

Doku

**Aufbau der neuen Landes-
vermessung der Schweiz
'LV95'**

**Bericht 16
2002**

Teil 10

Ausgabe 2002

Urs Marti

Das Geoid der Schweiz 1998 "CHGEO98"

swisstopo
+ + +

Bundesamt für Landestopographie
Office fédéral de topographie
Ufficio federale di topografia
Uffizi federal da topografia

www.swisstopo.ch

SQS-Zertifikat ISO 9001:2000

**Aufbau der neuen Landes-
vermessung der Schweiz 'LV95'**

**Bericht 16
2002**

Teil 10

Urs Marti

Das Geoid der Schweiz 1998 "CHGE098"

Ausgabe 2002

© 2002 **swisstopo**
Bundesamt für Landestopographie
Office fédéral de topographie
Ufficio federale di topografia
Uffizi federal da topografia
Federal Office of Topography
Seftigenstrasse 264
3084 Wabern

Redaktion: A. Wiget
Postfach, CH-3084 Wabern
Tel: +41 31 963 22 80
Fax: +41 31 963 24 59
E-mail: adrian.wiget@swisstopo.ch
Auflage: 300 Exemplare

ISBN 3-302-10001-9

swisstopo Doku ist die Nachfolgeserie der Reihe "Berichte aus der L+T" in welcher über die wichtigen Arbeiten aus den Bereichen von swisstopo berichtet wird.

swisstopo Doku est la suite de la série "Berichte aus der L+T", qui décrivent les projets et activités les plus importants de swisstopo.

swisstopo Doku is the follow-up of the series "Berichte aus der L+T" in which important projects and activities of swisstopo are described.

Inhaltsverzeichnis:

1	Einleitung	1
1.1	Zweck einer Geoidbestimmung	1
1.2	Kurzzusammenfassung	1
1.3	Überblick über bisherige Arbeiten zum Geoid in der Schweiz	2
2	Übersicht über Höhensysteme, Geoid und Schwerefeld	3
2.1	Das offizielle Höhensystem der Schweiz	3
2.2	Ellipsoid und Geoid	4
2.3	Die Ableitung des Potentials, der Schwerevektor	6
2.4	Bestimmung des Potentials aus Nivellement und Schweremessungen	6
2.5	Normalhöhen und orthometrische Höhen	7
3	Zusammenfassung der angewendeten Methode zur Geoidbestimmung	8
3.1	Astrogeodätische Methode	8
3.2	'Direkte' Beobachtung von Geoidundulationen	9
3.3	Gravimetrische Methode	10
3.4	Geoidbestimmung aus Massen	10
3.5	Kombination der Verfahren	10
4	Die verwendeten Messungen	10
4.1	Lotabweichungen	10
4.2	Schweremessungen	12
4.3	GPS-Stationen mit nivellierter Höhe	12
5	Die verwendeten Massenmodelle	14
5.1	Das digitale Höhenmodell	14
5.2	Einführung eines Dichtemodells für die Topografie	14
5.3	Weitere Massenmodelle	15
6	Bemerkungen zu den Referenzsystemen	17
6.1	Benutzte Referenzsysteme	17
6.2	Transformation von Schwerefeldgrössen	18
7	Die Reduktion der Beobachtungen	20
7.1	Einführung	20
7.2	Berechnungsmethoden für Masseneinflüsse	20
7.3	Einflüsse von Massenmodellen	21
7.4	Die Bestimmung des Trends	28
8	Die Interpolation des Restfeldes	30
8.1	Einführung, Mathematische Grundlagen	30
8.2	Anwendung der Kollokation in der Schwerefeldbestimmung	32
9	Die Berechnung des Geoids und des Quasigeoids	34
9.1	Zusammenfassung	34
9.2	Beschreibung des Geoids	35
9.3	Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid	35
9.4	Vergleich zwischen astro-geodätischer und kombinierter Lösung	37

