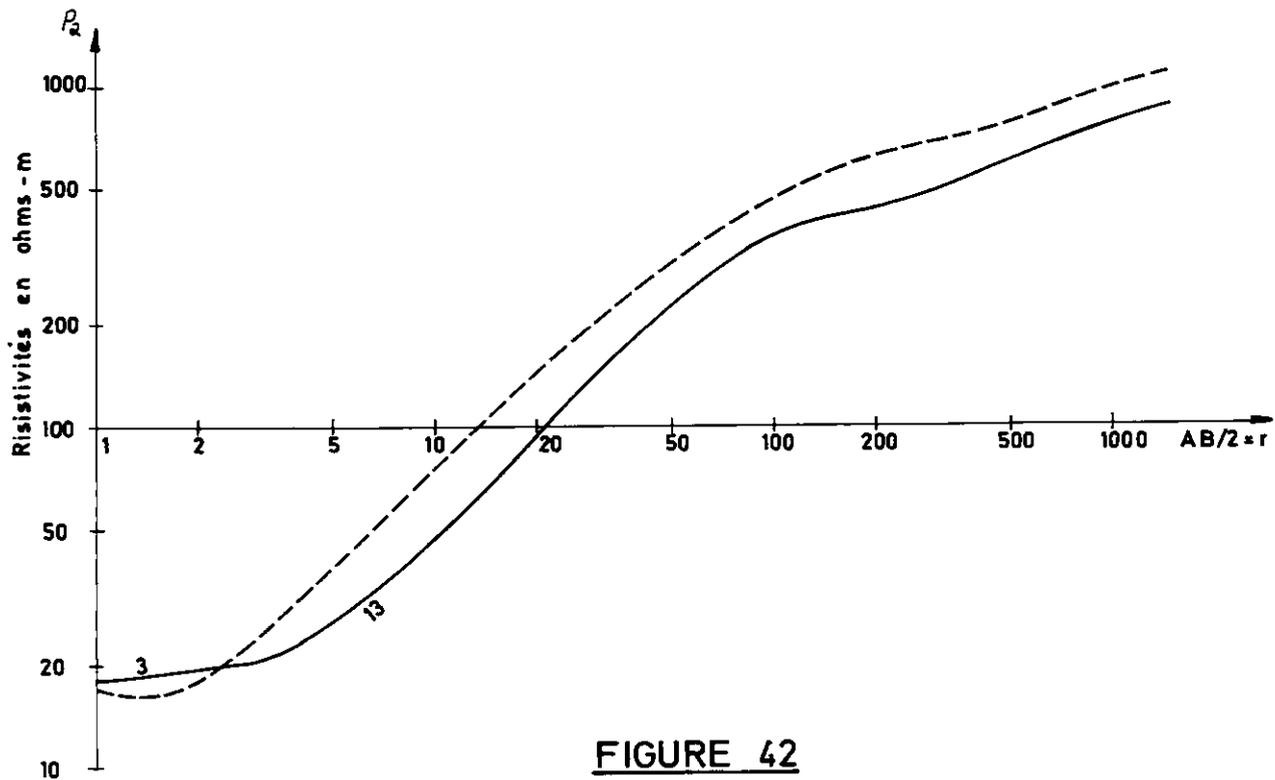
Dans le cas qui nous occupe, les graviers aquifères atteignent au maximum 3 fois l'épaisseur des graviers secs. De plus, le terrain de surface est constitué sur la majeure partie de la superficie investiguée par des löss très conducteurs. Par conséquent, les diagrammes de SE ne s'écartent qu'exceptionnellement de courbes à 3 terrains. Lors de notre première interprétation des SE 1 à 21 la position du niveau de la nappe avait été estimée sur la base de données déjà anciennes. Le premier forage a montré que le niveau d'eau était en fait plus bas que nous le pensions et c'est pourquoi notre interprétation donnait des profondeurs trop grandes. Pour la suite de l'étude nous avons établi une carte hypsométrique du niveau de la nappe à partir du forage 1 et d'autres forages situés à Beringen et plus en aval, sur territoire allemand. Etant donné l'effet amplificateur des variations du niveau de la nappe sur la détermination de la position de l'imperméable, l'altitude des SE a également été définie avec précision (à 0,5 m. près).

À côté des difficultés qui viennent d'être mentionnées, l'interprétation correcte de ce type de SE suppose la résistivité des graviers secs connue avec une précision suffisante. Or, étant donné le contraste de résistivités très élevé existant entre les löss et les graviers secs la résistivité de ces derniers ne peut pas, généralement, être déduite de la courbe au moyen de l'abaque à 2 terrains comme cela se fait ordinairement (§ 4.4.2). Nous avons donc été contraints de faire ces déterminations de manière indirecte. Pour cela, un grand nombre de mesures de test ont été faites dans toutes les gravières ouvertes dans la région. Lorsque les gravières faisaient défaut, nous avons recouru aux techniques exposées aux paragraphes 4.4.2/3 et 4.4.2/4. À l'issue de ce travail, nous avons pu établir une carte des résistivités spécifiques des graviers secs. Cette carte montre que du point de vue géoélectrique on a affaire à 2 types de graviers que nous avons appelés graviers "inférieurs" et "supérieurs", ces derniers reposant sur les premiers.

7.4 Résistivité spécifique des graviers aquifères

La détermination de la résistivité spécifique des graviers aquifères est difficile car ces derniers sont partout dissimulés par une épaisseur importante de graviers secs. Cependant, quelques gravières ont été exploitées pratiquement jusqu'au niveau de la nappe. Des SE exécutés en fond de gravière nous ont permis de déduire des valeurs de la résistivité spécifique de l'ordre de 900 et 450 ohm-m. pour des graviers aquifères dont les résistivités sont respectivement de l'ordre de 2500 et 1200 ohm-m. lorsqu'ils sont hors de l'eau. Bien que l'on ne puisse pas démontrer l'existence d'une relation simple entre la résistivité des graviers secs et celle des graviers aquifères nous avons admis, faute de mieux, un rapport entre graviers secs et graviers aquifères de 2,5 à 2,7. Le calage des SE sur le forage de reconnaissance 1 (§ 6.2) a permis de vérifier la validité de ce choix.

D'autre part, la résistivité de l'horizon aquifère est dépendante de la résistivité de l'eau de la nappe. (§ 1.4). L'analyse de 16 échantillons d'eau provenant de divers points répartis sur l'ensemble de la région a montré que la résistivité de l'eau de nappe varie entre 15 et 19 ohm-m. Compte tenu de la précision à attendre de la méthode géoélectrique, on peut admettre que la résistivité de l'eau de nappe est constante.



7.5 Interprétation des sondages électriques

Dans ce qui précède et notamment aux paragraphes 7.2 et 7.3 nous avons indiqué qu'un certain nombre de courbes de SE avaient l'allure de courbes à 3 terrains. Nous aurions pu interpréter ces SE en utilisant la méthode de superposition (§ 4.4), laquelle nous aurait fourni la valeur de la résistance transversale du complexe graviers secs – graviers aquifères. De cette valeur on aurait déduit facilement, connaissant l'épaisseur et la résistivité des graviers secs, l'épaisseur des graviers aquifères, par simple application de la formule 23). Pour les diagrammes de SE où la présence de plus de 3 terrains est évidente, nous aurions dû calculer un certain nombre de courbes modèles. Nous avons préféré utiliser une méthode d'interprétation directe qui présente les avantages suivants:

- la méthode directe est plus générale et permet l'interprétation de courbes quelconques,
- le travail d'interprétation peut être rationalisé,
- le calcul de courbes modèles à plus de 3 terrains est évité,
- possibilité de calculer plusieurs variantes (principe d'équivalence) parmi lesquelles on choisit celle qui "colle" le mieux avec la géologie.

7.5.1 Schématisation du problème

Pour la mise en oeuvre d'une méthode directe nous avons schématisé le problème géologique de la manière qui est indiquée sur la figure 44.

Les données nécessaires à l'interprétation se définissent comme suit:

Paramètres

Résistivité de la couche superficielle ρ_1

Cette valeur se déduit directement de la courbe de SE selon la technique exposée aux § 4.4.1 et 4.4.2

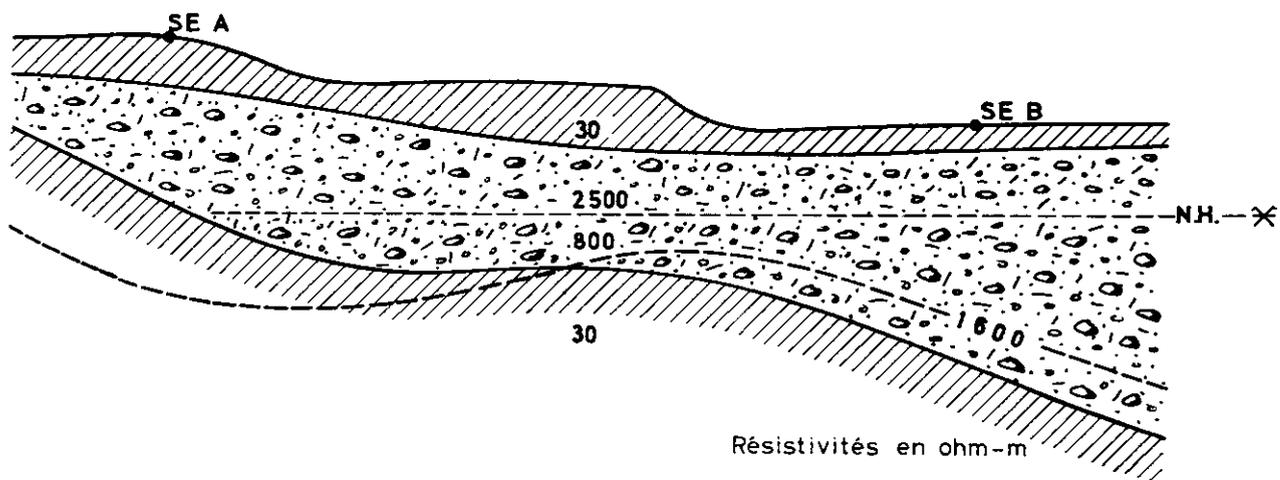


FIGURE 43

Résistivité des graviers "supérieurs" ρ_2

La résistivité spécifique de ces graviers est lue sur la carte établie à cet effet (§ 7.3).

Résistivité des graviers "inférieurs" ρ_3

Lorsque ces graviers sont directement en contact avec la couche de couverture, la résistivité spécifique se lit de façon analogue à la résistivité ρ_2 . Au contraire, s'ils sont dissimulés par une certaine épaisseur de graviers "supérieurs", la valeur de la résistivité doit être estimée par interpolation à partir de valeurs connues latéralement.

Résistivité des graviers aquifères ρ_4

Lorsque les graviers inférieurs sont subaffleuants, la résistivité des graviers aquifères est une fraction de celle des graviers "inférieurs" (§ 7.4). Si ces derniers sont recouverts par des graviers "supérieurs" 2 cas doivent être envisagés. Premièrement, les graviers "supérieurs" n'atteignent pas le niveau d'eau et l'on revient au cas précédent. Deuxièmement, la profondeur des graviers "supérieurs" est plus grande que celle du niveau d'eau. Dans ce cas, toutes les combinaisons des résistivités des graviers "supérieurs" et "inférieurs" aquifères sont possibles. On se bornera alors à introduire dans les calculs une valeur de résistivité moyenne qui permet de caractériser les graviers aquifères par leur résistance transversale. En se fondant sur des considérations purement géologiques, on peut ultérieurement, en s'aidant de coupes, procéder à un ajustement des résistivités et des épaisseurs par simple application de la formule(23).

Résistivité du substratum ρ_5

Par substratum on entend le plancher imperméable caractérisé par des valeurs faibles de la résistivité spécifique. Généralement, cette valeur correspond à l'asymptote à droite des courbes (figure 40). Pour les courbes qui présentent une remontée de la branche terminale, la valeur de ρ_5 est estimée à partir de l'allure plus ou moins accentuée du minimum (fig. 41).

Profondeur de la première couche h_1

Cette profondeur se déduit directement de la courbe de SE (§ 4.4.1 et 4.4.2).

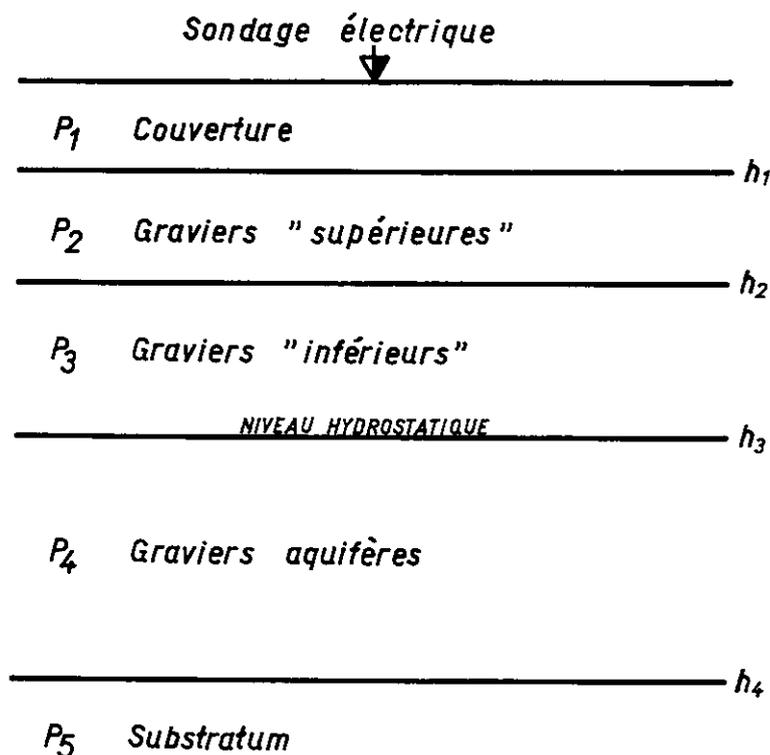


FIGURE 44

Profondeur de la troisième couche h_3

Cette profondeur correspond au niveau hydrostatique. Cette valeur est lue directement sur la carte hypsométrique (§ 7.3).

Inconnues

Profondeur de la deuxième couche h_2

Il s'agit de la détermination de la limite entre les graviers "inférieurs" et "supérieurs". Cette détermination n'a de sens que si cette limite se trouve au-dessus du niveau hydrostatique (voir paragraphe consacré à la résistivité des graviers aquifères). Lorsque les graviers "supérieurs" n'existent pas, il suffit de faire dans les calculs $h_2 = h_1$.

Profondeur de la quatrième couche h_4

C'est la profondeur du plancher imperméable.

7.5.2 Interprétation proprement dite

Dans la première partie de ce travail nous avons montré que les courbes représentatives des fonctions caractéristiques de King (§ 4.5.1) présentent une grande similitude avec les diagrammes de SE correspondant à la même stratigraphie géoélectrique. Nous avons également décrit des méthodes qui permettent de déduire cette dernière des fonctions caractéristiques expérimentales (§ 4.5.4). Dans le cas de cette étude le problème est relativement plus simple puisqu'il suffit de déterminer 2 inconnues au maximum (§ 7.5.1). Dès lors, l'interprétation s'est déroulée de la manière suivante:

1. Sélection des diagrammes de SE dont la forme n'indique aucune perturbation (rayons de courbure trop petits, pentes anormales, etc.); c'est-à-dire que ces SE sont susceptibles a priori de satisfaire aux conditions fondamentales du SE.
2. Les courbes retenues sont définies par une succession de valeurs acutelles de ρ_a allant de ρ_1 à ρ_5 . Pour les SE qui ne présentent pas d'asymptote horizontale à droite (distance r insuffisante ou remontée sur une formation résistante) la

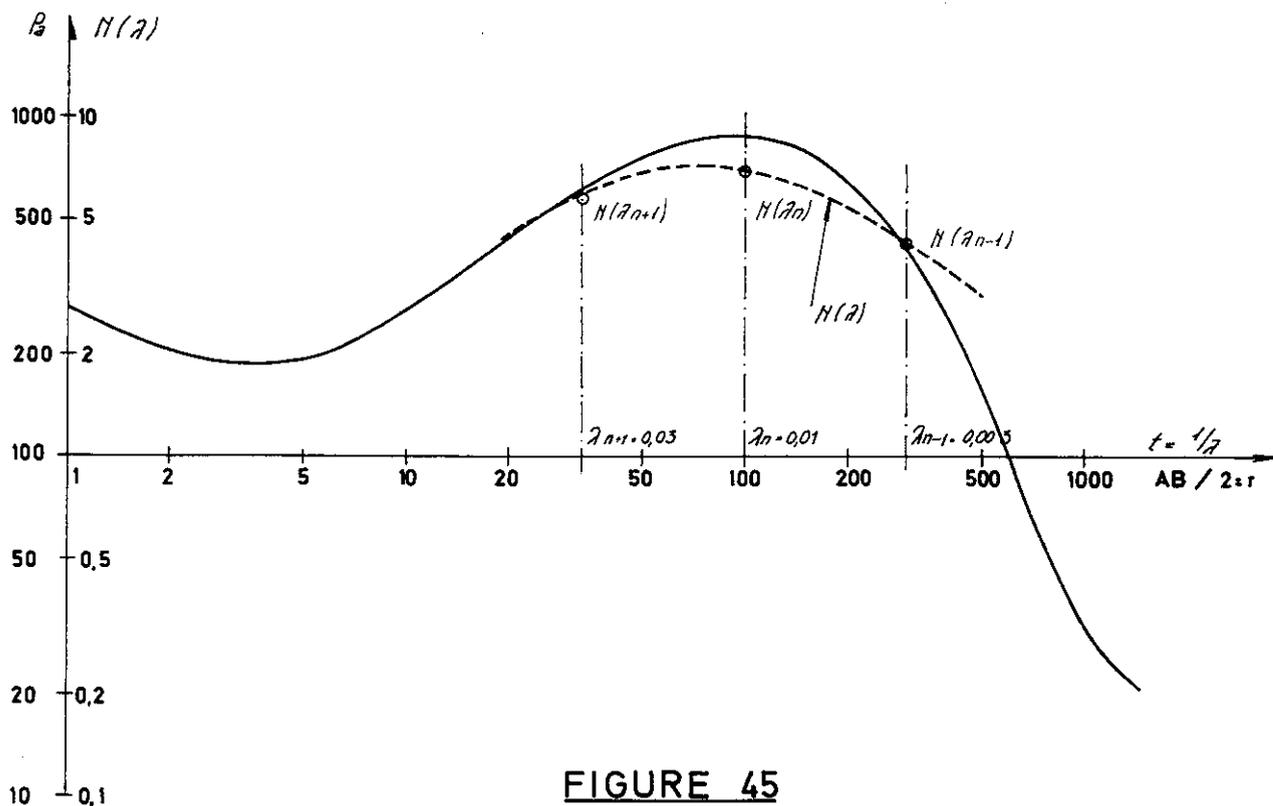


FIGURE 45

valeur de ρ_5 est estimée et une courbe de raccordement est tracée à vue au moyen d'abaques à 3 terrains.

3. On choisit 3 valeurs de r en progression géométrique de raison 3. La valeur intermédiaire de r se rapportant approximativement au maximum du diagramme de SE (figure 45). Etant donné la similitude des diagrammes de SE et des fonctions $N(\lambda)$ à chaque valeur de r correspond une valeur de λ pour laquelle on calcule $N(\lambda)$ par intégration de l'équation (83) (Par ordinateur électronique).
4. La fonction $N_5(\lambda)$ étant connue algébriquement (§ 4.6.5) on peut y remplacer les paramètres définis précédemment (§ 7.5.1) et le problème se réduit à rendre l'expression

$$N_5(\lambda_j) - N_4(\lambda_j) = \epsilon$$

plus petite qu'une valeur ϵ donnée. Ce calcul se fait par itérations successives. En fait, seules les inconnues h_2 et h_4 doivent être déterminées et l'introduction de 3 valeurs $N(\lambda_j)$ constitue une redondance. Celle-ci permet un contrôle du choix de certains paramètres, notamment des résistivités ρ_2 et ρ_3 . Le programme de calcul peut être établi de manière à modifier l'une ou l'autre de ces valeurs en cas de solutions contradictoires.

