

**Rapport 8f**

**1995**

**(Edition février 2001)**

**Définition de la nouvelle mensuration nationale  
de la Suisse 'MN95'**

**3<sup>e</sup> partie**

**Systemes et cadres de référence terrestres**

Dieter Schneider, Erich Gubler, Urs Marti et Werner Gurtner

Traduit par Hubert Dupraz



# **Définition de la nouvelle mensuration nationale de la Suisse 'MN95'**

## **3<sup>e</sup> partie**

### **Systemes et cadres de référence terrestres**

Dieter Schneider, Erich Gubler, Urs Marti et Werner Gurtner

Traduit par Hubert Dupraz

#### **Annexes:**

- A1 Abréviations**
- A2 Symboles utilisés pour les grandeurs du système de référence et du champ de pesanteur**
- A3 Résumé des définitions des systèmes de MN95**
- A4 Définition du repère fondamental Zimmerwald dans CHTRS95 et CH1903+**
- A5 Paramètres de transformation entre CH1903+ et CHTRS95**
- A6 Projection suisse: projection cylindrique conforme à axe oblique**

© 2001  
Bundesamt für Landestopographie  
Office fédéral de topographie  
Ufficio federale di topografia  
Uffizi federal da topografia  
Federal Office of Topography

Rédaction: A. Wiget  
D. Schneider  
Ch. Studer  
Tirage: 400 exemplaires  
Impression: BBL - EDMZ

## Préface

Les définitions géodésiques fondamentales du nouveau système de référence terrestre doivent être formulées en même temps que le calcul définitif du réseau GPS MN95 de la mensuration nationale suisse. Ce rapport décrit une approche moderne des systèmes de référence et de leur réalisation sous la forme d'un cadre de référence, telle qu'elle a été conçue pour le réseau MN95.

Le choix du nouveau système de référence aura des conséquences durables pour toutes les opérations géodésiques en Suisse. La proposition du système de référence de MN95 et de sa réalisation dans un cadre de référence est le résultat de la collaboration entre un groupe de travail de l'Office fédéral de topographie (S+T) et le Dr W. Gurtner, de l'Institut d'astronomie de l'Université de Berne. Cette proposition a fait l'objet d'une présentation à la Commission géodésique suisse (CGS) en avril 1995 et d'un bref exposé au symposium EUREF de mai 1995 à Helsinki.

Il existait une première version de ce rapport, en juin 1995 déjà, dont le texte a été mis en consultation auprès des services fédéraux, cantonaux et de diverses instances professionnelles. Il en est résulté de nombreuses propositions de modification et d'amélioration, qui ont été prises en compte dans toute la mesure du possible. Les auteurs remercient vivement tous ceux qui ont pris une part active à ces travaux préparatoires.

Le 16 juin 1996, le directoire du S+T, après consultation de la Direction fédérale des mensurations (D+M), décidait l'introduction du nouveau Cadre de référence MN95 et arrêta le choix du nouveau Repère fondamental du réseau de coordonnées ('False Northing':  $N_0 = 1'200 \text{ km}$  / 'False Easting':  $E_0 = 2'600 \text{ km}$ ) pour tous les besoins de la mensuration nationale. Des nouvelles versions de ce rapport contenaient des éléments provisoires relatifs à la définition du système et du cadre de référence altimétriques. La Direction du domaine *Géodésie* et les auteurs jugeaient en effet préférable d'attendre la publication de ce cahier n° 3, afin que les conclusions des travaux sur le nouveau Réseau altimétrique national (RAN95) y soient intégrées.

Comme les effets de ce choix s'exercent dans toutes les applications de la mensuration nationale et particulièrement dans celles de la mensuration officielle, une ébauche de ce rapport a été distribuée aux membres du groupe de travail paritaire "Mensuration officielle / Mensuration nationale 95" (MO/MN95) de la Direction fédérale des mensurations. Ce groupe de travail avait pour mission d'étudier les conséquences de l'introduction du cadre de référence MN95 dans la mensuration officielle (MO) et d'élaborer une stratégie adéquate pour cette introduction.

Malgré tous nos efforts de clarté et de transparence, la compréhension de ce rapport exige du temps et de l'effort, même pour des spécialistes en contact permanent avec les problèmes de mensuration nationale et les réseaux de points fixes. C'est pourquoi un résumé détaillé ('executive summary') figure en début de rapport, afin de mettre en évidence pour le lecteur les questions jugées essentielles.

## Vorwort

Rechtzeitig mit der endgültigen Berechnung des GPS-Landesnetzes LV95 für die schweizerische Landesvermessung müssen auch die grundlegenden geodätischen Definitionen der terrestrischen Bezugssysteme bereitgestellt werden. Der vorliegende Bericht versucht, die aktuelle Problematik der Bezugssysteme und ihrer Realisierungen in Form von Bezugsrahmen zu erhellen und stellt die für LV95 gewählte Lösung vor.

Bei der Wahl des Bezugssystems geht es um eine Entscheidung von langfristiger Bedeutung für alle Vermessungen in der Schweiz. Der vorliegende Vorschlag für das Bezugssystem von LV95 und seine Realisierung durch einen Bezugsrahmen wurde von einem Fachausschuss des Bundesamtes für Landestopographie (L+T) unter Beizug von Dr. W. Gurtner (Astronomisches Institut der Universität Bern) sorgfältig erarbeitet und im April 1995 der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK) zur Begutachtung vorgelegt. Eine Kurzfassung dieses Berichts wurde im Mai 1995 am EUREF-Symposium in Helsinki präsentiert.

Ein erster Entwurf dieses Berichts lag bereits im Juni 1995 vor. Dieser Text wurde bis Ende August 1995 den betroffenen Amtsstellen des Bundes und der Kantone sowie diversen anderen Fachstellen im Rahmen einer Vernehmlassung unterbreitet. In der Folge gingen viele Anregungen und Verbesserungen ein.

rungsvorschläge ein, welche soweit möglich berücksichtigt wurden. Die Autoren danken allen Berufskollegen, welche sich bei diesen Vorbereitungsarbeiten beteiligt haben, herzlich für ihren Beitrag.

Am 16. April 1996 entschied sich die Geschäftsleitung der L+T, nach Absprache mit der V+D, für die Einführung des neuen Bezugsrahmens LV95 und die Festlegung des Nullpunktes des Koordinatenrahmens ('False northing':  $N_0 = 1'200 \text{ km}$  / 'False easting':  $E_0 = 2'600 \text{ km}$ ) für alle Bedürfnisse der Landesvermessung. Die Entwurfsversionen dieses Berichts enthielten provisorische Angaben über die Festlegung des neuen Höhensystems und des Höhenbezugsrahmens LHN95. Die Leitung des Bereichs Geodäsie und die Autoren hielten es für wichtig mit der definitiven Publikation dieses Berichtsteils 3 zuzuwarten, bis auch diese Festlegungen veröffentlicht werden konnten.

Da der Entscheid Auswirkungen auf alle Anwendungen der Landesvermessung und insbesondere auch auf die amtliche Vermessung haben wird, wurde der Entwurf dieses Textes auch den Mitgliedern der paritätischen Arbeitsgruppe "Amtliche Vermessung / Landesvermessung 95" (AV/LV95) der Eidg. Vermessungsdirektion (V+D) abgegeben. Diese Arbeitsgruppe hatte den Auftrag, die Konsequenzen einer Einführung des Bezugsrahmens 'LV95' in die amtliche Vermessung (AV) zu studieren und ein entsprechendes Konzept zu erarbeiten.

Leider ist die Materie dieses Berichts trotz allen Bemühungen um Klarheit und Transparenz auch für Fachleute, welche sich täglich mit Fragen der Landesvermessung und der Fixpunktnetze der AV befassen, nicht ohne intensives Studium verständlich. An den Anfang des Berichts wurde deshalb eine ausführliche Zusammenfassung ('Executive Summary') gestellt. Darin wurde versucht, die für den Benutzer wesentlichen Fragestellungen in den Vordergrund zu rücken.

## Preface

In conjunction with final adjustments of the GPS control network (LV95) for the Swiss national survey, the basic geodetic definitions of the terrestrial reference system must also be formulated. In this report the relevant problems of reference systems and their realisation in the form of reference frames shall be discussed and the chosen solution for LV95 presented.

The choice of the reference system will have long-term consequences for all surveys in Switzerland. The present proposal for the reference system for LV95 and its realisation through a reference frame was carefully elaborated by a group of experts from the Swiss Federal Office of Topography (S+T) together with Prof. W. Gurtner (Astronomical Institute of the University of Bern). The report was presented to the Swiss Geodetic Commission (SGK) in April 1995 and a summary was presented at the EUREF Symposium in Helsinki in May 1995.

A first draft of this report had already been written in June 1995. By the end of August it had been distributed to various federal and cantonal offices as well as different groups of surveying specialists for their comments and opinions. The ensuing suggestions and ideas were taken into consideration whenever possible. The authors wish to thank all colleagues who participated in the preparation of this report.

The decision to introduce the new reference frame LV95 and to specify the point of origin for the reference frame ('false northing':  $N_0 = 1'200 \text{ km}$  / 'false easting':  $E_0 = 2'600 \text{ km}$ ) for all national surveying needs was made on April 16, 1996, by the directorate of the Federal Office of Topography after consultation with the Federal Directorate of Cadastral Surveying. The drafts of this report contained only temporary indications as to the specification of the new height system and the height reference frame LHN95. The head of the Geodesy Division and the authors felt that it was important to postpone the definite publication of this report until the final definitions were ready for publication.

Because this choice will affect all applications in national surveying and especially cadastral surveying, the draft of this report was also submitted to the members of the working group "cadastral surveying / national surveying 95" of the Federal Directorate of Cadastral Surveying. The objective of this working group was to study the consequences of introducing the reference frame 'LV95' for cadastral surveying and working out a relevant concept.

Despite all efforts to keep the contents of this report clear and transparent, it will nevertheless still be difficult to comprehend, even for those who are confronted with national surveying and control networks on a regular basis. Therefore, an "executive summary" appears at the beginning of the report in which the essential questions and problems are brought to attention.

# Table des matières

Préface / Vorwort / Preface

Résumé / Zusammenfassung / Executive Summary

<b>1</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Systèmes et cadres de référence terrestres globaux</b> .....	<b>1</b>
2.1	Généralités.....	1
2.2	IERS Terrestrial Reference System (ITRS).....	1
2.3	European Terrestrial Reference System (ETRS89).....	1
2.4	Réalisation sous la forme du European Terrestrial Reference Frame (ETRF89).....	2
2.5	Cadre de référence densifié: European Reference Frame (EUREF89).....	3
2.6	Importance des systèmes de référence globaux pour la mensuration nationale MN95.....	3
<b>3</b>	<b>Systèmes et cadres de référence terrestres locaux</b> .....	<b>3</b>
3.1	Généralités.....	3
3.2	Le Datum géodésique CH1903 de la Mensuration nationale actuelle MN03.....	3
3.3	Le système des altitudes usuelles de l'ancien Nivellement fédéral NF02.....	4
3.4	Exigences pour des systèmes de référence locaux modernes.....	5
<b>4</b>	<b>Concept des systèmes de référence terrestres pour MN95</b> .....	<b>6</b>
4.1	Choix d'un double système: système global et système local.....	6
4.2	Rattachement à <i>ETRS89</i> .....	7
4.3	Repères fondamentaux "virtuels" et "réels".....	8
4.4	Choix du système de référence altimétrique.....	14
4.5	Modèles cinématiques pour MN95.....	19
4.6	Systèmes de projection cartographique pour MN95.....	19
<b>5</b>	<b>Définition des systèmes de référence terrestres pour MN95</b> .....	<b>20</b>
5.1	Généralités sur la définition des systèmes de référence.....	20
5.2	Définition du système de référence "à rattachement global" CHTRS95.....	21
5.3	Définition du système de référence "à rattachement local" CH1903+.....	22
5.4	Transformation de coordonnées CHTRS95 ↔ CH1903+.....	24
5.5	Définition des systèmes de référence altimétriques de MN95.....	25
<b>6</b>	<b>Cadres de référence avec rattachements local et global CHTRF95 et MN95</b> .....	<b>26</b>
6.1	Réalisation du cadre de référence "à rattachement global" CHTRF95.....	26
6.2	Données cinématiques CHTRF95.....	27
6.3	Réalisation du cadre de référence "à rattachement local" MN95.....	27
6.4	Utilisation des nouveaux cadres de référence.....	27
6.5	Le nouveau réseau altimétrique national RAN95.....	28
<b>7</b>	<b>Passages d'un cadre de référence local à l'autre</b> .....	<b>30</b>
7.1	Anciens paramètres de transformation entre cadres globaux et locaux.....	30
7.2	MN03 ↔ MN95.....	31
7.3	NF02 ↔ RAN95.....	31

Bibliographie

Annexes:

<b>A1</b>	<b>Abréviations</b>
<b>A2</b>	<b>Symboles utilisés pour les grandeurs du système de référence et du champ de pesanteur</b>
<b>A3</b>	<b>Résumé des définitions des systèmes de MN95</b>
<b>A4</b>	<b>Définition du repère fondamental Zimmerwald dans CHTRS95 et CH1903+</b>
<b>A5</b>	<b>Paramètres de transformation entre CH1903+ et CHTRS95</b>
<b>A6</b>	<b>Projection suisse: projection cylindrique conforme à axe oblique</b>



## Résumé

Sous la direction du Dr. H. Leonz Held, l'Office fédéral de topographie (S+T) lança au début de ce siècle deux études approfondies sur une nouvelle définition du système de référence géodésique comme base fondamentale de la mensuration en Suisse.

Le Dr. Jakob Hilfiker proposa un nouveau système de référence altimétrique, suite à la publication de son étude en 1902 ("Untersuchungen über die Höhenverhältnisse der Schweiz"). S'appuyant sur une comparaison des systèmes d'altitude en vigueur dans les pays voisins, il recommanda d'adopter comme horizon de référence celui du "Repère Pierre du Niton" (repère en bronze scellé en 1820 par G.H. Dufour, matérialisé sur un bloc erratique dans le port de Genève), et de lui attribuer l'altitude de référence 373.6 m, dérivée du nivellement géométrique, avec correction sphérique, partant du niveau moyen de la mer Méditerranée au marégraphe de Marseille, arrondie au dm.

Simultanément, l'étude d'un nouveau Système de projection suisse adapté à tous les travaux de mensuration suisse fut menée par le Dr. Max Rosenmund. Sa publication ("Die Änderung des Projektionsystems der schweizerischen Landesvermessung"), parue en 1903, proposa la nouvelle définition, encore en vigueur aujourd'hui, d'une projection cylindrique conforme à axe oblique. Le datum géodésique (calage de l'ellipsoïde de référence, celui de Bessel) s'appuya sur les travaux astronomiques menés par la Commission géodésique suisse à l'ancien Observatoire de Berne, qui devenait à la fois point fondamental et origine du Système de coordonnées nationales.

Ces travaux déterminèrent le système de référence géodésique en vigueur jusqu'à ce jour pour la mensuration nationale suisse. La réalisation des réseaux nationaux de base (triangulations du 1er au 3e ordre et nivellement fédéral) occupa les décennies suivantes, avec à la clé un cadre de référence couvrant à quelques exceptions près l'ensemble du territoire suisse. Dans le présent rapport, le système de référence actuellement en vigueur (datum géodésique), respectivement le cadre de référence (coordonnées officielles de la triangulation nationale et altitudes usuelles du nivellement fédéral) sont désignés par les abréviations "CH1903", resp. "MN03" pour la planimétrie et "NF02" pour l'altimétrie.

Les bases géodésiques "CH1903" et la "projection cylindrique conforme à axe oblique", utilisées depuis près d'un siècle, présentent des avantages importants (par exemple de très faibles corrections dues à la différence entre ellipsoïde et géoïde, de faibles déformations dues à la projection). Les professionnels de la mensuration, à tous les niveaux, sont habitués à ce système, en particulier à la réduction des observations sur l'ellipsoïde et dans le système de coordonnées nationales. Les formules de réduction, intégrées dans de nombreux programmes informatiques, permettent par ailleurs un travail rationnel.

On trouverait difficilement une alternative valable à "CH1903" et à la projection cylindrique conforme à axe oblique actuelle. Le système de référence et le système de projection en vigueur seront donc conservés dans la mesure du possible pour les besoins de la mensuration officielle. Si une nouvelle définition du système s'avérait nécessaire, les modifications à faire intervenir dans les applications de la MO devraient être mineures, voire négligeables.

L'intégration de la géodésie satellitaire dans la mensuration a ouvert de nouvelles perspectives. Les méthodes de mesure à l'échelle continentale offrent la possibilité d'utiliser des systèmes de référence globaux et de réaliser des cadres de référence de grande étendue. Des mesures précises et répétées permettent de déterminer les mouvements de la partie supérieure de la croûte terrestre. La modélisation de cette cinématique donne en retour des informations précieuses sur l'optimum atteignable au moyen de ces méthodes de mesure. Il n'est donc pas surprenant que de nouvelles bases géodésiques soient actuellement mises en place dans la plupart des pays d'Europe et du monde.

Avec la définition du "European Terrestrial Reference System 1989" (ETRS89), la sous-commission EUREF a créé un standard en Europe, une référence à disposition des mensurations nationales modernes du continent. Grâce à cette uniformisation, le souhait d'une cohésion centimétrique entre systèmes de référence voisins devient enfin réalité.

Toutefois, des exigences inconciliables entre les domaines de la géodésie scientifique et de la mensuration nationale avec ceux de la mensuration officielle (MO) ont conduit à proposer un double système.

Le système de référence terrestre global "CHTRS95" et sa première réalisation comme cadre de référence "CHTRF95" seront disponibles pour les besoins de la géodésie et de la mensuration nationale comme pour les applications de mensuration technique et industrielle de grande envergure

(RAIL2000, AlpTransit). Ce système s'appuie sur "ETRS89" et inclut un modèle cinématique. La position des repères géodésiques évoluera en fonction du temps et ne pourra plus être considérée comme statique ("points fixes"). La transformation de coordonnées *CHTRF95* dans les cadres de référence européens est facile et peut atteindre une précision centimétrique. Le système de référence *CHTRS95* est de conception tridimensionnelle au sens strict et est identique au Système *WGS84*, au niveau du mètre, voire du décimètre.

Par contre, le système de coordonnées nationales *MN03* et le système de projection qui lui est associé seront pratiquement conservés pour les besoins de la mensuration officielle. Sous la nouvelle désignation *CH1903+*, il sera simplement fait allusion à la matérialisation d'un nouveau point fondamental à Zimmerwald, en remplacement du repère devenu fictif de l'Ancien Observatoire de Berne. Ce changement de définition n'engendre pas de conséquences tangibles pour les applications de la MO. Ce système de coordonnées sera concrétisé par le nouveau cadre de référence planimétrique récemment calculé *MN95* (réseau national GPS) et par les altitudes du nouveau réseau altimétrique national (*RAN95*), qui doivent encore faire l'objet d'une compensation rigoureuse. La transformation des coordonnées *MN95* en *CHTRF95* (ainsi que dans le cadre de référence européen et de manière approchée dans *WGS84*) est rendue possible par un modèle mathématique simple et clairement défini, permettant une précision centimétrique. Les différences de coordonnées entre *MN95* et *MN03* varient de 0.0 m dans la région de Berne jusqu'à 1.6 m à l'extrémité sud-est de la Suisse. Elles sont dues essentiellement aux distorsions d'échelle de l'ancien réseau.

Les coordonnées des points géodésiques dans le cadre de référence *MN95* seront calculées pour l'époque de référence  $t_0 = 1993.0$  et considérées comme statiques, comme par le passé. Les coordonnées dans le cadre de référence *MN95* (E pour l'axe Est, N pour l'axe Nord) se distinguent clairement de celles de l'ancienne référence *MN03* (y, x). Pour éviter les confusions entre les deux systèmes, des constantes de 2'000'000 m et de 1'000'000 m seront ajoutées aux valeurs E et N, respectivement. La séparation entre planimétrie (*MN95*) et altimétrie (*RAN95*) sera conservée.

Pour que le nouveau cadre de référence *MN95* puisse être utilisé de façon optimale dans les diverses tâches de mensuration et de navigation en Suisse (en particulier la MO), un moyen simple de transformer les coordonnées de *MN95* vers *MN03* et réciproquement, devra être mis au point. Le S+T, en collaboration avec l'Institut de géodésie et photogrammétrie de l'EPFZ a développé les logiciels nécessaires à ces transformations. Les procédures techniques et administratives à mettre en œuvre pour les applications de la MO ont été étudiées par le groupe de travail "Mensuration officielle / Mensuration nationale 95" de la D+M. La densification du réseau national GPS-MN95 et sa relation avec la MO seront traitées dans un prochain rapport de cette série.

Comme le réseau de base planimétrique, le réseau de nivellement fédéral subit actuellement une profonde modernisation. L'actuel système d'altitudes usuelles *NF02*, dont les origines remontent au XIX<sup>e</sup> siècle sera remplacé par un réseau national d'altitudes basé sur un concept rigoureux (*RAN95*). Le nouveau réseau résultera d'une nouvelle compensation cinématique du nivellement national, renforcée par les différences d'altitudes issues du réseau national GPS-MN95. L'horizon fondamental du Repère Pierre du Niton sera remplacé par l'altitude du point fondamental de Zimmerwald, désormais point fondamental effectif pour la planimétrie comme pour l'altimétrie. Pour les utilisateurs de la MO, les conséquences de ces modifications ne se feront pas sentir. Pour des raisons pratiques, les nouvelles altitudes (*RAN95*) seront introduites pour la MO en même temps que la transformation des coordonnées planimétriques.

## Zusammenfassung

Unter der Leitung ihres Chefs, Dr. h.c. Leonz Held, erteilte die Eidg. Landestopographie (L+T) zu Beginn dieses Jahrhunderts zwei umfassende Forschungsaufträge im Zusammenhang mit der Neudefinition des geodätischen Bezugssystems als Grundlage für die Vermessungen in der Schweiz.

Dr. Jakob Hilfiker erarbeitete einen Vorschlag für ein neues Höhendatum der Schweiz, welcher mit der Publikation: "Untersuchungen über die Höhenverhältnisse der Schweiz" 1902 veröffentlicht wurde. Anhand eines Vergleiches der Höhensysteme der Nachbarländer schlug er vor, als Höhenbezug (Ausgangshorizont) den 'Repère Pierre du Niton' (Bronzeplatte von G.H. Dufour 1820 erstellt) auf einem erratischen Block im Hafen von Genf mit einem vom Mittelwasser des Mittelmeeres im Hafen von Marseille (Pegel) aus dem geometrischen Nivellement mit sphäroidischer Korrektur abgeleiteten und auf den dm gerundeten Höhenwert von 373.6 m anzunehmen.

Gleichzeitig studierte Dr. h.c. Max Rosenmund die Frage nach der Einführung einer neuen schweizerischen Kartenprojektion für alle Vermessungen in der Schweiz. Seine Publikation: "Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung" erschien 1903. Als Landeskartenprojektion wurde eine winkeltreue, schiefachsige Zylinderprojektion vorgeschlagen. Als Geodätisches Datum (Lagerung des Bezugsellipsoids) diente die aus den Arbeiten der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK) mit dem Ellipsoid von Bessel und der alten Sternwarte in Bern (Schnittpunkt von Horizontal- und Zielachse des Passageinstruments) als Fundamentalpunkt und Nullpunkt des Landeskoordinatensystems übernommene Grundlage.

Die erwähnten Arbeiten legten das bisher gültige geodätische Bezugssystem für die Landesvermessung in der Schweiz fest. Mit der Realisierung der Grundlagennetze (Triangulation 1. bis 3. Ordnung und Landesnivellement) in den darauf folgenden Jahrzehnten wurden die Bezugsrahmen (von kleinen Ausnahmen abgesehen) überall durchgesetzt. Im vorliegenden Bericht werden das bisher gültige schweizerische Bezugssystem (Geodätisches Datum) mit "CH1903" und die Lage- und Höhenbezugsrahmen (offizieller Koordinatensatz der Landestriangulation bzw. Gebrauchshöhen des Landesnivellements) mit "LV03" bzw. "LN02" bezeichnet.

Die beschriebenen geodätischen Grundlagen ("CH1903" und die schiefachsige winkeltreue Zylinderprojektion) sind seit rund einem Jahrhundert im Gebrauch. Sowohl die Ellipsoidlagerung wie auch die Kartenprojektion haben sehr günstige Eigenschaften (z.B. kleine Abweichung Geoid - Ellipsoid und geringe Projektionsverzerrungen). Vermessungsfachleute aller Ausbildungsstufen sind mit dem Gebrauch dieses Systems und im Besonderen mit den Reduktionen der Messgrössen aufs Ellipsoid und ins Landeskoordinatensystem vertraut. Die nötigen Reduktionsformeln sind in vielen Rechenprogrammen integriert und erlauben den rationellen Umgang mit dem System.

Für die Vermessungen in der Schweiz gibt es kaum brauchbare Alternativen zu "CH1903" und der schiefachsigen Zylinderprojektion. Es ist offensichtlich, dass für die Belange der Amtlichen Vermessung (AV) das bestehende Bezugssystem und die Landeskartenprojektion wenn immer möglich beibehalten werden sollten. Falls eine Neudefinition des Systems notwendig wird, sollten die Veränderungen, zumindest für die Anwendungen in der AV, vernachlässigbar klein bleiben.

Für die Landesvermessung ist mit der Einführung der 'Space Geodesy' (insbesondere GPS) eine neue Ära angebrochen. Die Messmethoden von kontinentaler Reichweite ermöglichen die Verwendung von globalen Bezugssystemen und den Aufbau von weltweiten terrestrischen Netzen und Bezugsrahmen. Die wiederholten Präzisionsmessungen der modernen Geodäsie erlauben zudem die Untersuchung von tektonischen Bewegungen der obersten Erdkruste. Die Modellierung dieser Kinematik wird umkehrt zur wichtigen Voraussetzung für die optimale Ausschöpfung der Genauigkeit der Messmethoden. Es ist deshalb nicht erstaunlich, dass z.Z. in Europa (und weltweit) die meisten Landesvermessungen auf eine neue geodätische Basis gestellt werden.

Mit der Definition des *European Terrestrial Reference Systems 1989 (ETRS89)* hat die EUREF-Subkommission in Europa einen Standard geschaffen, der einen einheitlichen Bezug aller modernen Landesvermessungen auf dem Kontinent erlaubt. Durch diese Vereinheitlichung wird der Wunsch nach zentimetergenauen Übergängen zwischen den Bezugssystemen von Nachbarländern zur Wirklichkeit.

Die divergierenden Anforderungen, welche die wissenschaftliche Geodäsie und Landesvermessung einerseits und die AV andererseits stellen, führte zur Idee einer dualen Systemwahl.

Für die Bedürfnisse der Geodäsie und Landesvermessung sowie für die anforderungsreichen Anwendungen der Ingenieurvermessung (Grossprojekte wie BAHN2000 und AlpTransit) wird das global gelagerte, terrestrische Bezugssystem "CHTRS95" und als erste Realisierung sein Bezugsrahmen

"CHTRF95" eingeführt. Dieses System stützt sich auf "ETRS89" und umfasst auch ein kinematisches Modell. Die Positionen der geodätischen Punkte werden als zeitlich veränderlich und nicht mehr als statisch ("Fixpunkte") betrachtet. Die Transformation von CHTRF95-Koordinaten in den europäischen Koordinatenrahmen ist einfach und mit cm-Genauigkeit möglich. Das Bezugssystem CHTRS95 ist grundsätzlich dreidimensional-kartesisch und mit dem System WGS84 im Dezimeter- bis Meter-Bereich identisch.

Im Gegensatz dazu wird für die Belange der AV das bisherige Bezugssystem und das zugehörige Projektions- und -koordinatensystem LV03 faktisch beibehalten. Mit der neuen Bezeichnung "CH1903+" wird lediglich auf eine neue Festlegung des Fundamentalpunktes (realer Punkt in Zimmerwald an Stelle des heute nur noch ideellen Punktes bei der alten Sternwarte in Bern) hingewiesen. Diese Datumsänderung wurde so gewählt, dass sie für alle Anwendungen in der AV nicht bemerkbar ist. Als Realisierungen dieses Systems werden der neu berechnete Koordinatenrahmen "LV95" (GPS-Landesnetz) und die neuen streng zu berechnenden Höhen "LHN95" (neues Landeshöhenetz) betrachtet. Der Übergang von LV95- in CHTRF95-Koordinaten (und damit in den europäischen Bezugsrahmen und genähert ins System WGS84) ist mit einer klar definierten, einfachen mathematischen Transformation und mit Zentimetergenauigkeit möglich. Dabei werden sowohl der Massstab als auch die Orientierung, wie sie im GPS-Netz bestimmt wurden, beibehalten. Die Koordinatenunterschiede zwischen den Bezugsrahmen LV95 und LV03 variieren in Richtung und Betrag von 0.0 m in der Region Bern bis zu ca. 1.6 m im äussersten Südosten der Schweiz und sind hauptsächlich durch die Massstabsabweichung des alten Netzes verursacht.