10 Die Bildung des Geoidgitters	38
10.1 Einführung	38
10.2 Die Interpolation des Geoids und des Quasigeoids	39
10.3 Die Interpolation der Lotabweichungen	40
10.4 Die Wahl der Interpolationsmethode	40
10.5 Die Abgabe des Geoidgitters an die Benutzer	41
11 Vergleich mit bisherigen Lösungen	42
11.1 Vergleich mit dem Geoid von Gurtner 1978	42
11.2 Vergleich mit CHGEO97	43
11.3 Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid EGG97	43
11.4 Vergleich mit dem globalen Modell EGM96	45
11.5 Vergleich mit Geoiden der Nachbarländer	46
12 Schlussbetrachtungen	47
12.1 Resultate	47
12.2 Noch nicht erfüllte Voraussetzungen für ein cm-Geoid der Schweiz	48
12.3 Verbesserungsvorschläge	48
13 Anwenderprogramme zur Geoidberechnung	50
13.1 Übersicht	50
13.2 CHGEO98R	50
13.3 GEOLOT98	53
13.4 QUAWIRK	55
13.5 HITCOL	61
13.6 Weitere Programme	64
13.7 Das Format der Wirkungsfiles	65
Literaturverzeichnis	67

1 Einleitung

1.1 Zweck einer Geoidbestimmung

Mit der weiten Verbreitung, welche GPS-Messungen für geodätische Zwecke, aber auch für Anwendungen im GIS- und Navigationsbereich erlangten, wurde die Umrechnung von globalen, rein geometrischen GPS-Koordinaten in die in der Vermessung üblichen lokalen Koordinaten immer wichtiger. Für die Lagekoordinaten genügt hier meistens ein einfacher mathematischer Ansatz (z.B. eine räumliche Ähnlichkeitstransformation). Für die Höhe ergibt sich jedoch die zusätzliche Schwierigkeit, dass die geometrischen (ellipsoidischen) GPS-Höhen in die physikalisch definierten "Höhen über Meer" (orthometrische Höhen) zu transformieren sind. Die Berechnung der Unterschiede zwischen diesen beiden Höhensystemen wird durch ein Geoidmodell ermöglicht.

Die Geoidundulationen N entsprechen also der Abweichung des idealisierten mittleren Meeresspiegels vom benutzten Referenzellipsoid. Bei bekannter Geoidundulation N ist es somit möglich, ellipsoidische Höhen in orthometrische Höhen (oder umgekehrt) mit der folgenden einfachen Beziehung umzurechnen:

$$N = h_{\text{ell}} - H_{\text{orth}}$$

Da es heute mit GPS möglich ist, die ellipsoidische Höhe auch über grosse Distanzen mit einer Genauigkeit von einigen wenigen cm zu bestimmen, muss auch das Geoid zumindest in der gleichen Grössenordnung bekannt sein, damit bei der Umrechnung in orthometrische Höhen nicht zu viel an Genauigkeit eingebüsst wird.

Zum Zweck einer neuen Geoidbestimmung in der Schweiz mit einer Genauigkeit von wenigen cm über das ganze Land wurde ein gemeinsames Projekt des Bundesamtes für Landestopographie (swisstopo), des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie (GGL) der ETH Zürich und des astronomischen Instituts der Universität Bern (AIUB) durchgeführt. Dessen Ergebnisse sind im Wesentlichen im Bericht 56 der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK) [Marti, 1997] veröffentlicht. Der vorliegende Bericht beinhaltet eine Kurzfassung des SGK-Berichts, die Änderungen, welche seit dessen Veröffentlichung durchgeführt wurden und die Beschreibung der Anwenderprogramme.

Das aus diesem Projekt entstandene Geoidmodell erhielt den Namen CHGEO98 (Schweizer Geoid 1998) und ersetzt das bisherige offizielle Geoid der Schweiz aus dem Jahr 1978 (Geoid von Gurtner). Es stützt sich wie sein Vorgänger hauptsächlich auf Lotabweichungsmessungen, wird aber zusätzlich durch Schweremessungen und 'direkt beobachtete' Geoidundulationen aus GPS und Nivellement gestützt. Als wesentliche Voraussetzung für die Erreichung einer Genauigkeit von einigen wenigen cm müssen ein hoch auflösendes Modell der Topografie (DHM25) und Dichteinformationen des Erdinnern vorliegen.