7.5.3 Dépouillement des résultats

L'interprétation des diagrammes de SE selon la méthode que nous venons d'exposer fournit plusieurs variantes, qui, du point de vue purement physique sont tout aussi valables les unes que les autres. Cette pluralité des solutions est en parfait accord avec le principe d'équivalence. Parmi les diverses variantes, il convient de choisir celle qui se rapproche le plus de la réalité géologique. Ce choix, évidemment subjectif, peut se faire par l'établissement de coupes sur lesquelles on commence par reporter tous les éléments connus (niveau d'eau, forages éventuels, résistivité d'une couche particulière, etc.) puis une ou plusieurs variantes. En travaillant de proche en proche et en tenant compte des variations latérales probables de la résistivité spécifique on finit par dégager une interprétation géologiquement vraisemblable. Il est bien entendu que l'on ne peut exclure complètement d'autres interprétations tout aussi valables. Cependant, cette façon de procéder permet de faire in-

tervenir dans l'interprétation une certaine tendance qui se dégage de l'ensemble des mesures mais que chaque mesure individuelle ne saurait indiquer. Cet aspect particulier de l'interprétation des SE souligne l'intérêt qu'il y a dans ce genre d'étude à déborder du cadre précis imposé par les limites de la zone à investiguer.

Chapitre 8

Résultats obtenus

8.1 Carte hypsométrique

Etant donné que le problème à résoudre était essentiellement de nature hydrologique il s'agissait surtout de déterminer la position du plancher imperméable. C'est pourquoi nous avons choisi d'exprimer une partie des résultats obtenus sous la forme d'une carte du toit de l'imperméable. Ce document qui constitue la planche 2 met bien en évidence la position des sillons de même que celle des points hauts. Dans certaines zones des doutes subsistent. Ces zones feront éventuellement l'objet de recherches complémentaires par forages mécaniques.

8.2 Carte des résistivités spécifiques des graviers subaffleurants

Il s'agit d'une modification de la carte que nous avons établie pour la détermination des résistivités des graviers "inférieurs" et "supérieurs" secs. En effet, lors de l'interprétation nous avons été amenés à modifier quelque peu certaines valeurs de résistivités (§ 7.5.2). Le document de la planche 3 représente les valeurs de résistivités ajustées au contexte général. Pour l'établir, nous avons supposé que toutes les formations recouvrant les graviers avaient été enlevées. Si l'on compare cette carte à la carte géologique la plus récente de cette région (Hantke, 1967) on constate que les graviers que nous avons qualifiés de "supérieurs" correspondent à des graviers glaciaires würmiens alors que nos graviers "inférieurs" seraient des graviers plus anciens. Sans entrer dans ces distinctions qui dépassent le cadre de notre travail nous retiendrons que ces graviers sont d'âges différents. Ceci se traduit par une cimentation importante des graviers plus anciens laquelle entraîne des valeurs de résistivité spécifique élevées.

8.3 Coupe géologique 1 – 1

Pour les besoins de l'interprétation nous avons été amenés à établir un certain nombre de coupes (§ 7.5.3). Dans le présent travail nous avons renoncé à toutes les représenter. En effet, du point de vue hydrologique il importait avant tout, de connaître la forme du substratum imperméable et notamment les zones où la position des sillons coïncide avec des points bas de la topographie superficielle (rapport minimum entre l'épaisseur du recouvrement sec et celle des graviers aquifères). Cette information se déduit de la carte hypsométrique (planche 2). Cependant, de façon à donner une idée de la répartition des dépôts quaternaires nous avons établi la coupe 1–1 (planche 4). Cette coupe, qui traverse le Klettgau à la hauteur de Trasadingen est intéressante car elle permet de comparer les résultats de l'étude géoélectrique avec ceux des forages de reconnaissance exécutés ultérieurement. On constate que l'erreur sur les déterminations de profondeurs restent contenues dans des limites qui sont de l'ordre de grandeur de ce que l'on peut attendre des méthodes géophysiques.

8.4 Résultats accessoires

Lors du déroulement de notre étude, nous nous sommes concentrés sur ce qui était notre but initial, c'est-à-dire, la détermination de la forme du substratum imperméable. Cependant, l'interprétation a mis en évidence quelques points particuliers susceptibles de faire l'objet d'études complémentaires. Il s'agit notamment de la tectonique profonde du Klettgau et des relations hydrologiques existantes entre le Klettgau et la vallée actuelle du Rhin dans la région de Schaffhouse.

8. 4. 1 Tectonique du substratum

Un certain nombre de diagrammes de SE présentent une partie terminale ascendante (figure 41) dont nous avons déjà eu l'occasion de dire (§ 7.2) qu'elle correspond au Muschelkalk. (Notons qu'en réalité, le toit de la formation résistante n'est pas exactement celui du Muschelkalk, mais celui des calcaires dolomitiques à la base du Keuper). Dans ce cas, en appliquant les méthodes exposées au §4.4.4 on calcule facilement la profondeur du toit du Muschelkalk. C'est ce que nous avons fait pour établir la coupe 2-2 (voir planches 1 et 5) dont quelques SE sont représentés sur la figure 46. Le décalage important que l'on observe entre les parties terminales ascendantes des diverses courbes suffit à lui seul à mettre en évidence la complexité de la tectonique du Muschelkalk et partant, celle de l'ensemble du substratum. En effet, les variations d'épaisseurs du Keuper n'équilibrent pas les variations de la conductance longitudinale totale. Cependant, l'interprétation figurée sur la planche 5 est schématique car le nombre de mesures dont nous disposons est insuffisant pour situer dans l'espace les plans de failles avec certitude. De plus, les profondeurs peuvent varier en fonction des résistivités spécifiques du Keuper, valeurs que nous ne connaissons pas avec précision. Bien que cette coupe ne prétende pas refléter avec exactitude la réalité, son intérêt est certain puisqu'elle démontre la possibilité d'étudier la tectonique profonde des régions limitrophes du Klettgau en prenant comme horizon repère, les couches résistantes du Muschelkalk. Remarquons que la méthode serait en défaut dans les zones où le Muschelkalk est en contact avec le Quaternaire. Dans ce cas l'image de la tectonique serait faussée puisque le Muschelkalk peut être érodé.

8. 4. 2 Relations hydrologiques entre le Klettgau et la vallée actuelle du Rhin dans la région de Schaffhouse

A l'est, la vallée du Klettgau est barrée par des formations caillouteuses, hautes d'une centaine de mètres. Le Klettgau communique avec Neuhausen par une gorge étroite entaillée dans les calcaires du Malm. Or, notre étude a montré que dans cette région, le substratum imperméable a son minimum vers la cote 350 m., soit quelques 100 m. plus bas que dans la gorge où les calcaires affleurent à la cote 450 m. Il est donc vraisemblable que les sillons mis en évidence dans le Klettgau se raccordent directement à la vallée du Rhin, sous les formations caillouteuses (figure 47a). Cette hypothèse aurait pu être vérifiée par SE. Cependant, la topographie complexe du terrain qui s'étend entre le Klettgau et la ville de Schaffhouse se prête mal à l'emploi de cette méthode. Par contre, un profil gravimétrique résoudre le problème. La figure 47b représente l'anomalie de pesanteur que l'on obtiendrait pour une certaine forme du substratum rocheux avec une densité de $2,5 \text{ gr/cm}^3$ pour les roches et de $1,95 \text{ gr/cm}^3$ pour le remplissage caillouteux.

La détermination de l'anomalie supposée se fait à l'aide de l'abaque de Jung (Bentz, 1961). Avec cet abaque l'anomalie est donnée par:

$$\Delta g = n Z$$

où n = nombre de secteurs d'égal effet au point d'observation
 Z = effet d'un secteur élémentaire en mgal

avec $Z = 6,67 \Delta \delta \cdot M \cdot 10^{-6}$

où $\Delta \delta$ = différence de densité en gr/cm^3
 M = inverse de l'échelle

Dans la partie médiane du profil, l'anomalie est d'environ 3 mgal. En employant l'abaque de Jung, on suppose que l'on a affaire à une section perpendiculaire d'un cylindre de longueur infinie. En réalité, l'anomalie sera plus grande puisque le corps perturbateur (le matériel caillouteux) est de dimensions limitées, du moins dans sa partie supérieure.

Quoiqu'il en soit, l'ordre de grandeur du phénomène à étudier est largement suffisant puisque la sensibilité des gravimètres ordinaires est de l'ordre du centième de mgal.

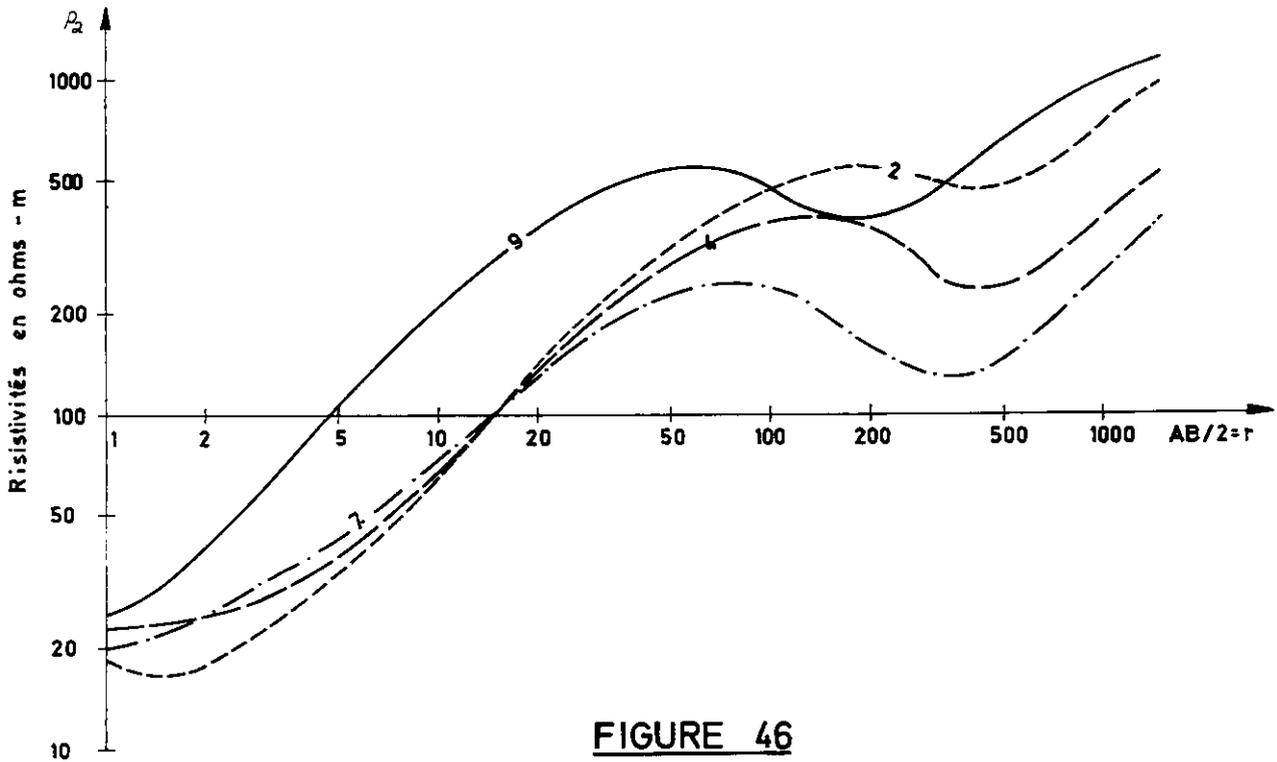


FIGURE 46

Chapitre 9

Conclusions générales

Les méthodes géoélectriques, qui ont connu un développement relativement lent, suscitent depuis quelques années un intérêt qui va grandissant. Pendant longtemps, ces méthodes, de réalisation aisée sur le terrain, ont rebuté les expérimentateurs en raison des difficultés que posait l'interprétation quantitative des mesures. Actuellement, l'emploi de calculatrices électroniques permet de s'affranchir des calculs longs et fastidieux qui étaient la règle en géoélectricité et d'aborder l'analyse de structures géologiques complexes (limites de couches inclinées, discontinuités latérales, etc.).

Cependant, bien que le champ d'application des méthodes géoélectriques s'élargisse de plus en plus, leur mise en oeuvre suppose que les formations géologiques que l'on désire étudier présentent des contrastes de résistivités de magnitude suffisante. Lorsque cette condition n'est pas réalisée, il est utile de combiner les méthodes géoélectriques avec d'autres méthodes géophysiques, par exemple gravimétrie ou sismique réfraction. De plus, et en manière de conclusion, soulignons que seule une collaboration très étroite entre les représentants de diverses disciplines (géologues, hydrologues, géophysiciens, etc.) peut être garante du succès de la recherche commune.

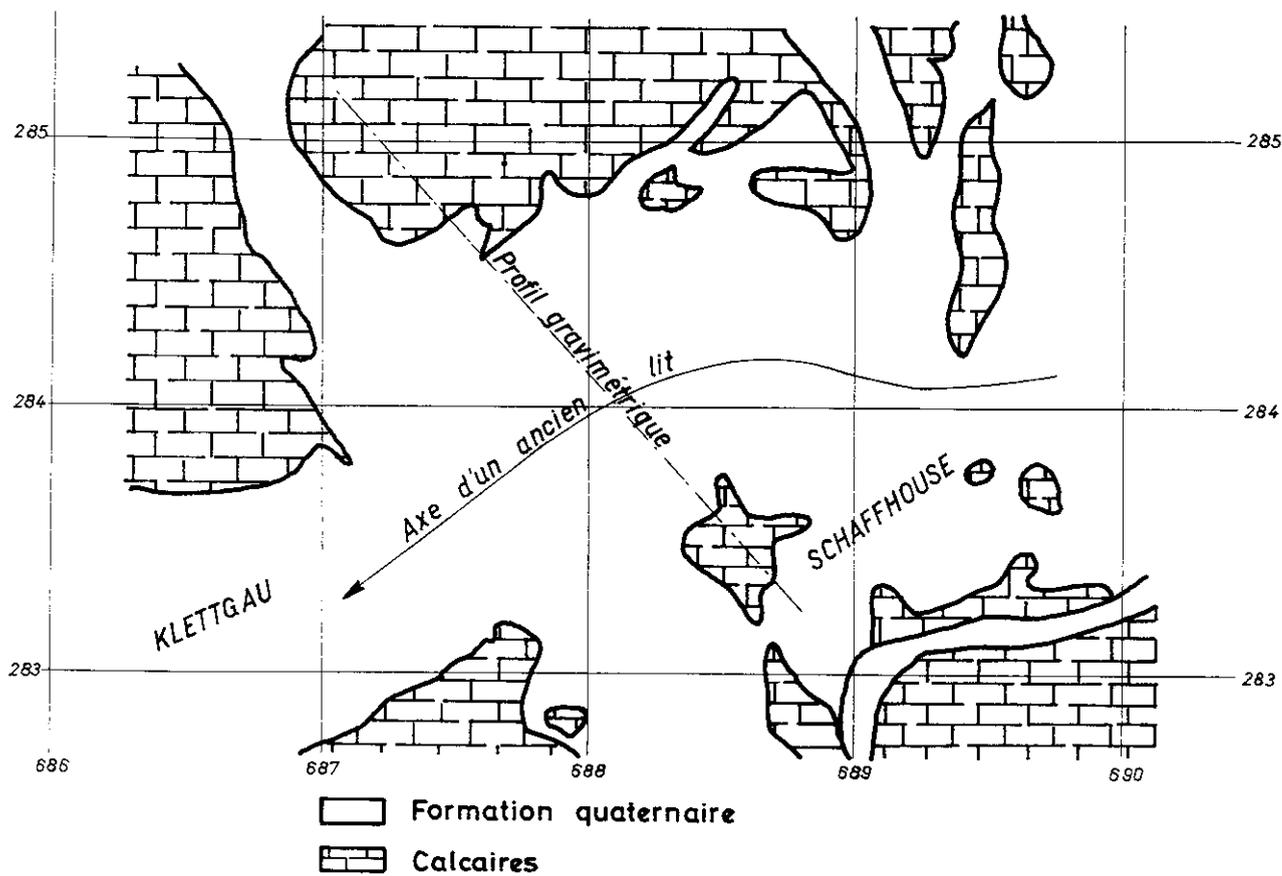


FIGURE 47a

Anomalie gravimétrique

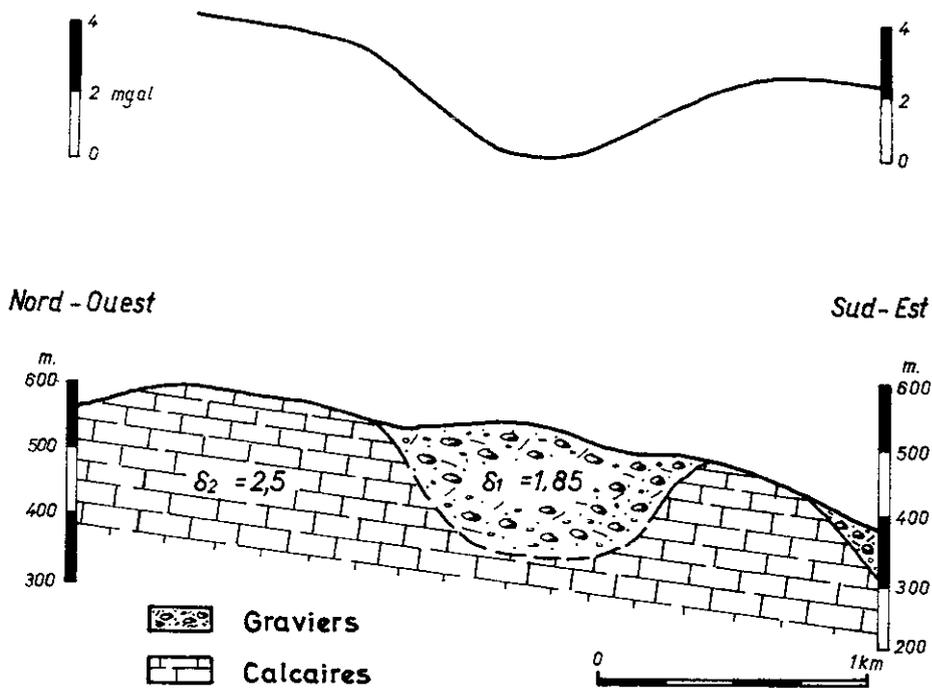


FIGURE 47b

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES

Symbole	Définition
a	espacement des électrodes du dispositif Wenner
e	base des logarithmes naturels
e	distance entre les électrodes de potentiels du dispositif Schlumberger
e	indice de vide
h_n	profondeur de la nième couche
k	perméabilité
k_n	coefficient de réflexion du nième interface
k_s	coefficient géométrique d'un quadripôle AMNB
m	épaisseur d'une couche
m	facteur de cimentation
n	nombre de couches
n	porosité
p	degré d'approximation de Van Dam
r	distance à une source de courant
t	inverse de λ
u	$e^{-2\lambda}$
x	variable
y	fonction de x
A_v	coefficient de Onodera
$D(x, r)$	élément de base de Flathe
DZ	abréviation de Dar-Zarrouk
$G(\lambda)$	fonction caractéristique de Pekeris
$H(u)$	polynôme de Flathe
H_{-1}	fonction de Struve
J_0	fonction de Bessel de première espèce
J_1	fonction de Bessel de première espèce
$K(\lambda)$	fonction caractéristique de Stefanescu
L	distance interélectrode du dispositif Schlumberger
$N(\lambda)$	fonction caractéristique de King
$P(u)$	polynôme de Flathe
S	conductance longitudinale
S_w	degré de saturation
SE	abréviation de sondage électrique
T	résistance transversale
T	tortuosité
V	potentiel de surface dû à une source de courant
ΔV	différence de potentiel
Y_1	fonction de Neuman
δ	densité
χ_1	coefficient de réflexion du premier interface du profil élémentaire de Flathe
λ	variable d'intégration
λz	pseudo-épaisseur
π	3,1416
ρ_a	résistivité apparente
ρ_i	résistivité spécifique d'une couche
ρ_m	pseudo-résistivité
ρ_n	résistivité du substratum
ρ_w	résistivité de l'eau de formation
σ	conductibilité
$\Omega.m$	ohm-m