Die Koordinaten der geodätischen Punkte im Bezugsrahmen LV95 werden für den Referenzzeitpunkt  $t_0 = 1993.0$  berechnet und wie bisher in der AV üblich als statisch betrachtet. Die Bezeichnungen für die Koordinatenwerte im Bezugsrahmen LV95 (E: Ostwert, N: Nordwert, etc.) unterscheiden sich von den alten Bezeichnungen LV03 (y, x) deutlich. Zur Vermeidung von Verwechslungen mit LV03-Koordinaten wird zum Ostwert eine Konstante von 2'000'000 m, und zum Nordwert eine von 1'000'000 m addiert. Die Trennung der Bezugsrahmen in Lage (LV95) und Höhe (LHN95) soll grundsätzlich beibehalten werden.

Damit der neue Bezugsrahmen LV95 bei der AV sowie bei allen übrigen Vermessungs- und Navigationsanwendungen in der Schweiz optimal eingesetzt werden kann, muss eine einfache Möglichkeit zur Umwandlung der Koordinaten in den Rahmen LV03 und umgekehrt angeboten werden. Die L+T hat in Zusammenarbeit mit dem Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ Transformationsmethoden für den Übergang zwischen den Bezugsrahmen LV03 und LV95 entwickelt und entsprechende Software bereitgestellt. Das technische und organisatorische Vorgehen in der AV wurde in der Arbeitsgruppe "Amtliche Vermessung / Landesvermessung 95" der V+D erarbeitet. Die Verdichtung des GPS-Landesnetzes LV95 und der Bezug zur AV wird in einem weiteren Bericht dieser Serie behandelt werden.

Neben dem Lagegrundlagenetz wird auch das Landesnivellement z.Z. vollständig neu bearbeitet. Das bisherige Gebrauchshöhensystem (LN02) mit seinen Ursprüngen im 19. Jahrhundert wird durch ein potentialtheoretisch strenges Landeshöhennetz (LHN95) ersetzt. Das neue Netz entsteht durch die kinematische Neuausgleichung des Landesnivellements verstärkt durch Höhendifferenzen aus dem GPS-Landesnetz LV95. In Analogie zum Lagebezugssystem wird auch hier der neue Fundamentalpunkt in Zimmerwald an Stelle des Repère Pierre du Niton als realer Höhenbezugspunkt eingeführt, wobei auch diese Systemänderung für den Benutzer in der AV nicht bemerkbar sein wird. Die Einführung der neuen Höhen (LHN95) in der AV muss aus praktischen Gründen simultan mit der Umstellung der Lagekoordinaten erfolgen.

## Executive Summary

At the beginning of this century, Dr. h.c. Leonz Held, director of the Swiss Federal Office of Topography (S+T), initiated two research projects concerning a new definition of the Swiss geodetic reference system for all surveys in Switzerland.

Dr. Jakob Hilfiker elaborated a proposal for a new Swiss height datum ("Untersuchungen über die Höhenverhältnisse der Schweiz"), which was published in 1902. Based on a comparison of the height systems of neighbouring countries, he suggested introducing the "Repère Pierre du Niton", a bench mark on a large erratic rock in the harbour of Geneva (established by G.H. Dufour 1820), with a height of 373.6 m (rounded to the dm) obtained from geometric levelling with spheroidal corrections, and derived from the mean sea level (tide gauge) of Marseilles as reference.

At the same time and in context with the horizontal datum, Dr. h.c. Max Rosenmund investigated the possibilities for introducing a new Swiss map projection for all surveys in Switzerland. His title: "Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung" was published 1903. With this proposal, the conformal, oblique cylindrical projection was adopted as the Swiss national projection. With the old observatory of Bern as fundamental point (simultaneously the origin of the Swiss national coordinate system), the reference ellipsoid (Bessel 1841) was implicitly defined.

On the basis of this work, the hitherto valid geodetic reference system for Swiss national surveying was established. With the realisation of the national geodetic control (1st to 3rd order triangulation and national levelling networks) in the following years, the reference frame was consequently carried through almost everywhere. In this report, the old and still valid geodetic reference system (geodetic datum) is designated by "CH1903", whereas the reference frames in position and height (official coordinate set of the national triangulation and official heights of the national levelling network) are designated by "LV03" and "LN02" respectively.

The described geodetic reference ("CH1903" and the national map projection) has been in use now for an entire century. The positioning of the ellipsoid as well as the map projection do have very favourable properties (e.g. small differences between the geoid and ellipsoid; slight distortions due to the projection). Surveyors in all stages of education are used to the system and know in particular the procedures for reducing the observables onto the ellipsoid and into the mapping plane. The necessary routines for reductions are introduced in many computer programs and allow an economic use of the system.

There is almost no alternative to "CH1903" and the oblique cylindrical projection for surveying in Switzerland. It is obvious that as far as cadastral surveying is concerned, the old reference system and the national map projection should be kept the same. If a new definition is necessary, the consequences for cadastral applications should at least be negligibly small.

With the introduction of space geodetic methods (e.g. GPS) in national surveying, a new era has begun. The application of global terrestrial reference systems and the establishment of world-wide geodetic networks and reference frames are made feasible by the new geodetic techniques with continental reach. In addition, repeated geodetic measurements of high precision allow the investigation of tectonic movements of the uppermost crust. The resulting kinematic models on the other hand are an important supposition for the optimal use of the method's potential. It is therefore not astonishing that at the moment most national surveys in Europe (and world-wide) are being re-established on a new geodetic reference base.

With the definition of the *European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89)*, the EUREF sub-commission created a standard which allows a uniform reference for all modern national surveys on the continent. With this standardisation, the wish for an accuracy on the cm level for transforming from one reference system into another has become reality.

The different demands made by the scientific geodetic community and national surveying on the one hand and by cadastral surveying on the other hand lead to the idea of a dual choice of systems.

The globally positioned terrestrial reference system "CHTRS95" and, as a first realisation its reference frame "CHTRF95", will be introduced for the needs of geodesy and national surveying in general, as well as for technical applications in engineering surveying such as RAIL2000 or AlpTransit. This system is based on "ETRS89" and also contains a kinematic model. The positions of the geodetic control points are regarded as variable in time rather than static or fixed points. The transformation of CHTRF95 coordinates into the European reference frame is easy and an accuracy on the cm level is

possible. The reference system *CHTRS95* is basically three-dimensional and consistent with the system *WGS84* on the dm or 1 metre level.

For cadastral surveying, however, the current reference frame (*LV03*) with its national coordinates will practically remain in use. The new description "*CH1903+*" indicates the new definition of the fundamental point (real point in Zimmerwald instead of the ideal point at the old observatory in Bern). This new definition, however, was chosen in such a manner so as not to be noticeable in the applications of cadastral surveying. The newly adjusted coordinate frame "*LV95*" (national GPS network) and the new heights "*LHN95*" (to be calculated by a rigorous readjustment in a new national height network) will be considered as the realisation of this system. The transition from *LV95* coordinates to those of *CHTRF95* will be possible by a clearly defined, easy transformation with an accuracy on the cm level. The scale as well as the orientation, determined in the GPS network, will be retained. The coordinate differences between *LV95* and *LV03* vary from 0.0 m in the region of Bern up to around 1.6 m in the extreme Southeast of Switzerland. This is caused mainly by the scale error of the old network.

The coordinates of the geodetic points in the reference frame *LV95* will be calculated for the reference epoch  $t_0 = 1993.0$  and will remain static for cadastral surveying. There is a distinct difference in the designation for the coordinate values in the reference frame *LV95* (E = easting, N = northing) and the old values of *LV03* (y, x). In order to avoid any confusion between the *LV95* and *LV03* coordinates, a constant of 2,000,000 m will be added to the E value and one of 1,000,000 m to the N value. The basic separation between the coordinates (*LV95*) and the heights (*LHN95*) of the reference frame will be kept by.

In order to be able to use the new reference frame *LV95* in all kinds of surveying (especially cadastral surveying) in Switzerland, there must be an easy method available for transforming the coordinates from one system into the other. The Federal Office of Topography together with the Institute for Geodesy and Photogrammetry at the Federal Institute of Technology in Zurich have developed transformation methods for the transition between the reference frame *LV03* and *LV95* and have made the relevant software available. The technical and organisational procedure for cadastral surveying was studied by the working group "cadastral survey / national survey *LV95*" of the Federal Directorate of Cadastral Surveying. The densification of the national GPS network *LV95* and its reference to cadastral surveying will be treated in a further report of this series.

In addition to the new national survey network, the national levelling network is also being completely revised at this time. The official height system (*LN02*) which originated in the 19th century will be replaced by a rigorous height system (*LHN95*). The new network will be a kinematic re-adjustment of the national levelling and enhanced by height measurements from the national GPS network *LV95*. Analogous to the reference system *CHTRS95*, the new real fundamental point will be Zimmerwald instead of the Repère Pierre du Niton, whereby this new definition will not have any consequences in cadastral surveying. For practical reasons, the introduction of the new height system (*LHN95*) in cadastral surveying must be done simultaneously with the transition to the new coordinates.

# 1 Introduction

Dans le présent texte, on entend par *Système de référence (Reference System)* la définition théorique d'un système de coordonnées dans l'espace et par *Cadre de référence (Reference Frame)* la réalisation d'un tel système (séries de coordonnées de réseaux géodésiques issues d'observations, et jeux de paramètres servant à leur transformation). On attache beaucoup d'importance à cette distinction et à un emploi rigoureux de ces expressions. Les noms des systèmes et des cadres de référence ainsi que leurs abréviations seront écrits en *italique* ci-après.

L'expression souvent utilisée *Datum géodésique* désigne la définition des dimensions et de l'orientation dans l'espace d'un ellipsoïde de révolution considéré comme surface de référence. Le concept de "système de référence" englobe donc celui de "datum".

La mise en place de la *nouvelle mensuration nationale MN95*<sup>1</sup> présuppose la définition rigoureuse d'un système de référence terrestre. Ce système doit être compatible – par des transformations régulières (mathématiques) – avec le système global admis au niveau mondial (*Conventional Terrestrial System*) d'une part, et avec le système de référence local *CH1903* actuellement en vigueur d'autre part.

De plus, il faut définir la démarche et les méthodes permettant de réaliser ce système (ainsi que les passages vers d'autres systèmes de référence) sous la forme de cadres de référence terrestres.

## 2 Systèmes et cadres de référence terrestres globaux

### 2.1 Généralités

Les systèmes de référence terrestres globaux sont des systèmes de coordonnées cartésiens géocentriques, ayant leur origine au centre de gravité (M) des masses terrestres. Par 'Conventional Terrestrial System' (CTS), on désigne un système dont l'origine est confondue avec le point M, dont l'axe Z passe par le "Pôle Nord" ('Conventional International Origin' : CIO), dont le plan XZ passe par le repère central de l'Observatoire de Greenwich, et dont l'axe Y constitue avec les deux autres un trièdre direct [Vaníček and Krakiwsky, 1982].

Les cadres de référence terrestres globaux sont la réalisation de tels systèmes sous la forme de séries de coordonnées (et éventuellement de séries de vecteurs-vitesse) de repères terrestres, résultant de la compensation d'observations géodésiques.

### 2.2 IERS Terrestrial Reference System (ITRS)

L'*International Earth Rotation Service (IERS)* a défini un système reconnu au niveau mondial, l'*IERS Terrestrial Reference System (ITRS)*, dans le but de déterminer par les méthodes de la géodésie spatiale (SLR, VLBI, DORIS et GPS) les coordonnées de certaines stations d'observation. L'*ITRS* constitue aujourd'hui le 'Conventional Terrestrial System' par excellence, et le cadre qui lui est associé, l'*IERS Terrestrial Reference Frame (ITRF)*, utilisé dans le monde entier, est continuellement amélioré par des observations SLR et VLBI [Boucher and Altamimi, 1989]. Depuis 1994, des réseaux de stations répartis dans le monde entier collectent aussi des observations GPS, qui sont régulièrement exploitées par l'*International GPS Service for Geodynamics (IGS)* [Beutler et al. 1994]. Jusqu'en 1997, la réalisation de l'*ITRS* fut régulièrement complétée par l'apport de nouvelles stations et de nouvelles observations (cadres de référence *ITRF88 - ITRF97*). A l'avenir, les mises à jour seront moins fréquentes. Comme ellipsoïde de référence, l'*ITRS* utilise l'ellipsoïde GRS80 (Geodetic Reference System 1980) [Moritz, 1984].

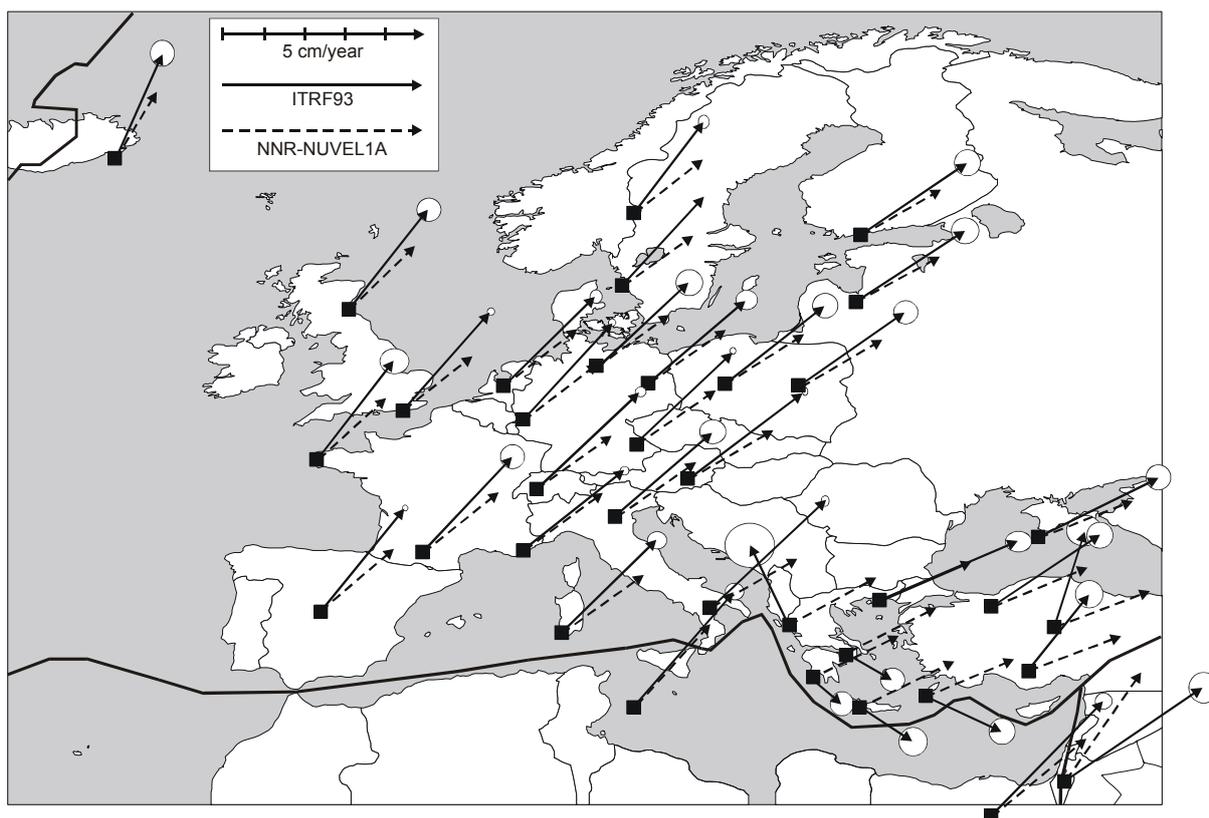
### 2.3 European Terrestrial Reference System (ETRS89)

La *Subcommission for the European Reference Frame (EUREF)* de l'Association Internationale de Géodésie (IAG) a défini en 1990 à Florence [Gubler et al. 1992a] et en 1992 à Berne [Gubler et al. 1992b] un *European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89)*. Ce système de référence s'appuie sur l'*IERS Terrestrial Reference System (ITRS)*.

---

<sup>1</sup> L'appellation "MN95" sera utilisée pour désigner aussi bien le projet de nouvelle mensuration nationale 1995 que le réseau GPS national 95 et le cadre de référence MN95.

Dans l'*ITRS*, les coordonnées de toutes les stations situées au nord et au centre de l'Europe subissent des modifications de l'ordre de 3 cm/an, résultant des mouvements tectoniques de la plaque eurasiennne dans le système de référence global (Figure 2.3-1). Des coordonnées variant substantiellement au cours du temps ne conviennent toutefois pas pour l'utilisation pratique dans la mensuration. C'est pourquoi *ETRS89* a été "arrimé" à la partie stable de la plaque eurasiennne pour l'époque 1989.0. A cet instant (et seulement à cet instant), les coordonnées de tous les points sont identiques à celles de *ITRS* (réalisation *ITRF89*, époque 1988.0 et recalculées avec le modèle cinématique AMO-2 à l'époque 1989.0; voir paragraphe suivant). De plus, *ETRS89* correspond au mètre près au *World Geodetic System WGS84*, utilisé essentiellement dans les applications de navigation avec GPS, et qui peut être considéré depuis 1996 comme équivalent à *ITRS*.



**Figure 2.3-1: Modification des coordonnées (vitesse) des stations de référence européennes dans le système ITRS [Boucher, 1995]**

## 2.4 Réalisation sous la forme du European Terrestrial Reference Frame (ETRF89)

Le cadre de référence initial *ETRF89* s'appuie sur les coordonnées *ITRF89* de 21 stations européennes SLR et VLBI (appelées 'fiducial stations') [Boucher and Altamimi, 1992].

Les stations SLR et VLBI (IERS-fiducials) disposent entre-temps déjà de coordonnées plus récentes désignées par *ETRF90*, *ETRF91*, *ETRF92*, *ETRF93*, etc. [Boucher and Altamimi, 1995], qui doivent être considérées comme des réalisations améliorées de *ETRS89*.

Pour des transformations dans le temps, on utilise des modèles cinématiques de la tectonique des plaques. Pour *ETRF89*, le mouvement de la partie stable de la plaque eurasiennne est calculé avec le modèle cinématique global AMO-2 [Minster and Jordan, 1978], rapporté à l'époque 1989.0. Pour cette partie de plaque, AMO-2 ne propose qu'un mouvement de rotation de vitesse angulaire constante d'environ 1/1000 sec. d'arc/an (ou 0.25°/mio d'années) autour d'un axe passant par le centre de gravité des masses terrestres. Cette rotation se traduit par un déplacement N-E, d'environ 3 cm/an comme évoqué ci-dessus, avec des conséquences négligeables sur les altitudes ellipsoïdiques. Ainsi, la composante principale du mouvement de la partie rigide de la plaque eurasiennne peut être

modélisée comme un déplacement horizontal. Cette modélisation est en constante amélioration (par exemple avec les modèles NNR-NUVEL1 depuis 1991, et NNR-NUVEL1A depuis 1993).

Toutefois, ces modèles cinématiques simples ne peuvent pas décrire de manière satisfaisante les phénomènes de déplacement et de distorsion plus complexes (comme ceux agissant dans l'est de la Méditerranée). Le caractère tridimensionnel et complexe des déformations supposées des massifs alpins exige aussi des modèles plus complets.

## 2.5 Cadre de référence densifié: European Reference Frame (EUREF89)

En 1989, on accomplit avec *EUREF89* une première réalisation de *ETRS89* offrant pour les pays d'Europe occidentale une densité (93 stations) et une répartition suffisantes pour le rattachement des diverses mensurations nationales. Lors de la compensation du réseau GPS continental, on considéra les coordonnées *ETRF89* des 'fiducials' comme fixes. Avec *EUREF89*, on avait certes réalisé une étape importante de la coopération géodésique en Europe, mais en terme de précision des coordonnées, on n'avait de loin pas encore pu exploité tout le potentiel de GPS [Gurtner et al., 1992].

## 2.6 Importance des systèmes de référence globaux pour la mensuration nationale MN95

Une mensuration nationale moderne doit être rattachée à un système de référence géodésique global. C'est le seul moyen de garantir l'échange de données à référence spatiale, comme celles alimentant les systèmes d'information géographique (SIG), à travers les frontières. C'est aussi la condition pour l'emploi sans restriction des techniques modernes de la navigation et de la géodésie spatiale.

C'est précisément dans ce but que l'*IAG-Subcommission for the European Reference Frame (EUREF)* a créé le nouveau système de référence européen *ETRS89*, réalisé sous la forme du réseau GPS EUREF avec les différents cadres de référence *ETRFxx*.

# 3 Systèmes et cadres de référence terrestres locaux

## 3.1 Généralités

Il y a encore quelques dizaines d'années, les méthodes classiques de la géodésie excluaient l'application du concept de systèmes de référence globaux dans les mensurations nationales. En lieu et place, on définissait des systèmes de référence locaux, par la détermination de paramètres de datums géodésiques en un ou plusieurs repères fondamentaux. Les méthodes de la géodésie moderne permettent de définir des systèmes de référence 3D locaux, eux-mêmes rattachés à des systèmes de référence globaux.

Les séries de coordonnées des repères géodésiques, déterminées par la mesure et la compensation des réseaux géodésiques de base, constituent les cadres de référence terrestres locaux, qui sont des réalisations de ces systèmes.

## 3.2 Le Datum géodésique CH1903 de la Mensuration nationale actuelle MN03

Le *Datum géodésique suisse CH1903*<sup>1</sup> [Rosenmund, 1903] et la *Projection cartographique de la Suisse* définie sur l'ellipsoïde de Bessel, avec son système de coordonnées nationales (double projection cylindrique conforme à axe oblique, avec repère fondamental  $P_0$  situé à Berne) ont bien convenu à toutes les tâches pratiques, notamment dans la mensuration officielle [Matthias et al., 1980] (Annexe A6). Les ondulations du géoïde (N), comme les déviations de la verticale ( $\xi$ ,  $\eta$ ), restent, sur le territoire national, dans des limites restreintes ( $|N| < 5$  m;  $|\xi| < 100$  cc<sup>2</sup>;  $|\eta| < 100$  cc<sup>2</sup>). De plus, les réductions sur l'ellipsoïde et les déformations du système de projection (déformations linéaire et surfacique), faciles à calculer, restent dans des limites acceptables, et peuvent être négligées ou estimées (par une projection sur la sphère par exemple) dans tous les problèmes simples. La déformation linéaire (ou d'échelle) m va de 0 à +190 ppm [Bolliger, 1967]. Mais pour la

<sup>1</sup> L'appellation *Datum géodésique suisse CH1903* introduite en son temps renvoie à l'ouvrage de M. Rosenmund [1903] sur le système de projection suisse.

<sup>2</sup> 100 cc = 10 mgon

réduction d'une distance mesurée dans le plan de projection, on constate que la correction est toujours négative, et compense, selon l'altitude de la mesure, une partie de la déformation d'échelle.

Contrairement au datum géodésique local *CH1903* et à la Projection suisse, l'emploi en Suisse d'un système de référence global et d'un système de projection adapté à la totalité du globe (par ex. UTM) exigera la prise en compte d'ondulations du géoïde de l'ordre de 50 m et de déformations d'échelle importantes (par ex. pour UTM  $-400 < m < +250$  ppm).

C'est pourquoi, pour presque tous les travaux en Suisse et notamment pour la mensuration officielle, le *Datum géodésique suisse CH1903*, l'ellipsoïde de Bessel et la *Projection Suisse*, ainsi que le système des coordonnées nationales comme système de référence local devraient être maintenus sans changement, ou très peu modifiés.

Le *Datum géodésique suisse CH1903* [Schürer, 1990] est défini par les données du tableau 3.2-1.

Datum géodésique suisse CH1903	
<b>a) Ellipsoïde de référence de Bessel:</b>	a = 6 377 397.155 m f = 1/299.15281285 (ou $e^2 = 0.006674372231$ )
<b>b) Repère fondamental P<sub>0</sub>:</b> (ancien Observatoire de Berne)	$\lambda_0$ = 7° 26' 22.50" $\varphi_0$ = 46° 57' 08.66" $\xi_0$ = 0 (in P <sub>0</sub> ) $\eta_0$ = 0 (in P <sub>0</sub> )
<b>c) Calage de l'ellipsoïde:</b> (S <sub>0</sub> : Schwerzenbach, ZH)	N <sub>0</sub> = 0 (in S <sub>0</sub> : y = 691'971 m, x = 248'240 m) (correspond à P <sub>0</sub> ~ 0.50 m)
<b>d) Origine des coordonnées (en P<sub>0</sub>):</b> (Système de projection suisse)	y <sub>0</sub> = 600'000.000 0 m x <sub>0</sub> = 200'000.000 0 m

**Tableau 3.2-1: Définition du Datum géodésique suisse CH1903**

**Remarques concernant le tableau 3.2-1:**

**sur a)** Les paramètres de l'ellipsoïde de Bessel (1841) ont été utilisés pour la première fois pour la compensation du réseau de triangulation de la Commission Géodésique Suisse SGK (arc de méridien d'Europe centrale) en 1882-1890 [Zöllly, 1948].

**sur b)** L'orientation de l'ellipsoïde en P<sub>0</sub> a été définie grâce aux déterminations astronomiques  $\Phi$  et  $\Lambda$  [Schürer, 1990], en supposant implicitement l'égalité des latitude et longitude astronomiques et géodésiques ( $\varphi_0 = \Phi_0$ ,  $\lambda_0 = \Lambda_0$ ).

**sur c)** Les travaux de la SGK (triangulation 1854-1879 et nivellement de précision 1864-1891) ont supposé la coïncidence de l'ellipsoïde et du géoïde en P<sub>0</sub>. Lors des premiers travaux de la SGK pour la détermination d'un modèle de géoïde pour la Suisse (nivellement astronomique du méridien du Gotthard en 1916-1918; arc de parallèle de Zürich en 1934-36; arc de méridien de Lugano en 1947-48), on a pris comme calage altimétrique de l'ellipsoïde N<sub>0</sub> = 0 en S<sub>0</sub> (voir chap. 4.3 et Figure 4.3-7). Ce choix a été conservé par Gurtner [1978].

**sur d)** A l'origine, P<sub>0</sub> a été désigné comme origine du système de coordonnées nationales (avec x<sub>0</sub> = y<sub>0</sub> = 0 m), définissant ainsi les coordonnées "civiles" [Rosenmund, 1903]. Dès 1918, on donnait pour P<sub>0</sub> sur les cartes nationales: y<sub>0</sub> = 600 km (false easting) et x<sub>0</sub> = 200 km (false northing), définissant ainsi les coordonnées "militaires", afin d'éliminer toute ambiguïté. Dès les années soixante, ces dernières ont été logiquement introduites dans la mensuration nationale, et finalement dans la mensuration officielle [Oettli, 1986].

Les fondements mathématiques de la Projection suisse et les formules pour la transformation de coordonnées géodésiques locales (latitudes et longitudes géodésiques) en coordonnées nationales sont rassemblées dans l'Annexe A6.

### 3.3 Le système des altitudes usuelles de l'ancien Nivellement fédéral NF02

La Suisse est l'un des derniers pays d'Europe à utiliser encore un système d'altitudes usuelles, dans lequel on n'apporte aucune réduction gravimétrique aux différences de niveau mesurées. Les raisons "historiques" de ce vestige du siècle dernier sont exposées par [Schneider, 1993] et [Zöllly, 1948].

On trouve les définitions de l'ancien système *altimétrique NF02* dans le Tableau 3.3-1.