1.2 Kurzzusammenfassung

Die Berechnung des CHGEO98 erfolgte im Wesentlichen nach den gleichen Grundsätzen wie schon bei der Geoidberechnung von Gurtner 1978. Das heisst, dass in einem ersten Schritt die Beobachtungen um den Einfluss bekannter Massenmodelle reduziert werden. In einem zweiten Schritt werden dann aus den reduzierten Beobachtungen die so genannten Cogeoidhöhen mittels eines Kollokationsverfahrens berechnet. Schliesslich erhält man daraus das Geoid durch Addition der Einflüsse der Massenmodelle auf Meereshöhe.

Gegenüber der in Band 56 der Schweizerischen Geodätischen Kommission [Marti, 1997] beschriebenen Lösung des Geoids wurden hauptsächlich folgende Änderungen durchgeführt:

- Die Lösung 1997 wurde mit einem unvollständigen Stand des DHM25 durchgeführt
- 1995 und 1996 wurden entlang der Schweizer Grenze und im Raum Lac Léman Lotabweichungsmessungen durchgeführt um das Geoid in diesen Gebieten zu verbessern
- Die vertikale Lagerung des Geoids basiert auf einer strengen Ausgleichung des neuen Landeshöhennetzes LHN95. Diese war zum Zeitpunkt der Berechnung der Lösung 1997 nur näherungsweise möglich
- Die Software zur Geoidbestimmung wurde verbessert (insbesondere Elimination von Artefakten bei der Berechnung der Topowirkung).

Das berechnete Geoidmodell CHGEO98 weist über die ganze Schweiz eine Genauigkeit von etwa 3 cm auf. Dies entspricht gegenüber dem Geoidmodell 1978 einer Genauigkeitssteigerung um den Faktor 5 bis 10 und

sollte für einige Zeit den Anforderungen der Landesvermessung und der amtlichen Vermessung genügen. Seit 1998 steht es den Benutzern in Form eines 1km-Rasters zur Verfügung (CHGEO98R).

Den vollen Nutzen erreicht CHGEO98 allerdings nur, wenn in der Schweiz ein streng orthometrisches Höhensystem (LHN95) verwendet wird. Dies hat den Grund darin, dass die offiziellen Gebrauchshöhen (LN02) ohne Berücksichtigung von Schweremessungen und Alpenhebung entstanden sind und somit von den orthometrischen Höhen um mehrere Dezimeter abweichen können. Somit lassen sich die Gebrauchshöhen nur näherungsweise aus den mit GPS erhaltenen ellipsoidischen Höhen berechnen, falls nicht ein spezielles Umrechnungsmodell verwendet wird.

Neben dem eigentlichen Hauptzweck einer hochpräzisen Geoidbestimmung, der Umrechnung von ellipsoidischen in orthometrische Höhen, erlaubt das Geoidmodell CHGEO98 auch eine Prädiktion von Lotabweichungen mit einer Genauigkeit von 1 bis 3 cc und eine Interpolation von absoluten Schwerewerten in der Grössenordnung von 1 bis 2 mgal ($1 \text{ mgal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$), was insbesondere für eine strenge Ausgleichung des Landesnivellements von Bedeutung ist.

1.3 Überblick über bisherige Arbeiten zum Geoid in der Schweiz

Ein ausführlicher Überblick über die Geschichte der Schwerefeldbestimmung in der Schweiz wurde in [Geiger, 1990] gegeben. Deshalb seien hier nur noch die Arbeiten mit wesentlichen Auswirkungen bis in die heutige Zeit aufgeführt.

Elmigers Ziel war es 1969, Lotabweichungen aus Massen zu präzisieren. Dabei wendete er die unter dem Namen Remove-Restore bekannte Technik der Regularisierung des Schwerefeldes an. Im Berner Oberland wurden damit gute Resultate erzielt. Neben der Interpolation der Lotabweichungen konnte mit der Methode des Flächennivellements und Interpolation mittels Polynomen ein Geoid für das Berner Oberland mit einer Genauigkeit von ca. 10 cm, sowie ein Geoid der Schweiz berechnet werden. Als Massenmodelle wurden insbesondere die Topografie, Seen und Gletscher berücksichtigt. Zusätzlich wurde auch das isostatische Modell von Pratt-Hayford zur Reduktion verwendet [Elmiger, 1969]. 1975 wurde nach der gleichen Methode ein verbessertes Geoid für die ganze Schweiz berechnet [Elmiger, 1975].