BIBLIOGRAPHIE

- Alfano, L. (1959): Introduction to the interpretation of resistivity measurements for complicated structural conditions. *Geophys. Prosp.*, vol. 7 no 3.
- (1960): The influence of surface formations on the apparent resistivity values in electrical prospecting. *Geophys. Prosp.*, vol. 8 no 4.
- (1961): The influence of surface formations on the apparent resistivity values in electrical prospecting. *Geophys. Prosp.*, vol. 9 no 2.
- (1962): Geophysical prospecting with underground electrodes. *Geophys. Prosp.*, vol. 10 no 3.
- Al'pin, L.M. (1950): The theory of dipoles probes. Gostoptekhizdat, Moscow.
- Amt für Bodenforschung, Hannover: Courbes modèles pour l'interprétation des sondages électriques. En voie de publication.
- Archie, G.E. (1942): The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Journal of Petroleum Technology*, vol. 5.
- Baranov, V. and Kunetz, G. (1958): Distribution potentielle dans un milieu stratifié. *C.R. Acad. Sciences*, vol. 247.
- and Tassencourt (1959): Calculation of resistivity master curves with the electric computer. Note présentée à la réunion de l'E.A.E.G. à Munich en 1959.
- Barnes, H.E. (1951): Soil investigation employing a new method of layer value determination. *Bull. Michigan Highway Dept.*
- Bentz, A. (1961): *Lehrbuch der angewandten Geologie. Band I.* Ferdinand Enke Verlag, Leipzig.
- Birch, F. and coll. (1967): *Handbook of Physical Constants.* Geol. Soc. of America, special paper no 36, New-York.
- Bloh, J. und Rammner, R. (1968): Beiträge zur Abschätzung der Leistungsfähigkeit geoelektrischer Messapparaturen für Gleichstrom-Vierpunktmessungen. *Z. für Geophysik*, no 34.
- Blokh, E.M. (1957): Dipole electrical prospecting. Gosgeoltekhizdat, Moscow.
- Bogdanow, A.E. (1948): Graphical methods for constructing and interpreting three-layer electrical sounding curves. Gostoptekhizdat, Moscow.
- Breusse, J.J. (1952): Cinq années de prospection électrique en Afrique du nord pour des recherches hydrologiques. *Congrès Géologique International, Alger.*
- (1958): Les grands sondages électriques et la tectonique profonde des bassins sédimentaires. *Bull. de l'A.F.T.P.*, no 129.
- et Astier, J.L. (1961): Etude des diapirs en Alsace et Baden-Wurtemberg par la méthode du rectangle de résistivité. *Geophys. Prosp.*, vol. 9 no 3.
- Cagniard, L. (1952): La prospection géophysique des eaux souterraines. *Congrès sur l'hydrologie des zones arides.* UNESCO, Ankara.
- Cambefort, H. (1955): Mesure de la porosité des roches par des méthodes électriques. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, Vol. 10.
- Carpenter, E.W. (1955): Some notes concerning the Wenner configuration. *Geophys. Prosp.*, vol. 3 no 4.
- and Habberjam, G.M. (1956): A tri-potential method of resistivity prospecting. *Geophysics*, vol. 21 no 2.
- Castany, G. (1963): *Traité pratique des eaux souterraines.* Dunod, Paris.
- Chastenot de Gery, J. and Kunetz, G. (1956): Potential and apparent resistivity over dipping beds. *Geophysics*, vol. 21 no 3.
- Compagnie Générale de Géophysique (1955): *Abaques de sondage électrique.* *Geophys. Prosp.*, vol. 3 suppl. no 3.
- Dam, J.C. van, (1960): La prospection géo-électrique aux Pays-Bas. Sixième Journée de l'Hydraulique. Société Hydro-technique de France, Nancy.
- (1964): A simple method for the calculation of standard-graphs to be used in geo-electrical prospecting. *Uitgeverij Waltman, Delft.*
- (1967): Mathematical denotation of standard-graphs for resistivity prospecting in view of their calculation by means of a digital computer. *Geophys. Prosp.*, vol. 15 no 1.
- Deppermann, K. (1954): Die Abhängigkeit des scheinbaren Widerstandes vom Sondenabstand bei Vierpunkt-Methode. *Geophys. Prosp.*, vol. 2 no 4.
- und Homilius, J. (1965): Interpretation geoelektrischer Sondierungskurven bei tiefliegender Grundwasserfläche. *Geol. Jb.*, vol. 83.
- (1968): Zur Eliminierung der Störspannungen bei geoelektrischen Widerstandsmessungen. *Geol. Jb.*, vol. 85.

- Ebert, A. (1943): Grundlagen zur Auswertung geoelektrischer Tiefenmessungen. Beiträge Angew. Geoph., vol. 10.
- Ehrenburg, O.O. and Watson, R.J. (1931): Mathematical theory of electrical flow in stratified media with horizontal, homogeneous and isotropic layers. Trans. A.I.M.E., vol. 91.
- Evjen, H.M. (1938): Depth factors and resolving power of electrical measurements. Geophysics, vol. 3 no 2.
- Flathe, H. (1955a): Possibilities and limitations in applying geoelectrical methods to hydrological problems in the coastal areas of North West Germany. Geophys. Prosp., vol. 3 no 2.
- (1955b): A practical method of calculating geoelectrical model graphs for horizontally stratified media. Geophys. Prosp., vol. 3 no 3.
- (1963): Five layer master curves for the hydrogeological interpretation of geoelectrical resistivity measurements above a two-storey aquifer. Geophys. Prosp., vol. 11 no 4.
- Fritsch, V. (1949): Principles of electrical methods in applied geophysics. Manzsche Verlags- und Univ. Buchhandlung, Vienna.
- (1960): Elektrische Messungen an räumlich ausgedehnten Leitern. Verlag G. Braun, Karlsruhe.
- Galbraith, J.N. and coll. (1964): Computer applications in geophysical modeling. Quart. Col. Sch. Mines, vol. 59.
- Geier, S. (1958): Die Berechnung von geoelektrischen Modellkurven bei beliebiger Elektroden-Anordnung auf horizontal-geschichteten Medien. Z. für Geophysik, no 24.
- Gilliand, P.A. (1966): Application d'une méthode d'interprétation directe des sondages électriques à un problème hydrologique. Bull. tech. de la Suisse Romande, no 24.
- (1967): Trois cas d'études de nappes souterraines par la méthode géoélectrique. Bull. tech. de la Suisse Romande, no 3.
- Gish, O.H. and Rooney, W.J. (1925): Measurements of resistivity of large masses of undisturbed earth. Terr. Mag. and Atmos. Electr., vol. 30.
- Glogorskiy, V. and Katz, S. (1960): Computation of VEZ curves with a high-resistance bed in the section. Inst. Neft. Gaz. Promy Trudy, no 31.
- Graton, L.C. and Fraser, H.J. (1935): Systematic packing of spheres with particular relation to porosity and permeability, and experimental study of the porosity of clastic sediments. Journal of Geology, vol. 43.
- Habberjam, G.M. and Watkins, G.E. (1967): The reduction of lateral effects in resistivity probing. Geophys. Prosp., vol. 15 no 2.
- Hantke, R. (1963): Zur Altersfrage des höheren und des tieferen Deckenschotters in der Nord-ostschweiz. Vjschr. naturf. Ges. Zürich, vol. 107 no 4.
- (1967): Geologische Karte des Kantons Zürich und seiner Nachgebiete. Vjschr. naturf. Ges. Zürich, vol. 112 no 2.
- Hoeven, F.G. van der, (1964): Interpretation of geoelectric resistivity curves. Doctor thesis, Technological University at Delft.
- Hofmann, F. (1967): Geologische Übersichtsskizze der weiteren Umgebung von Schaffhausen. Mitt. naturf. Ges. Schaffhausen, vol. 28.
- Hübscher, J. (1951): Kärtchen zur Geologie des Rheinfallgebietes, 1 : 25'000. Neujbl. naturf. Ges. Schaffhausen, no 3, Beil. 3.
- Hummel, J.N. (1929a): Der scheinbare spezifische Widerstand. Z. für Geophysik, no 5.
- (1929b): Der scheinbare spezifische Widerstand bei vier Plan-parallelen Schichten. Z. für Geophysik, no 5.
- Jagannadha Sarma, V.V. (1961): Modified tripotential prospecting method. Geophys. Prosp., vol. 9 no 4.
- Jahnke, E. and Emde, F. (1945): Tables of functions, Dover Publications, New York.
- Javet, Ad. (1966): Résumé de géologie glaciaire régionale. G. Chapuis, Genève.
- Kalenov, N.E. (1957): Interpretatsiya Krivyykh vertikal'nogo elektricheskogo zondirovaniya, Gosgeoltekhizdat, Moskva.
- King, L.V. (1933): On the flow of electric current in semi-infinite stratified media. Proc. Royal Soc., series A, vol. 137, London.
- Koefoed, O. (1955): Resistivity curves for conductive layer of finite thickness embedded in an otherwise homogeneous and less conducting earth. Geophys. Prosp., vol. 3 no 3.
- (1960): A generalized Cagniard graph for the interpretation of geoelectrical sounding data. Geophys. Prosp., vol. 8 no 3.
- (1965a): A semi-direct method of interpreting resistivity observations. Geophys. Prosp., vol. 13 no 2.
- (1965b): Direct methods of interpreting resistivity observations. Geophys. Prosp., vol. 13 no 4.
- (1968): The application of the kernel function in interpreting geoelectrical resistivity measurements. Gebrüder Bornträger, Berlin.
- Krayev, A.P. (1951): Principles of geoelectric methods of prospecting, part 1, Moscow.
- Krulc, Z. (1966): Die Beziehungen zwischen den geologischen, hydrologischen und geoelektrischen Eigenschaften des Gebirges im Jugoslawischen Karst unter besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse beim Bau von Kraftwerkenanlagen. Bol. Geofisica Teorica ed Applicata, vol. 18 no 30.
- Kunetz, G. (1955): Einfluss vertikaler Schichten auf elektrische Sondierungen. Z. für Geophysik, vol. 21.
- (1966): Principles of direct current resistivity prospecting. Gebrüder Bornträger, Berlin.

- Lancaster-Jones, E. (1930): The earth-resistivity method of geophysical prospecting. *Mining Mag.*, vol. 42.
- Langer, R.E. (1936): On the determination of earth conductivity from surface potentials. *Bull. Amer. Soc.*, series 2, vol. 42.
- Lasfargues, P. (1957): *Prospección eléctrica par courants continus*. Masson et Cie, Paris.
- Lliboutry, L. (1964–65): *Traité de glaciologie I et II*. Masson et Cie, Paris.
- Logn, O. (1954): Mapping nearly vertical discontinuities by earth resistivities. *Geophysics*, vol. 19 no 4.
- Longacre, W.A. (1954): A study of the problem of depth determination by resistivity measurements. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 164.
- Maeda, K. (1955): Apparent resistivity for dipping beds. *Geophysics*, vol. 20 no 1.
- Maillet, R. et Doll, H.G. (1932): Sur un problème relatif aux milieux électriquement anisotropes et ses applications à la prospection électrique en courant continu. *Ergänzungs-Hefte für angewandte Geophysik*. vol. 3.
- Maillet, R. (1947): The fundamental equations of electrical prospecting. *Geophysics*, vol. 12 no 4.
- Maxwell, J.C. (1891): *A treatise on electricity and magnetism*. Vol. 1.
- Migaux, L., Astier, J.L. et Revol, Ph. (1960): Un essai de détermination expérimental de la résistivité électrique des couches profondes de l'écorce terrestre. *Annales de géophysique*, tome 16, fasc. 4.
- Merki, P. (1961): Der obere Muschelkalk im östlichen Schweizer Jura. *Eclogae geol. Helv.* 54/1.
- Meyer de Stadelhofen, C. (1966): Carte des résistivités de la Plaine du Rhône. *Matériaux pour la géologie de la Suisse, Géophysique*, no 7.
- Mooney, H.M. (1954): Depth determinations by electrical resistivity. *Mining Engineering*, vol. 6.
- and Wetzel, W.W. (1956): The potentials about a point electrode and apparent resistivity curves. The University of Minnesota Press, Minneapolis.
- Moore, R.W. (1945): An empirical method of interpretation of earth resistivity measurements. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 164.
- (1952): Geophysical methods adapted to highway engineering problems. *Geophysics*, vol. 17 no 3.
- Muskat, M. (1933): Potential distribution about an electrode on the surface of the earth. *Physics*, vol. 4.
- (1945): Interpretation of earth resistivity measurements. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 164.
- Ollendorf, F. (1928): *Die Erdströme*. Springer, Berlin.
- Ono, Y. (1959): On the improvement of interpretation of electrical sounding data. *Bull. Geol. Survey Japan*, vol. 10.
- Onodera, S. (1960): The kernel function in the multiple layer resistivity problem. *Jour. Geoph. Research*, vol. 65.
- (1963): Numerical analysis of relative resistivity for a horizontally layered earth. *Geophysics*, vol. 28 no 2.
- Orellana, E. (1960): Algunas cuestiones de prospección geoelectrica. *Revista de Geofisica*, vol. 19.
- (1961): Criterios erróneos en la interpretación de sondeos eléctricos. *Revista de Geofisica*, vol. 20.
- (1963): Properties and drawing of the so-called Dar Zarrouk curves. *Geophysics*, vol. 28 no 1.
- (1965): Propiedades de medios estratificados aplicadas a la prospección geoelectrica. *Revista de Geofisica*, vol. 24.
- and Mooney, H.M. (1966): Master tables and curves for vertical electrical sounding over layered structures. Interciencia, Madrid.
- Pekeris, C.L. (1940): Direct method of interpretation in resistivity prospecting. *Geophysics*, vol. 5 no 1.
- Pilaïef, A.M. (1948): *Rukovodstvo po interpretatsii vertikalnij elektrischesij zondirovaniy*. Gosgeolizdat, Moskva.
- Poldini, E. (1943): Contribution à l'étude par prospection électrique des terrains anisotropes plissés. *C.R. Soc. Phys. Hist. Natur.* Vol. 60.
- (1947): *La prospección eléctrica du sous-sol*. F. Rouge & Cie S.A., Lausanne.
- et Breusse, J.-J. (1950): *La prospección eléctrica à faible profondeur*. Publication C.G.G., Paris.
- Rammner, R. (1966): *Ausgewählte Beispiele geoelektrischer Messtätigkeit*. Z. für Geophysik, Sonderheft.
- Reyre, D. et Vallet, J.M. (1958): Etudes de dômes de sel au Gabon. *Geophys. Prosp.*, vol. 6 no 1.
- Roman, I. (1934): Some interpretations of earth resistivity data. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 110.
- (1959): An image analysis of multiple-layer resistivity problems. *Geophysics*, vol. 24 no 3.
- (1960): Apparent resistivity of simple uniform overborden. U.S. Geological Survey, Prof. Paper 365, Washington.
- (1963): The kernel function in the surface potential for horizontally stratified earth. *Geophysics*, vol. 28 no 2.
- Rosenzweig, I.E. (1940): A new method of depth determination. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 138.
- Schalch, F. (1912): Blatt 144: Stühlingen. *Geol. Spez.-Karte Baden*, 1 : 25000. *Bad. geol. L.-A. u. Schweiz. geol. Komm.*
- (1916): Blatt 145: Wiechs-Schaffhausen. *Ibid.*
- (1922): Blatt 157: Griessen. *Ibid.*
- und Göhringer, K. (1921): Blatt 158: Jestetten-Schaffhausen. *Ibid.*
- Schlumberger, C. (1920): *Etude sur la prospección eléctrica du sous-sol*. Gaither-Villars, Paris.
- (1930): Depth of investigation attainable by potential methods of electrical exploration. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 97.
- Schopper, J.R. (1966): A theoretical investigation on the formation factor/permeability/porosity relationship using a network model. *Geophys. Prosp.*, vol. 14 no 3.

- Schopper, J.R. (1967a): A theoretical study on the reduction of statistical pore system parameters to measurable quantities. *Geophys. Prosp.*, vol. 15 no 2.
- (1967b): Experimentelle Methoden und eine Apparatur zur Untersuchung der Beziehungen zwischen hydraulischen und elektrischen Eigenschaften loser und künstlich verfestigter poröser Medien. *Geophys. Prosp.*, vol. 15 no 4.
- Skalskaya, I.P. (1948): The field of a point source of current situated on the earth's surface above an inclined plane. *J. Tech. Phys., (U.S.S.R.)* vol. 18.
- Slichter, C.S. (1899): Theoretical investigation of motion of groundwater. U.S. Geological Survey, 19th Annual Report.
- Slichter, L.B. (1933): Interpretation of resistivity prospecting for horizontal structures. *Physics*, vol. 4.
- Sorokin, L.W. und Mit. (1953): Lehrbuch der geophysikalischen Methoden zur Erkundung von Erdölvorkommen. V.E.B. Verlag Technik, Berlin (traduit du russe).
- Stefanescu, S.S. et Schlumberger, C. (1930): Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales homogènes et isotropes. *Journ. de Phys. et le Radium. Ser. 7*, vol. 1.
- Sundberg, K. (1932): Effect of impregnating waters on electrical conductivity of soils and rocks. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 97.
- Sunde, E.O. (1949): Earth conduction effects in transmission systems. Van Nostrand, New York.
- Tagg, G.F. (1940): Interpretation of earth resistivity curves. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 138.
- Tranter, C.J. (1956): Integral transforms in mathematical physics. Methuen, London.
- Tsekov, G.D. (1947): A method for calculating multilayer curves of vertical electrical probing for a case where the underlying medium is in the form of rocks of very high or very low resistivity. Thesis. Documents VNI Geofizika.
- Unz, M. (1963): Relative resolving power of four-point resistivity configurations. *Geophysics*, vol. 28 no 3.
- (1964): Superposition in resistivity prospecting. *Geophys. Prosp.*, vol. 12 no 1.
- Van'yan, L.L. and coll. (1962): On the calculation of theoretical curves of electrical sounding. *Prikl. Geofizika*, no 34.
- Volker, A. et Dijkstra, J. (1955): Détermination des salinités des eaux dans le sous-sol du Zuidersee par prospection géophysique. *Geophys. Prosp.*, vol. 3 no 2.
- Vozoff, K. (1958): Numerical resistivity analysis: horizontal layers. *Geophysics*, vol. 23 no 3.
- (1960): Numerical resistivity interpretation. *Geophysics*, vol. 25 no 6.
- Wagner, S.W. (1964): Stromversorgung elektronischer Schaltungen und Geräte. Hamburg.
- Watson, G.N. (1962): A treatise on the theory of Bessel functions. Cambridge University Press.
- Watson, R.J. (1934): A contribution to the theory of the interpretation of resistivity measurements obtained from surface potential observations. *Trans. A.I.M.E.*, vol. 110.
- Weber, M. (1964): Ein direktes Verfahren zur Interpretation von geoelektrischen Messungen nach Schlumberger. *Pure and Appl. Geoph.*, vol. 59.
- Webster, A.G. (1955): Partial differential equations of mathematical physics. Dover Publications, New York.
- Wenner, F. (1915): A method of measuring earth-resistivity. U.S. Bur. Standars, Sci. Paper 258.
- Wenzel, L.K. (1942): Methods for determining permeability of water-bearing material. Geological Survey, water-supply, Paper 887.
- West, S.S. (1940): Three-layer resistivity curves for the Eltran electrodes configuration. *Geophysics*, vol. 5 no 1.
- Willis, H.F. (1948): A formula for expanding an integral as a series. *Phil. Mag.* vol. 39.
- Wyllie, M.R.J. (1957): The fundamentals of electric log interpretation. New York Academic Press, Inc.