Le système d'altitudes usuelles de l'ancien Nivellement fédéral NF02	
a) Horizon de référence: (Repère Pierre du Niton, Genève)	RPN = 373.6 m
b) Réduction gravimétrique:	aucune (altitudes usuelles)
c) Champ de vitesses:	aucun

**Tableau 3.3-1: Définition de l'ancien système d'altitudes usuelles du nivellement fédéral NF02**

**Remarques sur le Tableau 3.3-1:**

- sur a)** La définition du "nouvel horizon", qui date de 1902, est décrite dans "*Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluss an den Meereshorizont*" [Hilfiker, 1902]. On s'est inspiré à l'époque de comparaisons avec les rattachements italiens, autrichiens et allemands au niveau moyen des mers: "Comme horizon de référence du réseau suisse d'altitudes, on introduit le niveau moyen de la Méditerranée dans le port de Marseille. [...] En conséquence, l'altitude absolue du Repère de la Pierre du Niton est fixée à 373.6 m" (voir fig. 4.3-6).
- sur b)** 18 boucles principales du Nivellement fédéral ont été compensées selon les moindres carrés en 1944 [Schürer, 1944]; mais ce résultat ne fut pas utilisé dans le réseau officiel. Dans le cadre du *Unified European Levelling Network (UELN)*, dès les années cinquante, on accompagna systématiquement les nouvelles mesures de lignes par des mesures de gravité (voir fig.4.4-3). Puis on procéda ensuite à la compensation rigoureuse de cotes géopotentielles, mais ces résultats ne furent pas exploités dans le réseau officiel *NF02*. Comme les altitudes usuelles (*NF02*) étaient utilisées pour le rattachement des réseaux de nivellement trigonométrique (triangulation de 4<sup>e</sup> ordre), et que ceux-ci furent calculés sans prise en compte des déviations de la verticale, les altitudes des points de triangulation sont à considérer également comme des altitudes usuelles.
- sur c)** Des recherches sur les mouvements verticaux de la croûte terrestre supérieure furent menées dès les années cinquante [Gubler et al., 1984], et un champ de vitesses fut calculé. Ces résultats eurent un grand écho dans le monde scientifique. En plusieurs occasions, le S+T a conduit et publié des travaux sur les mouvements récents de la croûte terrestre (voir fig. 4.3-8). Mais là encore, ces résultats n'ont eu aucune incidence sur le réseau du nivellement fédéral *NF02*.

### 3.4 Exigences pour des systèmes de référence locaux modernes

Idéalement, un système de référence local destiné à une géodésie nationale européenne devrait aujourd'hui satisfaire aux exigences suivantes [Gubler et Schneider, 1994]:

- Rattachement à *ETRS89* et au 'Conventional Terrestrial System' *ITRS* par une transformation mathématique simple et clairement définie.
- Pas de distorsion d'échelle (c.à.d. compatibilité avec la définition du mètre) et faibles différences d'orientation du système par rapport à *ETRS89* (c.à.d. ~ parallélisme des axes de coordonnées).
- Adjonction d'un système strict d'altitudes géopotentielles (altitudes orthométriques ou normales) et d'un modèle correspondant de surface de référence (modèle de géoïde ou de quasi-géoïde).
- Adjonction d'un modèle cinématique tridimensionnel (par exemple un champ de vitesses) décrivant la variation de la géométrie des repères géogésiques au cours du temps.

Cette dernière exigence est souvent désignée comme "*concept de la géodésie à quatre dimensions*", dans lequel le système de référence inclut non seulement les axes de coordonnées mais aussi un "axe du temps". La description cinématique d'un repère géodésique comporte alors, en plus des 3 coordonnées X,Y,Z (vecteur-position) leurs dérivées par rapport au temps  $\dot{X} = \delta X / \delta t$ ,  $\dot{Y} = \delta Y / \delta t$ ,  $\dot{Z} = \delta Z / \delta t$  (vecteur-vitesse). Il faut se souvenir ici que les méthodes géodésiques de positionnement relatif ne livrent pas des coordonnées ou des vitesses absolues, mais seulement des valeurs relatives rapportées à un repère de référence à définir. Une autre voie permet de décrire la variation temporelle

d'un ensemble de repères géodésiques sur la croûte terrestre: c'est l'analyse des contraintes (straintensor) [Schneider, 1982].

Par l'introduction de considérations cinématiques dans les mensurations nationales, on satisfait enfin des exigences posées depuis longtemps par la géodésie [Matthias, 1977].

## 4 Concept des systèmes de référence terrestres pour MN95

### 4.1 Choix d'un double système: système global et système local

Afin de garantir le passage d'un système global (européen) à un système local (national) et vice-versa sans limitation de précision, on propose pour MN95 la définition d'un double système: l'un à rattachement global (*CHTRS95*) et l'un à rattachement local (*CH1903+*). Le passage de l'un à l'autre se fait par une transformation mathématique simple et bien définie, sans perte de précision (voir fig. 4.1-1). Les paramètres de cette transformation sont fixés "par définition" et ne dépendent donc pas de grandeurs mesurées (coordonnées). Une fois fixés, ces paramètres sont toujours valables.

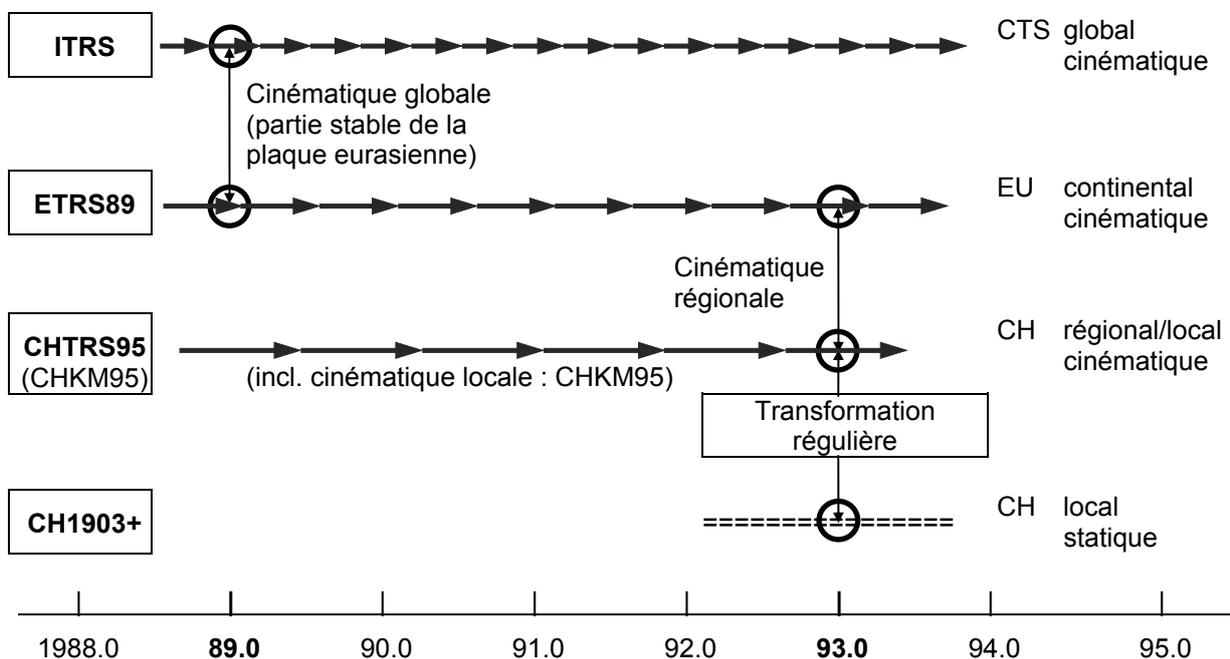


Figure 4.1-1: Relations entre les systèmes de référence globaux et locaux

Pour être compatible avec les autres géodésies nationales d'Europe et respecter les recommandations de la sous-commission EUREF, seul *ETRS89* entre en considération comme **système de référence global**. Mais la situation tectonique complexe des Alpes nécessite le choix additionnel d'un système suisse particulier *CHTRS95*, strictement identique à *ETRS89* en première approximation et à l'époque  $t_0$ . Les faibles écarts (qq. mm par année) entre *ETRS89* et *CHTRS95* sont décrits par le modèle cinématique *CHKM95* inclus au système (voir 4.5). Il est ainsi possible au besoin d'utiliser pour la Suisse un modèle cinématique particulier et distinct de celui de *ETRS89*. A l'avenir, c'est le système *CHTRS95* qui devrait être utilisé pour toutes les tâches de la mensuration nationale et pour les besoins des grands projets de génie civil.

Pour des raisons pratiques (voir 3.2), le système actuel (Datum géodésique *CH1903*) est conservé comme **système de référence local** de la Suisse. Simplement, les définitions de base (détermination des paramètres de datum aux repères fondamentaux) doivent être adaptées aux exigences actuelles (voir 4.3). Pour éviter toute confusion, on introduit la nouvelle désignation: **CH1903+**. C'est en quelque sorte une "mise à jour" de *CH1903*. Les coordonnées dans le système *CH1903+* sont des coordonnées statiques rapportées à l'époque  $t_0 = 1993.0$ . Dans ce système, aucune vitesse individuelle n'est assignée aux repères.

Pour éviter toute confusion lors de la transmission de coordonnées, le tableau 4.1-1 propose des désignations adéquates.

Désignations et symboles	Ancien	Nouveau
Système:	<b>CH1903</b>	<b>CH1903+</b>
Cadre:	<b>MN03</b>	<b>MN95</b>
Coordonnées géodésiques (ellipsoïdiques): ( <i>exemples</i> )	$\lambda_{03} = 7^\circ 26' 22.50''$ $\varphi_{03} = 46^\circ 57' 08.66''$	$\lambda_{95} = 7^\circ 27' 58.413 62''$ $\varphi_{95} = 46^\circ 52' 42.267 55''$
Coordonnées nationales suisses (système de projection) ( <i>exemples</i> ):	$y = 604\,693.58 \text{ m}$ $x = 203\,237.83 \text{ m}$	$E = 2\,604\,694.125\,3 \text{ m}$ $N = 1\,203\,238.026\,8 \text{ m}$

**Table 4.1-1: Désignations et "repères fondamentaux" des systèmes CH1903 et CH1903+**

Pour les nouvelles **coordonnées MN95**, on admet un repère fondamental défini par 2'600'000 m ('false easting') et 1'200'000 m ('false northing') pour éviter toute confusion avec des coordonnées MN03. Ce choix a été retenu dès 1996 par la direction du S+T, après consultation des utilisateurs civils et militaires des cartes nationales et des données à référence spatiale (SIG), et avec l'accord de la D+M. Les confusions sont ainsi exclues dans un secteur plus vaste que celui de la nouvelle carte nationale 1:1'000'000. Le découpage des cartes reste à l'intérieur du premier quadrant, ce qui exclut des coordonnées négatives. On évite ainsi toute confusion aussi bien entre les systèmes MN03 et MN95, qu'entre les axes y et x, respectivement E et N. Les nombreux utilisateurs des cartes nationales et des données SIG, à qui une précision de l'ordre du mètre suffit, ne seront pratiquement pas affectés par le passage de MN03 à MN95. En tronquant le premier chiffre des coordonnées E et N ils retrouveront les coordonnées nationales "habituelles".

Le maintien de l'ancien datum et le choix des nouvelles origines font que les formules de la Projection suisse (projection cylindrique à axe oblique avec cercle de contact passant par le repère fondamental  $P_0$  à Berne) restent valables, de même que les formules usuelles en mensuration pour la réduction des observations sur l'ellipsoïde et dans le plan de projection (il suffit de soustraire préalablement 2'000 km resp. 1'000 km aux coordonnées MN95). Les distorsions, déviations de la verticale et cotes du géoïde restent faibles.

## 4.2 Rattachement à ETRS89

Depuis 1992, le S+T, dans le cadre de ses travaux pour la mise en place de MN95, participe avec l'Institut d'astronomie de l'Université de Berne (AIUB) à l'exploitation de la Géostation de Zimmerwald. Depuis les années septante, cette station est engagée dans des programmes internationaux de mesures de distances laser SLR (tels que MERIT, Crustal Dynamics Project, International Earth Rotation Service, etc.), grâce à quoi elle est reliée avec une précision centimétrique aux systèmes ETRS89 et ITRS, ce qui la désigne tout naturellement comme nouveau repère fondamental "réel" pour MN95.

Un modèle global pour la cinématique des plaques ne peut décrire que sommairement le mouvement de la Géostation de Zimmerwald. Par contre, grâce aux mesures SLR, et depuis 1992 aux observations GPS, il devrait être possible au bout de quelques années d'estimer avec une meilleure précision un vecteur-vitesse comme base d'un modèle cinématique régional/local CHKM95. Ce modèle s'appuie d'abord sur le vecteur-vitesse 3D du repère fondamental  $Z_0$  de Zimmerwald dans ETRS89, et sur les éventuelles vitesses d'autres repères EUREF connus dans ITRS. Il doit ensuite proposer un modèle des vitesses différentielles entre les repères de MN95. Les coordonnées des stations MN95 pourront être considérées comme constantes sur de courtes périodes, mais comme des fonctions du temps sur de plus longues périodes. Outre les coordonnées, on disposera d'un champ de vitesses relatives (dans CHTRF95), utile pour des applications spéciales (par ex. les tunnels alpins) et pour des travaux scientifiques. Enfin, l'existence d'un modèle cinématique est une condition importante pour la compensation simultanée d'observations géodésiques de différentes époques.

Une possibilité additionnelle de rattachement à ETRS89 est offerte par la liaison idéale du réseau GPS national MN95 avec les 5 stations EUREF situées en Suisse ou à proximité.

Nous pouvons déjà annoncer que la réalisation et le rattachement de MN95 ont pris en compte le concept clairement défini aujourd'hui du cadre de référence ITRF93 (voir 5.2, 6.1, Annexe A3, Annexe A4.1) et que la transformation de ITRS en ETRS89 a été réalisée avec les formules de [Boucher and Altamimi, 1995].



**Figure 4.2-1: Rattachement du réseau GPS MN95 avec les 'fiducial stations ITRS' et avec le réseau européen EUREF**

### 4.3 Repères fondamentaux "virtuels" et "réels"

Le repère fondamental de l'ancienne mensuration nationale a une histoire longue et mouvementée [Oettli, 1986; Wolf, 1879]. Déjà en 1812, les ingénieurs français avaient installé un modeste observatoire sur une terrasse dominant la ville de Berne. En 1821, Trechsel remplaça celui-ci par un petit observatoire octogonal (figure 4.3-1). Dufour choisit cet endroit comme repère fondamental pour son œuvre géodésique et cartographique. Lors de la construction de l'Institut de physique de l'Université de Berne en 1876, il fallut démolir l'ancien Observatoire. L'emplacement de l'ancienne lunette méridienne (1822-1876) fut matérialisé par une plaque de marbre au sous-sol du nouveau bâtiment. Lors de la construction de l'actuel bâtiment pour l'Institut des Sciences exactes (1<sup>e</sup> étape en 1962), on repéra l'emplacement de l'ancien Observatoire par une stèle, qui dut être déplacée au fond d'un puits de lumière lors de la 2<sup>e</sup> étape. Il s'y trouve encore aujourd'hui (figure 4.3-2)



**Figure 4.3-1: Ancien Observatoire de Berne (1821-1876): Repère fondamental du système de référence CH1903**

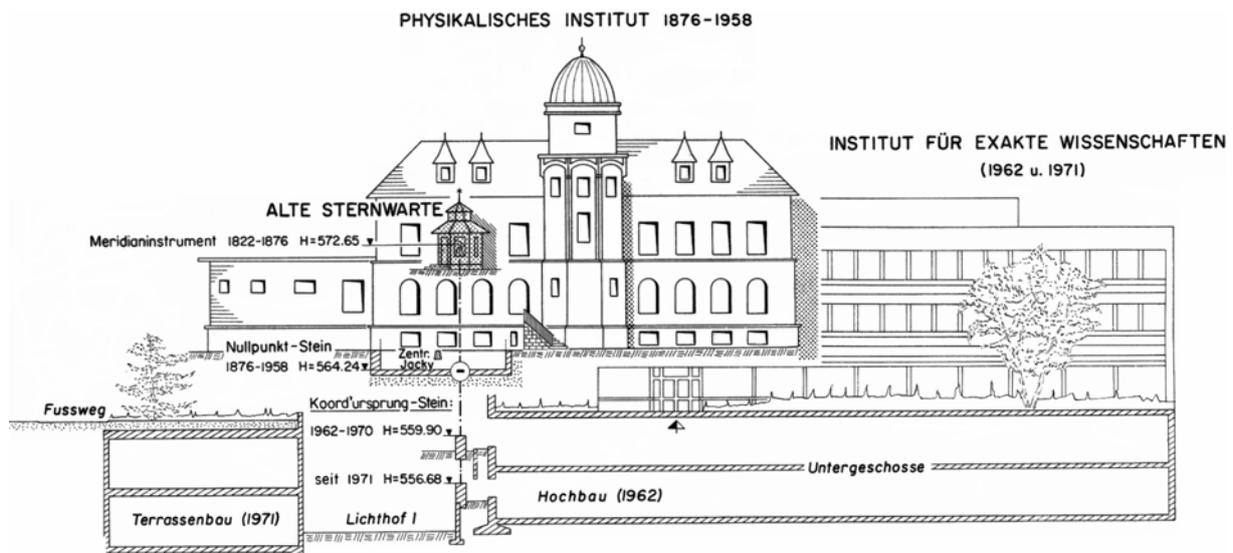


Figure 4.3-2: Schéma [Oetli, 1986] des repérages successifs de l'Ancien Observatoire de Berne (Repère fondamental de la mensuration nationale, CH1903)

Ce repère, bien qu'existant, n'a plus qu'une valeur de "mémorial" (figure 4.3-3) pour les anciennes mensurations, car il n'est pratiquement plus utilisable pour un rattachement moderne, et une stabilité durable de sa matérialisation n'est pas garantie. C'est pourquoi on peut parler de repère fondamental "virtuel" situant l'ancien Observatoire.

de Zimmerwald constitue "de facto" un nouveau repère fondamental ( $Z_0$ ) pour une mensuration nationale moderne. Ce nouveau repère permet un rattachement direct de la mensuration nationale aux systèmes géodésiques globaux par toutes les techniques actuelles. C'est pourquoi on le désignera désormais comme le repère fondamental réel  $Z_0$ .



Figure 4.3-3: "Mémorial" pour l'ancien repère fondamental (CH1903)

Etant donné l'immense rôle des méthodes satellitaires pour la géodésie moderne, la Géostation



Figure 4.3-4: Géostation de Zimmerwald (nouveau télescope SLR ZIMLAT 1996)

Dès 1988, le S+T a proposé de concrétiser le repère fondamental  $Z_0$  en scellant des chevilles de bronze dans le socle du mât GPS (figure 4.3-

5) de la station permanente. Un réseau géodésique local (triangulation et nivellement) relie entre eux les divers points fixes, les antennes, les intersections des axes des télescopes SLR (l'ancien, n° DOMES 1400S1001, et le nouveau ZIMLAT, n° DOMES 14001S007).

Tous les paramètres définissant les nouveaux systèmes géodésiques *CHTRS95* et *CH1903+* doivent se référer au repère fondamental de Zimmerwald ( $Z_0$ ).



**Figure 4.3-5: Mât GPS de Zimmerwald avec cheville  $Z_0$  scellée dans le socle**

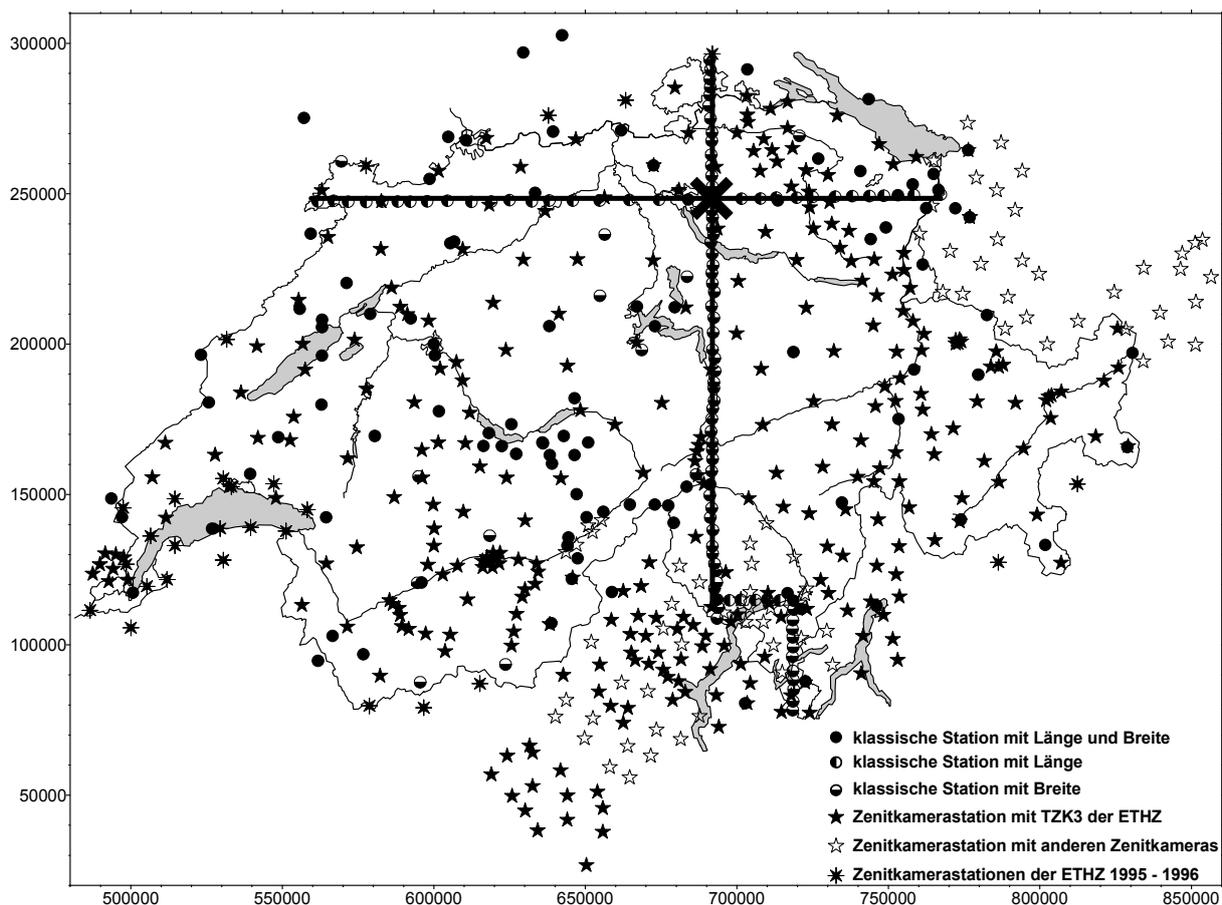
L'ancien système de référence local de la mensuration suisse utilisait en fait plusieurs repères géodésiques. L'ancien Observatoire de Berne servait de repère fondamental ( $P_0$ ) pour la définition classique du datum (*CH1903*), alors que le repère fondamental "Repère Pierre du Niton" (RPN) situé dans la rade de Genève définissait l'horizon de référence du nivellement fédéral (*NF02*) (figure 4.3-6).



**Figure 4.3-6: Horizon de référence du Nivellement fédéral (*NF02*): Repère Pierre du Niton (RPN)**

A côté de ces repères fondamentaux "explicites" pour *MN03* et *NF02*, on a défini au cours du temps, pour des raisons purement scientifiques, d'autres repères qui ont acquis depuis le statut de repères géodésiques importants.

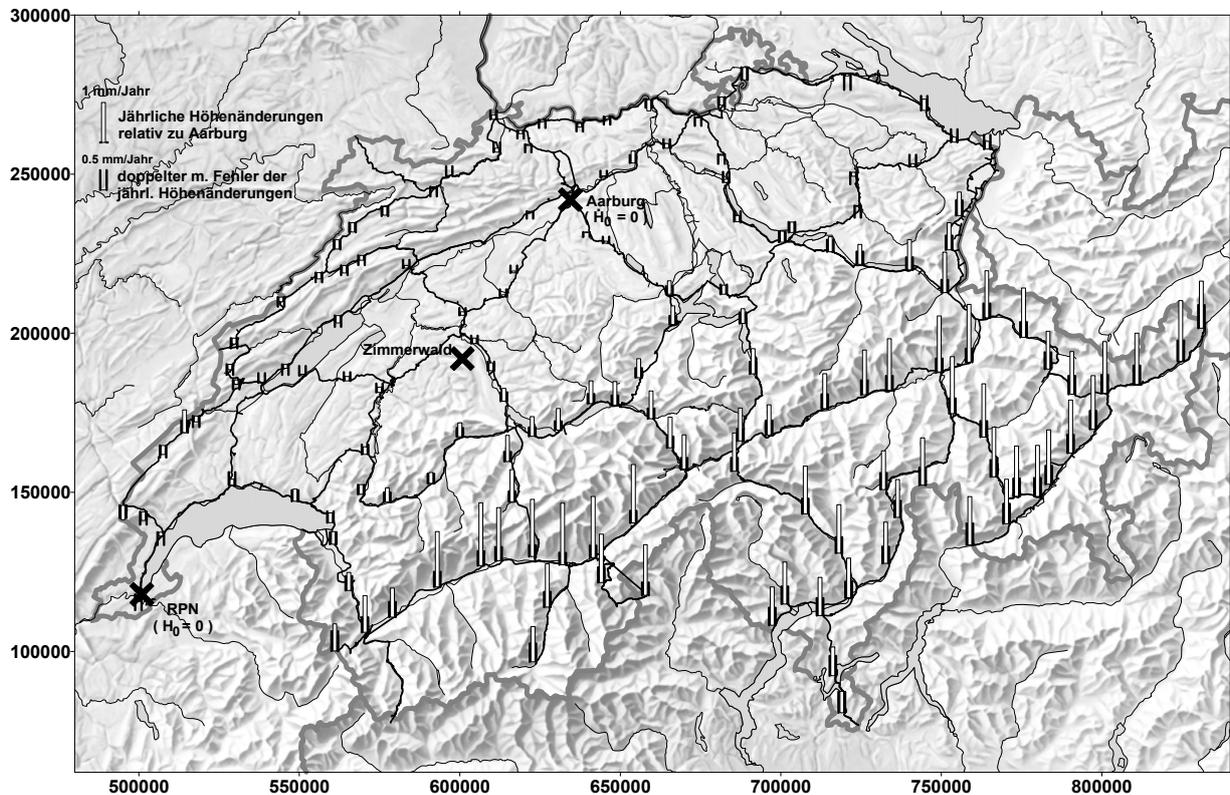
La Commission géodésique suisse (SGK) procéda à des travaux pour la création d'un modèle de géoïde. Lors de nivellements astronomiques sur le méridien du Gotthard en 1917-18 et sur le parallèle de Zurich en 1934-36, il fallut fixer la cote du géoïde en un endroit bien précis. On proposa l'intersection de ces deux profils, située près de Schwerzenbach (ZH), comme repère virtuel supplémentaire  $S_0$  (Tableau 4.3-1) du datum géodésique *CH1903*. Lors du calcul du géoïde astrogéodésique de la Suisse, ce choix fut conservé [Gurtner, 1978].



**Figure 4.3-7: Intersection  $S_0$  des profils de géoïde (méridien du Gotthard et parallèle de Zürich) à Schwerzenbach (ZH)**

Lors de la compensation de la deuxième mesure du nivellement fédéral, on mit en évidence des variations d'altitude systématiques dans les Alpes par rapport au Plateau suisse. Ces résultats confortaient ceux de modèles tectoniques alpins proposés par les sciences de la terre. Après de grands débats scientifiques, ce phénomène fut interprété comme étant dû à un mouvement de surrection des Alpes.

Par la suite, lors de la compensation simultanée de plusieurs époques du nivellement fédéral, on testa diverses hypothèses cinématiques. Pour pouvoir estimer non seulement des altitudes, mais aussi un champ discret de vitesses verticales, il fallait choisir un repère virtuel doté d'une vitesse donnée. Sur la base de considérations tectoniques, on attribua à un groupe de points fixes de nivellement<sup>1</sup> situé à Aarburg (AG) au pied du Jura une vitesse verticale nulle  $\dot{H}_0 = 0$ . On rajoutait ainsi un repère fondamental supplémentaire pour le modèle cinématique du nivellement fédéral.