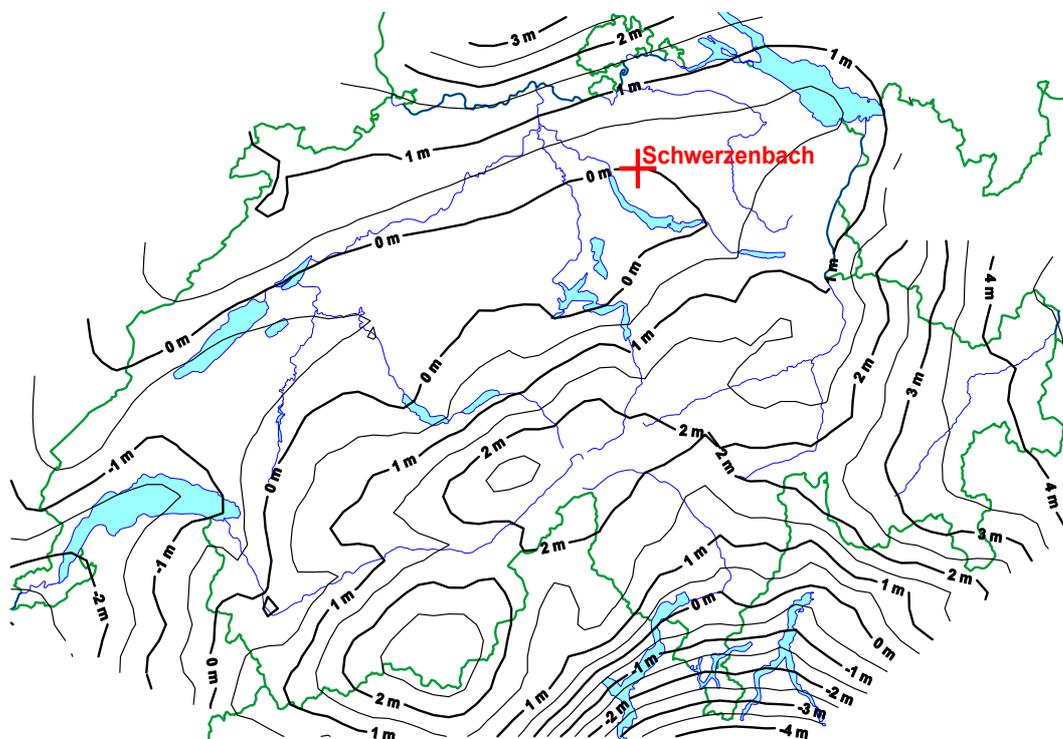


Abb. 1.3-1: Astrogeodätisches Geoid von Gurtner (1978), gelagert im Schnittpunkt der Geoidprofile vom Gotthard und von Zürich in Schwerzenbach mit $N = 0 \text{ m}$.

Die Arbeiten von Elmiger wurden von Gurtner weitergeführt und resultierten 1978 in einem verbesserten astrogeodätischen Geoid. Als wesentlicher Unterschied zu Elmiger wurde nun die Interpolation des Restfeldes mit einem Kollokationsansatz durchgeführt. Zudem wurde das für die Berechnung im Tessin wichtige Massenmodell des Ivrea-Körpers eingeführt. Das isostatische Modell wurde durch ein Tiefenmodell

der Krusten-Mantel-Grenze (Mohorovičić-Diskontinuität, Moho) ersetzt. Die erreichte Genauigkeit war mit ca. 10 cm über den grössten Teil der Schweiz angegeben [Gurtner, 1978]. Das Geoid von Gurtner und das zugehörige Programm LAG (oder GEOLOT) wurde in der Schweiz bis 1998 (mit einigen Modifikationen von Elmiger, Wirth und Marti) zur Prädiktion von Lotabweichungen und Geoidhöhen verwendet. Dieses Geoid (Abb. 1.3-1) bezieht sich auf das Referenzsystem der schweizerischen Landesvermessung CH1903 und stützt sich auf 204 Lotabweichungskomponenten, gemessen auf 121 Stützpunkten. Das Höhenreferenz-Datum wurde so gewählt, dass sich in Schwerzenbach (im Schnittpunkt des Meridians vom Gotthard und des Parallels von Zürich) eine Geoidundulation von 0 Metern ergibt.