TABLE 1

Les sondages électriques sont donnés numériquement par diverses valeurs de la résistivité apparente qui correspondent à une succession réduite de valeurs de $AB/2 = r$.

no de SE	Valeurs de AB/2										
	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
1	41	42	42	54	111	240	470	660	590	215	95
2	19	17	28	52	108	212	370	520	510	490	765
3	17	18	31	59	118	215	355	510	640	780	990
4	24	25	34	59	116	202	335	404	316	226	415
5	48	57	84	142	224	312	362	323	215	142	235
6	41	33	53	102	175	302	432	402	295	486	815
7	20	25	34	60	108	178	248	217	147	145	260
8	25	17	21	35	66	128	202	245	182	180	360
9	26	41	83	162	295	456	540	400	410	670	998
10	49	51	53	58	81	140	241	310	245	97	35
11	125	90	57	94	172	306	508	620	365	72	27
12	50	42	39	55	102	195	360	522	495	180	34
13	18	20	23	38	74	145	275	395	465	600	785
14	165	170	190	250	345	420	400	265	150	126	172
15	17	16	17	25	38	57	81	94	82	49	27
16	15	20	30	53	104	195	357	550	540	255	104
17	27	25	30	53	102	195	340	465	504	660	920
18	190	340	360	185	60	30	31	41	56	66	70
19	14	17	15	19	34	60	88	90	33	28	26
20	50	51	41	28	21	26	29	24	20		
21	75	59	47	41	39	47	63	68	53	33	26
101	41	46	48	50	66	103	168	230	240	260	380
102	1050	1750	2500	2250	1320	410	150	110	105	100	
103	305	308	290	245	215	190	195	220			
104	83	116	204	383	583	670	560	250	43	21	
105	29	31	34	61	104	176	265	275	208	222	425
106	22	25	39	67	117	206	322	400	315	340	610
107	95	117	172	281	460	625	580	390	255	255	420
108	132	175	265	422	610	715	560	350	215	215	385
109	86	112	111	139	242	417	575	565	383	242	125
110	68	50	34	35	51	90	175	295	390	275	126
111	34	41	53	70	75	74	118	195	260	240	160
112	78	95	140	240	390	610	620	405	265	165	155
113	102	123	128	181	320	500	595	455	221	141	122
114	26	35	44	75	130	185	190	135	65	35	30
115	25	28	27	39	70	114	142	102	39	26	
116	39	62	91	103	90	51	31	35	50	78	141
117	49	77	114	139	131	115	80	66	84	101	138
118	120	160	190	198	161	111	101	149	240	270	161
119	114	94	93	59	60	103	130				
120	88	170	195	162	98	80	125	232	355	370	190
121	61	80	86	81	88	150	265	430	525	440	565
122	51	69	84	129	173	370	515	580	410	221	172
123	56	60	56	70	112	182	268	330	225	98	74
124	135	102	58	34	28	33	56	108	215	360	400
125	perturbé par la ligne de chemin de fer										
126	152	181	280	425	590	670	670	560	280	63	25
127	82	128	168	250	425	670	870	810	370	72	29
128	128	188	220	271	365	530	640	500	230	69	45
129	52	60	82	135	232	385	560	590	330	80	38
130	105	142	235	400	610	840	1020	845	280	40	29
131	46	38	31	29	34	55	102	180	302	430	630
132	26	39	40	32	38	65	119	220	325	330	165
133	150	235	370	490	740	1050	1020	590	270	275	570
134	19	21	31	50	85	138	225	180	262	205	210
135	139	180	295	475	690	760	530	280	182	205	230
136	51	48	52	65	109	210	345	442	440	335	420
137	57	51	43	67	128	240	420	580	610	805	1040
138	24	31	40	58	73	70	64	81	119	138	131
139	69	82	107	169	275	400	520	470	215	45	28
140	300	340	430	570	755	950	970	645	225	37	21
141	140	155	226	358	523	700	815	604	220	53	38
142	37	36	33	45	85	171	312	470	460	163	25
143	47	39	24	26	46	88	159	272	400	395	170

TABLE 1 (suite)

no de SE	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
144	41	49	48	50	79	140	222	282	308	270	125
145	26	26	28	26	23	25	33	44	47	57	98
146	35	43	43	50	89	160	263	340	235	81	43
147	58	53	62	82	111	190	310	420	340	230	225
148	63	47	36	36	53	90	150	220	210	98	27
149	42	47	43	58	108	215	365	510	510	275	48
150	54	56	75	102	162	285	420	505	315	112	65
151	90	93	90	119	210	370	550	470	245	172	195
152	45	42	32	29	42	80	152	266	365	315	125
153	16	24	32	47	76	122	175	290	380	400	395
154	58	52	35	49	92	178	295	365	270	208	350
155	46	58	88	175	330	540	650	460	270	190	210
156	41	31	29	39	70	140	255	410	450	270	78
157	35	35	43	66	108	170	255	340	330	370	
158	48	42	52	75	121	210	305	365	320	270	280
159	38	38	37	38	63	117	220	380	500	360	76
160	33	38	45	73	146	262	370	390	340	295	155
161	18	21	23	37	67	131	220	295	275	285	470
162	67	80	98	109	117	164	280	400	430	285	132
163	79	122	133	102	68	100	181	300	425	365	144
164	68	85	94	90	77	78	119	195	295	280	140
165	20	26	32	34	30	35	59	100	142	125	57
166	27	26	25	26	34	58	114	205	310	330	135
167	58	53	57	84	141	220	310	370	265	82	42
168	45	49	72	118	215	375	625	625	505	88	29
169	195	240	325	480	700	980	1120	900	365	91	54
170	74	114	200	350	570	810	990	910	475	131	61

PUBLICATION N°12

ETUDE GEOELECTRIQUE DU KLETTGAU (SUISSE),
CANTON DE SCHAFFHOUSE

Par Pierre-André Gilland

PLANCHES ET ANNEXES

7 PLANCHES :

PLANCHE 1 :	3 FEUILLES
PLANCHE 2 :	3 FEUILLES
PLANCHE 3 :	3 FEUILLES
PLANCHE 4 :	2 FEUILLES
PLANCHE 5 :	2 FEUILLES

10 ANNEXES :

ANNEXE I :	1 FEUILLE
ANNEXE II :	1 FEUILLE
ANNEXE III :	1 FEUILLE
ANNEXE IV :	1 FEUILLE
ANNEXE V :	1 FEUILLE
ANNEXE VI :	1 FEUILLE
ANNEXE VII :	1 FEUILLE
ANNEXE VIII :	1 FEUILLE
ANNEXE IX :	1 FEUILLE
ANNEXE X :	1 FEUILLE

285
284
283
282
281
280
279

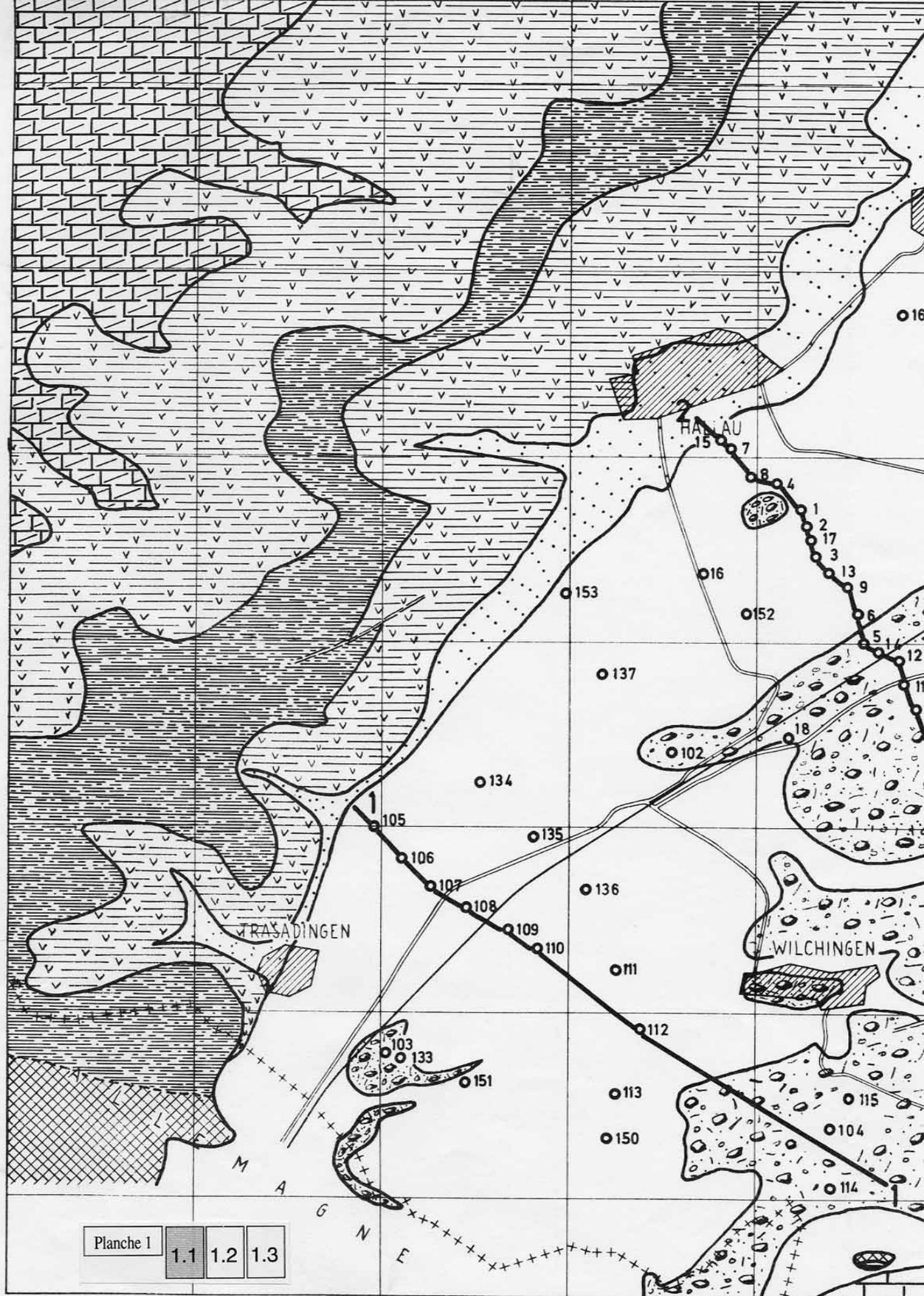
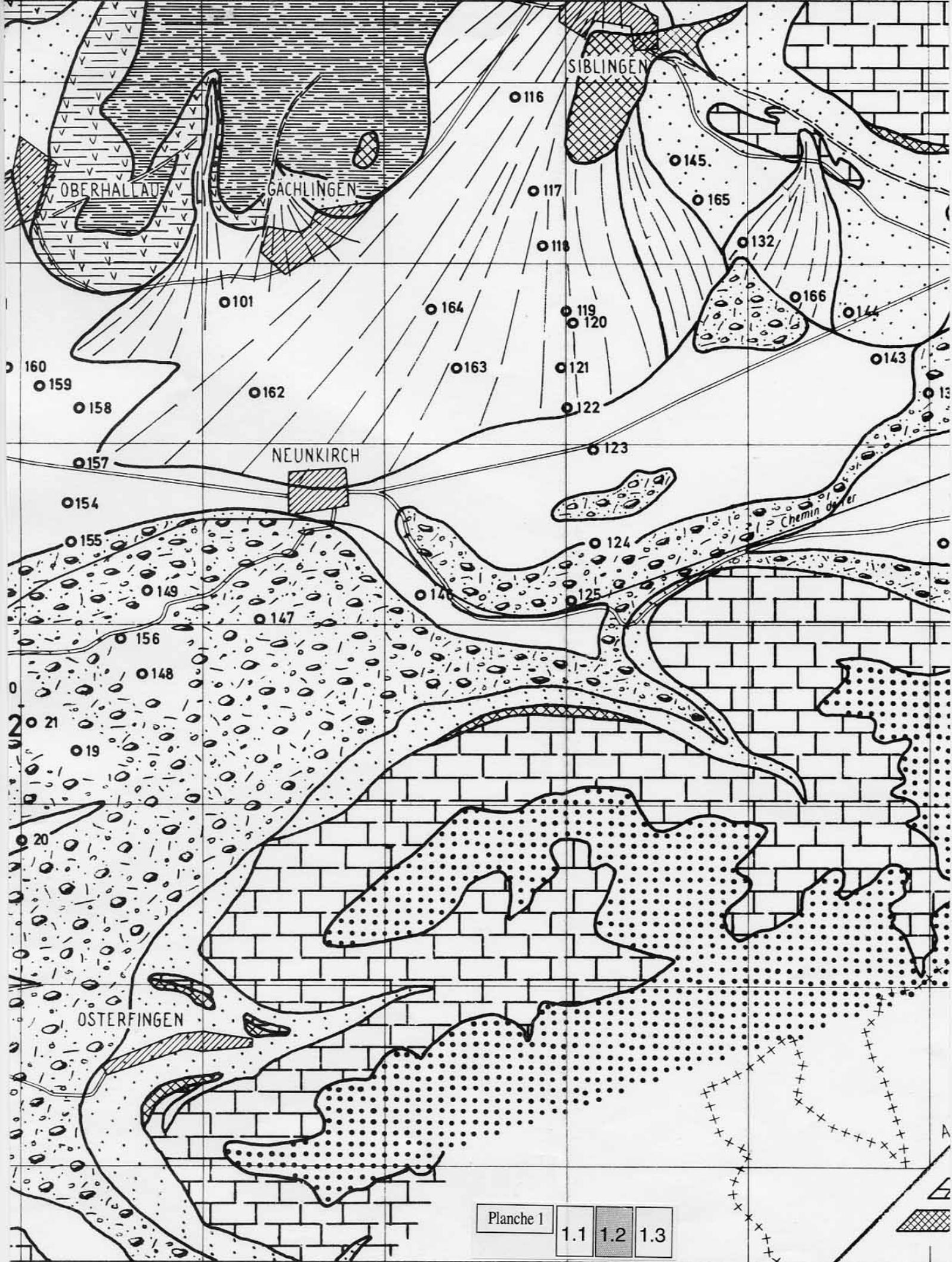
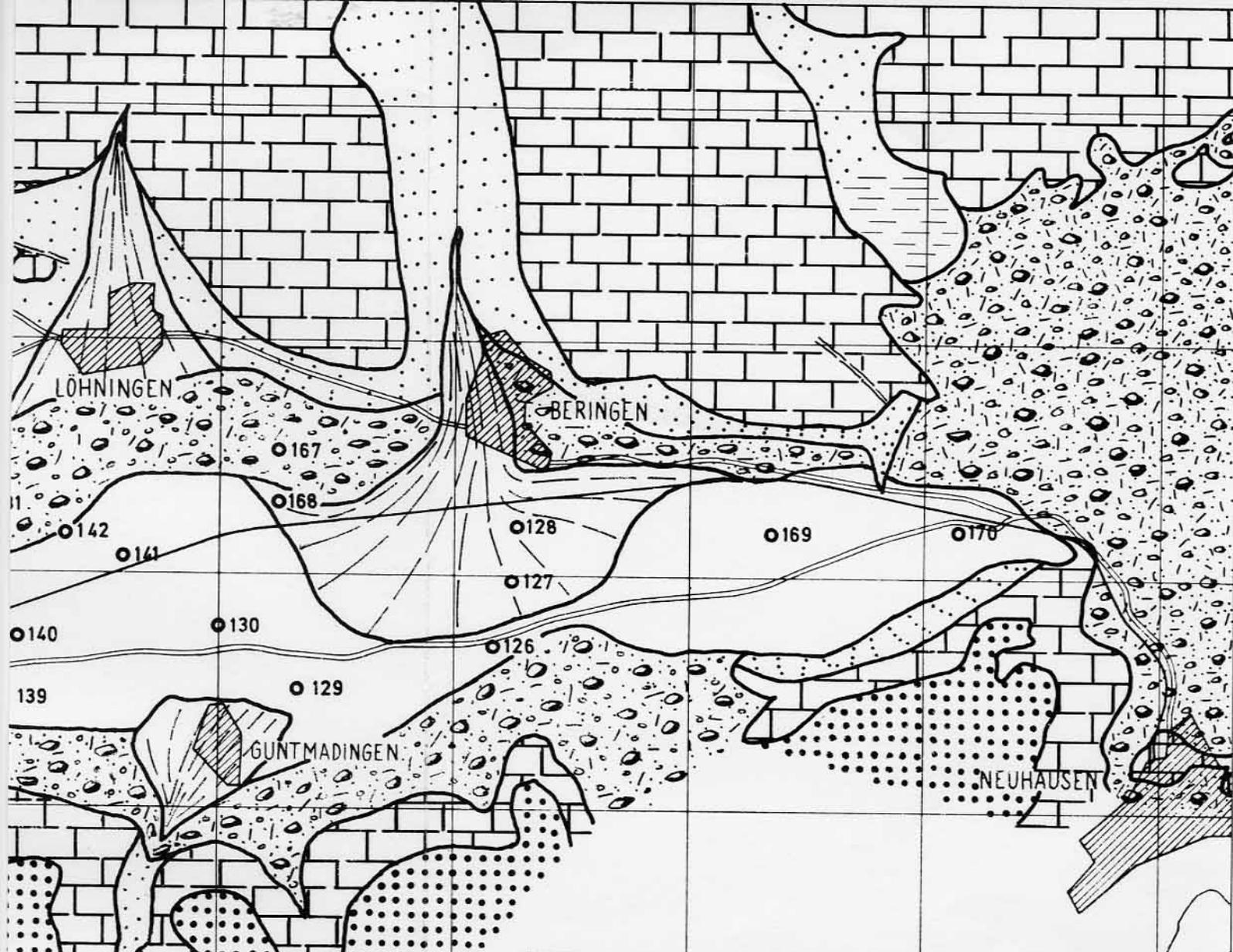


Planche 1
1.1 1.2 1.3



678 679 680 681 682 683



VALLÉE DE KLETTGAU - SH

PLANCHE N. 1

CARTE GEOLOGIQUE

situation des sondages électriques

LEGENDE

○ 139 Sondage électrique

— Faille

Marais

Eboulis

Cône de déjection

Graviers glaciaires

Formations sidérolithiques (EOCENE)

Malm (calcaires) (JURASSIQUE)

Dogger (marnes et calcaires marneux) - (JURASSIQUE)

Lias (marnes) (JURASSIQUE)

Keuper (marnes argileuses et à gypses) - (TRIAS)