**Figure 4.3-8: Compensation cinématique du nivellement fédéral par rapport au groupe de points de référence d'Aarburg ( $\dot{H}_0 = 0$ )**

<sup>1</sup> Point de référence factice : AG 471 / T3V 117 (cheville en bronze placée verticalement)

**Systèmes de référence terrestres: CH1903 / CHTRS95 / CH1903+ et repères fondamentaux de la mensuration nationale (MN03 / NF02 et MN95 / RAN95)**

Auparavant: Repères fondamentaux "virtuels"	Après renouvellement: Repère fondamental "réel" Z <sub>0</sub>	
<p><b>CH1903 (MN03/NF02)</b>  <i>Ellipsoïde: Bessel 1841</i>                      (a = 6 377 397.155 m; 1/f = 299.15281285)</p>	<p><b>CHTRS95 (CHTRF95)</b>  <i>Ellipsoïde: GRS80</i>                      (a = 6 378 137.00 m; 1/f=298.257222101)</p>	<p><b>CH1903+ (MN95/RAN95)</b>  <i>Ellipsoïde: Bessel 1841</i>                      (a = 6 377 397.155 m; 1/f = 299.15281285)</p>
<p><b>P<sub>0</sub>: Ancien Observatoire de Berne</b></p> <p><math>\lambda_0 = 7^\circ 26' 22.50''</math>  <math>\varphi_0 = 46^\circ 57' 08.66''</math>  <math>h_0</math> (non défini)</p> <p><math>\xi_0 = 0''</math>  <math>\eta_0 = 0''</math>                      (défini implicitement)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Géostation Zimmerwald</b></p> <p><math>\lambda_0 = 7^\circ 27' 54.984 9''</math>  <math>\varphi_0 = 46^\circ 52' 37.541 6''</math>  <math>h_0 = 947.149</math> m (ell.)                      (dérivé de <i>ETRF93</i>; t=1993.0)</p> <p><math>\xi_0 = 8.46''</math>  <math>\eta_0 = 4.02''</math>                      (géoïde calculé en 1998)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Géostation Zimmerwald</b></p> <p><math>\lambda_0 = 7^\circ 27' 58.417 7''</math>  <math>\varphi_0 = 46^\circ 52' 42.270 3''</math>  <math>h_0 = 897.361</math> m (ell.)                      (planimétrie dérivée de PT Gurten)</p> <p><math>\xi_0 = 3.73''</math>  <math>\eta_0 = 1.68''</math>                      (géoïde calculé en 1998)</p>
<p><b>RPN: Repère Pierre du Niton</b></p> <p><math>H_0 = 373.600</math> m (altitude usuelle)                      (rattachement: marégraphe de Marseille)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Géostation Zimmerwald</b></p> <p><math>H_0 = 897.802 7</math> m (altitude orthométrique)                      (rattachement: UELN, marégraphe d'Amsterdam)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Géostation Zimmerwald</b></p> <p><math>H_0 = 897.906 3</math> m (altitude orthométrique)                      (rattachement: RPN, marégraphe de Marseille)</p>
<p><b>S<sub>0</sub>: Intersection: Profils Schwerzenbach</b></p> <p><math>N_0 = 0</math> m (y = 691971m / x = 248240m)                      (par définition)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Geostation Zimmerwald</b></p> <p><math>N_0 = 49.346 3</math> m                      (tiré de <math>N_0 = h_0 - H_0</math>)</p>	<p><b>Z<sub>0</sub>: Geostation Zimmerwald</b></p> <p><math>N_0 = -0.545 3</math> m                      (géoïde calculé en 1998)</p>
<p><i>Uniquement pour la compensation cinématique du NF, considérer:</i></p> <p><b>A<sub>0</sub>: Point de référence cinématique d'Aarburg</b></p> <p><math>\dot{H}_0 = 0</math> mm/année (par définition)</p>	<p><i>Pour la définition du modèle cinématique CHKM95, considérer (t<sub>0</sub> = 1993.0):</i></p> <p><b>Z<sub>0</sub>: Geostation Zimmerwald</b></p> <p>Vecteur-vitesse 3D ( <math>\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}</math> ) dans <i>ETRS89</i>                      Approximation provisoire: <math>\dot{X} = \dot{Y} = \dot{Z} = 0</math>                      (vecteur-zéro)</p>	<p><i>Pas de modèle cinématique (coordonnées et altitudes ne sont définies que pour t<sub>0</sub> = 1993.0)</i></p>

**Tableau 4.3-1: Anciens repères "virtuels" et la Géostation de Zimmerwald comme nouveau repère fondamental "réel"**

#### 4.4 Choix du système de référence altimétrique

Le projet MN95 prévoit l'introduction de nouveaux systèmes d'altitude pour la mensuration nationale suisse. Toutefois, certains éléments manquent encore pour une mise en place rapide de ces systèmes, et on ne peut évoquer ici que des choix généraux. Il nous paraît toutefois important de souligner que grâce à la définition tridimensionnelle d'un repère fondamental réel à Zimmerwald, on définit aussi un datum altimétrique cohérent avec les futurs systèmes d'altitude.

En 3.4, on a formulé pour la nouvelle mensuration nationale l'exigence d'un système d'altitudes respectant rigoureusement la théorie du potentiel. Seuls peuvent entrer en considération un système strict d'altitudes orthométriques ou le système d'altitudes normales selon la théorie de Molodensky [Molodensky et al., 1962]. Les avantages et inconvénients de ces deux systèmes sont discutés dans ce chapitre.

L'altitude orthométrique  $H$  d'un point est sa distance au géoïde, mesurée le long de la ligne verticale courbe passant par le point, tandis que l'altitude normale  $H_{\text{norm}}$  se rapporte à une autre surface de référence, appelée quasi-géoïde. Pour calculer ces deux altitudes, on part de la même valeur du géopotential  $C$ , obtenue ainsi à partir du cumul des différences d'altitude nivelées  $dH$  et des valeurs mesurées  $g$  de la gravité :

$$C = C_0 + \sum g dH \quad (4.4-1)$$

Pour calculer l'altitude orthométrique  $H$ , on divise le géopotential  $C$  par la gravité moyenne  $\bar{g}$ , tandis que pour calculer la hauteur normale  $H_{\text{norm}}$ , on le divise par la gravité normale  $\bar{\gamma}$ , facile à calculer par la formule de la gravité normale.

$$H = C / \bar{g} \quad H_{\text{norm}} = C / \bar{\gamma} \quad (4.4-2,3)$$

La hauteur normale  $H_{\text{norm}}$  est donc facile à calculer, rigoureusement et sans hypothèse, tandis que pour le calcul de l'altitude orthométrique  $H$  on doit faire appel à un modèle (hypothèse) sur la distribution des masses terrestres autour du point, puisque la mesure directe de la gravité à l'intérieur de la terre n'est pas possible. Certaines propositions de mesurer la gravité moyenne le long de la verticale à partir des masses terrestres [Niethammer, 1932] ont échoué à cause des volumes de calcul excessifs à l'époque. Une méthode beaucoup plus élégante [Wirth, 1990], s'appuyant sur le modèle numérique de terrain MNT25 du S+T et sur des algorithmes efficaces, permet de calculer des altitudes 'quasi-orthométriques', ou en tout cas très proches de la vraie longueur de la verticale.

Contrairement à la pratique des anciens réseaux altimétriques, qui s'appuyaient exclusivement sur le nivellement et sur la gravité, on doit s'assurer aujourd'hui de pouvoir déterminer rapidement et précisément des différences de niveau ellipsoïdiques par GPS sur des distances continentales. Si on réussit simultanément et avec une précision suffisante à modéliser l'influence de la réfraction troposphérique sur les signaux GPS et à disposer d'un modèle précis de géoïde ou de quasi-géoïde, alors les deux méthodes se complètent idéalement.

Les altitudes ellipsoïdique  $h$ , orthométrique  $H$  et normale  $H_{\text{norm}}$  sont reliées par les relations géométriques simples suivantes:

$$h = H + N = H_{\text{norm}} + \zeta \quad (4.4-4)$$

où  $N$  désigne l'ondulation du géoïde (distance de l'ellipsoïde au géoïde) et  $\zeta$  l'anomalie d'altitude (distance de l'ellipsoïde au quasi-géoïde).

Reste à déterminer quel système d'altitudes doit remplacer avantageusement le système actuel d'altitudes usuelles, dans une topographie aussi compliquée que celle de la Suisse. Pour répondre à cette question, on a cherché à quantifier les différences entre ces nouveaux systèmes et le système actuel, en partant des altitudes usuelles des repères de nivellement (NF02) officiels. Ces dernières ont été régulièrement publiées, par lignes, depuis le début du siècle, comme altitudes usuelles provisoires.

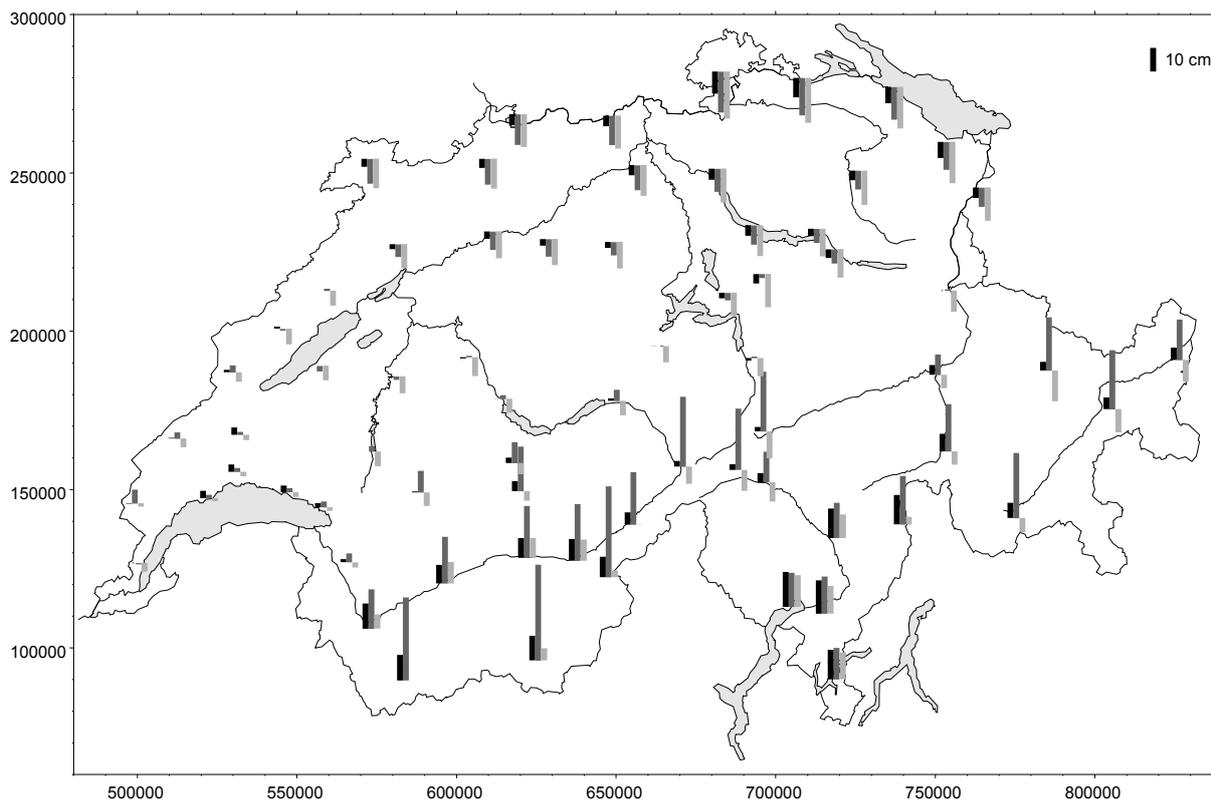
Parmi elles, la plupart des altitudes des nœuds du précédent nivellement de précision 1864-1891 de la SGK ont été conservées, en principe sans changement<sup>2</sup>. De nouvelles observations ont été ajustées sur ces nœuds (ou sur des repères de remplacement de ceux-ci). Comme les Alpes se

<sup>1</sup>  $C_0$  : potentiel du point de départ

<sup>2</sup> Une majorité de ces points n'existe plus aujourd'hui.

soulèvent chaque année de 1.5 mm par rapport au Plateau [Gubler et al., 1984], l'altitude inchangée de ces repères n'est plus adaptée. De plus, par rapport à un système d'altitudes géopotentielles rigoureuses, elles sont entachées d'erreurs systématiques dues au fait qu'on a négligé l'effet de la gravité.

Dans les tests suivants, on a compensé les cotes géopotentielles d'un choix de repères stables (avec une maille d'environ 10 km), en tenant compte de la gravité et des vitesses de surrection. Pour obtenir des altitudes orthométriques, il fallait encore diviser ces cotes par la gravité moyenne le long de la verticale. Celle-ci fut calculée à partir de valeurs de surface et d'un modèle de masses [Wirth, 1990]. En plus des altitudes orthométriques, et pour leur comparaison, on a aussi calculé les altitudes normales, en divisant les cotes géopotentielles par la gravité normale moyenne le long de la verticale.



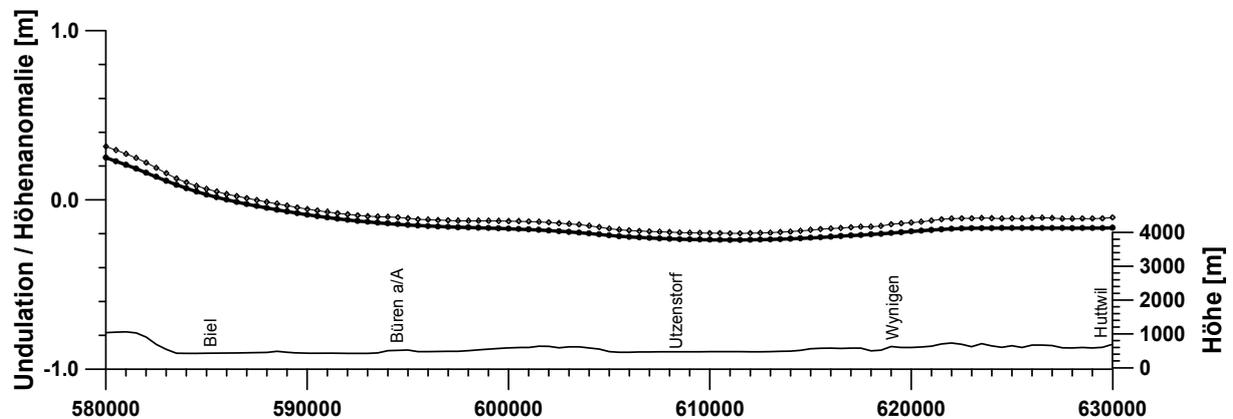
**Légende:** *barettes noires (à gauche): Différence de niveau due aux distorsions et à la cinématique (différence entre une compensation cinématique sans prise en compte de la gravité, et les altitudes usuelles officielles)*  
*barettes gris foncé (au milieu): Différence entre altitudes orthométriques et altitudes usuelles officielles*  
*barettes gris clair (à droite): Différence entre altitudes normales et altitudes usuelles officielles*

**Figure 4.4-1: Comparaison entre les altitudes usuelles officielles d'un choix de repères du nivellement fédéral et leurs valeurs dans les nouveaux systèmes**

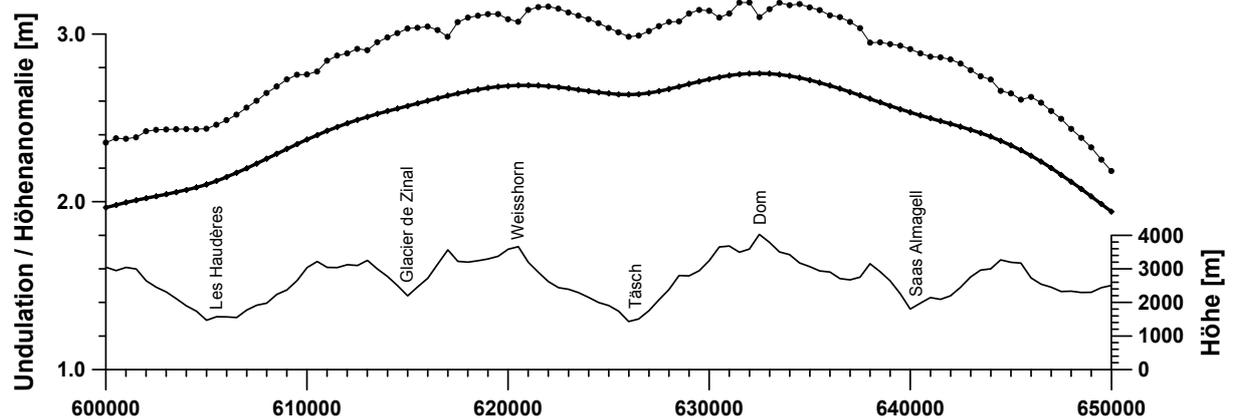
Sur la figure 4.4-1, les barrettes grasses de gauche montrent bien l'effet cinématique (surrection des Alpes) et l'élimination des contraintes dues à l'altitude fixe des nœuds. Au nord du pays, on voit de légères différences négatives par rapport au point de référence situé à Genève. Par contre, dans les Alpes, les différences sont positives et dépassent 10 cm. Toutefois, en Valais et dans les Grisons, cet effet est plus faible que celui obtenu en négligeant l'effet de la gravité (barrettes centrales). Dans ce cas, les modifications d'altitude peuvent atteindre 50 cm, ce qui correspond à un basculement dans la direction nord-sud d'environ 0.5". Seul fait exception le Tessin, où les différences d'altitude peuvent déjà s'expliquer par la surrection des Alpes et l'élimination des contraintes. La différence entre les altitudes orthométriques et les altitudes normales (barrettes de droite) montre une forte corrélation avec l'altitude. Alors que sur le Plateau ces deux systèmes d'altitudes sont pratiquement identiques, on note des différences jusqu'à 40 cm sur les cols alpins (par ex. à une altitude de 2000 m).

Ces travaux montrent que lors du choix d'un système d'altitudes dans une zone de tectonique active, on ne peut pas négliger la cinématique de la croûte terrestre. Les observations de différentes époques doivent être compensées à l'aide de modèles cinématiques. Si par surcroît elles doivent être combinées avec des observations altimétriques issues de GPS (réseaux combinés), on doit utiliser un système d'altitudes respectant strictement les théories géopotentielles (altitudes orthométriques ou normales). La condition pour passer rigoureusement d'altitudes ellipsoïdiques à des altitudes orthométriques ou normales est de disposer de surfaces de référence précises (modèle de géoïde ou de quasi-géoïde).

Ces surfaces de référence (géoïde ou quasi-géoïde) doivent être disponibles pour l'utilisateur sous la forme de modèles informatisés. Comme l'ont montré les travaux pour le nouveau géoïde [Marti, 1997], de tels modèles ne sont pas difficiles à obtenir pour le Plateau suisse, car ces deux surfaces sont relativement lisses pour cette région de plaines et de collines (voir figure 4.4-2 a), et assez faciles à approximer numériquement. Par contre, leur modélisation en région alpine pose beaucoup plus d'exigences pour le quasi-géoïde que pour le géoïde (voir figure 4.4-2 b). On voit que le quasi-géoïde contient des variations de plus haute fréquence avec des amplitudes dans le domaine décimétrique, plus difficiles à modéliser. Ce phénomène s'explique par le fait que le quasi-géoïde est beaucoup plus fortement corrélé avec la surface topographique que ne l'est le géoïde.



a) Profil Ouest-Est sur le Plateau suisse (de Bienne à Hützwil;  $x = 220$  km)



b) Profil Ouest-Est dans les Alpes (de la Grande Dixence à la frontière italienne;  $x = 103$  km)

**Légende:** *Ligne continue:* Topographie  
*Ligne pointillée grasse:* Géoïde  
*Ligne pointillée mince:* Quasi-géoïde

**Figure 4.4-2: Comparaison de profils du terrain, du géoïde et du quasi-géoïde a) sur le Plateau, b) dans les Alpes**

Pour la Suisse, le choix d'un nouveau système d'altitudes n'implique pas seulement des considérations théoriques sur les systèmes possibles, mais aussi l'évaluation des conséquences sur l'introduction d'une nouvelle mensuration officielle et sur le rattachement avec les réseaux altimétriques des pays voisins.

Malheureusement, la situation des pays voisins est loin d'être homogène. Avec son réseau IGN69, la France avait introduit déjà en 1969 un système d'altitudes normales [Levallois et Maillard, 1970]. L'Autriche remplace son actuel système d'altitudes normal-orthométrique par un système 'rigoureusement' orthométrique [Höggerl, 1986], qui utilise pour la réduction des altitudes une gravité moyenne calculée le long des verticales sur la base d'un modèle de masses. Après sa réunification, l'Allemagne au contraire a décidé d'introduire dans la totalité du pays le système d'altitudes normales en vigueur dans les nouveaux Länder [AdV, 1995]. L'Italie, qui dispose d'un système normal-orthométrique, a calculé un modèle de quasi-géoïde [Barzaghi et al., 1996], ce qui laisse pour le moins supposer le choix d'un système d'altitudes normales. On ignore où en est ce pays dans le choix d'une nouvelle mensuration nationale.

Sous le titre *United European Levelling Network (UELN)*, une sous-commission de l'IAG a calculé trois compensations globales des réseaux de nivellement de 1<sup>er</sup> ordre européens (sans les ex-pays communistes): l'une comme "état 1955" [Alberda, 1963], l'une comme "état 1973" [Ehrensperger and Kok, 1986], et la plus récente comme "état 1995" [Sacher et al., 1998]. La contribution suisse à ces compensations consiste pour chacune en un axe nord-sud (Bâle - Olten - Andermatt - Chiasso), un axe est-ouest (Genève - Olten - Schaffouse - St.Margrethen) au nord par le pied du Jura, un autre le long de la ligne Rhin-Rhône (Genève - Sion - Andermatt - Landquart - St.Margrethen) et une liaison Landquart - Martinsbruck (voir figure 4.4-3). Le premier calcul contenait les mesures du premier nivellement fédéral (1905 à 1925), le deuxième et le troisième contenait celles du deuxième nivellement fédéral (1943 à 1976). L'altitude des nœuds et les cotes géopotentielles correspondantes, issues de ces compensations, constituent un cadre de référence altimétrique qui pourrait être repris pour le calage général de notre réseau altimétrique national. On garantirait ainsi des relations claires avec le datum altimétrique de nos pays voisins. La troisième compensation (UELN-95) contenait les observations récentes des pays de l'Europe de l'Ouest, mais aussi, pour la première fois, les nivellements des pays de l'Est. Toutes ces compensations sont statiques: elles négligent les mouvements récents de la croûte terrestre évoqués aux chapitres 3.3 et 4.3 (figure 4.3-8).

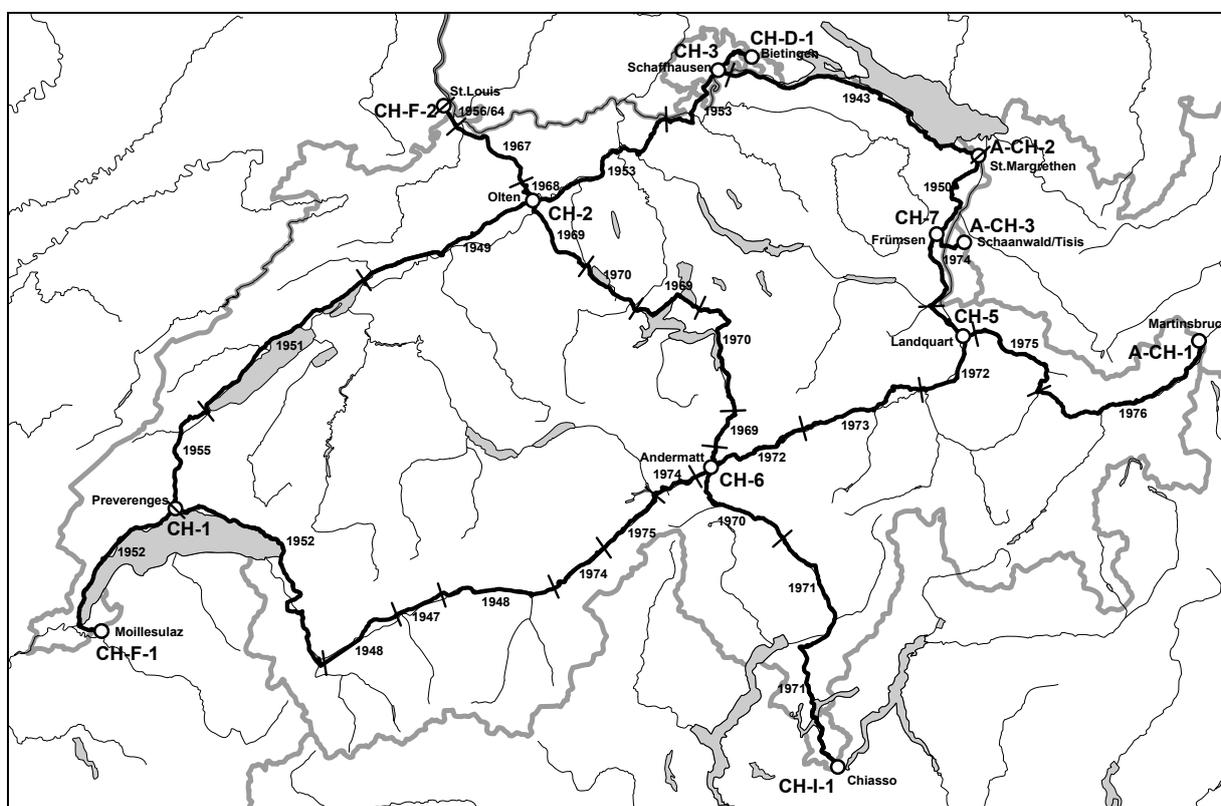


Figure 4.4-3: Réseau UELN partiel CH

A côté de cette compensation statique UELN-95, un nouveau réseau de référence altimétrique géocinématique est en préparation, qui intégrera toutes les observations géodésiques disponibles (GPS, nivellements, marégraphes, gravité, etc.). A cette fin, on a procédé en mai 1997 à une campagne GPS (EUVN97) pour relier entre eux avec précision tous les réseaux existants. Par exemple, on a observé simultanément un choix de marégraphes et les nœuds des réseaux UELN et EUREF. Ensuite, dans la compensation altimétrique cinématique, on ajoutera aux observations GPS tous les nivellements de 1<sup>er</sup> ordre et mesures marégraphiques réalisées au 20<sup>e</sup> siècle. Ce sera le premier système d'altitudes cinématique couvrant toute l'Europe (EVS2000).

Le tableau 4.4-1 résume les avantages et inconvénients comparés des altitudes orthométriques et normales. Parmi les critères pour le choix d'un système d'altitudes, on a donné un poids important à la facilité de modéliser le géoïde, car l'emploi de réseaux combinés en milieu alpin s'intensifiera à l'avenir. Aujourd'hui déjà, pour la densification des réseaux dans le Jura, les Préalpes et les Alpes, la méthode GPS remplace souvent le nivellement traditionnel pour des raisons d'économie. Les modifications relativement importantes d'altitudes auxquelles il faut s'attendre dans les cols alpins à cause du passage au système orthométrique ne devraient par contre pas poser de problème particulier pour la nouvelle mensuration officielle. Sur le Plateau suisse, et donc dans les zones urbaines, comptant une énorme quantité de données altimétriques, le choix de l'un ou l'autre système n'implique pas de grosses différences (voir tableau 4.4-1).

Critères	Altit. ortho. H	Altit. normales H <sub>norm</sub>
<b>1) Critères théoriques:</b>		
– Rigueur théorique des systèmes géopotentiels	+	+
– Hypothèses sur la répartition des masses de la croûte terrestre (définition arbitraire des altit. normales)	-	+
– Calcul simple des altitudes à partir du potentiel	-	+
<b>2) Avantages et inconvénients des réseaux mixtes (GPS):</b>		
– Interprétation géométrique des surfaces de référence (Geoïde / Quasi-geoïde)	+	-
– Relation géométrique simple avec les altitudes ellipsoïdiques à l'aide de modèles du géoïde / quasi-géoïde	+	+
– Modélisation des surfaces de référence (Geoïde / Quasi-geoïde) en terrain de plaine et de collines	+	+
– Modélisation des surfaces de référence (Geoïde / Quasi-geoïde) en zone alpine	+	-

**Tableau 4.4-1: Avantages et inconvénients comparés des altitudes orthométriques et normales pour remplacer les altitudes usuelles actuelles**

Suite à cette analyse, le *Groupe de travail MN95*, en complément au **système de référence "à rattachement local" CH1903+**, a proposé l'introduction d'altitudes orthométriques (cadre de référence RAN95) avec le datum altimétrique Zimmerwald Z<sub>0</sub>. Ces altitudes résulteront du rattachement au Repère Pierre du Niton (RPN) et donc indirectement au marégraphe de Marseille (voir tableau 3.3-1 et ch. 5); le passage du nouveau système RAN95 aux anciennes altitudes usuelles NF02 est prévu. On veillera aux risques de confusion lors des transformations entre ces deux systèmes.

De même, au **système de référence "à rattachement global" CHTRS95** correspond un cadre de référence national. Contrairement au RAN95, il est constitué de cotes géopotentiels, avec un datum de départ situé à Zimmerwald Z<sub>0</sub>, donc rattaché indirectement au marégraphe d'Amsterdam (voir ch. 5). A partir des cotes géopotentiels, on peut obtenir par simple 'presse-bouton' aussi bien des altitudes orthométriques que des altitudes normales, dans le même système. On garantit ainsi la compatibilité du système de référence "à rattachement global" avec ceux des pays voisins. Pour éviter toute confusion avec les altitudes RAN95 ou NF02, les altitudes CHTRS95 ne doivent être utilisées qu'avec la mention expresse: «*Attention: ces altitudes sont destinées à des tâches spéciales; elles ne correspondent pas aux valeurs officielles de la mensuration nationale*».