Seit den Arbeiten von Gurtner und Elmiger wurde in der Schweiz die astrogeodätische Geoidbestimmung in regionalen Gebieten angewendet. So wurden insbesondere im Einflussgebiet des Ivrea-Körpers neue Stationen mit der transportablen Zenitkamera TZK3 der ETH Zürich beobachtet [Bürki, 1989]. Das daraus resultierende astrogeodätische Geoid wurde von Marti [1988] präsentiert. Dabei wurde in einem Gebiet von ca. 10'000 km² eine relative Genauigkeit von 3 cm erreicht.

Die erste satellitengestützte Geoidbestimmung der Schweiz wurde mit Dopplermessungen im Rahmen des von Marussi 1982 vorgeschlagenen ALGEDOP-Projektes zur Bestimmung des Geoids im ganzen Alpenraum durchgeführt. Dabei wurden auch in der Schweiz auf 15 Stationen Dopplermessungen mit dem TRANSIT-System durchgeführt [Geiger, Müller, 1987]. Zusammen mit den ca. 20 Stationen der Dopplerkampagne SWISSDOC [Wiget et al., 1985] konnte ein Geoid gerechnet werden. Wegen der Ungenauigkeit des TRANSIT-Systems und der nicht sehr hohen Stationsdichte ist die Genauigkeit dieses Geoids nicht besser als etwa 1 Meter [Wiget et al., 1986].

Ein wesentlicher Schritt in der Verbesserung der satellitengestützten Geoidbestimmung wurde Mitte der achtziger Jahre durch die Einführung des GPS-Systems möglich. Die Genauigkeitssteigerung gegenüber dem TRANSIT-System betrug mehr als ein Faktor 10. Dadurch wurde es möglich, ein Geoid mit einer Genauigkeit, welche im Bereich von dem des astrogeodätischen liegt, zu berechnen. Ein erster Versuch dazu wurde 1989 im Nachfolgeprojekt von ALGEDOP unter dem Namen ALGESTAR durchgeführt [Marti, 1990]. Dabei wurden 40 Stationen des Fixpunktnetzes (LFP2) der Schweiz mit GPS vermessen. Zusammen mit bestehenden Nivellementdaten wurde in kurzer Zeit ein Geoid berechnet, dessen Genauigkeit mit 15 bis 20 cm angegeben werden kann. Dabei wurden dieselben Massenmodelle wie 1978 von Gurtner verwendet. Die Differenzen zum Geoid von Gurtner liegen in etwa 85 % innerhalb von 20 cm. In Extremfällen beträgt die Abweichung 50 cm in der Gegend des Julierpasses.

Das erste präzise gravimetrische Geoid der Schweiz wurde 1990 von Geiger präsentiert. Die dabei verwendete Methode basiert auf der Stokes-Integration. Dabei wurden keine Massenmodelle in die Auswertung einbezogen, sondern Freiluft-Schwereanomalien verwendet. Die Genauigkeit dieses Geoids beträgt etwa 10 bis 15 cm [Geiger, 1990].

Erste Versuche von kombinierten Geoidbestimmungen im lokalen Bereich wurden von Wirth im Turtmann-Netz [Jeanrichard (Hrsg.), 1992] und auf der Nivellement-Linie von Visp nach Zermatt [Wirth, 1990] durchgeführt. Dabei wurden sowohl mit GPS bestimmte Geoidhöhen, als auch astrogeodätische Daten und Schweremessungen mittels eines gemeinsamen Kollokationsansatzes behandelt. Die erreichte Genauigkeit von zum Teil besser als einem cm zeigte dabei die Möglichkeiten dieser Methode auf.