Muschelkalk (calcaires dolomitiques) (TRIAS)



kilomètres

Planche 1

1.1

1.2

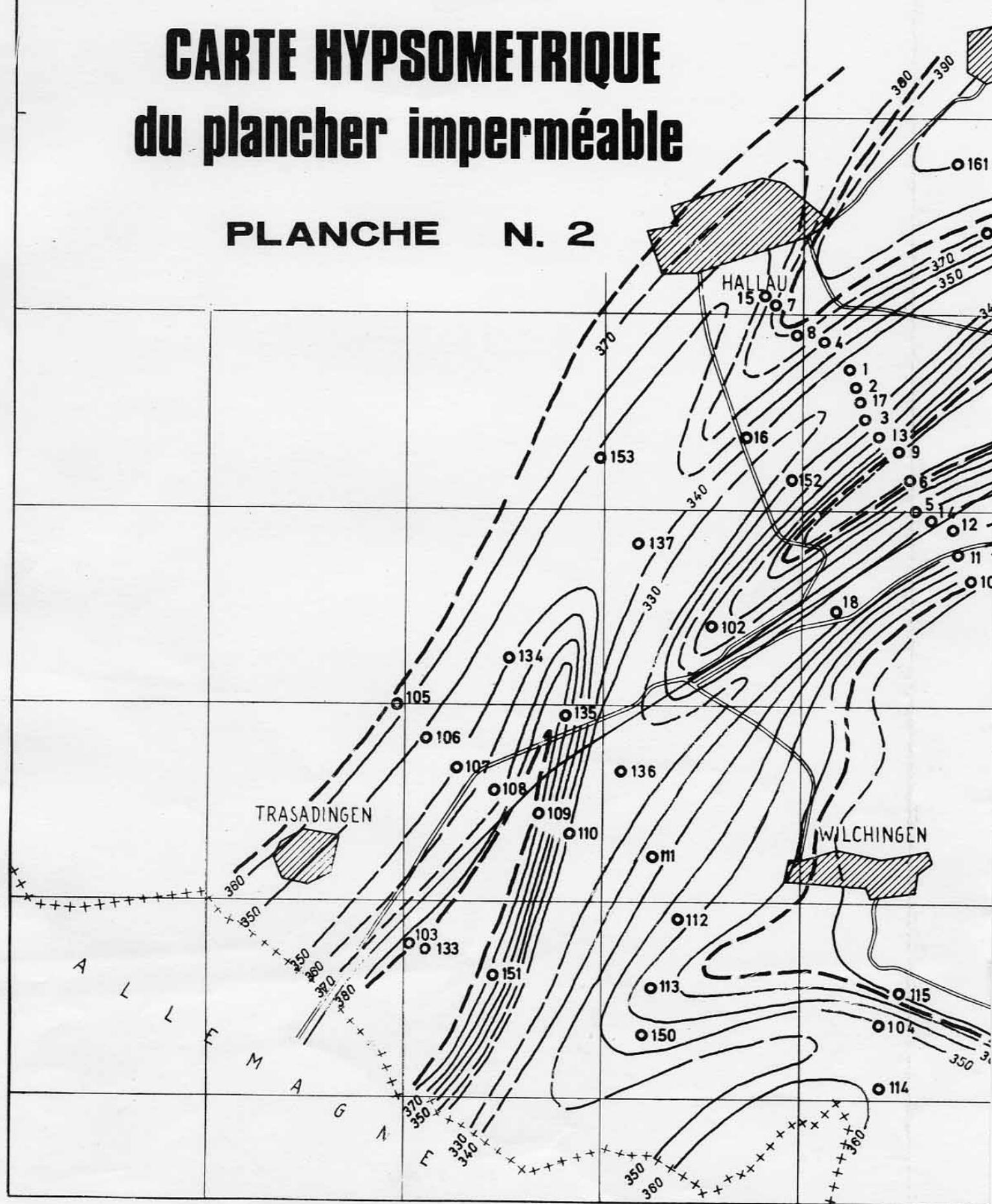
1.3

VALLEE DE KLETTGAU-SH

CARTE HYPSONOMETRIQUE du plancher imperméable

PLANCHE N. 2

285
284
283
282
281
280
279

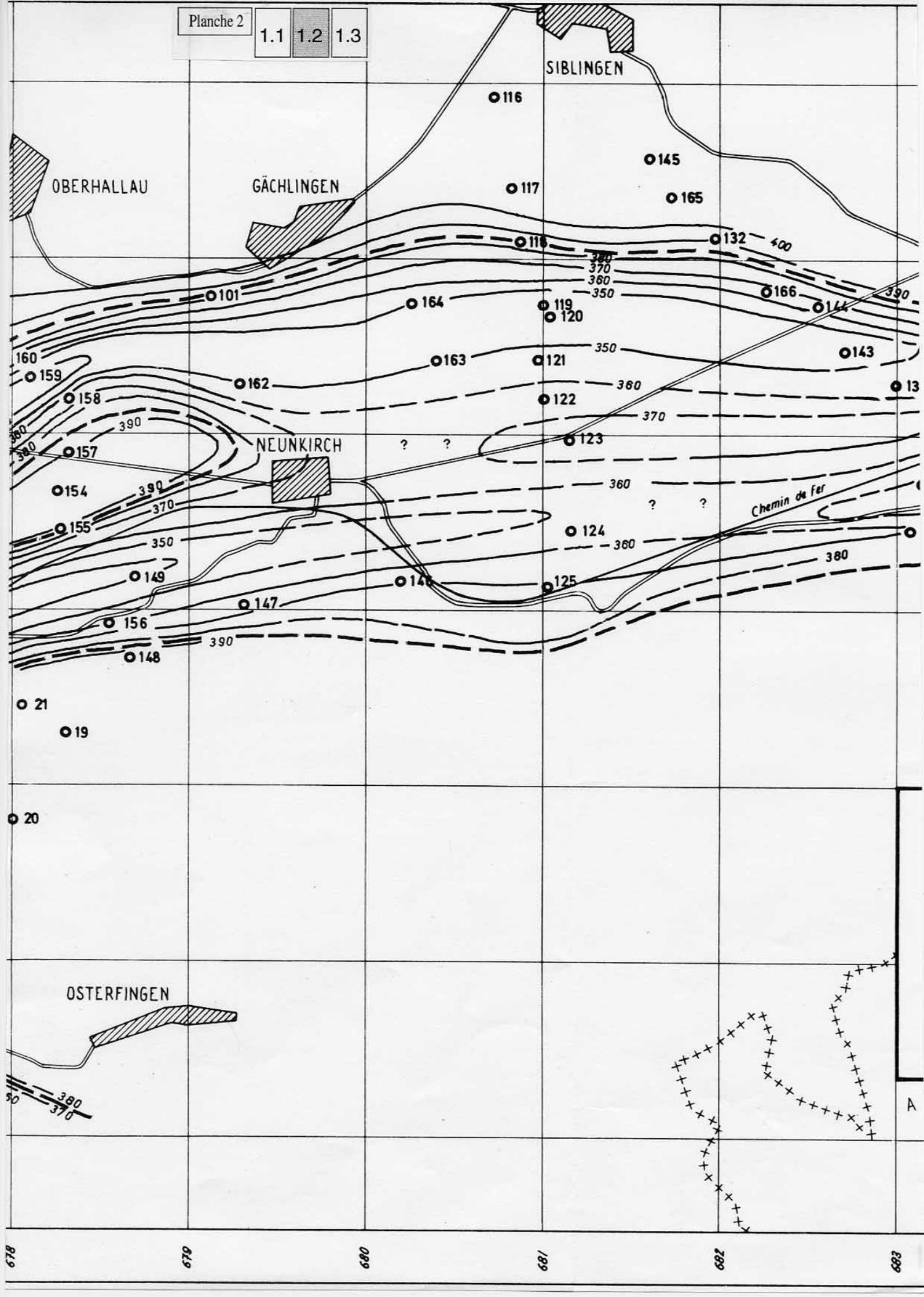


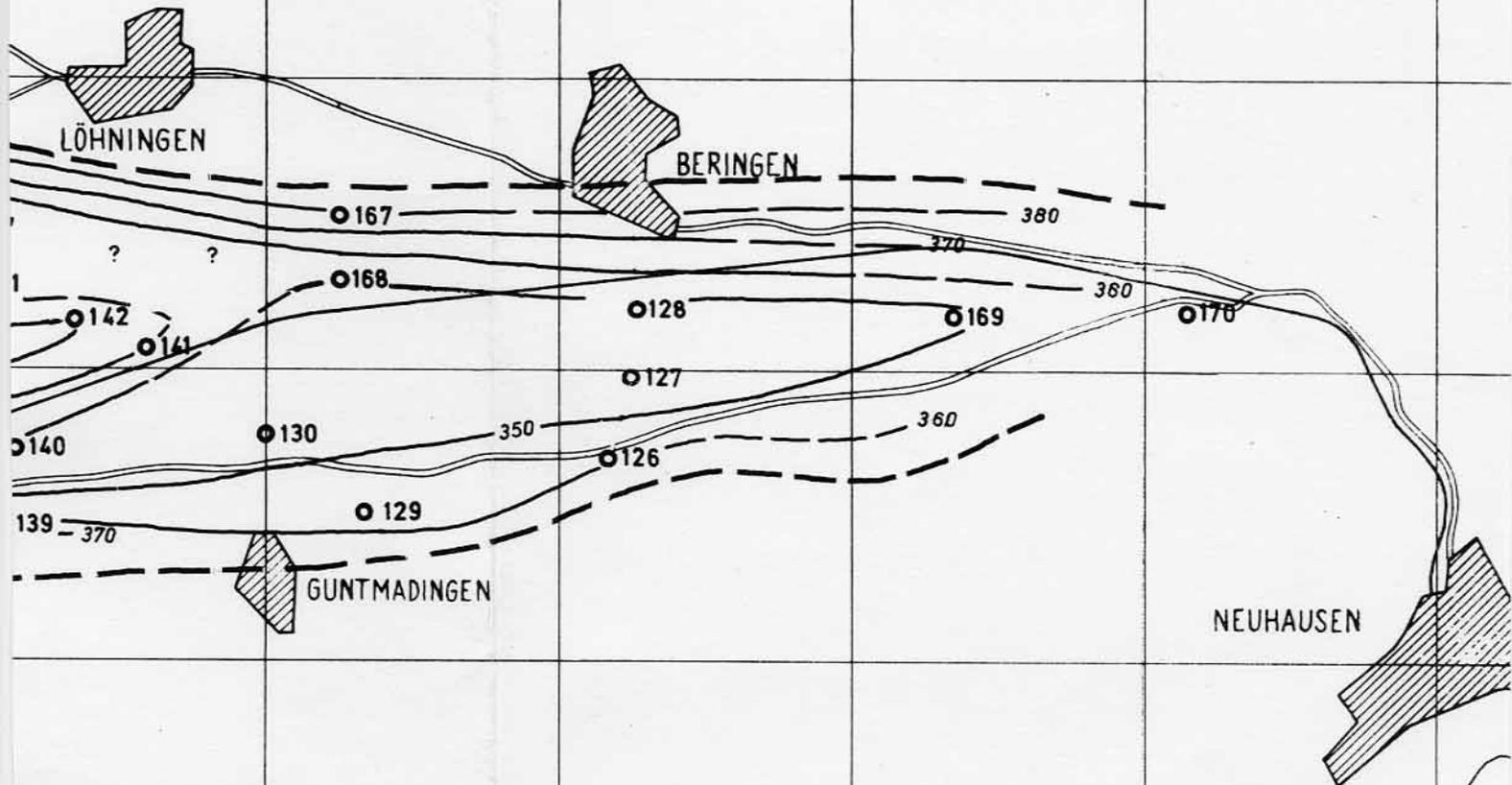
674

675

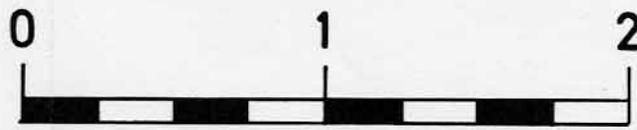
676

677



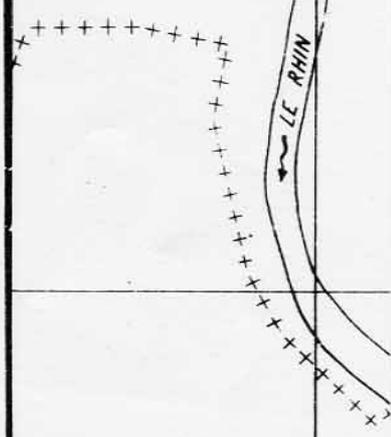


LEGENDE



kilomètres

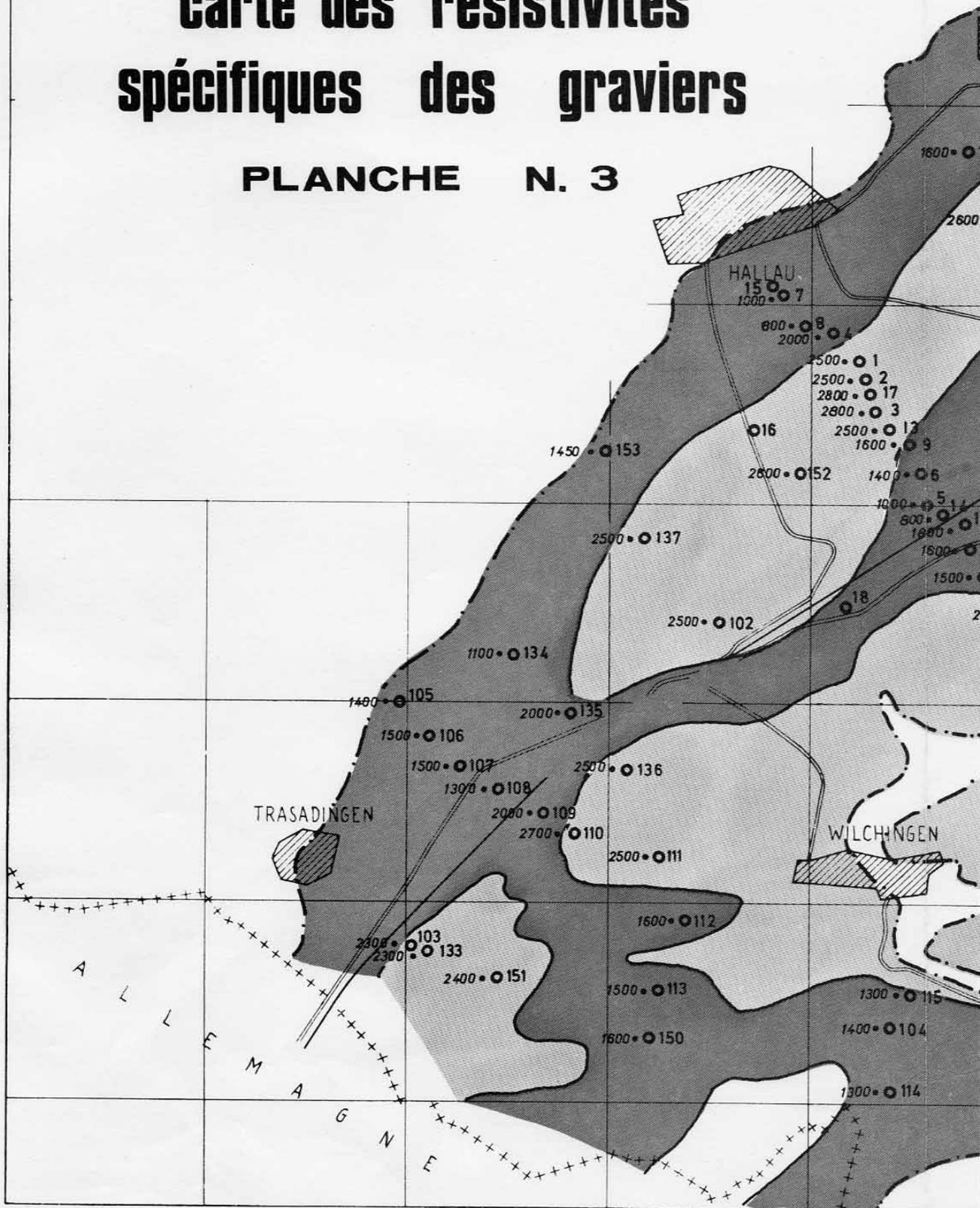
- 139 Sondage électrique
- Trace de l'intersection de la surface de la nappe aquifère avec le plancher imperméable (durant l'été 67)
- 350 — Ligne d'égale altitude; équadistance: 10 m.