## 4.5 Modèles cinématiques pour MN95

Pour satisfaire aux exigences élevées de précision d'un réseau moderne, il est indispensable de prendre en compte les petits déplacements des repères géodésiques scellés dans la couche supérieure de la croûte terrestre. Ces déplacements sont paramétrés comme des variations des coordonnées planimétriques et altimétriques en fonction du temps. Sous l'hypothèse de linéarité temporelle, ils sont décrits simplement par des champs de vitesse discrets, à deux ou à trois dimensions. Pour une description des déformations en continu, on utilisera des champs de vitesse continus ou de "champs de contraintes (strain)". On notera qu'étant donné la nature relative des observations géodésiques, on doit fixer le vecteur-vitesse d'au moins un repère quelconque pour pouvoir définir un champ de vitesse. La compensation d'un réseau dans l'espace-temps s'appelle "compensation cinématique", dans laquelle on estime, simultanément aux coordonnées et altitudes des repères, leurs dérivées par rapport au temps (vecteurs-vitesse). Les champs de vitesse ou de contraintes qui en résultent s'appellent "modèles cinématiques".

La définition d'un modèle cinématique local/régional (CHKM95) est un élément essentiel du système géodésique *CHTRS95*. CHKM95 sert à modéliser aussi bien le déplacement de la "région Suisse" dans le système continental *ETRS89* que les déformations locales à l'intérieur des systèmes MN95 et RAN95, de manière tridimensionnelle.

Le champ de vitesse régional sert à ceci: arrimer *CHTRS95* à la croûte terrestre locale, de manière à ce que les coordonnées 3D de *CHTRF* changent le moins possible au cours du temps, et à ce que celles du repère fondamental  $Z_0$  restent constantes le plus longtemps possible. La modélisation régionale est décrite par le choix des coordonnées 3D et le champ de vitesse 3D du repère fondamental  $Z_0$  dans *ETRS89* (et donc indirectement dans *ITRS*) (voir 4.2).

Pour la modélisation cinématique locale de la croûte supérieure en Suisse, on fait appel aux critères du tableau 4.5-1. Son calcul effectif n'a évidemment de sens que sur la base de plusieurs époques d'observation du réseau national GPS.

Modèle cinématique local et relatif (dans CHTRS95)	Planim. 2-dim	Planim./alti. 3-dim	Modèle du temps	Avantages / inconvénients
<b>A) Champ de vitesse discret</b>	x	x	linéaire	- pas de continuité spatiale; prédiction plus difficile
<b>B) Modèle bloc-rigide</b> (de 2 à n blocs)	x	x	linéaire	- singularité aux limites de blocs - définition plus difficile
<b>C) Modèle "strain"</b> (Interpolation → quotients "strain")	x	(x)	linéaire	- continuité spatiale

Tableau 4.5-1: Modèles cinématiques locaux envisageables pour *CHTRS95*

## 4.6 Systèmes de projection cartographique pour MN95

Comme on l'a vu en 3.2, pour le système de référence "à rattachement local" *CH1903+*, il n'y a aucune raison d'abandonner le système actuel de double projection cylindrique conforme à axe oblique [*Rosenmund, 1903*]. Les formules  $y$  relatives (voir annexe A6), comme celles pour la réduction dans le plan de projection, avec tous les paramètres associés, resteront donc en vigueur.

Pour le système de référence "à rattachement global" *CHTRS95*, qui doit servir notamment à l'échange d'informations géoréférencées avec l'étranger, on a besoin d'un système de projection "euro-compatible", voire mondial. C'est pourquoi le choix s'est porté sur la projection *Universal Transverse Mercator (UTM)* [*Snyder, 1983*] définie sur l'ellipsoïde GRS80, valable dans le monde entier et utilisée par la plupart des pays. Le système UTM a été introduit en 1947 par l'US Army pour ses cartes militaires à grande échelle. Il s'agit d'un système de projection de Mercator transverse sur l'ellipsoïde, dont les paramètres, les zones de projection (grid zones), les méridiens principaux et les facteurs d'échelle ont été définis pour une utilisation dans le monde entier (plus précisément entre les latitudes nord 84° et sud 80°).

Dans le système UTM, la surface du globe est découpée en 60 fuseaux méridiens de 6° chacun, numérotés de 1 à 60, en partant du méridien 180° vers l'est. Pour les communications militaires, les fuseaux méridiens sont eux-mêmes divisés en zones de 8° de latitude<sup>1</sup>, désignées du sud au nord par les lettres de l'alphabet. Pour l'hémisphère nord, l'intersection de l'équateur et du méridien central est choisie comme origine du système de coordonnées cartésiennes pour chaque zone, avec les coordonnées  $E_0 = 500'000$  m ("false easting") et  $N_0 = 0$  m ("false northing"). A part la pointe ouest du canton de Genève (communes de Chancy et Dardagny), le territoire suisse est entièrement situé dans la zone 32 (T) avec le méridien central 9° (longitude 6°-12°, latitude 40°-48°), ce qui en facilite beaucoup l'emploi. Pour maintenir les distorsions d'échelle les plus faibles possibles, UTM utilise un facteur d'échelle unique de 0.9996.

Comme *CHTRS95* est identique à *ETRS89*, du moins à l'époque  $t = 1993.0$ , des coordonnées (*CHTRS95*)-UTM peuvent être échangées sans problème au-delà de nos frontières, avec une précision centimétrique.

## 5 Définition des systèmes de référence terrestres pour MN95

### 5.1 Généralités sur la définition des systèmes de référence

Lorsqu'on crée de nouveaux systèmes de référence, on doit fixer certains paramètres comme constantes. D'autres grandeurs peuvent être déduites de ces constantes, ou accessibles par observation directe. Ces grandeurs fondamentales joueront un rôle essentiel dans les tâches à venir de la mensuration nationale. C'est pourquoi on va s'efforcer de donner ici une définition claire et univoque de ces paramètres. Ci-après, les valeurs numériques données "par définition" comme fixes seront **en caractères gras**, celles qui en découlent et les valeurs provisoires **en italique**. Les valeurs relatives au nouveau repère fondamental de Zimmerwald seront désignées par l'indice  $0$ .

La définition de tous les paramètres nécessaires se fait pour le repère fondamental "réel" de Zimmerwald  $Z_0$  (voir 4.3). Pour le choix des forme, grandeur et orientation de l'ellipsoïde de référence par rapport à *ETRS89* à l'époque  $t_0$ , on a besoin des 9 paramètres suivants:

- (1) Demi-grand axe de l'ellipsoïde de référence: **a**
- (2) Aplatissement de l'ellipsoïde: **1/f** ou carré de l'excentricité numérique:  **$e^2$**   
où le demi-petit axe  $b$  est donné par:  $1/f = a / (a-b)$  et  $e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$
- (3-5) coordonnées géocentriques cartésiennes  $Z_0$  dans le système à définir:  **$X_0, Y_0, Z_0$**   
ou les coordonnées géodésiques correspondantes du repère fondamental:  $\lambda_0, \varphi_0, h_0$
- (6-8) 3 orientations: par ex. angles de rotation:  **$r_X, r_Y, r_Z$**  par rapport aux axes X, Y, Z  
ou la condition de parallélisme des axes:  **$r_X = r_Y = r_Z = 0$**
- (9) 1 facteur d'échelle: **s**  
ou la condition d' "échelles égales":  **$s = 1$**

En outre, il faut définir les grandeurs cinématiques, et par là définir le système également par rapport au temps. Comme paramètres cinématiques, on peut choisir:

- (3'-5') les dérivées temporelles des coordonnées du repère fondamental (vitesses):  **$\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0$**   
ou la condition de vitesse:  **$\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0 = 0$**
- (6'-8') les dérivées temporelles des angles de rotation:  **$\dot{r}_X, \dot{r}_Y, \dot{r}_Z$**   
ou la condition de vitesse angulaire:  **$\dot{r}_X = \dot{r}_Y = \dot{r}_Z = 0$**

Le rattachement local de ces systèmes au géoïde est décrit par les déviations de la verticale en surface ( $\xi_0, \eta_0$ ) et par l'ondulation du géoïde  $N_0$  au repère fondamental  $Z_0$ . Il s'agit de grandeurs indirectes, qui dépendent des longitude et latitude astronomiques  $\Lambda_0$  et  $\Phi_0$ , ainsi que de l'altitude orthométrique  $H_0$ , comme indiqué ci-après (sous l'hypothèse de parallélisme entre les axes des systèmes astronomique et terrestre):

$$\xi_0 = \Phi_0 - \varphi_0, \quad \eta_0 = (\Lambda_0 - \lambda_0) \cos \varphi_0 \quad \text{et} \quad N_0 = h_0 - H_0 \quad (5.1-1)$$

<sup>1</sup> Pas utilisées en géodésie car redondantes avec la valeur nord

## 5.2 Définition du système de référence "à rattachement global" CHTRS95

Comme on l'a vu en 4.1, la définition du système de référence suisse *CHTRS95* découle essentiellement de celle du système de référence européen *ETRS89*, et comme lui il utilise l'ellipsoïde GRS80 (voir tableau 5.2-1). Lors du choix des paramètres fixant le datum, il faut toutefois veiller à ce qu'une adaptation à la tectonique complexe des Alpes soit possible (modèle cinématique local et régional).

Le plus simple serait que *CHTRS95*, comme *ETRS89*, puisse ne dépendre de *ITRS* que par trois paramètres de rotation (voir 2.3). La rotation serait calculée à partir du vecteur-vitesse du repère fondamental  $Z_0$  à l'époque  $t = 1993.0$ . Toutefois, ce vecteur-vitesse n'est pas encore connu avec une précision suffisante.

Pour la mensuration nationale, on doit prévoir un rattachement de *CHTRS95* au repère fondamental  $Z_0$  réel par une liaison du système à la croûte terrestre locale. Si on ajoute comme conditions le parallélisme des axes, la même échelle que *ETRS89*, le choix de coordonnées 3D et d'un vecteur-vitesse 3D (à l'époque  $t_0$ ) pour le repère fondamental  $Z_0$ , alors le système *CHTRS95* est défini sans équivoque comme système de référence à "rattachement global".

Ellipsoïde de référence	Demi-grand axe a	Demi-petit axe b	Aplatissement 1/f	Excentricité <sup>2</sup> e <sup>2</sup>
Ellipsoïde GRS80 (comme <i>ETRS89</i> )	<b>6 378 137.00 m</b>	6 356 752.3141 m	<b>298.257 222 101</b>	0.006 694 380 023
Calage	Orientation	Echelle	Dérive	
	Axes parallèles à <i>ETRS89</i>	Identique à <i>ETRS89</i>	coordonnées / vitesse en $Z_0$ (voir Tableau 5.2-2)	

**Tableau 5.2-1: Définition du système de référence "à rattachement global" CHTRS95**

Zimmerwald $Z_0$ : Définition des coordonnées ( <i>CHTRS95</i> ) du repère fondamental à l'époque $t_0$ (cheville du mât GPS)			
$X_0 = 4\,331\,291.084\text{ m}$	$Y_0 = 567\,554.849\text{ m}$	$Z_0 = 4\,633\,127.032\text{ m}$	( <i>CHTRS95</i> , $t_0=1993.0$ )
$\lambda_0 = 7^\circ 27' 54.984\,9''$	$\varphi_0 = 46^\circ 52' 37.541\,6''$	$h_0 = 947.149\text{ m (ell.)}$	(Ellipsoïde: GRS80)
Zimmerwald $Z_0$ : Définition de la vitesse ( <i>CHTRS95</i> ) du repère fondamental à l'époque $t_0$ (cheville du mât GPS)			
$\dot{X}_0 = \delta X_0 / \delta t = 0$	$\dot{Y}_0 = \delta Y_0 / \delta t = 0$	$\dot{Z}_0 = \delta Z_0 / \delta t = 0$	( <i>CHTRS95</i> , $t_0=1993.0$ )

**Tableau 5.2-2: Ancrage du système de référence CHTRS95 au repère fondamental  $Z_0$  à l'époque  $t_0$**

Les coordonnées 3D du repère  $Z_0$  (à l'époque  $t_0$ ) sont choisies identiques à celles de la meilleure réalisation disponible de *ETRS89*. Mais à une époque  $t$  quelconque, le cadre de référence *CHTRFyy* ne sera plus identique à *ETRFyy*. Pour les relier, il faudra à l'avenir utiliser l'élément régional du modèle cinématique CHKM95 (voir 4.5). Les coordonnées et les vitesses de  $Z_0$  indiquées dans le tableau 5.2-2 résultent de l'attribution au repère  $Z_0$  des valeurs considérées comme « constantes » tirées de *ETRF93* ( $t_0 = 1993.0$ ) (voir annexes A3 et A4.1). Les coordonnées géographiques  $\lambda_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $h_0$  découlent des relations géométriques. Pour la vitesse de  $Z_0$ , on utilise provisoirement un vecteur-nul (jusqu'à ce que le modèle cinématique CHKM95 soit disponible).

Le rattachement local au géoïde est fixé par les déviations de la verticale et l'ondulation du géoïde au repère fondamental  $Z_0$  (dans le système *CHTRS95*). Parmi les valeurs indiquées dans le tableau 5.2-3, on a calculé l'altitude orthométrique  $H_0$  à partir des observations du nivellement fédéral, et on l'a admise fixe « par définition » (voir 5.5). L'ondulation du géoïde  $N$  a été déduite de  $h$  et de  $H$  et les déviations de la verticale ont été estimées avec le modèle de géoïde 1998 (géoïde centimétrique) (voir annexe A4).

Zimmerwald $Z_0$ : Définition du rattachement (CHTRS95) du géoïde au repère fondamental à l'époque $t_0$ (cheville du mât GPS)			
Rattachement altimétrique	Altitude orthométrique $H_0$	Ondulation du géoïde $N_0$	Système, époque $t_0$
(Ellipsoïde GRS80)	<b>897.802 7 m</b>	49.346 3 m	CHTRS95, 1993.0
Déviations de la verticale	Composante nord $\xi_0$	Composante est $\eta_0$	Système, époque $t_0$
(Ellipsoïde GRS80)	8.46 "	4.02 "	CHTRS95, 1993.0

**Tableau 5.2-1: Définition de l'altitude orthométrique, calcul de l'ondulation du géoïde (CHTRS95) et calcul des déviations de la verticale (CHTRS95) en  $Z_0$**

### 5.3 Définition du système de référence "à rattachement local" CH1903+

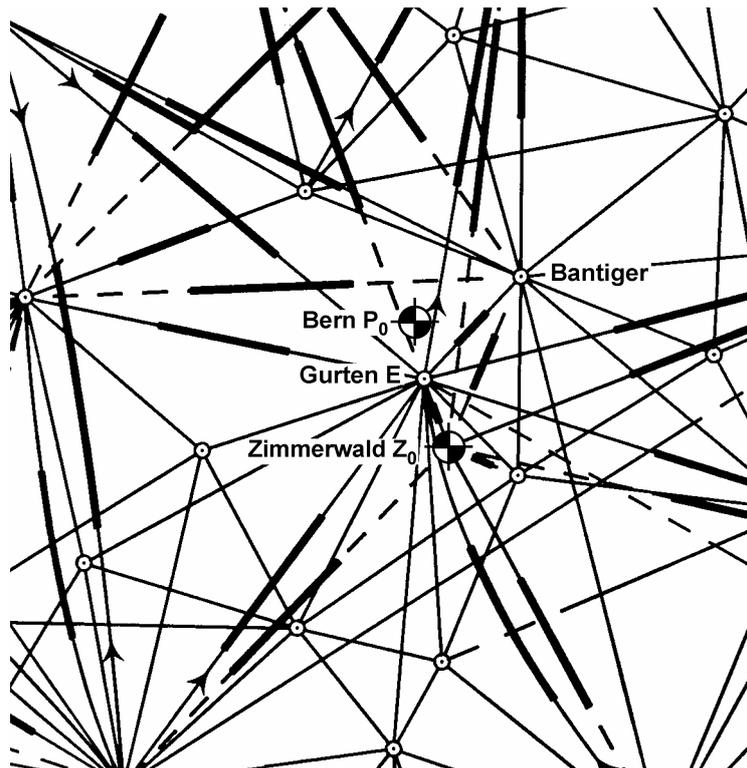
On a défini le système de référence "à rattachement local" CH1903+, comme on l'a vu en 4.1, de telle manière qu'en première approximation il soit identique à l'ancien Datum CH1903. Ainsi l'utilisateur ne sera pratiquement pas affecté par le changement de système. L'ellipsoïde de référence reste le même que pour CH1903, celui de Bessel (1841) (voir Tableau 5.3-1).

Ellipsoïde de référence	Demi-grand axe $a$	Demi-petit axe $b$	Aplatissement $1/f$	Excentricité $e^2$
Bessel 1841 (comme CH1903)	6 377 397.15500 m	6 356 078.962 8 m	299.152 812 85	0.006 674 372 231
Calage	Orientation	Echelle	Dérive	
	Axes parallèles à ETRS89/CHTRS95	Identique à ETRS89/CHTRS95	Coordonnées en $Z_0$ (voir Tableau 5.3-2)	

**Tableau 5.3-1: Définition de CH1903+**

Zimmerwald $Z_0$ : Définition des coordonnées géodésiques (CH1903+) du repère fondamental (cheville du mât GPS)		
$\lambda_0 = 7^\circ 27' 58.417 7''$	$\varphi_0 = 46^\circ 52' 42.270 3''$	$h_0 = 897.361 0$ m (ell.) (Ellipsoïde: Bessel 1841)
$X_0 = 4 330 616.710$ m	$Y_0 = 567 539.793$ m	$Z_0 = 4 632 721.686$ m (CH1903+, $t_0=1993.0$ )
$E_0 = 2 602 030.770$ m	$N_0 = 1 191 775.062$ m	(CH1903+, Projection suisse)

**Tableau 5.3-2: Ancrage du système de référence CH1903+ au repère fondamental  $Z_0$**



**Figure 5.3-1: Liaison planimétrique entre le repère fondamental  $P_0$  à Berne et le repère fondamental  $Z_0$  à Zimmerwald selon la compensation-diagnostic DIA95**

Comme pour *CHTRS95*, le calage du système de coordonnées se fait au repère fondamental  $Z_0$  à Zimmerwald, avec les exigences de parallélisme et d'échelle identiques par rapport à *CHTRS95* (et *ETRS89*). On veillera en plus à ce que les anciens paramètres de sortie (voir tableau 4.3-1) du repère fondamental virtuel (ancien observatoire de Berne) soient conservés avec la meilleure exactitude possible. Par conséquent, à l'époque  $t_0 = 1993.0$ , les deux systèmes de coordonnées ne diffèrent que d'une translation.

Les différences en coordonnées géodésiques (longitude géod.  $\lambda_0$ , latitude géod.  $\varphi_0$ ) entre Zimmerwald ( $Z_0$ ) et l'ancien observatoire de Berne ( $P_0$ ) ont été calculées grâce à l'état le plus récent du réseau de triangulation de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> ordre (compensation-diagnostic DIA95 [Chablais et al., 1988 et 1995]; voir annexe A4). En lieu et place du repère fondamental virtuel  $P_0$  devenu inaccessible, on s'est appuyé sur le repère de 1<sup>er</sup> ordre le plus proche, celui de "Gurten E", avec ses coordonnées *MN03* officielles. Ainsi, et compte tenu de l'excentricité du point RETrig (CH99), on obtient pour le repère fondamental réel  $Z_0$  les coordonnées géodésiques indiquées dans le tableau 5.3-2 dans le système *CH1903+*, qu'on fixe "par définition" et qui ainsi sont à considérer comme des "constantes". Contrairement à *CHTRS95*, *CH1903+* est à considérer comme un système statique, "gelé" à l'époque  $t_0 = 1993.0$ . C'est pourquoi *CH1903+* nécessite son propre modèle cinématique.

L'altitude ellipsoïdique  $h_0$  de  $Z_0$  dans le système *CH1903+* a été déterminée selon les étapes de calcul suivantes (voir Annexe A4):

1. Calcul de l'altitude orthométrique  $H$  de  $Z_0$  par la compensation cinématique provisoire du nivellement fédéral, basée sur le repère de départ virtuel RPN avec  $H = 373.600$  m à Genève. Cette valeur est finalement fixée "par définition" dans le cadre de la définition du système (voir 5.5).
2. Calcul de l'ondulation du géoïde  $N$  en  $Z_0$  (dans *CH1903+*) à l'aide du modèle de géoïde CHGEO98. On y reprend le choix précédent  $N=0$  pour le repère virtuel  $S_0$  à Schwerzenbach comme valeur de départ. La valeur  $N_0$  est finalement attribuée "par définition" au repère Zimmerwald  $Z_0$ .
3. Calcul de l'altitude ellipsoïdique  $h_0$  de  $Z_0$  avec  $h_0 = H_0 + N_0$

Le calcul des déviations de la verticale *CH1903+* à partir du géoïde calculé en 1998 (géoïde "centimétrique") fournit pour le repère  $Z_0$  les valeurs du Tableau 5.3-3 (voir Annexe A4).

Zimmerwald $Z_0$ : Choix du rattachement ( $CH1903+$ ) au géoïde au repère fondamental $Z_0$ (cheville du mât GPS)			
Rattachement altimétrique	Altitude orthométrique $H_0$	Ondulation du géoïde $N_0$	Système, époque $t_0$
(Ellips. Bessel 1841)	<b>897.906 3 m</b>	<b>- 0.545 3 m</b>	$CH1903+$ , 1993.0
Déviations de la verticale	Composante nord $\xi_0$	Composante est $\eta_0$	Système, époque $t_0$
(Ellips. Bessel 1841)	3.73 "	1.68 "	$CH1903+$ , 1993.0

**Tableau 5.3-3: Définition de l'altitude orthométrique et de l'ondulation du géoïde, et calcul des déviations de la verticale ( $CH1903$ ) au repère fondamental  $Z_0$**

#### 5.4 Transformation de coordonnées $CHTRS95 \leftrightarrow CH1903+$

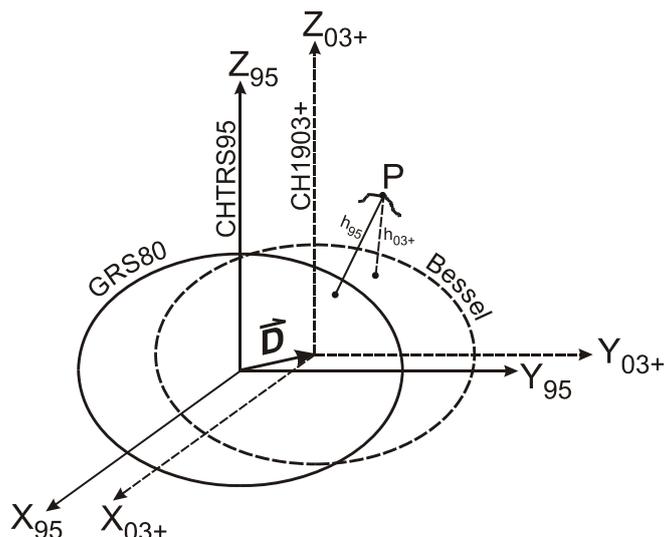
L'ancrage des deux systèmes  $CHTRS95$  et  $CH1903+$  au même repère fondamental  $Z_0$  permet un passage très simple de l'un à l'autre. Les coordonnées géocentriques des deux systèmes (voir *Tableau 5.2-2* et *Tableau 5.3-2*), grâce au parallélisme de leurs axes, ne diffèrent que d'une translation:

$$\mathbf{D} = (dX, dY, dZ) = (\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{CH1903+} - (\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})_{CHTRS95} \quad (5.4-1)$$

Les paramètres  $\mathbf{D}$  du *Tableau 5.4-1* résultent avec toute la précision souhaitée de la définition des coordonnées géodésiques de  $Z_0$  dans  $CHTRS95$  et dans  $CH1903+$  (voir *Annexe A4*).

Zimmerwald $Z_0$ : Translation au repère fondamental (cheville du mât GPS)	
$dX_0$	- 674.374 m
$dY_0$	- 15.056 m
$dZ_0$	- 405.346 m

**Tableau 5.4-1: Paramètres de la transformation régulière  $CHTRS95 \leftrightarrow CH1903+$**



**Figure 5.4-1: Relation géométrique entre  $CHTRS95 \leftrightarrow CH1903+$**

## 5.5 Définition des systèmes de référence altimétriques de MN95

Conformément au concept retenu d'un double système (rattachements global et local), on propose également deux définitions différentes pour la référence altimétrique. Comme repère fondamental virtuel pour le "rattachement local" du système *CH1903+*, on conservera le Repère Pierre du Niton (RPN) avec son altitude officielle de 373.600 m (RPN, nouvel horizon, 1902 ; voir ch. 3.3), en considérant cette valeur comme altitude orthométrique de l'horizon de référence. Comme pour la planimétrie, l'altitude du repère fondamental réel  $Z_0$  sera déduite des mesures du Nivellement fédéral par le calcul rigoureux d'une différence d'altitude orthométrique (voir annexe A4). Le système d'altitudes "strictement" orthométriques sera considéré comme statique à l'époque  $t_0 = 1993.0$ , ce qui facilitera la gestion des altitudes pour la mensuration officielle. L'utilisation d'altitudes plus anciennes ( $t \ll 1993$ ) ou plus récentes ( $t \gg 1993$ ) exigera pour ce système la prise en compte de corrections cinématiques.

Par le choix de l'altitude orthométrique  $H_0$  du repère fondamental réel  $Z_0$  de Zimmerwald, on définit le nouveau système d'altitudes (pour *CH1903+*) et aussi le cadre de référence altimétrique pour le nouveau réseau altimétrique national RAN95 (voir 6.5). Par le rattachement altimétrique de la station de Zimmerwald au nivellement fédéral, réalisé en 1995, et le calcul de la différence d'altitude orthométrique Genève-Zimmerwald (voir annexe A4), on garantit que le nouveau rattachement altimétrique du système *CH1903+* et l'ancien (horizon fondamental RPN 1902) sont compatibles, dans les marges de la précision des observations. Comme altitude orthométrique pour le repère fondamental réel  $Z_0$  de Zimmerwald, on fixe la valeur "observée" suivante:

**Zimmerwald ( $Z_0$ ):** Altitude orthométrique:  $H_0 = 897.906\ 3\ \text{m}$  (*CH1903+*;  $t_0=1993.0$ )

En complément au système de référence "à rattachement global" *CHTRS95*, on propose un deuxième système d'altitudes strict, rattaché au réseau de nivellement européen UELN. Il doit servir d'abord à des tâches scientifiques, mais aussi fournir le rattachement altimétrique aux réseaux européens, y compris ceux des pays limitrophes. En accord avec UELN, on fixe et compense d'abord des cotes géopotentielle  $C$  [GPU<sup>1</sup>], puis on en déduit à choix des altitudes orthométriques ou normales. Le système doit en outre être conçu fondamentalement comme système cinématique associé à un modèle de vitesse discret. C'est encore une fois le repère fondamental réel  $Z_0$  de Zimmerwald qui sert d'horizon de référence; sa cote géopotentielle et son altitude orthométrique ou normale s'appuient sur le nœud Olten (FP C = SO85) du réseau UELN (calcul 1986 ; époque 1975.0), (voir annexe 4).

**Zimmerwald ( $Z_0$ ):** Potentiel:  $C_0 = 880.345\ 9\ \text{GPU}$  (*CHTRS95*,  $t_0=1993.0$ )

Altitude orthométrique:  $H_0^o = 897.802\ 7\ \text{m}$  (*CHTRS95*,  $t_0=1993.0$ )

Altitude normale:  $H_0^n = 897.715\ 4\ \text{m}$  (*CHTRS95*,  $t_0=1993.0$ )

La réalisation des systèmes altimétriques dans le cadre du projet RAN95 (comme élément de la nouvelle mensuration nationale MN95) sera décrite au chap. 6.5

<sup>1</sup> 1 GPU =  $10\ \text{m}^2\text{sec}^{-2} = 10^6\ \text{mgal m}$

## 6 Cadres de référence avec rattachements local et global CHTRF95 et MN95

### 6.1 Réalisation du cadre de référence "à rattachement global" CHTRF95

Lors des choix pour la nouvelle mensuration nationale suisse *MN95*, on a accordé une grande importance au rattachement du nouveau réseau GPS de base à un cadre de référence global. Le réseau a été rattaché par plusieurs sessions de mesure incluant la géostation de Zimmerwald et les quatre stations EUREF entourant la Suisse (figure 4.2-1). Grâce aux coordonnées officielles *EUREF89* disponibles dès le printemps 1992, les conditions étaient réunies pour l'intégration de *MN95* dans *EUREF89*, et indirectement dans le cadre de référence *ETRF89*, en tant que réalisation de *ETRS89*. La précision de la partie suisse du réseau EUREF fut sensiblement améliorée à l'occasion de l'époque '92 (IGS) par de nouvelles observations (EUREF-CH92) et par le triangle nord Zimmerwald-Chrischona-Pfänder dans le cadre de EUREF-D/NL93 [Wiget, 1996].