2 Übersicht über Höhensysteme, Geoid und Schwerefeld

2.1 Das offizielle Höhensystem der Schweiz

Die Schweiz verwendet bis heute noch ein Gebrauchshöhensystem, bei welchem die Nivellement-Messungen nicht um die Schwere korrigiert werden. Die Höhe des Referenzpunktes RPN (Repère Pierre du Niton) im Hafenbecken von Genf stammt aus Anschlussmessungen an die Pegelstationen der Nachbarländer und wurde auf 373.6 Metern festgehalten [Hilfiker, 1902]. Ausgehend vom RPN wurde das Nivellement ohne Schweremessungen durch Verteilen der Schleifenschlüsse ausgeglichen. Diese provisorische Lösung wurde jedoch in der amtlichen Vermessung angewendet und hat dadurch viele Jahrzehnte überdauert. Zwar wurden seit den vierziger Jahren [Schürer, 1944] strenge Ausgleichungen durchgeführt, gelangten aber nie in die offiziellen Verzeichnisse des Landesnivellements. Als weiterer Nachteil dieses Höhensystems LN02 (Landesnivellement 1902) ist zu nennen, dass bei Neumessungen die meisten Knotenpunkte auf den Werten der Erstmessung (Nivellement de Précision, ca. 1860) festgehalten wurden. Damit wurde die Alpenhebung, welche in der Schweiz bis zu 1.5 mm pro Jahr beträgt [Gubler et al., 1981]

nicht berücksichtigt. Dies führt dazu, dass im Alpenraum die neueren Nivellement-Messungen zum Teil um mehr als 10 cm verzwängt werden müssen, um die offiziellen Gebrauchshöhen zu erhalten.

Mit der Realisierung eines neuen Grundlagenetzes für die Landesvermessung LV95 soll gleichzeitig auch das Höhensystem der Schweiz auf einen Stand gebracht werden, welcher den heutigen Anforderungen genügt und die modernen Messmethoden, insbesondere GPS, auszuschöpfen vermag. Dieses neue Netz, welches als LHN95 (Landeshöhennetz 1995) bezeichnet wird, soll auf geopotentiellen Knoten basieren und auch die Alpenhebung berücksichtigen.

Da das offizielle europäische Höhendatum auf Normalhöhen und dem Pegel von Amsterdam (NAP, Normaal Amsterdams Peil) beruht und sich einige Nachbarländer der Schweiz für Normalhöhen als offizielles System entschieden haben, müssen sich die Ergebnisse von LHN95 auch in diesem System ausdrücken lassen, damit der Datenaustausch innerhalb Europas gewährleistet ist. Dies bedeutet aber auch, dass nicht nur das Geoid, sondern auch das Quasigeoid bestimmt werden muss, um die Transformation von ellipsoidischen Höhen in Normalhöhen in einfacher Weise zu ermöglichen.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels sollen nun die Grundbegriffe, Definitionen und die wichtigsten Formeln für die Bestimmung eines strengen, nach potentialtheoretischen Grundsätzen aufgebauten Höhensystem zusammengestellt werden.

2.2 Ellipsoid und Geoid

Für alle geodätischen Arbeiten ist es von Bedeutung, auf welches Bezugssystem sie sich beziehen. Während sich für lokale Arbeiten eine Ebene als Approximation der Erdform durchaus eignet, ist bereits ab einer Distanz von wenigen hundert Metern der Einfluss der Erdkrümmung insbesondere auf Höhenbestimmungen nicht mehr zu vernachlässigen. Die Erde muss in diesem Fall als Kugel modelliert werden. Für die Distanzbereiche, welche in der Landesvermessung auftreten, muss auch die Abplattung der Erde berücksichtigt werden. Somit wird für Lagebestimmungen ein Rotationsellipsoid verwendet. Für die Höhenbestimmung in der Landesvermessung genügt jedoch dieses Modell nicht, und es müssen auch die durch unregelmässige Massenverteilungen verursachten Störungen berücksichtigt werden. Dies führt uns zum Begriff des Geoids als natürliche Bezugsfläche für grossräumige geodätische Arbeiten. Seine Form wird durch die Massenverteilung an der Erdoberfläche (Berge und Täler) und im Erdinnern (Dichteunterschiede) bestimmt, also die Gravitationskräfte, welche auf einen Körper wirken und durch die Rotation der Erde um ihre eigene Achse (Zentrifugalkräfte).