VALLÉE DE KLETTGAU-SH

carte des résistivités spécifiques des graviers

PLANCHE N. 3

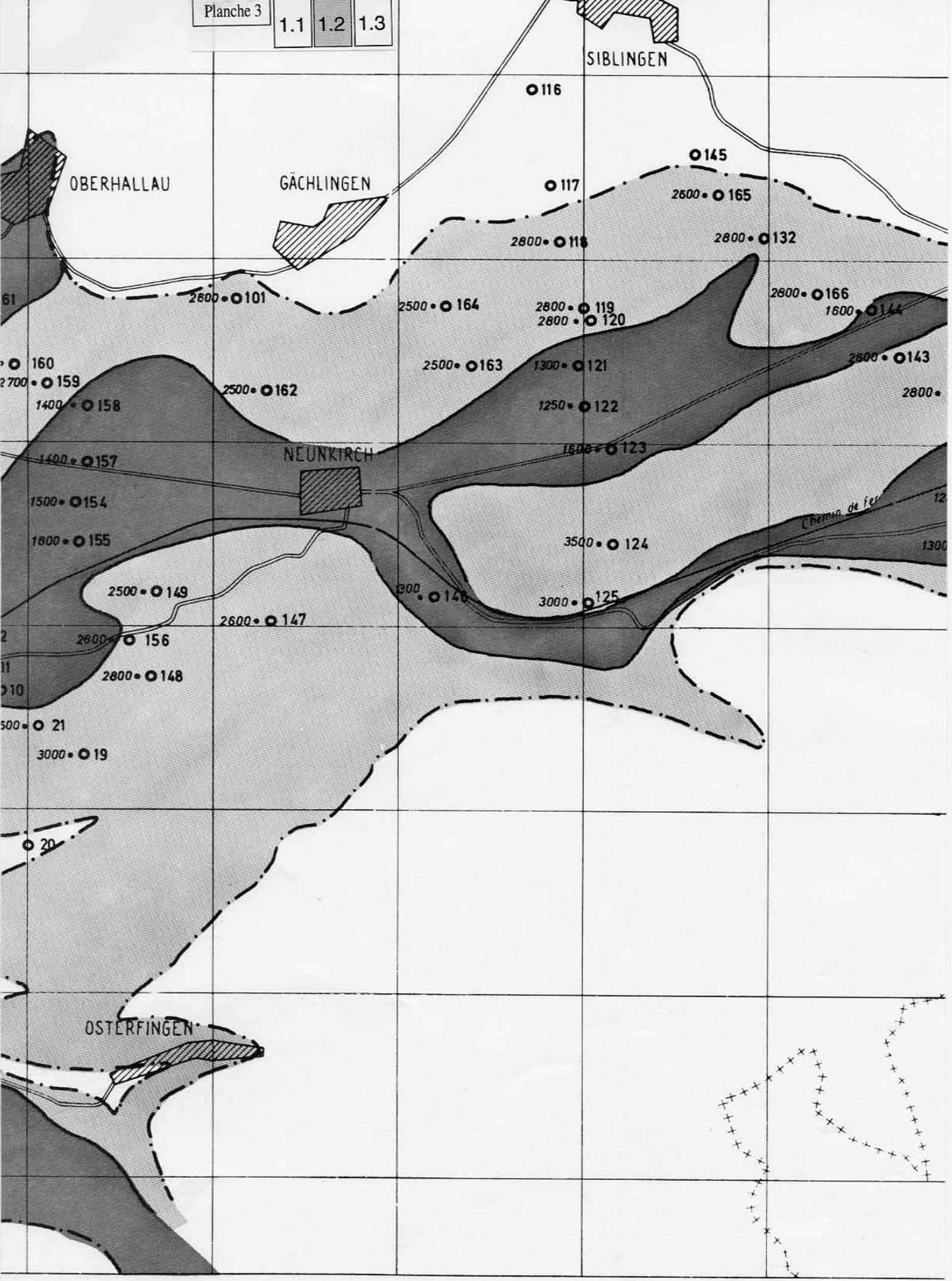


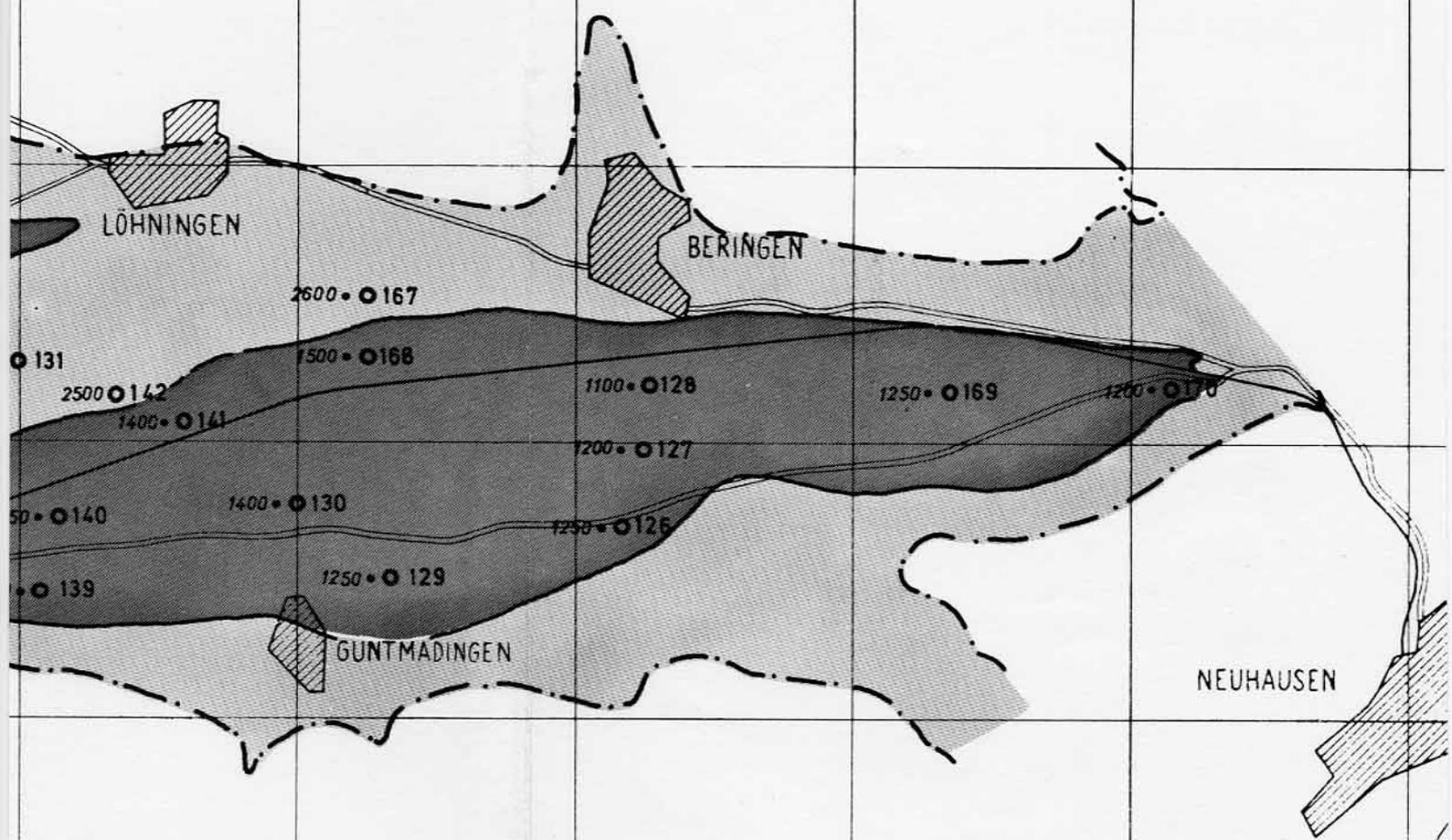
674

675

676

677





LEGENDE

2600 • 143

Sondage électrique avec valeur de la résistivité spécifique



Limite de l'extantion locale des graviers



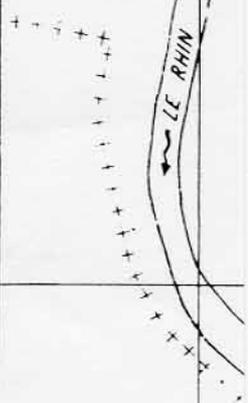
Graviers "supérieurs"



Graviers "inférieurs"



kilomètres



VALLEE DE KLETTGAU-SH

COUPE

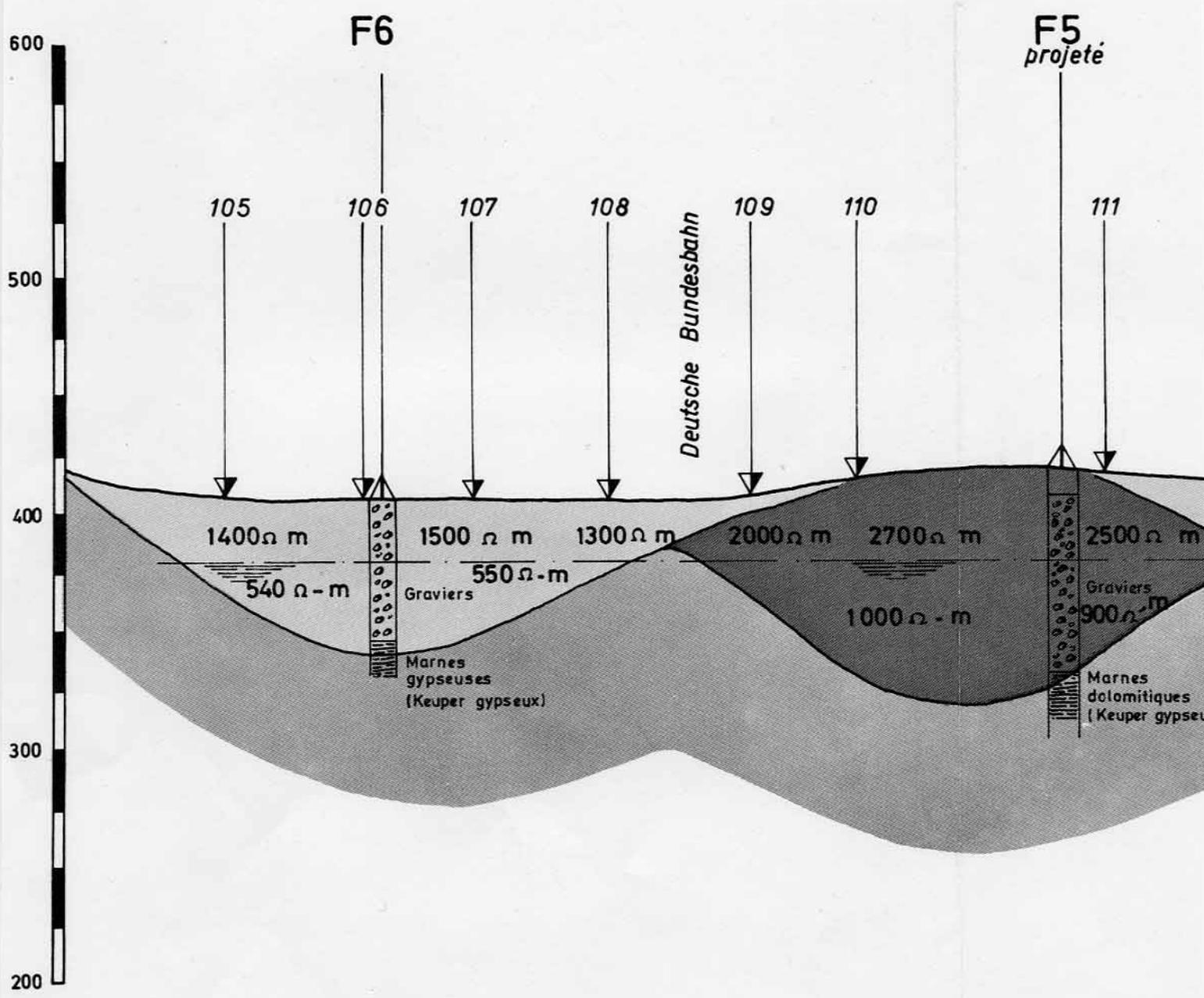
PLANCHE N. 4

Echelle 1:10

COUPE 1.1

ECHELLE: 1:10'000/2'500

voir Pl. 1



LEGENDE

-  Limons
-  1400 Gravieres sup. secs
-  2500 Gravieres inf. secs
-  Marnes
-  Substratum

Sondage électrique  112

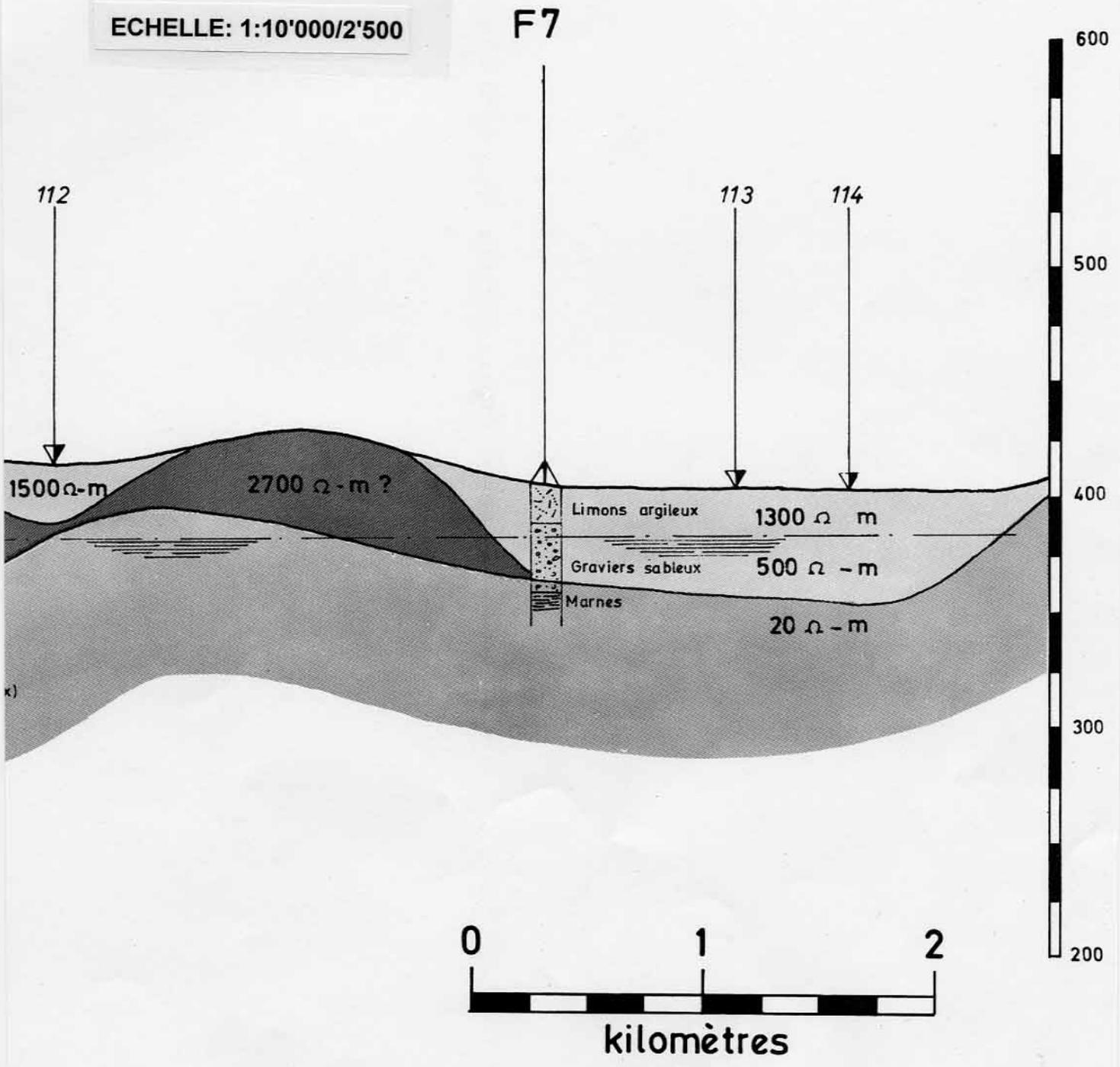
F7 

Forage 

1-1

000/2500

ECHELLE: 1:10'000/2'500



VALLEE DE KLETTGAU-SH

COUPE

PLANCHE N. 5

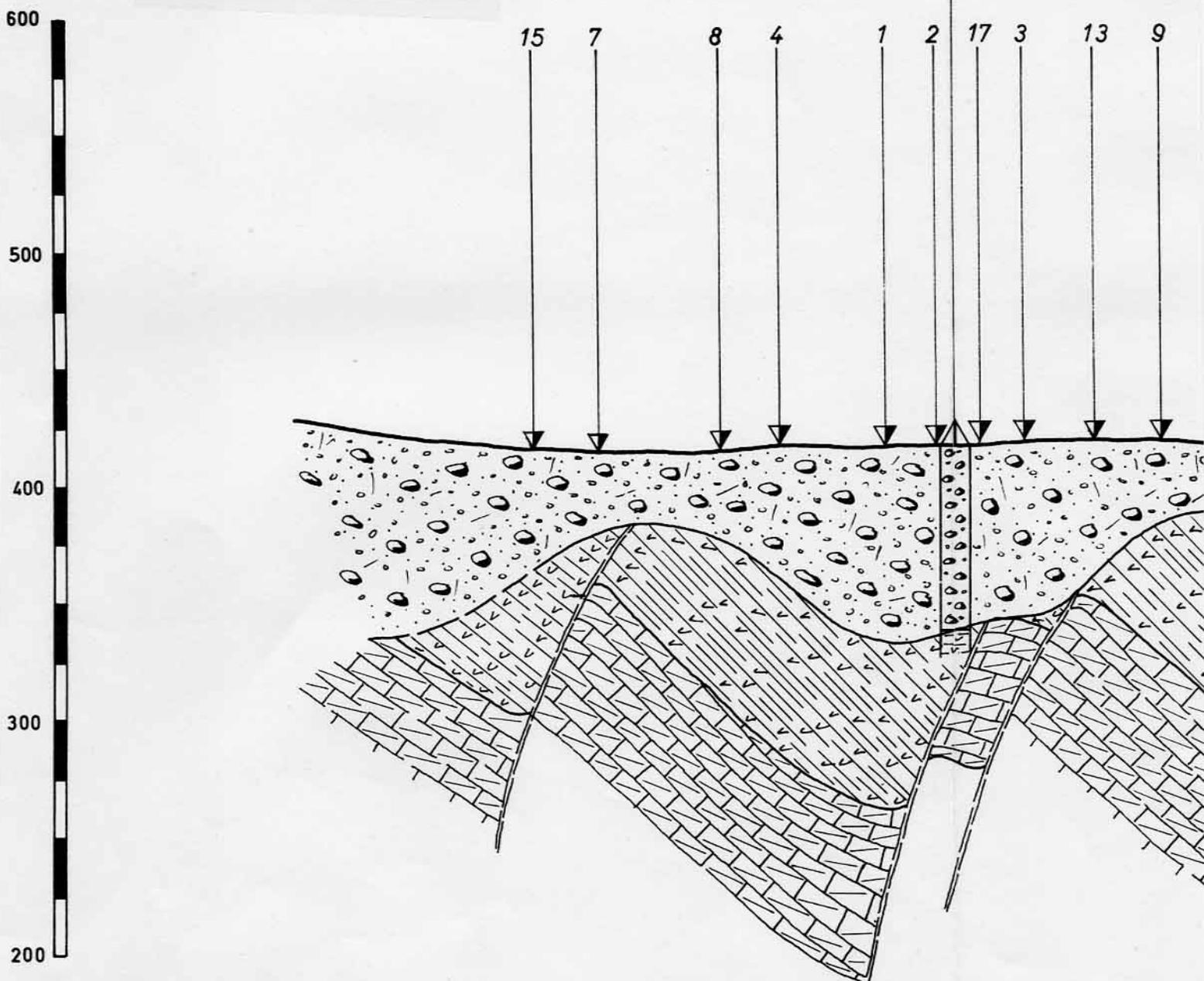
Echelle 1:

COUPE 2.2

(SCHEI

schéma tectonique du Muschelkalk

ECHELLE: 1:10'000/2'500



2-2

LEGENDE



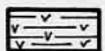
Gravieres glaciaires



Dogger



Lias



Keuper



Muschelkalk

Sondage électrique

15



F1

Forage



Faïlle



10000/2500

MA)