*ETRF93* (rapporté à l'époque 1989.0) constitue un cadre de référence pour les "fiducials IERS", de meilleure précision planimétrique que le registre précédent *ETRF89*. Beaucoup plus difficiles à estimer que la position des "fiducials IERS", c'est leurs vecteurs-vitesse absolus (dans *ITRS*), qui jouent un rôle important dans les transformations entre époque d'observation et époque de référence (voir figure 6.1-1). C'est pourquoi il semble intéressant de choisir pour *MN95* un cadre de référence supérieur avec une époque de référence  $t_0$ , celle-ci correspondant à peu près au centre de gravité des époques d'observation de *MN95* sur l'axe du temps. Cela correspond à *ETRF93*, car les séries principales d'observation de *MN95* sont celles des réseaux partiels EUREF-CH92 et EUREF-D/NL93, ainsi que les époques d'observation GPS réparties entre 1988 et 1994.

Par la compensation combinée du réseau national GPS, constitué des parties de EUREF-CH92, de EUREF-D/NL93, et des 6 réseaux partiels N-CH88, MN95-89, MN95-90, MN95-91, MN95-92 et MN95-94 [Vogel et al., 1996] avec un rattachement aux "fiducials IERS" (par exemple Zimmerwald, Wettzel et Graz) synchronisé par les coordonnées *ETRF93* [Gubler and Schneider, 1994], on dispose d'un cadre de référence indépendant de *ETRF89*, et qui constitue sous l'appellation *CHTRF95* le cadre de référence terrestre pour la nouvelle mensuration *MN95*. Ce dernier est compatible avec *ETRF93* pour l'époque 1993.0; il a été introduit dans le système *ETRS89* par les formules de transformation *ITRS93* → *ETRS89* [Boucher and Altamimi, 1995]. Comme on pouvait s'y attendre, il ne diffère que de quelques centimètres des coordonnées *EUREF89* [Wiget et al., 2001]. Pour les 5 stations EUREF, les coordonnées ainsi déterminées de EUREF 1996 ont été acceptées officiellement comme coordonnées *ETRS89* [Wiget, 1996].

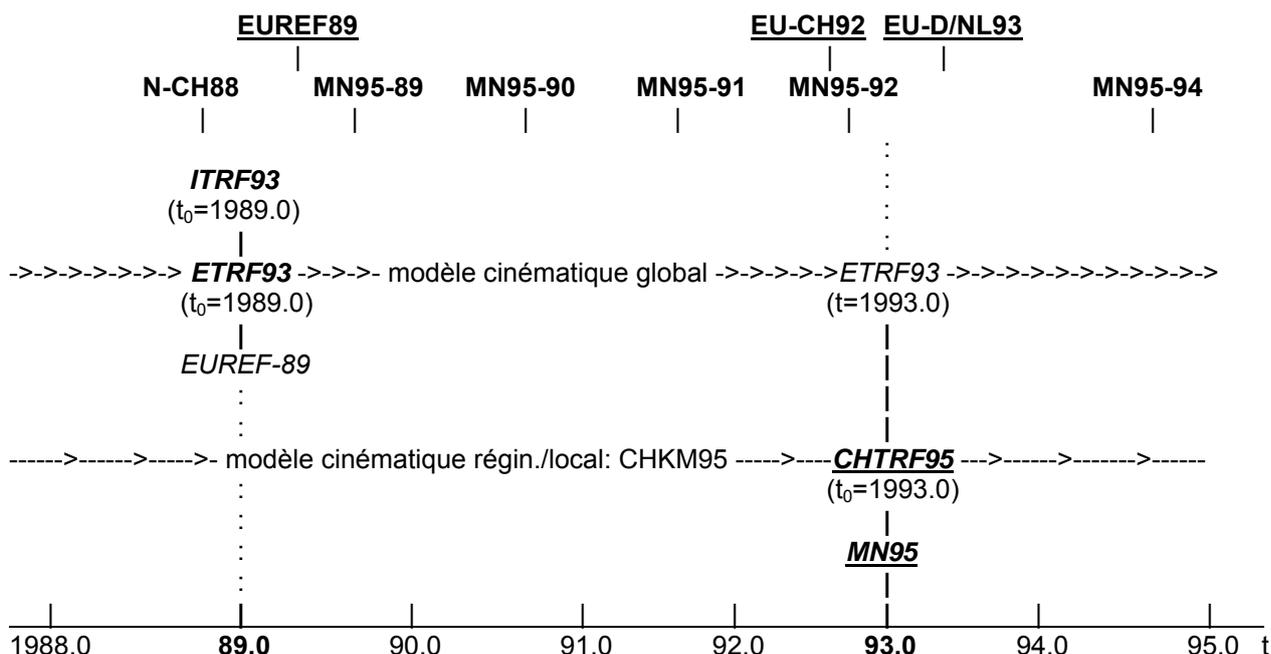


Figure 6.1-1: Mesures GPS et époques de référence des cadres de référence

## 6.2 Données cinématiques CHTRF95

Comme on ne dispose pas encore d'informations suffisantes sur les mouvements relatifs horizontaux de la croûte supérieure en Suisse, il serait prématuré de choisir un modèle cinématique définitif. Toutefois, on est sûr des mouvements relatifs verticaux fournis par l'analyse cinématique du nivellement fédéral. On y observe, pour des repères en rocher et représentatifs, des vecteurs de vitesse relative de l'ordre de 1-2 mm/année au maximum, avec une grande continuité dans l'espace et dans le temps [Gubler et al., 1984]. Etant donné une connaissance limitée des mouvements relatifs 3D, il semble prudent de paramétrer le modèle cinématique par un champ de vitesse discret à 3D. Cette solution s'est déjà révélée adéquate depuis plusieurs années dans le cas unidimensionnel du système d'altitudes (compensation cinématique du nivellement fédéral). On utilisera la même modélisation pour le projet RAN95.

Dans la partie nord du réseau, pour la *Communauté d'étude pour l'entreposage de déchets radioactifs (CEDRA)*<sup>1</sup>, on a mesuré en automne 1995 15 repères MN95 et 13 autres repères de contrôle par GPS. La première mesure de ce réseau GPS Neotektonik Nordschweiz avait eu lieu en 1988 [Wiget et al., 1991]. Une première analyse des résultats de ces observations, pour la zone et la courte période concernées, ne suggère aucun mouvement significatif [Wiget et al., 1996]. Par contre, dans les Alpes, on s'attend à de plus grands mouvements relatifs, jusqu'à 2 mm/année (voir partie 1 de ce rapport [Schneider et al., 1995]). Sur la base de ces considérations, on a pu estimer la fréquence souhaitable de nouvelles observations du réseau national. Pour la précision disponible actuellement, une périodicité de 7 ans semble bien adaptée. L'analyse de séries temporelles dans les réseaux GPS permanents (par ex. IGS, EUREF ou AGNES) met toutefois déjà en évidence des mouvements horizontaux significatifs sur de plus courtes périodes [Brockmann, 1997].

La mesure du réseau MN95 fut réitérée pour la première fois en automne 1998 [Wiget, 2001]. En près de sept semaines au total, on a remesuré 194 stations (10 stations permanentes AGNES, 105 repères principaux MN95, 15 repères GPS des pays limitrophes et 64 repères de densification MN95). La compensation a eu lieu en 1999 [Brockmann et al., 2001] et livra le registre de coordonnées CHTRF98. Les premières comparaisons entre CHTRF95 et CHTRF98 confirmèrent le haut degré de précision et de fiabilité des deux époques, en tout cas pour la planimétrie. A ce jour, d'éventuels déplacements horizontaux significatifs n'ont pas pu être mis en évidence. La création d'un modèle cinématique CHKM95 reste donc un objectif intéressant des années à venir.

## 6.3 Réalisation du cadre de référence "à rattachement local" MN95

Par la transformation de datum (CHTRS95 → CH1903+) du registre de coordonnées CHTRF95 ( $t_0 = 1993.0$ ) avec les paramètres décrits en 5.4 (tableau 5.4-1), on obtient le cadre de référence local MN95 [Wiget et al., 2001] comme réalisation du système de référence terrestre CH1903+. Les coordonnées géocentriques des repères principaux et des repères de densification déjà disponibles sont transformées dans un premier temps, par des procédures standards (programme GEOREF), en coordonnées géodésiques, puis en coordonnées nationales MN95. Ce registre est disponible pour chacun et diffusé sous la forme de fiches signalétiques MN95 [Vogel et al., 1998].

A côté des coordonnées des nouveaux repères MN95 du réseau national GPS, et pour obtenir également tous les repères de triangulation de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> ordre, on a procédé aux compensations 2D et 3D du réseau-diagnostic de la triangulation de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> ordre (DIA95) [Chablais et al., 1995] combiné avec le réseau GPS dans le système de référence CH1903+.

## 6.4 Utilisation des nouveaux cadres de référence

Le cadre de référence CHTRF95 doit servir principalement aux tâches scientifiques (géosciences), mais aussi pour les grands projets de génie civil (Rail 2000, AlpTransit etc.). En plus de leur haut degré de précision et de fiabilité, ces coordonnées bénéficieront d'un modèle cinématique, d'informations stochastiques supplémentaires et d'une compatibilité avec d'autres systèmes de référence européens.

Le rôle du cadre de référence MN95 se situe d'abord dans le cadre de la mensuration officielle. Comme l'avait déjà montré la première compensation-diagnostic dans le système CH1903+, comparée aux coordonnées officielles (MN03), le passage de la mensuration nationale dans le nouveau cadre de référence MN95 (dans le système CH1903+) a eu pour conséquence, à l'échelle du pays,

<sup>1</sup> Nouveau réseau tectonique du Nord de la Suisse 1988/95 de la CEDRA

des modifications de coordonnées jusqu'à 1.6 mètres. (voir figure 6.4-1). Pour les utilisateurs de cartes nationales à l'échelle 1:25'000 ou plus petites, ces modifications ( $< 0.06$  mm sur la carte) sont encore négligeables. Pour les plans et les données géoréférencées de la mensuration officielle, l'introduction dans le nouveau système de référence exigera à terme des corrections altimétriques et planimétriques.

A long terme, l'emploi du cadre MN95 offre des avantages même pour la mensuration officielle: grâce à la nouvelle structure sans tiraillements de MN95, toute procédure d'interpolation ou de contrainte dans les réseaux existants sera inutile. En outre, la précision absolue très élevée permet sur de longues distances l'emploi des nouvelles techniques de positionnement telles que le 'real time kinematic GPS (RTK)', ou même, à l'avenir, l'emploi de repères de contrôle actifs (stations GPS permanentes), sur le modèle du projet AGNES (Automatisches GPS-Netz Schweiz) [Wild et al., 2001].

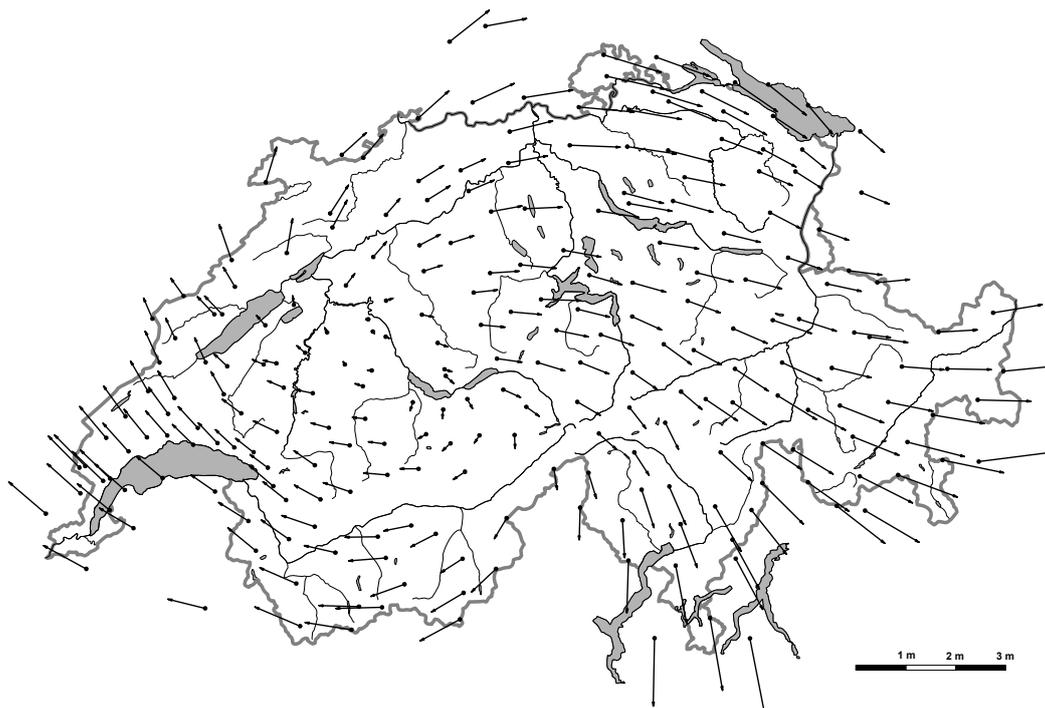


Figure 6.4-1: Différences entre les coordonnées officielles MN03 → MN95 (DIA)

## 6.5 Le nouveau réseau altimétrique national RAN95

La réalisation de réseaux altimétriques alpins de haute précision reste un défi pour la géodésie. Celle du nouveau réseau altimétrique national RAN95 constitue donc un pas important vers l'avenir. A côté des aspects déjà évoqués dans les chapitres précédents, tels que la modélisation de la cinématique et les influences de la gravité, on attache une grande importance à la compensation combinée des observations GPS et du nivellement, et aux problèmes qui y sont liés. On a ainsi, notamment, la possibilité de vérifier, par des observations GPS indépendantes, les effets d'erreurs systématiques sur de très longs cheminements, autrefois difficiles à contrôler. Cela suppose toutefois que les différences d'altitude ellipsoïdique issues des réseaux GPS soient largement exemptes d'erreurs systématiques (réfraction troposphérique des signaux, etc.).

Comme on l'a énoncé en 4.4 et 5.5, on doit également associer au système de référence "à rattachement global" *CHTRS95* un système d'altitudes "à rattachement global" connecté à UELN (et plus tard éventuellement à *EVS2000*). Contrairement au système d'altitudes dans *CH1903+*, celui-ci doit inclure le modèle cinématique *CHKM95* avec champ discret de vitesses, permettant à l'utilisateur de disposer d'altitudes pour une époque de son choix. La réalisation de ce système consiste en un cadre de référence altimétrique *CHVRF95*, formé par une nouvelle compensation cinématique rigoureuse de l'ancien nivellement fédéral, auquel est adjoint le réseau GPS national. On prévoit les étapes suivantes de calcul:

1. Compensation cinématique des données du nivellement fédéral (nivellement et gravité). Les paramètres inconnus, à estimer, sont les cotes géopotentielles  $C$  [GPU] à une époque de référence  $t_0$  et leurs dérivées par rapport au temps  $dC/dt$  [GPU/année].
2. Calage du réseau sur le repère fondamental de Zimmerwald  $Z_0$  avec la valeur de départ  $C_0$  tirée de UELN (voir 4.4).
3. Compensation globale des données de *CHVRF95* ( $t_0 = 1993.0$ ) avec les données *CHTRF-GPS*- (avec leurs matrices de covariance respectives) et utilisation du modèle de géoïde *CHGEO98* (les altitudes ellipsoïdiques GPS sont préalablement transformées en altitudes orthométriques puis en cotes géopotentielles [GPU]).
4. Calcul des altitudes orthométriques à l'aide des valeurs de gravité en surface, mesurées ou interpolées, puis des valeurs de gravité moyennes extrapolées le long de la verticale [Wirth, 1990].

Pour éviter toute confusion avec d'autres jeux d'altitudes, ces résultats doivent être gérés en interne sous la forme de cotes géopotentielles (GPU), non publiées. Pour des applications spéciales (par ex. grands travaux de génie civil), on peut toujours en tirer des altitudes orthométriques ou normales, avec une référence altimétrique propre à chaque affaire. On dispose ainsi d'une mensuration nationale moderne dont les données peuvent respecter les exigences élevées requises pour la géodésie de grands travaux de génie civil.

Pour le système de référence *CH1903+* et le cadre de référence *MN95*, on a défini un autre système d'altitudes et un autre datum altimétrique (*RAN95*), qui pourrait remplacer à moyen et à long terme le système d'altitudes usuelles et le datum *NF02* en vigueur, également pour la mensuration officielle. La définition de *RAN95* s'appuie sur celle de *CHVRF95*, avec une modification de l'altitude de référence  $H_0$  du repère fondamental Zimmerwald  $Z_0$ . Le cadre de référence local sera statique.

Le nouveau datum altimétrique *RAN95* ne s'écartera que de quelques centimètres (1.5 dm au maximum) des altitudes usuelles actuelles (figure 4.4-1). L'introduction des nouvelles altitudes dans la mensuration officielle devra naturellement être synchronisée avec le passage de *MN03* à *MN95*.

Cadres de référence altimétrique de la nouvelle mensuration nationale MN95		
Systèmes et cadres de référence terrestres:	Rattachement global	Rattachement local
<b>Référence spatiale:</b>		
Système de référence 3D	<i>CHTRS95</i>	<i>CH1903+</i>
Cadre de référence 3D	<i>CHTRF95</i>	<i>MN95</i>
<b>Rattachement altimétrique:</b>		
Cadre de référence altimétrique	<i>CHVRF95</i>	<i>RAN95</i>
Altitudes / Valeurs du potentiel	Cotes géopotentielles [GPU]	Altitudes orthométriques [m]
Grandeurs secondaires	- Altitudes orthométriques [m] - Altitudes normales [m]	- Cotes géopotentielles [GPU] - Altitudes normales [m]
<b>Cinématique:</b>		
Modèle cinématique	<i>CHKM95</i>	aucun (fixé avec $t_0 = 1993.0$ )
Dérivées ("vitesse")	$dC/dt$ [mGPU / année]	aucun
Grandeurs secondaires	$dH/dt$ [mm / J]	aucun

Tableau 6.5-1: Vue d'ensemble des cadres de référence

## 7 Passages d'un cadre de référence local à l'autre

### 7.1 Anciens paramètres de transformation entre cadres globaux et locaux

L'arrivée de GPS dans les travaux de mensuration courants a créé le besoin d'une transformation simple et aussi précise que possible de coordonnées connues dans le système de référence local CH1903 (cadre de référence: MN03) vers le système de référence global WGS84 de GPS. C'est pourquoi le S+T a défini et publié un jeu de 7 paramètres permettant une transformation de similitude 3D directe CH1903 ↔ WGS84 (voir formule 7.1-1 et tableau 7.1-1) [Rothacher et al., 1993; L+T, 1990].

$$\underline{X} = \underline{dX} + s \underline{D X'} \quad (7.1-1)$$

Avec les significations:

$\underline{X}$	(X, Y, Z)	Coordonnées WGS84
$\underline{X'}$	(X', Y', Z')	Coordonnées géocentriques relatives locales
$\underline{dX}$	(dX, dY, dZ)	Vecteur-translation dans le système X, Y, Z
s		Facteur d'échelle

Matrice de rotation  $\underline{D} = \underline{R}_{3\gamma} \cdot \underline{R}_{2\beta} \cdot \underline{R}_{1\alpha} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$

avec:

$r_{11}$	=	$\cos\beta$	$\cos\gamma$	
$r_{21}$	=	$-\cos\beta$	$\sin\gamma$	
$r_{31}$	=	$\sin\beta$		
$r_{12}$	=	$\cos\alpha$	$\sin\gamma$	+ $\sin\alpha$ $\sin\beta$ $\cos\gamma$
$r_{22}$	=	$\cos\alpha$	$\cos\gamma$	- $\sin\alpha$ $\sin\beta$ $\sin\gamma$
$r_{32}$	=	$-\sin\alpha$	$\cos\beta$	
$r_{13}$	=	$\sin\alpha$	$\sin\gamma$	- $\cos\alpha$ $\sin\beta$ $\cos\gamma$
$r_{23}$	=	$\sin\alpha$	$\cos\gamma$	+ $\cos\alpha$ $\sin\beta$ $\sin\gamma$
$r_{33}$	=	$\cos\alpha$	$\cos\beta$	

Les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  sont les angles de rotation autour des trois axes de coordonnées X'(1), Y'(2), et Z'(3).

Paramètres de transformation CH1903 ↔ WGS84			
Paramètres			Err. moyenne
Translations:	dX	660.077 m	4.055 m
	dY	13.551 m	4.816 m
	dZ	369.344 m	3.914 m
Facteur d'échelle:	s	1.000'005'66	0.000'000'52
Angles de rotation:	$\alpha$	2.484 cc	0.417 cc
	$\beta$	1.783 cc	0.455 cc
	$\gamma$	2.939 cc	0.411 cc

Tableau 7.1-1: Jeu de paramètres GRANIT

Ces paramètres ont été estimés par une transformation de Helmert 3D (programme ATRA) [Schmid et Heggli, 1978] sur la base de 12 points d'ajustage, avec d'une part leurs coordonnées officielles MN03 déterminées par triangulation et d'autre part leurs coordonnées globales (BTS87~WGS84) déterminées lors de la première campagne nationale GPS GRANIT 87 [Beutler et al., 1989]. Les altitudes usuelles ont été provisoirement transformées en altitudes ellipsoïdiques grâce au modèle de géoïde de Gurtner.

Divers tests ont montré que cette transformation (y compris l'emploi du géoïde de Gurtner) garantit pour toute la Suisse des coordonnées *WGS84* à partir de coordonnées nationales avec une précision meilleure que 1 mètre (1-sigma). A cause des distorsions inhérentes à *MN03*, représentées sur la figure 6.4-1 par les vecteurs-différences de coordonnées, on voit bien qu'une nouvelle transformation de Helmert basée sur les résultats de *MN95* n'améliorerait pas sensiblement le jeu de paramètres pour une transformation de similitude 3D de *MN03* dans le nouveau cadre de référence global. Pour un gain sensible de précision, il faut modéliser les distorsions, planimétriques et altimétriques, existant dans le cadre de référence *MN03*. A l'avenir, le passage de coordonnées globales *CHTRF* (~*WGS84*) en coordonnées *MN03* (*CH1903*) sera assuré par deux transformations successives :

- 1) transformation 3D: *CHTRF* → *MN95* et
- 2) transformation par un modèle de distorsion: *MN95* → *MN03*

et la prise en compte du nouveau géoïde centimétrique.

## 7.2 *MN03* ↔ *MN95*

La transformation de coordonnées de l'ancien (*MN03*) au nouveau cadre de référence *MN95* et vice-versa joue un grand rôle dans la mensuration courante, et notamment pour la multitude de points de la mensuration officielle. Une transformation de la mensuration officielle dans le nouveau cadre de référence *MN95* est possible, à condition qu'on propose une méthode de transformation capable de modéliser avec une finesse suffisante le champ complexe des distorsions.

En collaboration avec l'EPFZ, on a trouvé une solution pratique à ce problème. Il s'agit d'une transformation par éléments finis (programme *FINELTRA*) consistant en transformations affines à l'intérieur de triangles prédéfinis [*Carosio et Plazibat, 1995*]. Le cahier 9 de cette publication contient une description complète de cette méthode [*Signer et Vogel, 1999*]. La première étape de cette transformation est déjà possible pour la mensuration officielle grâce au jeu de paramètres correspondant, et le passage *MN03* ↔ *MN95* est possible en première approximation (précision décimétrique).

## 7.3 *NF02* ↔ *RAN95*

Ce qui a été dit en 7.2 pour la transformation de coordonnées planimétriques s'applique pareillement à la transformation des altitudes usuelles (*NF02*) en altitudes orthométriques (*RAN95*) et vice-versa. La représentation des différences d'altitude (figure 4.4-1) induites par l'introduction du cadre de référence orthométrique *RAN95* décrit bien le problème à résoudre. *NF02* contient aussi des distorsions non négligeables. La modélisation de ce champ de distorsions s'appuie sur les mêmes principes que pour la planimétrie. Le développement des méthodes et des algorithmes est en cours.



## Bibliographie

- AdV (Ed.) (1995): Deutsches Haupthöhennetz 1992 (DHHN92). *Veröffentlichung der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (AdV)*, Bayerisches Landesvermessungsamt, München.
- Alberda, J.E. (1963): Report on the Adjustment of the United European Levelling Net and Related Computations. *Publications on Geodesy, New Series*, Vol.1, No.2, Netherland Geodetic Commission, Delft 1963.
- Barzaghi, R., M.A. Brovelli and G. Sona (1996): The new Italian quasigeoid: ITALGEO95. *Bollettino di Geodesia e Science Affini*, Nr.1, 1996.
- Beutler, G., W. Gurtner, M. Rothacher and U. Wild (1989): The Swiss 1987 GPS campaign experiences in medium size networks. First International Workshop: On the Geodesy for the Europe-Africa Fixed Link Feasibility Studies in the Strait of Gibraltar, Madrid, Spain, March 1989.
- Beutler, G., I. Mueller, R. Neilan et R. Weber (1994): IGS - Der Internationale GPS-Dienst für Geodynamik. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 5/1994, pp.221-232.
- Bolliger, J. (1967): Die Projektionen der schweizerischen Plan- und Kartenwerke. Druckerei Winterthur AG, Winterthur.
- Boucher, C. and Z. Altamimi (1989): The initial IERS Terrestrial Reference Frame. *IERS Technical Note No. 1*.
- Boucher, C. and Z. Altamimi (1992): The EUREF Terrestrial Reference System and its first realisations. In Gubler E., K. Poder and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.1 (Heft 52), p.205-212. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München 1992.
- Boucher, C. and Z. Altamimi (1995): Specifications for reference frame fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign. In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication No.4 (Heft 56), p.265-267, München 1995.
- Boucher, C. (1995): personal communication
- Brockmann, E. (1997): Combination of Solutions for Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System (GPS). *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, Band 55, Zürich 1997.
- Brockmann, E., Th. Signer et A. Wiget (2001): LV95-CHTRF98: GPS-Messungen 1998: Auswertung der Messungen und Beurteilung der Resultate. Technischer Bericht 98-16 (in prep.).
- Carosio, A. et M. Plazibat (1995): Lineare Transformation mit finiten Elementen - eine anpassungsfähige Verbindung zwischen alter und neuer Landesvermessung. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, 4/95.
- Chablais, H., E. Gubler, D. Schneider et A. Wiget (1988): Die geodätische Landesvermessung in der Schweiz, heute und morgen, *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik* 4/1988.
- Chablais, H., Th. Signer et B. Vogel (1995): Aufbau der Landesvermessung der Schweiz 'LV95', Teil 4, Diagnoseausgleichung der Triangulation 1. und 2. Ordnung: 'DIA93'. *Berichte aus der L+T Nr. 9*, Wabern.
- Ehrnsperger, W. and J.J. Kok (1986): Status and Results of the 1986 Adjustment of the United European Levelling Network - UELN - 73. *Symposium on Height Determination and Recent Crustal Movements in Western Europe*, University of Hannover, 15. - 19. September, 1986. Dümmler's Verlag, Bonn.
- Gubler, E., D. Schneider et P. Kellerhals (1984): Bestimmung von rezenten Bewegungen der Erdkruste mit geodätischen Methoden. *Technischer Bericht 84-17 der NAGRA*, Baden.
- Gubler, E., K. Poder and H. Hornik (1992a): Resolutions. In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.1 (Heft 52), p.94-95, München 1992.