ECHELLE: 1:10'000/2'500

F2

6

5

14

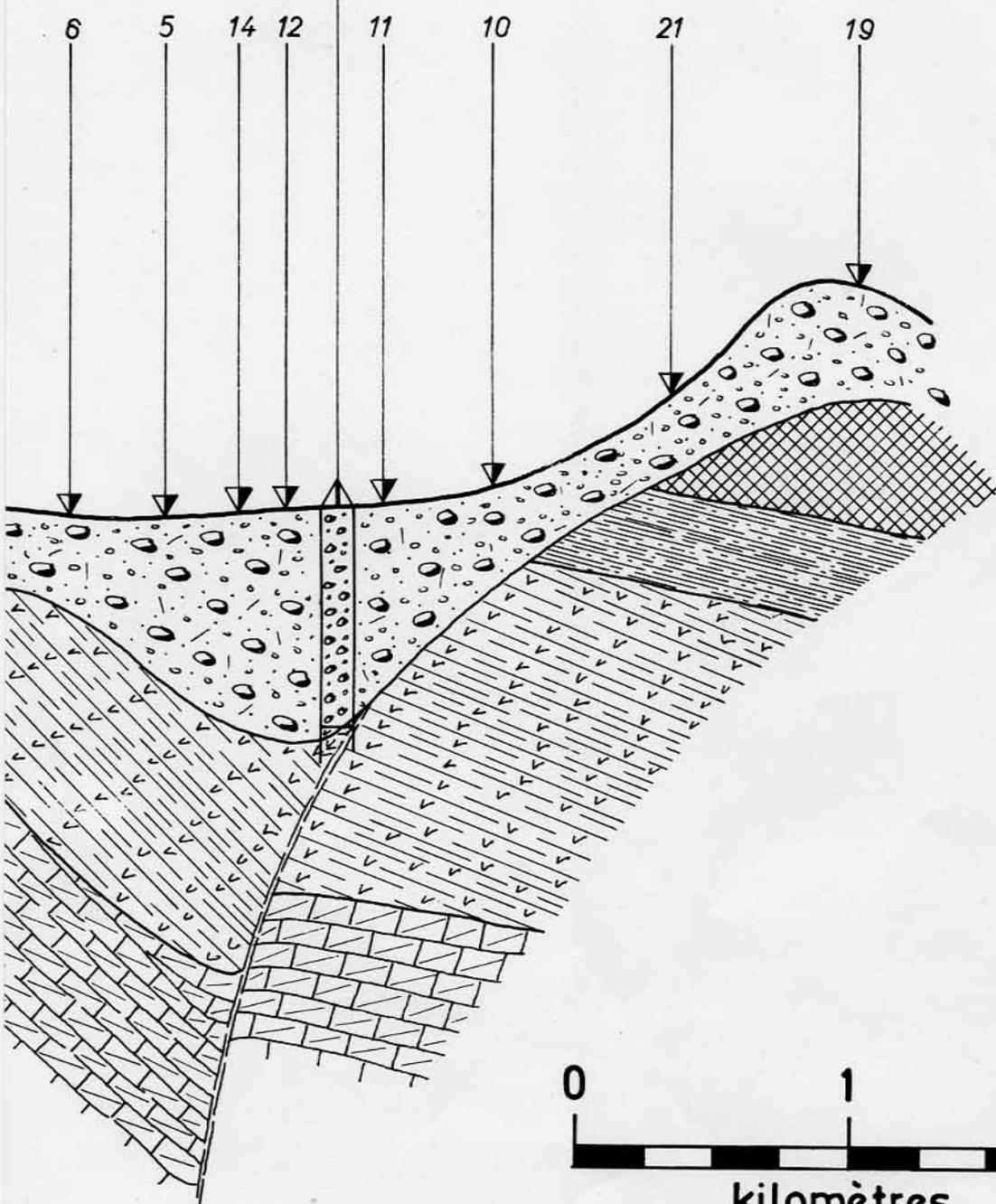
12

11

10

21

19



600

500

400

300

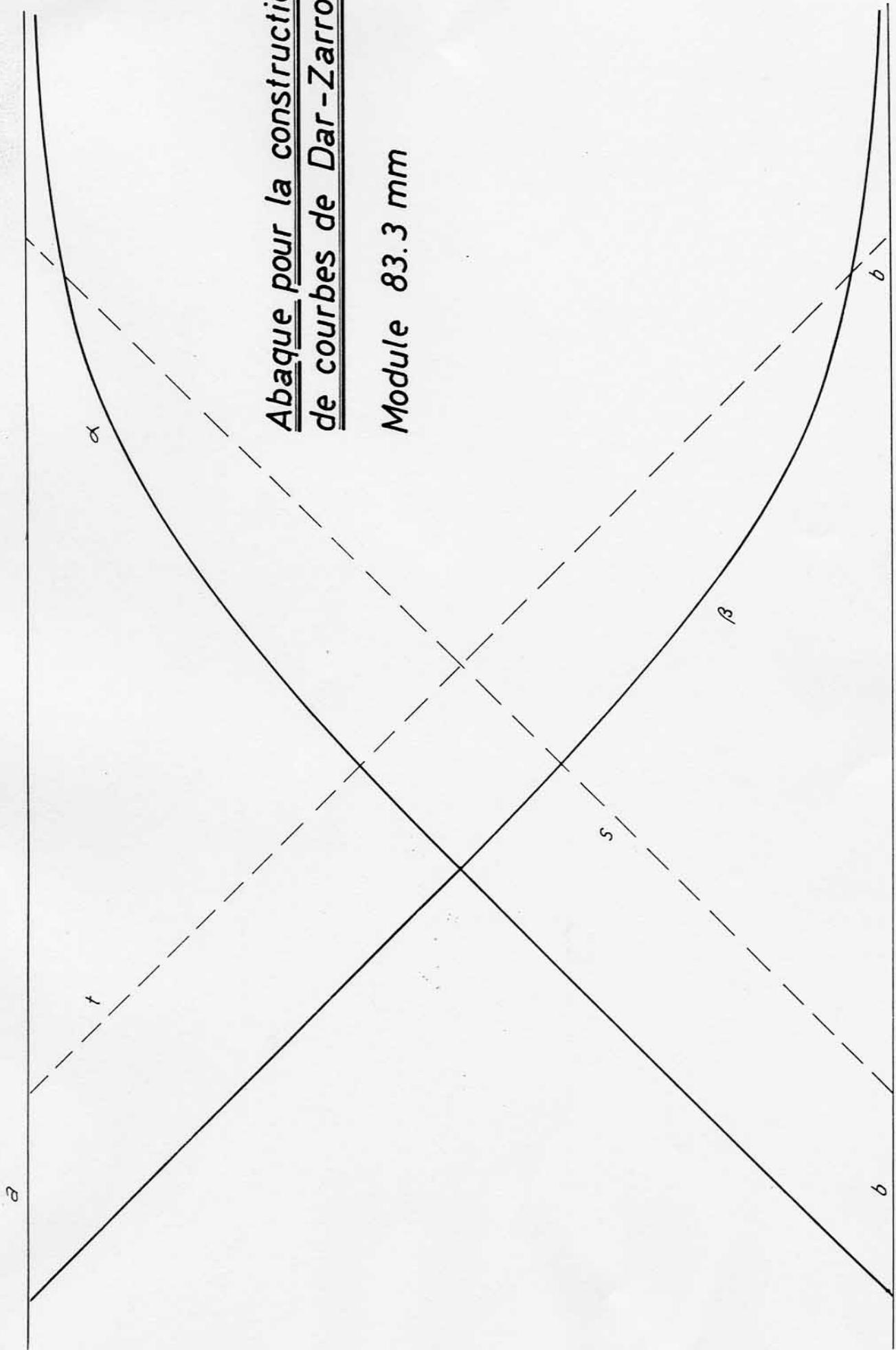
200

0

1

2

kilomètres



Abaque pour la construction
de courbes de Dar-Zarrouk

Module 83.3 mm

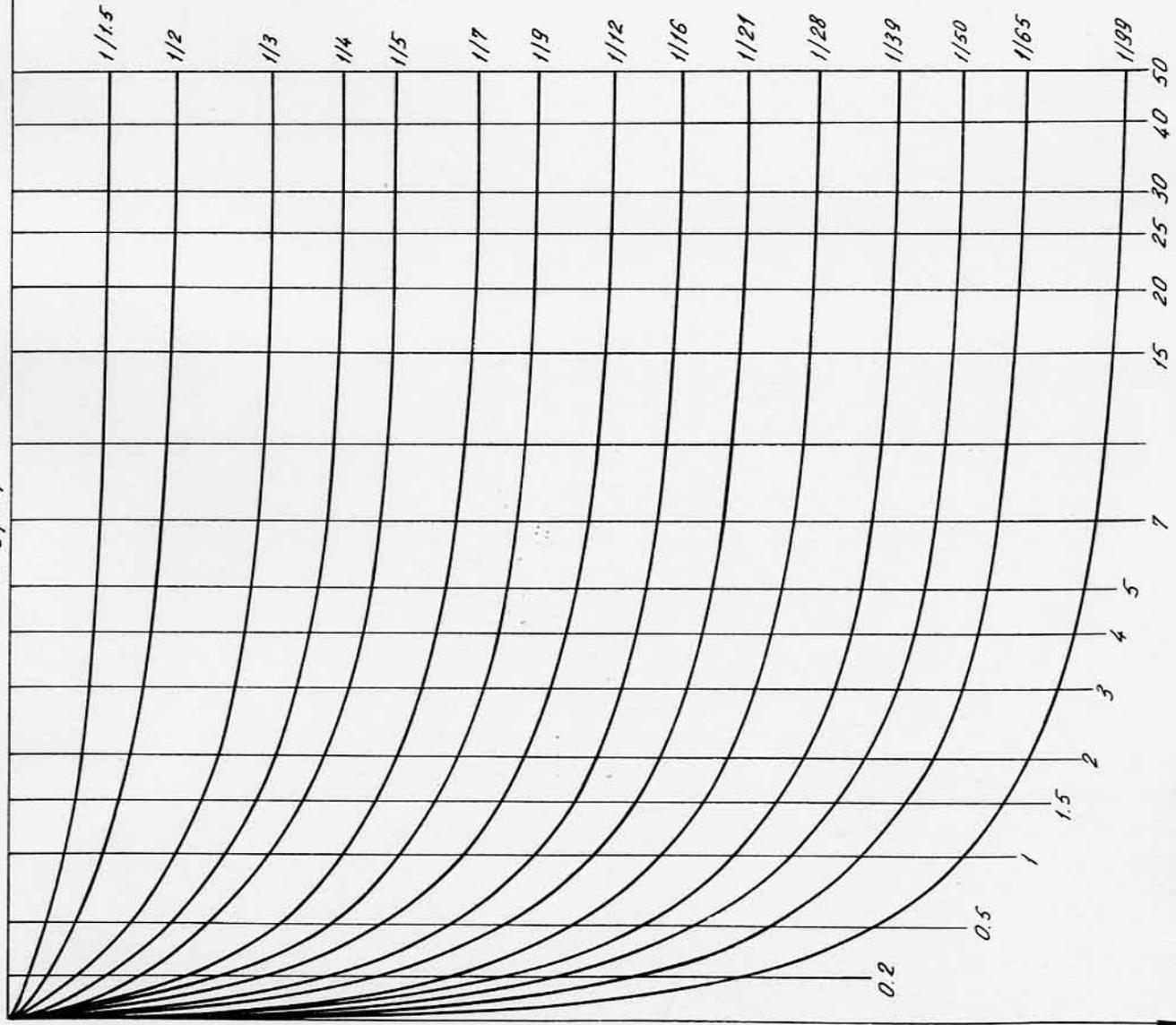
$$V = m_2 / m_1$$

$$\lambda_H = 1 + V$$

Abaque de Hummel,
H pour SE de type H

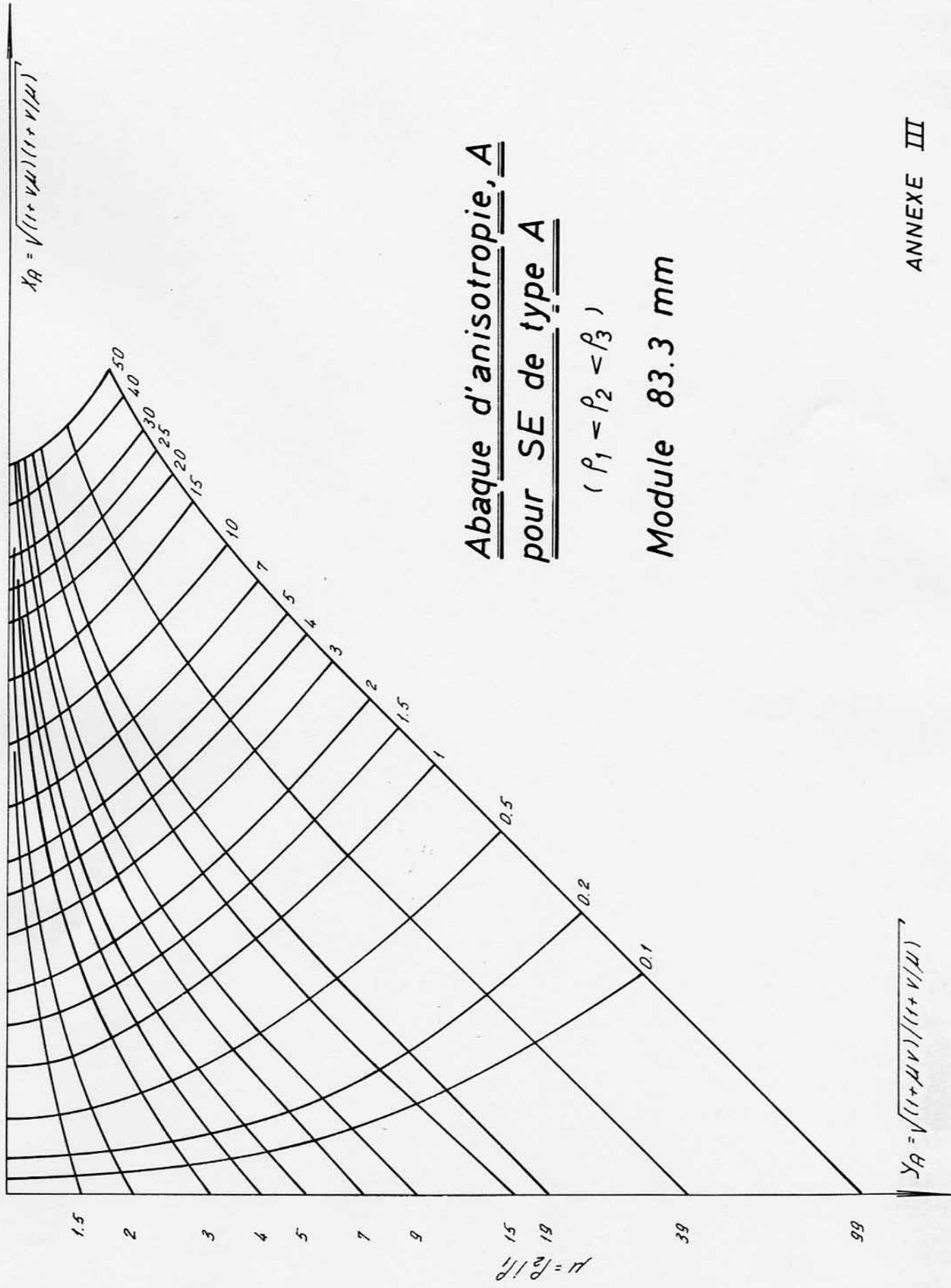
$$(P_1 > P_2 < P_3)$$

Module 83.3 mm



$$M = P_2 / P_1$$

$$\lambda_H = (1 + V) (1 + \sqrt{M})$$

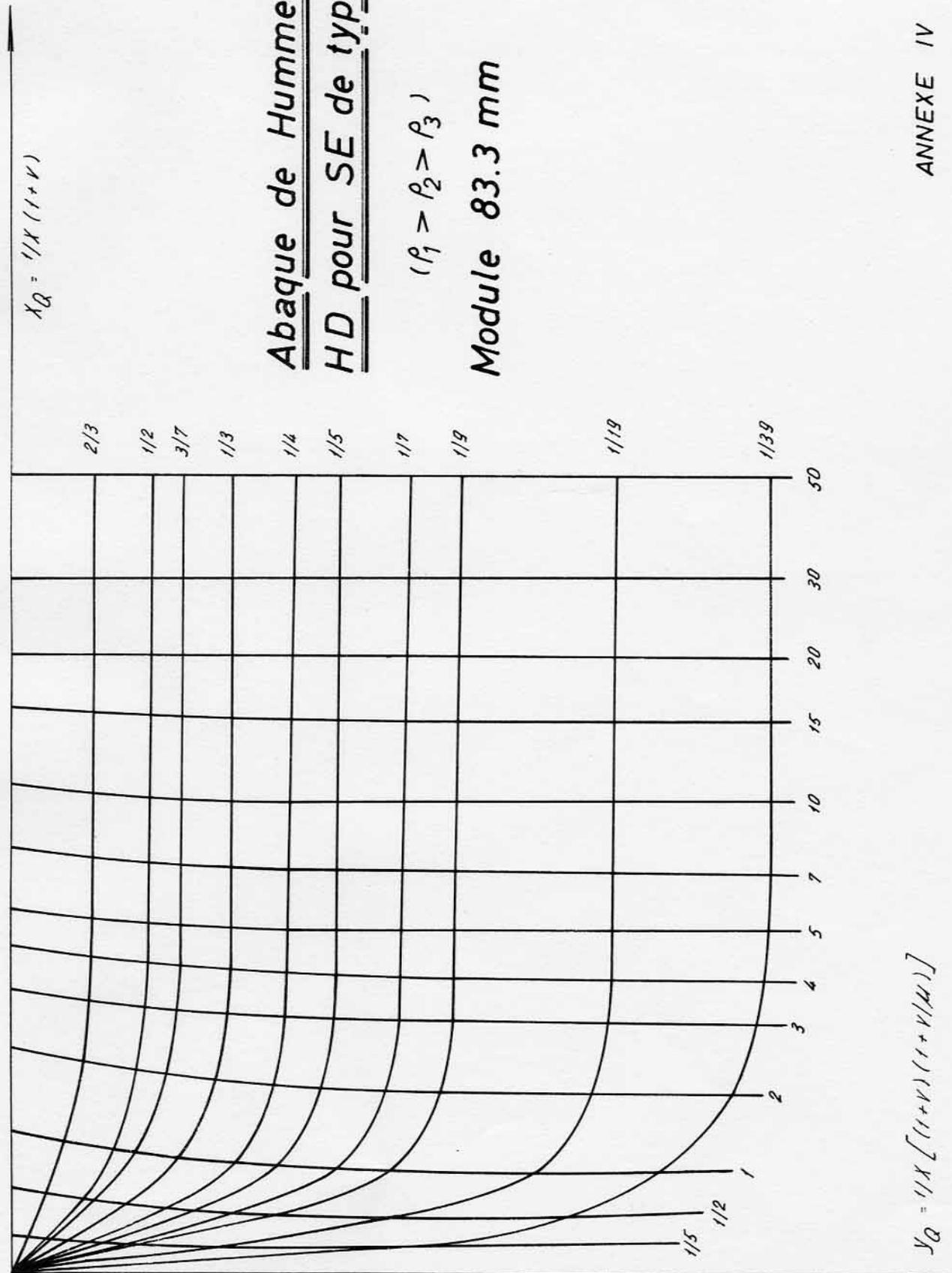


Abaque d'anisotropie, A
pour SE de type A

($\rho_1 = \rho_2 < \rho_3$)