- Gubler, E., K. Poder and H. Hornik (1992b): Resolutions. In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.1 (Heft 52), p.262-263, München 1992.
- Gubler, E. and D. Schneider (1994): Propositions for defining a modern national geodetic reference frame. In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.3 (Heft 54), p.162-164, München 1994.
- Gurtner, W. (1978): Das Geoid in der Schweiz. *Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz*, Band 32, Bern 1978.
- Gurtner, W., S. Fankhauser, W. Ehrnsperger, W. Wende, H. Friedhoff, H. Habrich and S. Botton (1992): EUREF-89 GPS Campaign - Results of the Processing by the "Bern Group". In Gubler E., K. Poder and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.1 (Heft 52), p.146-169, München 1992.
- Hilfiker, J. (1902): Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluss an den Meereshorizont. L+T, Bern.
- Högerl, N. (1986): Die Ausgleichung des österreichischen Präzisionsnivellementsnetzes. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie*, Heft 4/1986, p.216.
- Lang, H. and M. Sacher (1995): Status and Results of the Adjustment and Enlargement of the United European Levelling Network 1995 (UELN-95). In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.4 (Heft 56), p.86-96, München 1995.
- Levallois, J.-J. et J. Maillard (1970): Reprise du nivellement primordial et orientation à donner aux travaux futurs. *Bulletin d'information de l'Institut Géographique National*, No.10, 1970.
- L+T (1990): Transformation von Landeskoordinaten CH-1903 in WGS84 Koordinaten, *Technischer Bericht*, L+T, Wabern.
- Marti, U. (1997): Geoid der Schweiz 1997. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, 56. Band, Zürich 1997.
- Matthias, H. (1977): Landestriangulation der Schweiz: Rückblick, Umschau, und Vorschläge für die zukünftige Entwicklung. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, 7/1977, p.221-229.
- Matthias, H., P. Kasper et D. Schneider (1980): Amtliche Vermessungswerke: Bd.1, Geschichte und Grundlagen, Sauerländer, Aarau.
- Minster, J. B. and T. H. Jordan (1978): Present-day Plate Motions. *J. Geophys. Res.*, 83, pp.5331-5354.
- Molodensky, M. S., V. F. Yeremeyev and M. I. Yourkina (1962): Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth. Transl. from Russian (1960). Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations.
- Moritz, H. (1984): Geodetic Reference System 1980. *Bulletin géodésique*, vol. 58, No 3, p.388-398, 1984.
- Niethammer, Th. (1932): Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen. *Veröffentlichung der Schweizerischen Geodätischen Kommission*, L+T, Wabern.
- Oetli, H. (1986): Von der alten Sternwarte Bern zum Gedenkstein des Koordinatenursprunges. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, 10/1986, p.531-536.
- Rosenmund, M. (1903): Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung, L+T, Bern.
- Rothacher, M., W. Gurtner, G. Beutler, T. Schildknecht, I. Bauersima, E. Gubler, A. Wiget, A. Geiger, M. Cocard, H.-G. Kahle, B. Wirth (1993): NFP20: Beitrag der Geodäsie zur geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, 47. Band, S.15.
- Santschi, W. et U. Wild (2001): Fundamentalstation Zimmerwald: Lokale Beziehungen. Messungen vom 7./8. Sept. 1998; *Technischer Bericht 99-18* (in prep.).

- Sacher, M, J. Ihde and H. Lang (1998): Results and Adjustment of the United European Levelling Network 1995 (UELN-95/98). Report by the UELN data centre.
- Schlatter, A. et U. Marti (1998): Neues Landeshöhennetz der Schweiz LHN95: Provisorische kinematische Ausgleichung 1998 zur Festlegung der orthometrischen Höhe des Fundamentalpunktes Zimmerwald. *Technischer Bericht 98-26*, L+T, Wabern.
- Schmid, H. H. et S. Heggli (1978): Räumliche Koordinatentransformation. *IGP-Mitteilung* Nr.23, 1978.
- Schneider, D. (1982): Complex crustal strain approximation. *Mitteilungen* 33, *Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETHZ*, Zürich.
- Schneider, D. (1993): Neues Konzept der Schweizerischen Landesvermessung: Erste Erfahrungen bei der Realisierung eines GPS-gestützten Landesnetzes. *Beitrag zum 31. DVW-Seminar: GPS - eine universelle geodätische Methode*. Technische Universität Dresden, 22. - 24. März 1993.
- Schneider, D., E. Gubler et A. Wiget (1995): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 1: Vorgeschichte, Entstehung des Projekts, Konzept und Planung. *Berichte aus der L+T*, Nr.6, Wabern.
- Schneider, D., T. Signer, B. Vogel et A. Wiget (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 8: Gesamtausgleichung des GPS-Landesnetzes mit dem Diagnosenetz der Triangulation 1. bis 2. Ordnung 'DIA95'. *Berichte aus der L+T*, Nr.13, Wabern, (in prep.).
- Signer, T. et B. Vogel (1999): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 9: GPS-Landesnetz: Verdichtung und Bezug zur bisherigen Landesvermessung. Transformation 'LV95 ↔ LV03'. *Berichte aus der L+T*, Nr.15, Wabern, 1999.
- Snyder, J. P. (1983): Map projections used by the U.S. Geological Survey. *Geological Survey Bulletin* 1532, 2nd Ed., U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- Schürer, M. (1944): Die Reduktion und Ausgleichung des Schweizerischen Landesnivellements. *An-nexe aux procès-verbal de la 88<sup>ème</sup> séance de la Commission Géodésique Suisse*, Basel.
- Schürer, M. (1990): Das schweizerische geodätische Datum. *Vermessung, Photogrammetrie, Kultur-technik*, 2/1990, p.88-89.
- Vaníček, P. and E. Krakiwsky (1982): *Geodesy: The Concepts*. North-Holland, 1982.
- Vogel, B., D. Gutknecht, W. Santschi, Th. Signer, et A. Wiget (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 6: GPS-Landesnetz: GPS-Messungen 1988-94. *Berichte aus der L+T*, Nr.12, Wabern, 1997.
- Vogel, B., D. Gutknecht, W. Santschi, Th. Signer et A. Wiget (1998): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 6: GPS-Landesnetz: GPS-Messungen 1988 - 94. *Berichte aus der L+T*, Nr.12, Wabern
- Wiget, A., E. Gubler et D. Schneider (1991): GPS-Präzisionsnetz zur Bestimmung von rezenten Krustenbewegungen in der Nordschweiz. *VPK 8/91*, pp.415-426.
- Wiget, A. (1996): Swiss GPS Campaigns for the densification of EUREF and the establishment of the new national network 'LV95'. In Gubler E. and H. Hornik (Eds.): *Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung*. Publication Nr.5 (Heft 57), p.73-84, München 1996 und ebenfalls abgelegt als *Technischer Bericht 96-12*.
- Wiget, A., E. Gubler et D. Schneider (1996): GPS-Netz Neotektonik Nordschweiz: Messkampagne 1995 und Deformations-Grobanalyse 1988-95. *Technischer Bericht 96-05*, L+T, Wabern.
- Wiget, A. (2001): LV95-CHTRF98: GPS-Messungen 1998: Messkampagne vom 10.08.-25.09. 1998. *Technischer Bericht 98-15* (in prep.).
- Wiget, A., U. Wild, T. Signer et B. Vogel (2001): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 7: GPS-Landesnetz: Auswertung der GPS-Messungen 1988-94; Bezugsrahmen 'CHTRF95' und 'LV95'. *Berichte aus der L+T*, Nr.12, Wabern, (in prep.).
- Wild, U., E. Brockmann, S. Grünig, R. Hug, Ch. Just, P. Kummer, Th. Signer et F. Wicki (2001): Automatisches GPS-Netz Schweiz (AGNES). *Technischer Bericht 00-43* (in prep.).

- Wirth, B. (1990): Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveaulächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrische und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz. *Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz*, 42. Band, Zürich 1990.
- Wolf, R. (1879): Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, Zürich.
- Zölly, H. (1948): Geschichte der Geodätischen Grundlagen für Karten und Vermessungen in der Schweiz, L+T, Wabern.

**Annexe A1: Abréviations**

<b>AM0-2</b>	Modèle cinématique de la tectonique des plaques	<b>GPU</b>	Geopotential Units (1 GPU = 10 m <sup>2</sup> sec <sup>-2</sup> = 10 <sup>6</sup> mgal m)
<b>CH1903</b>	Datum géodésique suisse, défini en 1903	<b>GRS80</b>	Geodetic Reference System 1980
<b>CHGEO98</b>	Modèle de géoïde de la Suisse 1998	<b>IAG</b>	International Association for Geodesy
<b>CHKM95</b>	Modèle cinématique 1995	<b>IAU</b>	International Astronomical Union
<b>CHTRF95</b>	Cadre de référence global de la mensuration nationale 1995	<b>ICRS</b>	International Celestial Reference System
<b>CHTRS95</b>	Système de référence global de la mensuration nationale 1995	<b>IERS</b>	International Earth Rotation Service
<b>CHVRF95</b>	Cadre de référence altimétrique global de la mensuration nationale 1995	<b>IGP</b>	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie de l'EPF Zürich
<b>CIO</b>	Conventional International Origin (Pol)	<b>IGS</b>	International GPS Service for Geodynamics
<b>CTS</b>	Conventional Terrestrial System	<b>ITRFyy</b>	IERS Terrestrial Reference Frame de l'année 19yy
<b>DIAYy</b>	Compensation-diagnostic des triangulations de 1 <sup>er</sup> et 2 <sup>e</sup> ordre (version de l'année 19yy)	<b>ITRS</b>	IERS Terrestrial Reference System
<b>DORIS</b>	Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégrés par Satellite	<b>KINETZ</b>	Logiciel pour la compensation cinématique de réseaux de nivellement (S+T)
<b>EPF</b>	Ecole Polytechnique Fédérale	<b>LAG</b>	Logiciel pour le calcul du géoïde (version IGP)
<b>ETRFyy</b>	European Terrestrial Reference Frame de l'année 19yy	<b>MNyy</b>	Cadre de référence de la mensuration nationale 19yy
<b>ETRS89</b>	European Terrestrial Reference System 1989	<b>MO</b>	Mensuration officielle
<b>EUREF-89</b>	Réseau GPS européen de référence 1989	<b>NF02</b>	Nivellement fédéral 1902
<b>EUREF-CH92</b>	Campagne suisse de mesure GPS dans le réseau partiel EUREF 1992	<b>NNR-NUVEL1</b>	Version de NUVEL1 sans rotation du réseau
<b>EUREF-D/NL93</b>	Campagne de mesure GPS dans le réseau partiel EUREF D/NL1993	<b>NUVEL1</b>	Modèle cinématique de la tectonique des plaques
<b>EUVN</b>	European Vertical Network	<b>ppm</b>	parties par million
<b>FK5</b>	5 <sup>e</sup> catalogue fondamental d'étoiles du Recheninstitut Heidelberg	<b>RAN95</b>	Réseau altimétrique national 1995
<b>GEOLOT</b>	Logiciel pour le calcul du géoïde (version S+T)	<b>RPN</b>	Repère Pierre du Niton: horizon fondamental du système de référence CH1903
<b>GEOREF</b>	Logiciel pour la transformation de coordonnées géodésiques (S+T)	<b>SGK</b>	Commission géodésique suisse
<b>GPS</b>	Global Positioning System	<b>SLR</b>	Satellite Laser Ranging
		<b>UELN</b>	Unified European Levelling Network
		<b>UTM</b>	Universal Transverse Mercator (projection cartographique)
		<b>VLBI</b>	Very Long Baseline Interferometry

**WGS84** World Geodetic System 1984  
(système de référence GPS)

## Annexe A2: Symboles utilisés pour les grandeurs du système de référence et du champ de pesanteur

### Grandeurs géométriques

#### Ellipsoïde

Demi-grand axe	$a$
Demi-petit axe	$b$
Aplatissement	$f$
Première excentricité numérique	$e$
Deuxième excentricité numérique	$e'$
Excentricité linéaire	$\varepsilon$

#### Coordonnées géométriques et leurs variations

Coordonnées géocentriques cartésiennes (locales)	$X, Y, Z$
Coordonnées géocentriques cartésiennes avec mention du cadre (resp. système) de référence et de l'époque	$X_{\text{ETRF93}}(\text{Ep.1997.5})$
Vitesses	$V_{X(\text{ETRF93})}$
Longitude ellipsoïdique	$\lambda$
Latitude ellipsoïdique	$\varphi$
Altitude ellipsoïdique	$h$ (oder $h_{\text{ell}}$ )
Latitude géocentrique	$\beta$
Latitude réduite	$\beta'$

#### Grandeurs auxiliaires pour le système de projection suisse

Longitude sur la sphère	$l$
Latitude sur la sphère	$b$
Longitude dans le système pseudo-équatorial	$\bar{l}$
Latitude dans le système pseudo-équatorial	$\bar{b}$
Rayon de la sphère	$R$
Rayon de courbure du méridien	$R_M$
Rayon de courbure transverse	$R_N$
Convergence du méridien	$\mu$

#### Coordonnées de la projection

MN03 / NF02	$y, x, H$ (ou $H_{\text{NF02}}$ )
MN95 / RAN95	$E, N, H$ (ou $H_{\text{RAN95}}$ )

#### Paramètres de transformation

Translations	$dX, dY, dZ$
Rotations	$r_X, r_Y, r_Z$
Echelle	$s$
Différence d'échelle	$m (= s - 1)$

**Grandeurs astronomiques**

Longitude astronomique	$\Lambda$
Latitude astronomique	$\Phi$
Déviatiion de la verticale (totale)	$\varepsilon$
Déviatiion de la verticale (composante nord-sud)	$\xi$
Déviatiion de la verticale (composante est-ouest)	$\eta$
Déviatiion de la verticale à l'altitude du géoïde	$\varepsilon_0, \xi_0, \eta_0$
Courbure de la verticale	$\Delta\varepsilon, \Delta\xi, \Delta\eta$

**Geoïde, quasi-geoïde**

Ondulation du géoïde	$N$
Anomalie d'altitude	$\zeta$

**Altitudes**

Altitude ellipsoïdique	$h$ (ou $h_{\text{ell}}$ )
Altitude orthométrique	$H$ (ou $H_{\text{orth}}$ )
Altitude normale	$H_{\text{norm}}$
Altitude dynamique	$H_{\text{dyn}}$
Altitude usuelle	$H$ (ou $H_{\text{NF02}}$ )

**Potentiel**

Cote géopotentielle	$C$
Potentiel de la gravité (au niveau de la mer)	$W$ ( $W_0$ )
Potentiel normal (au niveau de la mer)	$U$ ( $U_0$ )
Potentiel de perturbation	$T$

**Gravité**

Gravité absolue	$g$
Gravité normale	$\gamma$ (év. $g_{\text{norm}}$ )
Gravité moyenne le long de la verticale	$\bar{g}$
Gravité normale moyenne le long de la verticale	$\bar{\gamma}$
Anomalie de gravité	$\Delta g$
Anomalie à l'air libre	$\Delta g_{\text{F}}$
Anomalie de Bouguer	$\Delta g_{\text{B}}$
Perturbation de gravité (gravity disturbance)	$\delta g$

## Annexe A3: Résumé des définitions des systèmes de MN95

**Système de référence:** CH1903+

Cadre de référence: MN95 / RAN95

### Ellipsoïde de référence:

*Ellipsoïde: Bessel 1841*

( $a = 6\,377\,397.155$  m;  $1/f = 299.15281285$ )

### Repère fondamental $Z_0$ : Géostation Zimmerwald (cheville du mât GPS):

$\lambda_0$	=	7° 27' 58.417 7"	$X_0$	=	4 330 616.710 m
$\varphi_0$	=	46° 52' 42.270 3"	$Y_0$	=	567 539.793 m
$h_0$	=	897.361 m	$Z_0$	=	4 632 721.686 m

### Déviations de la verticale:

$\xi_0 = 3.73$  "

$\eta_0 = 1.68$  "

(calcul du géoïde de 1998)

### Système de projection: Projection cylindrique conforme à axe oblique

**Origine des axes:**  $P_0$  Ancien Observatoire de Berne

$\lambda_0$	=	7° 26' 22.50"
$\varphi_0$	=	46° 57' 08.66"
$E_0$	=	2 600 000 m ('false easting')
$N_0$	=	1 200 000 m ('false northing')

**Système d'altitudes:** Système strict d'altitudes orthométriques

**Point de départ:**  $Z_0$  Géostation Zimmerwald:

$H_0 = 897.906$  3 m

(rattachement: Repère Pierre du Niton; marégraphe de Marseille)

**Rattachement altimétrique au géoïde**  $Z_0$ : Géostation Zimmerwald:

$N_0 = -0.545$  3 m

(calcul du géoïde de 1998)

### Modèle cinématique:

*aucun (coordonnées et altitudes statiques, définies seulement pour  $t_0 = 1993.0$ )*

**Système de référence: CHTRS95**

Cadre de référence: CHTRF95 / CHVN95

**Ellipsoïde de référence:**

*Ellipsoïde: GRS80*

( $a = 6\,378\,137.00$  m;  $1/f = 298.257\,222\,101$ )

**Repère fondamental  $Z_0$ : Géostation Zimmerwald (cheville du mât GPS):**

$\lambda_0 = 7^\circ 27' 54.984\,9''$   
 $\varphi_0 = 46^\circ 52' 37.541\,6''$   
 $h_0 = 947.149$  m

$X_0 = 4\,331\,291.084$  m  
 $Y_0 = 567\,554.849$  m  
 $Z_0 = 4\,633\,127.032$  m

**Déviation de la verticale:**

$\xi_0 = 8.46$  "  
 $\eta_0 = 4.02$  "

**Système de projection: Universal Transverse Mercator (UTM)**

**Fuseau méridien**  $Nr: 32$   
**Méridien central:**  $L_0 = 9^\circ$   
**Facteur d'échelle:**  $M = 0.9996$   
**False easting:**  $E_0 = 500\,000$  m

**Système d'altitudes: CHVN95** Système strict d'altitudes (cotes géopotentielle): on peut calculer des altitudes orthométriques ou normales.

**Point de départ:  $Z_0$  Géostation Zimmerwald:**

$C_0 = 880.3459$  GPU ;  $H^o_0 = 897.802\,7$  m;  $H^n_0 = 897.715\,4$  m  
 (rattachement: UELN; marégraphe d' Amsterdam)

**Rattachement altimétrique au géoïde  $Z_0$ : Géostation Zimmerwald:**

$N_0 = 49.346\,3$  m  
 (calcul du géoïde de 1998)

**Modèle cinématique:**

CHKM95 (avec définition provisoire de la vitesse à Zimmerwald:  $\dot{X} = \dot{Y} = \dot{Z} = 0$ )

## Annexe A4: Définition du repère fondamental Zimmerwald dans les systèmes *CHTRS95* et *CH1903+*

### A4.1 Position tridimensionnelle dans *CHTRS95*

Les valeurs de départ sont les coordonnées *ITRF93* publiées dans l'IERS Technical Note 18 (octobre 1994) et les vitesses du repère laser 7810 (intersection des axes de l'ancien laser, DOMES-numéro 14001S001) à l'époque 1993.0.

<i>ITRF93:</i>	X = 4331283.561 m	$\dot{X}$ = -0.0211 m/année
(Ep. = 1993.0)	Y = 567549.661 m	$\dot{Y}$ = 0.0234 "
	Z = 4633140.041 m	$\dot{Z}$ = 0.0177 "

Dans un premier temps, on transforme ces valeurs avec leurs vitesses individuelles pour l'époque 1989.0. Ensuite, par une transformation à trois paramètres ( $dX = 0.019$  m,  $dY = 0.053$  m,  $dZ = -0.021$ m; [Boucher and Altamimi, 1995]), on obtient les coordonnées *ETRF93* dans *ETRS89*.

<i>ETRF93:</i>	X = 4331283.6644 m	$\dot{X}$ = -0.0017 m/année
(Ep. = 1989.0)	Y = 567549.6204 m	$\dot{Y}$ = 0.0021 "
	Z = 4633139.9492 m	$\dot{Z}$ = 0.0022 "

Les vitesses individuelles dans *ETRF93* sont la différence entre les vitesses individuelles dans *ITRF93* et le modèle de vitesse de *ITRF93*<sup>1</sup>.

Dans un deuxième temps, on transforme les coordonnées *ETRF93* avec un modèle cinématique (*CHKM95*) dans le système *CHTRS95* pour l'époque 1993.0. On utilise pour cela la vitesse individuelle du repère fondamental dans *ETRF93*. A ce jour, la répartition de cette vitesse en composantes locale et régionale n'est pas encore définie. C'est pourquoi on ne peut fournir encore aucune vitesse individuelle dans *CHTRF95*. Les coordonnées résultantes pour le repère laser 7810 dans *CHTRF95* (= *ETRF93* à l'époque 1993.0) sont:

<i>CHTRF95:</i>	X = 4331283.6578 m	$\dot{X}$ = ? (~ 0) m/année
(Ep. = 1993.0)	Y = 567549.6287 m	$\dot{Y}$ = ? (~ 0) "
(Repère laser)	Z = 4633139.9577 m	$\dot{Z}$ = ? (~ 0) "

Comme ce n'est pas le repère laser 7810 mais le pied du mât GPS (MB) qui doit servir de nouveau repère fondamental, on doit encore prendre en compte l'excentricité entre les deux repères, déterminée par observations terrestres (réalisées en 1995):

<i>CHTRF95</i>	dX = + 7.4258 m	X = 4331291.084 m
(Ep. = 1993.0)	dY = + 5.2200 m	Y = 567554.849 m
(MB)	dZ = - 12.9259 m	Z = 4633127.032 m

Les résultats ont été arrondis au mm.

Pour la définition des autres grandeurs fondamentales (déviations de la verticale, ondulation du géoïde), on doit encore convertir ces valeurs en coordonnées géodésiques:

(ellipsoïde utilisé GRS80:  $a = 6378137.00$  m,  $1/f = 298.257222101$ )

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 7^\circ 27' 54''.9849 \\ \varphi_0 &= 46^\circ 52' 37''.5416 \\ h_0 &= 947.149 \text{ m (altitude ellipsoïdique)}\end{aligned}$$

Les coordonnées *ITRF93* pour le repère GPS Zimmerwald (Domes - numéro 14001M004), finalement fixées dans la compensation globale MN95, se déduisent des observations terrestres locales effectuées en 1995 [Santschi et Wild, 2001].

<sup>1</sup> Celui-ci se calcule à partir des rotations NNR-NUVEL1 pour la plaque eurasienne, multipliées par un facteur d'échelle de 0.9562 (= NNR-NUVEL1A) plus le taux de rotation ( $R_x = 0.00012$  "/année,  $R_y = 0.00029$  "/année,  $R_z = -0.00002$  "/année) entre les vecteurs vitesse observés et NNR-NUVEL1A. Pour plus de détails, voir l'IERS Technical Note 18, page 17.

Du fait que dans la compensation ITRF93 on a pris en compte des valeurs locales entachées d'erreurs, les coordonnées GPS introduites dans l'IERS Technical Note 18 doivent être corrigées également des erreurs des éléments d'excentricité.

		Observations 1995	Technical Note 18
Excentricités:	DX(GPS-Laser):	13.6801 m	13.680 m
	DY(GPS-Laser):	6.0115 m	6.012 m
	DZ(GPS-Laser):	-6.2396 m	-6.242 m

Comme coordonnées *ITRF93* pour le repère GPS Zimmerwald, on a utilisé les valeurs suivantes:

		Coordonnées corrigées	(Technical Note 18)
<i>ITRF93</i> :	X:	4331297.2411m	(4331297.241 m)
Repère GPS	Y:	567555.6725 m	(567555.673 m)
(Ep. = 1993.0)	Z:	4633133.8014 m	(4633133.799 m)

## A4.2 Coordonnées planimétriques dans le système CH1903+

Le problème de la définition du repère fondamental dans ce système vient de ce que l'ancien repère fondamental (ancien Observatoire de Berne) n'est plus accessible pour des observations. C'est pourquoi les coordonnées du repère Zimmerwald doivent être obtenues à partir des points de triangulation (PT) encore accessibles Gurten E et Bantiger PF (pour contrôle). Ces deux repères sont voisins de l'ancien repère fondamental. On suppose que depuis le calcul de leurs coordonnées *MN03* (système *CH1903*), aucune déformation importante n'est survenue.

Les coordonnées nationales officielles des repères concernés par le calcul dans *MN03* (système *CH1903*) sont:

	y [m]	x [m]	H [m]	
PT Zimmerwald CH99	602062.24	191792.87	897.84	(pour contrôle)
PT Gurten E	600392.94	196243.43	858.08	
PT Bantiger PF	606779.58	202982.65	947.34	(pour contrôle)

D'autre part, tous ces points ont aussi été calculés dans la compensation-diagnostic (en planimétrie seulement). Leurs coordonnées (solution DIA94 du 13.7.1994) et les différences par rapport à leurs coordonnées officielles sont:

	y [m]	x [m]	H [m]	dy [cm]	dx [cm]
PT Zimmerwald CH99	602062.218	191792.784	(897.84)	- 2.2	-8.6
PT Gurten E	600392.853	196243.345	(858.09)	- 8.7	-8.5
PT Bantiger PF	606779.558	202982.656	(947.34)	- 2.2	+0.6

Il en résulte les vecteurs suivants (solution DIA94, système *CH1903*):

	$\Delta y$ [m]	$\Delta x$ [m]	$(\Delta H)$ [m]	
PT Gurten E - Zimmerwald CH99	1669.365	- 4450.561	(39.750)	
PT Bantiger PF- Zimmerwald CH99	- 4717.340	- 11189.872	(- 49.500)	(pour contrôle)

Ces vecteurs sont moins déformés que ceux calculés à partir des coordonnées officielles (*MN03*). On les applique ensuite aux coordonnées officielles des PT. Nous obtenons ainsi trois jeux de coordonnées pour le repère Zimmerwald CH99, qui se vérifient au niveau du dm:

	y [m]	x [m]	H [m]	
à partir des coordonnées officielles:	602062.240	191792.870	897.84	(pour contrôle)
à partir du PT Gurten E:	602062.305	191792.869	(897.83)	
à partir du PT Bantiger PF:	602062.240	191792.778	(897.84)	(pour contrôle)

La valeur obtenue à partir du repère le plus proche PT Gurten E peut être considérée comme la réalisation du repère Zimmerwald CH99 dans le système *CH1903+* :

	E [m]	N [m]	H [m]
Zimmerwald CH99 dans le système <i>CH1903+</i> :	2602062.305	1191792.869	(897.84)

Avec les excentricités déterminées au sol (observations de 1995) on obtient une réalisation pour le nouveau repère fondamental (cheville du mât GPS MB):

dE = - 31.5350 m	E = 2602030.770 m
dN = - 17.8071 m	N = 1191775.062 m
dH = + 0.0709 m	H = 897.911 m (altitude usuelle)

La transformation en coordonnées géodésiques (*CH1903+*) sur l'ellipsoïde de Bessel ( $a = 6377397.155$ ,  $1/f = 299.1528128$ ) donne:

$\lambda_0 =$	7° 27' 58".4177
$\varphi_0 =$	46° 52' 42".2703
$H_0 =$	897.911 m (altitude usuelle)

### A4.3 Coordonnées astronomiques et déviations de la verticale

Comme les systèmes CH1903+ et CHTRS ont été définis sur la base des coordonnées géocentriques du repère fondamental et sur une hypothèse de strict parallélisme des axes, les déviations de la verticale ne sont pas indispensables à la définition du datum géodésique. Par souci d'être complets, nous les avons néanmoins introduites.

En introduisant des déviations de la verticale au repère fondamental, il convient d'attribuer à celui-ci les mêmes coordonnées astronomiques dans tous les systèmes (même système de référence astronomique ICRS (voir IERS Technical Note Nr. 7), qui est cohérent avec le catalogue d'étoiles FK5, au niveau de précision de ce dernier).

Pour définir les coordonnées astronomiques du repère fondamental, qui doivent en fait être considérées comme des observations, on dispose de plusieurs possibilités:

#### a) avec des déviations de la verticale calculées par GEOLOT (géoïde de Gurtner 1978)

$$\begin{aligned}\eta &= 2.22'' \\ \xi &= 3.21''\end{aligned}$$

Les calculs ont pris en compte la topographie proche (50 m). A partir de ces déviations de la verticale et des coordonnées géodésiques dans le système CH1903+, on obtient les coordonnées astronomiques du repère fondamental:

$$\begin{aligned}\Lambda_0 &= 7^\circ 28' 1.67'' \\ \Phi_0 &= 46^\circ 52' 45.48''\end{aligned}$$

#### b) avec des observations par caméra zénithale du 17.9.1987 (CH99) et du 9.10.1995 (MB)

Observations 1987 (CH99)	Observations 1995 (cheville du mât)
$\Lambda = 7^\circ 28' 1.63''$	$\Lambda_{0/95} = 7^\circ 28' 1.65''$
$\Phi = 46^\circ 52' 45.79''$	$\Phi_{0/95} = 46^\circ 52' 47.06''$

La prise en compte des excentricités vers le mât GPS MB (sensiblement ellipsoïdique) ( $d\Lambda = -1.49''$ ,  $d\Phi = -0.58''$ ) conduit aux valeurs centriques de l'observation de 1987:

$$\begin{aligned}\Lambda_{0/87} &= 7^\circ 28' 0.14'' \\ \Phi_{0/87} &= 46^\circ 52' 45.21''\end{aligned}$$

La moyenne des deux observations 1987 et 1995 donne:

$$\begin{aligned}\Lambda_0 &= 7^\circ 28' 0.89'' \\ \Phi_0 &= 46^\circ 52' 46.13''\end{aligned}$$

#### c) par prédiction de déviations de la verticale à partir du calcul de géoïde 1998 (Marti 1998), avec prise en compte des observations de Zimmerwald et d'autres stations voisines:

$$\begin{aligned}\eta &= 1.68'' \\ \xi &= 3.73''\end{aligned}$$

d'où résultent les coordonnées astronomiques:

$$\begin{aligned}\Lambda_0 &= 7^\circ 28' 0.87'' \\ \Phi_0 &= 46^\circ 52' 46.00''\end{aligned}$$

A partir des coordonnées astronomiques et géodésiques, on obtient les déviations de la verticale du repère fondamental dans les systèmes CHTRS95 et CH1903+:

	a) par GEOLOT	b) observé	c) par le géoïde 1998
<b>CH1903+ (Bessel 1841)</b>	$\xi = 3.21''$ $\eta = 2.22''$	$\xi = 3.86''$ $\eta = 1.69''$	$\xi = 3.73''$ $\eta = 1.68''$
<b>CHTRS95 (GRS80)</b>	$\xi = 7.94''$ $\eta = 4.57''$	$\xi = 8.59''$ $\eta = 4.04''$	$\xi = 8.46''$ $\eta = 4.02''$

On préconise la variante c), car elle prend en compte toutes les autres observations.

#### A4.4 Altitudes géodésiques, géoïde

Dans **CH1903+** (cadre RAN95), l'horizon de départ pour la détermination des altitudes reste le Repère Pierre du Niton, et son altitude officielle de 373.600 m (RPN nouvel horizon, 1902, basé sur le marégraphe de Marseille) est considérée comme une altitude orthométrique. Avec une gravité moyenne sur la verticale de  $\bar{g} = 980587.38$  mgal, on peut en calculer le potentiel:

$$\text{Potentiel RPN (CH1903+)} \quad C = 366.3475 \text{ GPU}$$

Si un modèle cinématique devait être introduit, une époque devrait alors être attribuée à cette altitude. Pour les deux valeurs ci-dessus (potentiel et altitude orthométrique) c'est l'époque 1993.0.

Pour **CHTRS95** (cadre CHVN95), ce sont les résultats de UELN (référence du nouveau marégraphe d'Amsterdam) qui serviront de base, avec le nœud Olten C (calcul UELN 73 [Ehrensperger and Kok, 1986]) considéré comme point fixe (époque 1993.0):

$$\text{Olten C (SO 85)} \quad C = 393.24655 \text{ GPU}$$

Par calcul avec KINETZ, on obtient le potentiel du RPN dans **CHVN95** (ép. 1993.0):

$$\text{Potentiel RPN (CHVN95)} \quad C = 366.2459 \text{ GPU} \quad (\text{Ep. 1993.0})$$

Puis l'altitude orthométrique (en divisant par  $\bar{g}$ ):

$$\text{Altitude ortho. du RPN (CHVN95)} \quad H = 373.497 \text{ m}$$

La différence entre **CH1903+** et **CHTRS95** atteint 0.103 m. Elle s'explique par la différence entre les marégraphes de Marseille et d'Amsterdam, mais aussi par les mouvements altimétriques négligés.

#### Rattachement du Repère Zimmerwald au nivellement fédéral:

En mars 1995, la station de Zimmerwald a été rattachée au nivellement fédéral, ce qui permet le calcul d'altitudes orthométriques pour ce nouveau repère fondamental.

Lors d'une compensation partielle du réseau altimétrique national RAN95 [Schlatter et Marti, 1998], on a obtenu pour le potentiel de la cheville du mât GPS (MB = BES 498) à Zimmerwald (CH1903+) la valeur suivante:

$$\text{Potentiel pour Zimmerwald MB (CH1903+)} \quad C = 880.4475 \text{ GPU} \quad (\text{Ep. 1993.0})$$

Dans **CHTRS95** on obtient le potentiel par correction d'un offset de 0.1016 GPU

$$\text{Potentiel pour Zimmerwald MB (CHTRS95)} \quad C = 880.3459 \text{ GPU} \quad (\text{Ep. 1993.0})$$

La gravité mesurée sur le repère Zimmerwald vaut 980512.010 mgal (mesure 1995) et la gravité moyenne sur la verticale a été calculée à  $\bar{g} = 980556.07$  mgal. On obtient ainsi l'altitude orthométrique de la cheville MB de Zimmerwald dans les deux systèmes:

$$\begin{aligned} H_0 \text{ (CH1903+)} &= 897.9063 \text{ m} && (\text{Ep. 1993.0}) \\ H_0 \text{ (CHTRS95)} &= 897.8027 \text{ m} && (\text{Ep. 1993.0}) \end{aligned}$$

On obtient l'altitude normale du repère fondamental dans les deux systèmes en divisant le potentiel par la gravité normale moyenne sur la verticale  $\bar{\gamma} = 980651.51$  mgal:

$$\begin{aligned} H_{\text{norm}} \text{ (CH1903+)} &= 897.8190 \text{ m} && (\text{Ep. 1993.0}) \\ H_{\text{norm}} \text{ (CHTRS95)} &= 897.7154 \text{ m} && (\text{Ep. 1993.0}) \end{aligned}$$

La vitesse verticale du repère fondamental ne peut pas encore être calculée, puisque une seule époque de nivellement est disponible.

La cote du géoïde dans **CHTRS95** s'obtient à partir des altitudes orthométrique et ellipsoïdique par:

$$N = h - H_0 = 49.3463 \text{ m} \quad (\text{CHTRS95})$$

Dans *CH1903+*, on peut encore choisir librement la cote du géoïde. C'est ici qu'intervient la définition évoquée plus haut de  $N(\text{Schwerzenbach}) = 0$ . Par calcul combiné (Marti 1998), on obtient comme cote du géoïde pour le repère fondamental:

$$N = -0.5453 \text{ m} \quad (\text{CH1903+})$$

Ce qui définit aussi l'altitude ellipsoïdique  $h$  à Zimmerwald dans *CH1903+*:

$$h = N + H = 897.3610 \text{ m} \quad (\text{CH1903+})$$

**Remarque:** En fait, on a dû fixer dès 1995 l'altitude ellipsoïdique du repère fondamental à  $h = 897.361 \text{ m}$  avec les valeurs provisoires pour l'altitude orthométrique ( $H_{\text{prov}} = 897.840 \text{ m}$ ) et pour l'ondulation du géoïde ( $N_{\text{prov}} = -0.479 \text{ m}$ ). Cette altitude ellipsoïdique ne peut plus être modifiée car les paramètres de transformation (voir annexe A5) entre *CHTRS95* et *CH1903+* ont déjà été utilisés dans de nombreux calculs. Il en résulte que le calage définitif de *CH1903+* à Schwerzenbach ne conduit plus exactement à la valeur 0. L'écart d'environ 11 cm est toutefois peu significatif en regard des différences de -35 cm à +15 cm subsistant entre les géoïdes de Gurtner et de Marti.

Le résultat de la détermination locale des divers repères de Zimmerwald soulève un point délicat pour la définition des grandeurs fondamentales. Il faut considérer quatre repères: le repère-laser 7810, le repère RETrig CH99, le repère GPS (S+T88) ainsi que le repère fondamental proprement dit, scellé dans le mât GPS. Les observations locales réalisées entre 1993 et 1998 révèlent des écarts jusqu'à 3 mm. Cette imprécision dans la détermination de la position relative de ces points se répercute en partie sur les grandeurs fondamentales.

#### A4.5 Liste des grandeurs fondamentales à Zimmerwald

##### a) *CHTRS95*

Grandeurs fondamentales: Ellipsoïde GRS80 (avec demi-grand axe  $a$  et aplatissement  $f$ )  
 Position 3D (géocentrique, ou longitude, latitude et altitude ellipsoïdique) pour un datum spécifique et des vitesses associées.  
 Coordonnées astronomiques (longitude et latitude)  
 Altitude orthométrique

Grandeurs dérivées: ondulation du géoïde  
 déviations de la verticale

##### b) *CH1903+*

Grandeurs fondamentales: Ellipsoïde de Bessel (avec demi-grand axe  $a$  et aplatissement  $f$ )  
 Longitude et latitude ellipsoïdiques (tirées des coordonnées de la projection)  
 Vitesses 3D  
 Coordonnées astronomiques (longitude et latitude) identiques à *CHTRS95*  
 Altitude orthométrique  
 Ondulation du géoïde

Grandeurs dérivées: altitude ellipsoïdique (ainsi que coord. géocentriques cartésiennes)  
 déviations de la verticale

## Annexe A5: Paramètres de transformation entre *CH1903+* et *CHTRS95*

Les deux systèmes étant parallèles et de même échelle, seule une translation est effectuée. C'est pourquoi un seul point suffit à la détermination des paramètres de transformation, le repère fondamental.

On obtient les coordonnées géocentriques dans *CH1903+* à partir des coordonnées planes calculées dans l'annexe A4.2 et de l'altitude ellipsoïdique indiquée dans l'annexe A4.4:

$$\begin{aligned}\lambda &= 7^\circ 27' 58''.4177 \\ \varphi &= 46^\circ 52' 42''.2703 \\ h &= 897.361 \text{ m}\end{aligned}$$

Puis avec GEOREF les coordonnées géocentriques

$$\begin{aligned}X_{(CH1903+)} &= 4330616.710 \text{ m} \\ Y_{(CH1903+)} &= 567539.793 \text{ m} \\ Z_{(CH1903+)} &= 4632721.686 \text{ m}\end{aligned}$$

Les coordonnées géocentriques dans *CHTRS95* sont déjà données au ch.A4.1 de l' Annexe 4:

$$\begin{aligned}X_{(CHTRS95)} &= 4331291.084 \text{ m} \\ Y_{(CHTRS95)} &= 567554.849 \text{ m} \\ Z_{(CHTRS95)} &= 4633127.032 \text{ m}\end{aligned}$$

On peut ainsi calculer les paramètres de transformation:

$$\begin{aligned}X_{(CH1903+)} &= X_{(CHTRS95)} - 674.374 \text{ m} \\ Y_{(CH1903+)} &= Y_{(CHTRS95)} - 15.056 \text{ m} \\ Z_{(CH1903+)} &= Z_{(CHTRS95)} - 405.346 \text{ m}\end{aligned}$$



## Annexe A6: Projection suisse: projection cylindrique conforme à axe oblique

### A6.1 Description et but de la projection

Le système de projection de la mensuration nationale suisse est une double projection cylindrique conforme (elle conserve les angles) à axe oblique. Les latitudes  $\varphi$  et longitudes  $\lambda$  sur l'ellipsoïde de révolution de Bessel sont transformées en coordonnées planes rectangulaires  $y$  et  $x$  (resp. E et N dans MN95). La projection comporte deux étapes:

- projection conforme de l'ellipsoïde sur une sphère (selon Gauss)
- projection conforme de la sphère sur un cylindre oblique (selon Mercator).

Le but est d'une part de représenter une surface courbe sur un plan (cartographie), et d'autre part de simplifier de nombreux calculs dans le domaine de la mensuration.

La conservation simultanée des angles et des surfaces étant impossible, la Projection suisse ne conserve pas les surfaces.

#### Constantes:

Grand axe de l'ellipsoïde de révolution:	$a$	=	6377397.15500 m
Carré de la 1 <sup>e</sup> excentricité numérique:	$e^2$	=	0.0066743722306
Longitude ellipsoïdique de Berne:	$\lambda_0$	=	7°26'22.5" = 7.439583333°
Latitude ellipsoïdique de Berne:	$\varphi_0$	=	46°57'08.66" = 46.952405556°

(Pour la carte nationale, on n'a pas retenu la latitude issue des anciennes observations, mais celle issue de déterminations plus récentes (1937) avec  $\varphi_0 = 46°57'07.90''$ )

Les grandeurs auxiliaires sont:

Le rayon de courbure du méridien  $R_M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^3}}$  et

Le rayon de courbure transverse  $R_N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \cdot \sin^2 \varphi)}}$

### A6.2 Transformation conforme de l'ellipsoïde sur une sphère de rayon R

$\varphi$  et  $\lambda$ : latitude et longitude ellipsoïdiques  
 $b$  et  $l$ : latitude et longitude correspondantes sur la sphère

Les méridiens de l'ellipsoïde se transforment en méridiens de la sphère. Par la conservation des angles, les parallèles de l'ellipsoïde se transforment aussi en parallèles sur la sphère, et les longitudes comptées à partir du méridien-origine sur la sphère (méridien de Berne) sont proportionnelles à la différence de longitude  $\lambda - \lambda_0$  sur l'ellipsoïde:

$$l = \alpha \cdot (\lambda - \lambda_0)$$

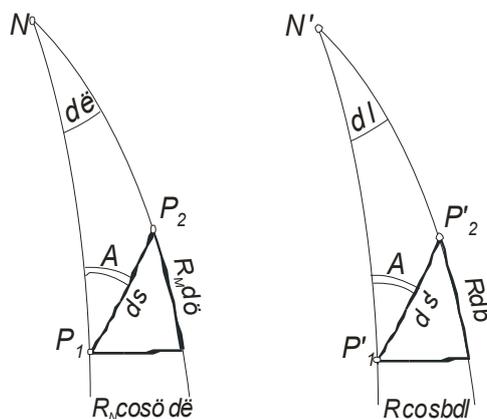
Les coefficients de déformation linéaire le long des méridiens et parallèles sont:

$$m(\varphi) = \frac{R \cdot db}{R_M \cdot d\varphi}$$

$$m(\lambda) = \frac{R \cdot \cos b \cdot dl}{R_N \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda} = \alpha \cdot \frac{R \cdot \cos b}{R_N \cdot \cos \varphi}$$

Les coefficients de déformation linéaire  $m(\varphi)$  et  $m(\lambda)$  doivent être égaux, donc

$$\frac{db}{\cos b} = \alpha \cdot \frac{R_M \cdot d\varphi}{R_N \cdot \cos \varphi}$$



Par intégration de cette équation différentielle, on obtient les équations de la projection de l'ellipsoïde sur la sphère:

$$\text{avec } \sin \varphi' = e \cdot \sin \varphi$$

$$\ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right) = \alpha \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - \alpha e \cdot \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) + K$$

$$\text{et } l = \alpha (\lambda - \lambda_0)$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $R$  et  $K$ , encore arbitraires, sont choisis de manière à éliminer toute déformation linéaire ( $m=1$ ) au point  $(\varphi_0, \lambda_0)$  et à la minimiser ailleurs. On y parvient en posant les conditions

$$m(\varphi_0) = 1 ; \quad m'(\varphi_0) = 0 ; \quad m''(\varphi_0) = 0$$

et on obtient après quelques transformations

$$\alpha^2 = 1 + \frac{e^2}{1-e^2} \cdot \cos^4 \varphi_0 \quad \text{ou} \quad \alpha = 1.00072913843038$$

$$b_0 \text{ de } \sin b_0 = \frac{1}{\alpha} \cdot \sin \varphi_0 \quad \text{ou} \quad b_0 = 0^\circ.81869435858$$

$$R = \sqrt{R_{M0} \cdot R_{N0}} = 6378815.90365 \text{ m} \quad \text{et}$$

$$K = \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{b_0}{2} \right) - \alpha \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \alpha e \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'_0}{2} \right)$$

$$K = 0.0030667323772751$$

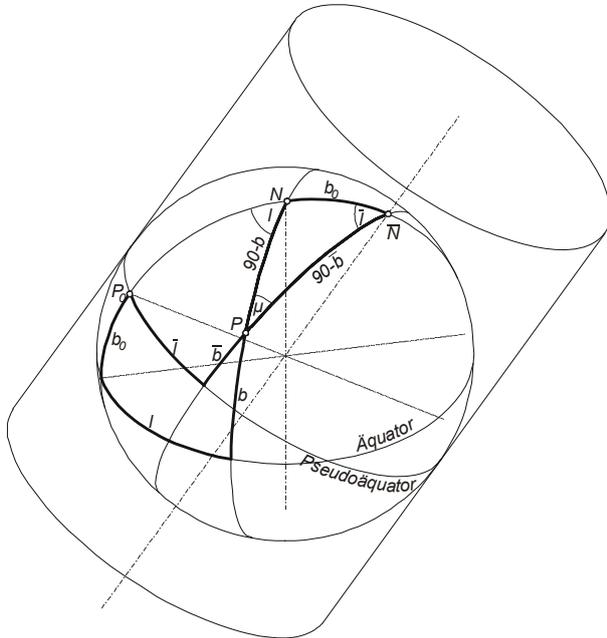
### Résumé des formules:

Longitude sur la sphère:	$l = \alpha \cdot (\lambda - \lambda_0)$
Latitude sur la sphère:	$b = 2 \cdot \left( \arctan(e^S) - \frac{\pi}{4} \right)$

$$\text{avec: } S = \alpha \cdot \ln \left( \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right) - \frac{\alpha \cdot e}{2} \cdot \ln \left( \frac{1 + e \cdot \sin \varphi}{1 - e \cdot \sin \varphi} \right) + K$$

### A6.3 Passage du système équatorial au système pseudo-équatorial

Comme la sphère est projetée sur un cylindre dont l'axe n'est pas identique à celui de la Terre, on introduit un nouveau système d'axes  $\bar{b}$ ,  $\bar{l}$  avec comme nouvel équateur le cercle défini par  $b_0$  et  $l_0 = 0$  (cercle de contact sphère/cylindre). Les formules de transformation sont:



$$\cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l} = \sin b_0 \cdot \sin b + \cos b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l$$

$$\cos \bar{b} \cdot \sin \bar{l} = \cos b \cdot \sin l$$

$$\sin \bar{b} = \cos b_0 \cdot \sin b - \sin b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l$$

ou, après résolution:

$$\bar{l} = \arctan \left( \frac{\sin l}{\sin b_0 \cdot \tan b + \cos b_0 \cdot \cos l} \right)$$

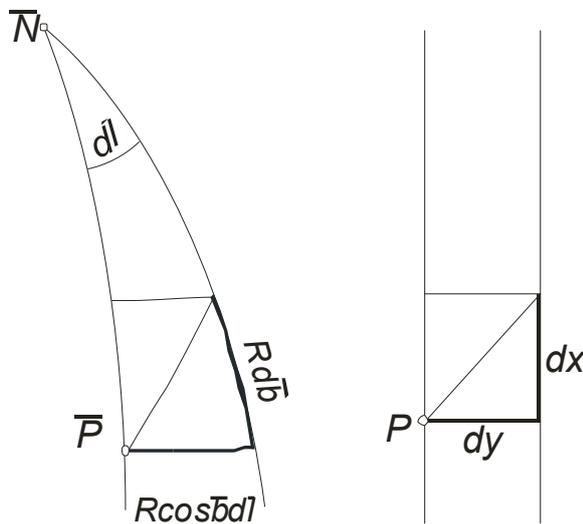
$$\bar{b} = \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin b - \sin b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l)$$

On obtient la convergence du méridien  $\mu$  par

$$\cos \bar{b} \cdot \sin \mu = \sin b_0 \cdot \sin l$$

$$\cos \bar{b} \cdot \cos \mu = \cos b_0 \cdot \cos b + \sin b_0 \cdot \sin b \cdot \cos l$$

### A6.4 Projection conforme de la sphère sur le cylindre



Les coefficients de déformation sont:

$$m(\bar{b}) = \frac{R \cdot d\bar{b}}{dx} \quad \text{et}$$

$$m(\bar{l}) = \frac{R \cdot \cos \bar{b} \cdot d\bar{l}}{dy} \cdot \left( \frac{R \cdot d\bar{l}}{dy} = 1 \right)$$

De  $m(\bar{b}) = m(\bar{l})$ , on tire

$$dx = \frac{R \cdot d\bar{b}}{\cos \bar{b}} \quad \text{et après intégration}$$

$$x = R \cdot \ln \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\bar{b}}{2} \right)$$

$$y = R \cdot \bar{l}$$

### A6.5 La transformation inverse : $(y,x) \rightarrow (\varphi,\lambda)$

Avec les constantes  $\varphi_0$ ,  $\lambda_0$ ,  $b_0$ ,  $\alpha$ ,  $R$  et  $K$ , on peut maintenant calculer les coordonnées ellipsoïdiques  $\varphi$  et  $\lambda$  à partir des coordonnées planes  $y$  et  $x$ .

$$\text{De } \bar{x} = \exp\left(\frac{x}{R}\right) = \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\bar{b}}{2}\right) \quad \text{on tire} \quad \bar{b} = 2\left(\text{arc} \cdot \text{tg} \cdot \bar{x} - \frac{\pi}{4}\right), \quad \bar{l} = \frac{y}{R}$$

La transformation de  $\bar{b}$  et  $\bar{l}$  en  $b$  et  $l$  s'obtient par:

$$\begin{aligned} \cos b \cdot \cos l &= -\sin b_0 \cdot \sin \bar{b} + \cos b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l} \\ \cos b \cdot \sin l &= \cos \bar{b} \cdot \sin \bar{l} \\ \sin b &= \cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l} \end{aligned}$$

ou bien, après résolution:

$$\begin{aligned} b &= \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l}) \\ l &= \arctan\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \tan \bar{b}}\right) \end{aligned}$$

L'équation de la projection

$$\ln \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{\alpha} \left[ \ln \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2}\right) - K \right] + e \ln \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

exige une résolution par itération. En première approximation, on introduit  $\varphi_0$  pour  $\varphi$ , dans le 2<sup>e</sup> membre.

On obtient  $\lambda$  par:

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{l}{\alpha}$$

On notera que  $\varphi$  et  $\lambda$  sont des coordonnées ellipsoïdiques, qui peuvent différer des coordonnées astronomiques  $\Phi$  et  $\Lambda$  de plusieurs secondes d'arc, à cause des déviations de la verticale.

## A6.6 Résumé des formules et exemple de calcul

### Symboles

- $\varphi, \lambda$ : latitude et longitude géogr. dans le système CH1903/03+ par rapport à Greenwich  
 $b, l$ : coordonnées sphériques par rapport au repère fondamental à Berne  
 $\bar{b}, \bar{l}$ : coordonnées sphériques par rapport au système pseudo-équatorial à Berne  
 $Y, X$ : coordonnées civiles  
 $y, x$ : coordonnées nationales (coordonnées militaires) dans MN03 ou MN95

Sans autre indication dans les formules, l'unité angulaire est le radian [rad] et l'unité linéaire est le mètre [m].

### Constantes

- $a = 6377397.155$  m      demi-grand axe de l'ellipsoïde de Bessel  
 $e^2 = 0.006674372230614$       1<sup>e</sup> excentricité numérique (au carré) de l'ellipsoïde de Bessel  
 $\varphi_0 = 46^\circ 57' 08.66''$       latitude géographique du repère fondamental à Berne  
 $\lambda_0 = 7^\circ 26' 22.50''$       longitude géographique du repère fondamental à Berne

### Calcul des grandeurs auxiliaires

Rayon de la sphère de projection:  $R = \frac{a \cdot \sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \varphi_0} = 6378815.90365$  m

Rapport des longitudes sphère/ellipsoïde  $\alpha = \sqrt{1 + \frac{e^2}{1-e^2} \cdot \cos^4 \varphi_0} = 1.00072913843038$

Latitude du repère fondam. sur la sphère:  $b_0 = \arcsin\left(\frac{\sin \varphi_0}{\alpha}\right) = 46^\circ 54' 27.83324844''$

Constante de la formule pour la latitude:

$$K = \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b_0}{2}\right)\right) - \alpha \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)\right) + \frac{\alpha \cdot e}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+e \cdot \sin \varphi_0}{1-e \cdot \sin \varphi_0}\right) = 0.0030667323772751$$

### Coordonnées ellipsoïdiques ( $\varphi, \lambda$ ) $\Rightarrow$ Coordonnées nationales ( $y, x$ )

Les résultats intermédiaires sont tirés de l'exemple Rigi, avec les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} \varphi &= 47^\circ 03' 28.95659233'' && = 0.821317799 \text{ rad} \\ \lambda &= 8^\circ 29' 11.11127154'' && = 0.148115967 \text{ rad} \end{aligned}$$

### Ellipsoïde ( $\varphi, \lambda$ ) $\Rightarrow$ Sphère ( $b, l$ ) (projection de Gauss)

Grandeur auxiliaire:  $S = \alpha \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right) - \frac{\alpha \cdot e}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+e \cdot \sin \varphi}{1-e \cdot \sin \varphi}\right) + = 0.931969601072417$

Latitude sphérique:  $b = 2 \cdot (\arctan(e^S) - \frac{\pi}{4}) = 0.820535226$  rad  
(= 47° 00' 47.539422864")

Longitude sphérique:  $l = \alpha \cdot (\lambda - \lambda_0) = 0.0182840649$  rad  
(= 1° 02' 51.3591108468")

### Système équatorial ( $b, l$ ) $\Rightarrow$ Système pseudo-équatorial ( $\bar{b}, \bar{l}$ ) (rotation)

$$\bar{l} = \arctan\left(\frac{\sin l}{\sin b_0 \cdot \tan b + \cos b_0 \cdot \cos l}\right) = 0.0124662714 \text{ rad}$$

(= 0° 42' 51.3530463924")

$$\bar{b} = \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin b - \sin b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l) = 0.00192409259 \text{ rad}$$

(= 0° 06' 36.8725855284")

**Sphère ( $\bar{b}, \bar{l}$ )  $\Rightarrow$  Plan de projection ( $y, x$ ) (Projection de Mercator)**

$$Y = R \cdot \bar{l} \quad = 79520.05$$

$$y_{MN03} = Y + 600000 = 679520.05$$

$$y_{MN95} = Y + 2600000 = 2679520.05$$

$$X = \frac{R}{2} \cdot \ln\left(\frac{1 + \sin \bar{b}}{1 - \sin \bar{b}}\right) \quad = 12273.44$$

$$x_{MN03} = X + 200000 = 212273.44$$

$$x_{MN95} = X + 1200000 = 1212273.44$$

**Coordonnées nationales ( $y, x$ )  $\Rightarrow$  Coordonnées ellipsoïdiques ( $\varphi, \lambda$ )**

On a pris pour exemple le point **Rigi** (MN03):  $y = 679520.05$   
 $x = 212273.44$

**Plan de projection ( $y, x$ )  $\Rightarrow$  Sphère ( $\bar{b}, \bar{l}$ )**

$$Y = y_{MN03} - 600'000 \quad Y = y_{MN95} - 2'600'000 \quad = 79520.05$$

$$X = x_{MN03} - 200'000 \quad X = x_{MN95} - 1'200'000 \quad = 12273.44$$

$$\bar{l} = \frac{Y}{R} \quad 0.01246627136 \text{ rad}$$

$$\bar{b} = 2 \cdot \left[ \arctan\left(e^{\frac{X}{R}}\right) - \frac{\pi}{4} \right] \quad 0.00192409259 \text{ rad}$$

**Système pseudo-équatorial ( $\bar{b}, \bar{l}$ )  $\Rightarrow$  Système équatorial ( $b, l$ )**

$$b = \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l}) \quad = 0.820535226 \text{ rad}$$

$$l = \arctan\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \tan \bar{b}}\right) \quad = 0.0182840649 \text{ rad}$$

**Sphère ( $b, l$ )  $\Rightarrow$  Ellipsoïde ( $\varphi, \lambda$ )**

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{l}{\alpha} \quad = 0.148115967 \text{ rad}$$

$$= 8^\circ 29' 11.111272''$$

$$S = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{\alpha} \left[ \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2}\right) - K \right] + e \cdot \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arcsin(e \cdot \sin \varphi)}{2}\right)$$

$$\varphi = 2 \arctan(e^S) - \frac{\pi}{2}$$

Les équations pour  $\varphi$  et  $S$  doivent être résolues **par itération**. Comme valeur de départ, prendre  $\varphi = b$ .

Les résultats, par itération, sont:

0 <sup>e</sup> itération:	$S = 0$	$\varphi = 0.820535226$
1 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933114264192610$	$\varphi = 0.821315364725524$
2 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933117825679560$	$\varphi = 0.821317791017021$
3 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933117836751434$	$\varphi = 0.821317798559814$
4 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933117836785854$	$\varphi = 0.821317798583263$
5 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933117836785961$	$\varphi = 0.821317798583336$
6 <sup>e</sup> itération	$S = 0.933117836785961$	$\varphi = 0.821317798583336$
		<b><math>\varphi = 47^\circ 03' 28.956592''</math></b>