Module 83.3 mm

$$V = m_2 / m_1$$



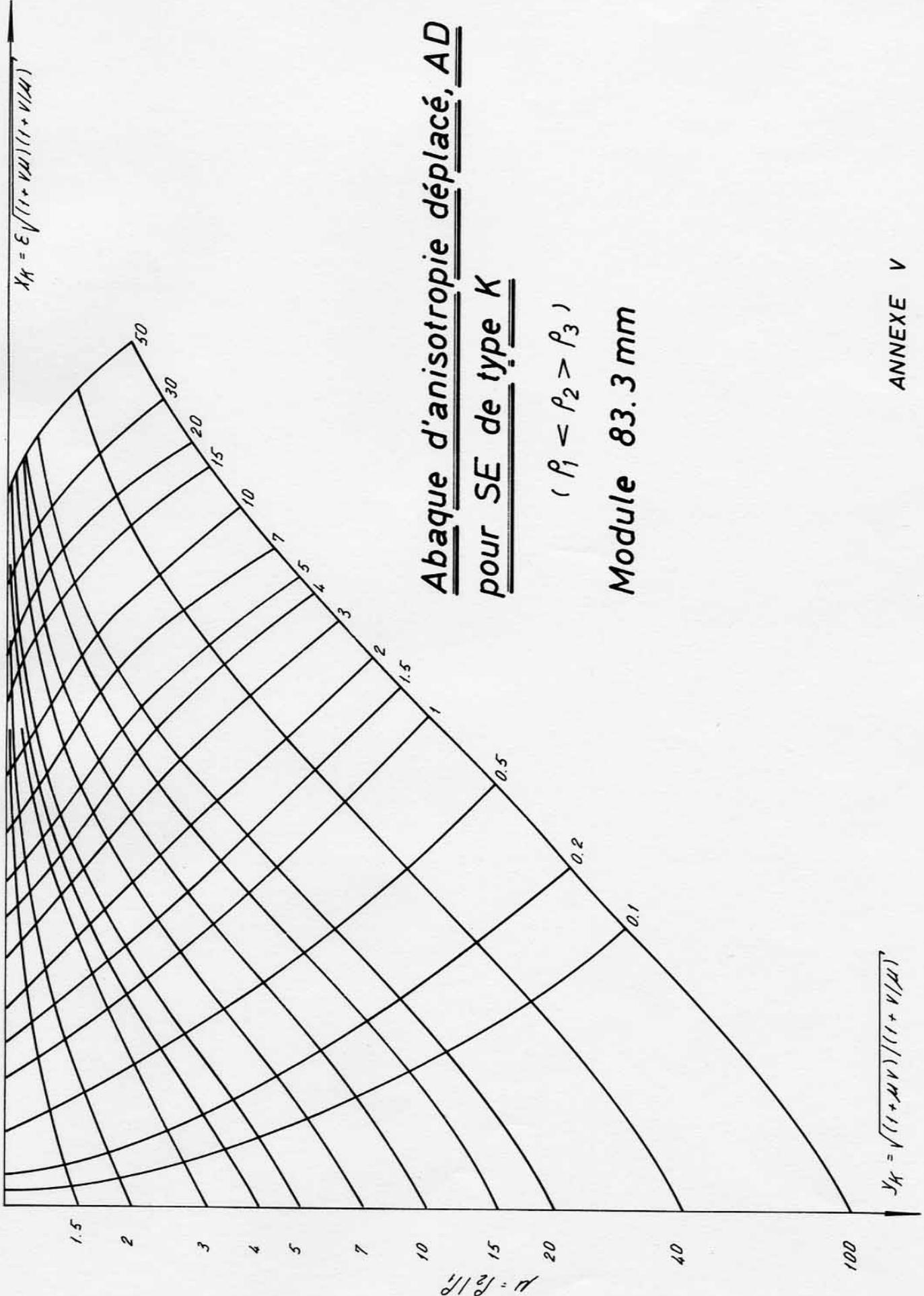
$$r_1 = r_2 / \mu$$

Abaque de Hummel déplacé,
HD pour SE de type Q

$$(r_1 > r_2 > r_3)$$

Module 83.3 mm

$$X_Q = 1/X [(1+V)(1+V/\mu)]$$



Abaque d'anisotropie déplacé, AD
pour SE de type K

$(\rho_1 < \rho_2 > \rho_3)$

Module 83.3 mm

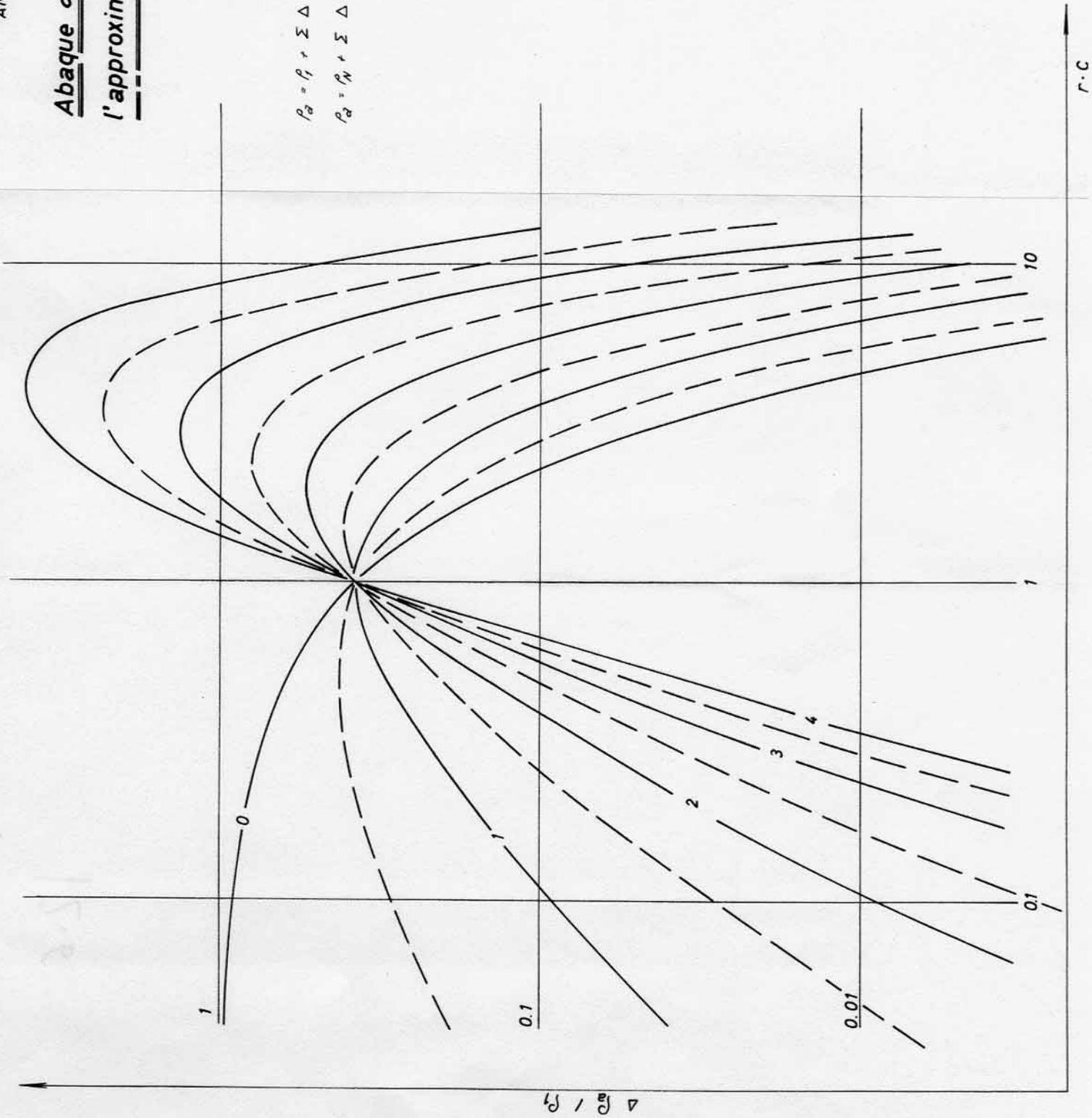
$\chi_K = \sqrt{(1 + \mu\nu)} / (1 + \nu/\mu)$

$\lambda \cdot r$	1	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	15	20	25	30	40	50	60	80	100	120	150	200
+1.000	1.23	1.58	2.02	2.51	3.00	4.00																	
0.999	1.22	1.58	2.01	2.50	2.98	3.96	4.92																
0.998	1.22	1.57	2.00	2.49	2.96	3.91	4.84	5.75	7.49	9.11	10.6	12.7	15.4	17.3	18.8	20.0	19.8	18.5	14.7	10.8	7.54	4.11	1.33
0.997	1.22	1.57	2.00	2.48	2.95	3.89	4.80	5.69	7.31	8.80	10.1	11.9	14.7	15.4	16.2	16.1	14.9	13.0	9.06	5.79	3.51	1.56	0.359
0.996	1.22	1.57	2.00	2.46	2.93	3.85	4.74	5.58	7.14	8.53	9.75	11.2	13.0	13.9	14.2	13.4	11.7	9.62	5.96	3.39	1.82	0.670	0.114
0.995	1.22	1.56	2.00	2.45	2.91	3.82	4.68	5.50	6.99	8.28	9.38	10.7	12.0	12.6	12.5	11.2	9.24	7.23	4.00	2.03	0.967	0.299	0.0374
0.994	1.22	1.56	1.99	2.44	2.90	3.80	4.64	5.44	6.86	8.07	9.08	10.2	11.3	11.6	11.3	9.76	7.78	5.89	3.06	1.47	0.672	0.196	0.0229
0.993	1.22	1.56	1.99	2.43	2.89	3.77	4.60	5.37	6.73	7.86	8.77	9.76	10.6	10.6	10.1	8.33	6.31	4.55	2.13	0.917	0.376	0.0931	0.0084
0.992	1.22	1.55	1.98	2.43	2.88	3.75	4.56	5.31	6.61	7.68	8.51	9.38	9.99	9.83	9.20	7.26	5.36	3.73	1.63	0.656	0.251	0.0555	
0.991	1.22	1.55	1.98	2.42	2.87	3.72	4.51	5.24	6.49	7.49	8.26	9.01	9.43	9.12	8.39	6.40	4.57	3.05	1.24	0.468	0.168	0.0343	
0.990	1.22	1.54	1.97	2.41	2.85	3.70	4.46	5.18	6.38	7.32	8.02	8.66	8.90	8.45	7.62	5.61	3.80	2.43	0.901	0.305	0.0974	0.0164	
0.989	1.22	1.54	1.97	2.40	2.84	3.65	4.43	5.14	6.28	7.17	7.76	8.34	8.45	7.92	6.98	4.98	3.31	2.04	0.695	0.2185	0.0646	0.0097	
0.987	1.21	1.53	1.96	2.39	2.82	3.63	4.37	5.04	6.11	6.89	7.42	7.81	7.69	7.01	6.03	4.04	2.49	1.47	0.445	0.1291	0.0340	0.0041	
0.985	1.21	1.53	1.96	2.38	2.80	3.59	4.29	4.92	5.91	6.61	7.04	7.29	6.97	6.15	5.16	3.27	1.91	1.06	0.294	0.0753	0.0183	0.0020	
0.983	1.21	1.53	1.95	2.37	2.78	3.52	4.22	4.81	5.64	6.35	6.88	6.88	6.31	5.42	4.41	2.62	1.42	0.731	0.1605	0.0384	0.0078		
0.981	1.21	1.52	1.94	2.35	2.75	3.49	4.14	4.69	5.59	6.00	6.39	6.25	5.61	4.62	3.61	2.01	1.015	0.483	0.1203	0.0221	0.0044		
0.979	1.21	1.52	1.94	2.33	2.74	3.46	4.08	4.62	5.45	5.83	6.12	5.95	5.23	4.26	3.28	1.76	0.875	0.409	0.0823	0.0154	0.0024		
0.977	1.21	1.52	1.93	2.32	2.72	3.43	4.03	4.54	5.29	5.65	5.86	5.65	4.61	3.89	2.94	1.53	0.735	0.336	0.0559	0.0088	0.0014		
0.975	1.21	1.52	1.92	2.32	2.70	3.41	3.99	4.49	5.16	5.53	5.63	5.43	4.48	3.59	2.65	1.31	0.513	0.254	0.0448	0.0063			
0.973	1.21	1.52	1.91	2.31	2.68	3.38	3.95	4.42	5.04	5.32	5.38	5.12	4.26	3.23	2.31	1.09	0.473	0.187	0.0276	0.0038			
0.970	1.21	1.52	1.90	2.29	2.66	3.33	3.88	4.32	4.88	5.12	5.11	4.78	3.84	2.85	2.01	0.892	0.363	0.140	0.0186				
0.965	1.21	1.51	1.89	2.26	2.63	3.26	3.76	4.15	4.62	4.75	4.67	4.25	3.21	2.31	1.54	0.631	0.233	0.0823	0.0092				
0.960	1.20	1.51	1.87	2.24	2.59	3.19	3.66	4.01	4.39	4.45	4.29	3.82	2.80	1.92	1.24	0.470	0.165	0.0548					
0.955	1.20	1.50	1.86	2.21	2.55	3.13	3.56	3.87	4.16	4.15	3.92	3.40	2.39	1.55	0.946	0.319	0.0960	0.0285					
0.950	1.20	1.49	1.85	2.19	2.52	3.07	3.46	3.74	3.97	3.91	3.65	3.10	2.11	1.32	0.786	0.251	0.0738	0.0206					
0.945	1.20	1.49	1.83	2.17	2.48	3.01	3.37	3.61	3.78	3.67	3.37	2.79	1.82	1.10	0.624	0.183	0.0477	0.0127					
0.940	1.19	1.48	1.82	2.15	2.45	2.95	3.29	3.50	3.62	3.45	3.13	2.54	1.59	0.926	0.507	0.137	0.0341	0.0080					
0.935	1.19	1.48	1.81	2.13	2.43	2.91	3.21	3.40	3.47	3.27	2.93	2.33	1.38	0.797	0.424	0.108	0.0256						
0.930	1.19	1.47	1.80	2.11	2.40	2.84	3.14	3.30	3.32	3.08	2.72	2.12	1.18	0.668	0.341	0.0798	0.0172						
0.925	1.19	1.46	1.78	2.09	2.37	2.80	3.07	3.20	3.19	2.92	2.55	1.95	1.06	0.580	0.287	0.0533	0.0128						
0.920	1.19	1.46	1.77	2.07	2.34	2.75	3.00	3.11	3.06	2.78	2.40	1.80	0.965	0.505	0.243	0.0510	0.0098						
0.915	1.18	1.45	1.76	2.05	2.31	2.71	2.94	3.02	2.94	2.63	2.24	1.65	0.871	0.430	0.200	0.0388							
0.910	1.18	1.45	1.75	2.03	2.29	2.66	2.86	2.94	2.83	2.51	2.11	1.52	0.789	0.375	0.169	0.0308							
0.905	1.18	1.44	1.74	2.01	2.26	2.62	2.81	2.87	2.73	2.39	1.99	1.41	0.714	0.331	0.146	0.0255							
0.900	1.18	1.43	1.73	1.99	2.24	2.57	2.75	2.80	2.63	2.27	1.87	1.30	0.640	0.288	0.123	0.0201							
0.890	1.17	1.42	1.71	1.96	2.19	2.50	2.64	2.66	2.45	2.07	1.67	1.13	0.523	0.223	0.0901	0.0132							
0.880	1.17	1.41	1.69	1.94	2.15	2.43	2.53	2.53	2.28	1.89	1.48	0.973	0.427	0.172	0.0656	0.0085							
0.870	1.17	1.40	1.67	1.91	2.11	2.36	2.44	2.41	2.13	1.75	1.34	0.852	0.357	0.137	0.0437								
0.860	1.16	1.39	1.65	1.88	2.06	2.30	2.35	2.30	1.99	1.59	1.20	0.741	0.294	0.107	0.0357								
0.850	1.16	1.38	1.63	1.85	2.02	2.23	2.27	2.22	1.87	1.47	1.09	0.655	0.249	0.0865	0.0286								
0.840	1.16	1.37	1.62	1.82	1.98	2.17	2.19	2.15	1.76	1.35	0.987	0.375	0.208	0.0690	0.0216								
0.830	1.15	1.37	1.60	1.79	1.95	2.12	2.11	2.06	1.66	1.25	0.889	0.510	0.177	0.0561	0.0168								
0.820	1.15	1.36	1.58	1.77	1.92	2.06	2.04	1.95	1.56	1.16	0.818	0.452	0.150	0.0457	0.0131								
0.810	1.15	1.35	1.57	1.74	1.89	2.01	1.98	1.85	1.47	1.07	0.745	0.400	0.127	0.0369	0.0101								
0.800	1.14	1.34	1.55	1.72	1.85	1.96	1.91	1.78	1.39	1.00	0.683	0.359	0.110	0.0307	0.0081								
0.790	1.14	1.33	1.54	1.70	1.82	1.91	1.85	1.71	1.31	0.928	0.621	0.317	0.0924	0.0245									
0.780	1.14	1.32	1.52	1.68	1.79	1.87	1.79	1.65	1.24	0.868	0.573	0.287	0.0810	0.0208									
0.770	1.13	1.32	1.51	1.65	1.76	1.82	1.74	1.58	1.18	0.809	0.526	0.257	0.0695	0.0172									
0.760	1.13	1.31	1.49	1.63	1.73	1.78	1.69	1.62	1.12	0.756	0.484	0.231	0.0603	0.0144									
0.750	1.13	1.30	1.48	1.61	1.70	1.74	1.64	1.47	1.06	0.711	0.450	0.211	0.0534	0.0124									
0.740	1.13	1.29	1.47	1.59	1.67	1.70	1.59	1.41	1.01	0.666	0.415	0.191	0.0466	0.0105									
0.720	1.12	1.27	1.44	1.55	1.62	1.62	1.50	1.31	0.911	0.581	0.351	0.154	0.0344	0.0070									
0.700	1.11	1.26	1.42	1.52	1.57	1.55	1.42	1.23	0.829	0.515	0.303	0.128	0.0271										
0.680	1.11	1.25	1.39	1.49	1.53	1.48	1.33	1.14	0.749	0.452	0.256	0.103	0.0202										
0.660	1.10	1.24	1.37	1.45	1.48	1.43	1.27	1.07	0.685	0.404	0.225	0.0874	0.0162										
0.640	1.10	1.23	1.34	1.41	1.44	1.37	1.20	0.995	0.621	0.356	0.194	0.0715	0.0123										
0.620	1.10	1.21	1.32	1.38	1.40	1.31	1.14	0.933	0.570	0.319	0.169	0.0607	0.0098										
0.600	1.09	1.20	1.30	1.36	1.36	1.26	1.08	0.874	0.520	0.284	0.146	0.0506											
0.550	1.08	1.17	1.25	1.28	1.27	1.14	0.948	0.746	0.418	0.215	0.104	0.0329											
0.500	1.07	1.14	1.20	1.22	1.19	1.04	0.840	0.644	0.341	0.166	0.0765	0.0223											
0.450	1.06	1.12	1.16	1.15	1.11	0.945	0.744	0.554	0.278	0.100	0.0554	0.0148											
0.400	1.05	1.10	1.11	1.09	1.04	0.860	0.657	0.475	0.225	0.													

Abaque α pour
l'approximation de $\rho_a(r)$

$\rho_a = \rho_1 + \Sigma \Delta \rho_a(r)$ ou

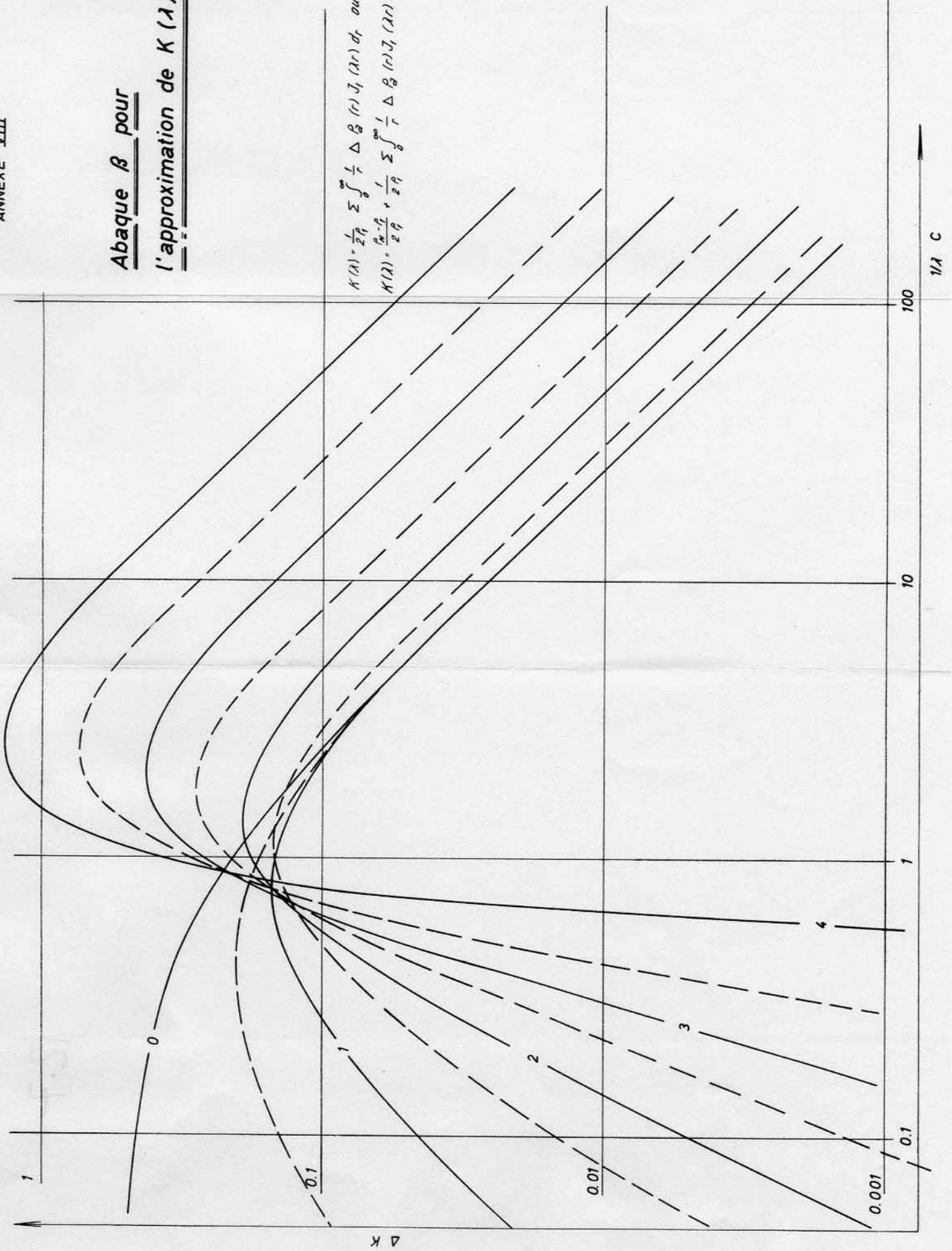
$\rho_a = \rho_N + \Sigma \Delta \rho_a(r)$



Abaque β pour
l'approximation de $K(\lambda)$

$$K(\lambda) = \frac{1}{2\eta} \sum_0^{\infty} \frac{1}{\Delta B} (r) J_r(\lambda r) dr \quad \text{ou}$$

$$K(\lambda) = \frac{1}{2\eta} \sum_0^{\infty} \frac{1}{\Delta B} + \frac{1}{2\eta} \sum_0^{\infty} \frac{1}{\Delta B} (r) J_r(\lambda r) dr$$





ANNEXE IX

$t/h = 1/\lambda h$

Fonction caractéristique $N_2(\lambda)$

avec $h_1 = m_1 = 1$ et $\rho_1 = 1$

$$\frac{1+y}{1-y} = \frac{1+k_1 \cdot e^{-2\lambda h_1}}{1-k_1 \cdot e^{-2\lambda h_1}}$$