Diese beiden Kräfte lassen sich in jedem Punkt P durch das Potential W_P als Summe des Gravitationspotentials G_P und des Zentrifugalpotentials Z_P beschreiben:

$$W_P = G_P + Z_P = \Gamma \int \frac{dm}{d} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$

mit	Γ	=	Gravitationskonstante = $6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
	dm	=	Massenelement
	d	=	räumlicher Abstand von dm zu P
	ω	=	Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation = $7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$ (GRS80)
	r	=	Abstand von P zur Rotationsachse

Alle Punkte mit konstantem Potential W_P bilden Flächen im Raum, welche als Äquipotentialflächen bezeichnet werden. Eine besonders ausgezeichnete Äquipotentialfläche bildet diejenige, welche durch die ruhenden Weltmeere und ihre theoretische Fortsetzung unter den Kontinenten gebildet würde. Diese Fläche wird als Geoid bezeichnet und bildet die Bezugsfläche für die Höhenbestimmung.

Der Betrag des Potentials auf dem Geoid beträgt nach den Festlegungen des heute verwendeten GRS80 (Global Reference System 1980) $6.263686 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. Das mittlere Erdellipsoid des GRS80 ist so festgelegt, dass es an seiner Oberfläche dasselbe Potential aufweist, wie das Geoid. Zudem hat es die gleiche Winkelgeschwindigkeit, Gesamtmasse und den gleichen Schwerpunkt wie sämtliche durch das Geoid begrenzten Massen. Das Potential W_P in einem Punkt P lässt sich aufteilen in einen Normalanteil U_P , welcher vom mittleren Erdellipsoid verursacht wird und einen Störanteil T_P , welcher durch die Unregelmässigkeiten der Erdform verursacht wird. Der Abstand entlang der Schwerefeldlinie zwischen dem Ellipsoid und dem

Geoid wird als Geoidundulation bezeichnet. Diese lässt sich allerdings nicht nur gegenüber dem mittleren Erdellipsoid ausdrücken, sondern kann auch gegenüber einem lokalen Ellipsoid berechnet werden, wie es üblicherweise in einer Landesvermessung verwendet wird.

Die verschiedenen Begriffe wie Geoid, Ellipsoid, Äquipotentialflächen sowie Telluroid und Quasigeoid sollen anhand der folgenden Abbildung veranschaulicht werden.

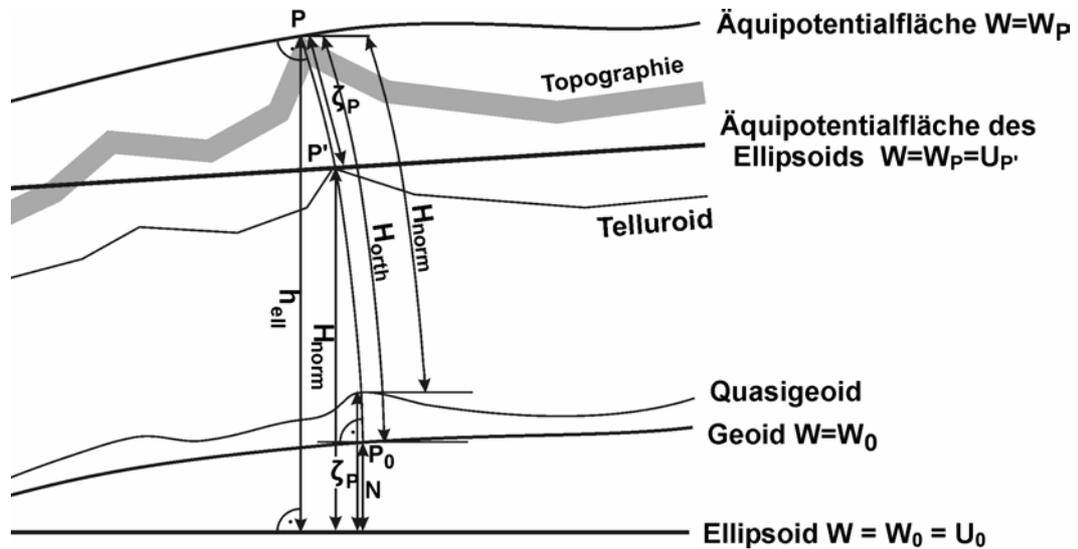


Abb. 2.2-1: Potential und Normalpotential: N = Geoidundulation, ζ = Höhenanomalie, W = Schwerepotential, U = Normalpotential, h_{ell} = ellipsoidische Höhe, H_{orth} = orthometrische Höhe, H_{norm} = Normalhöhe

Das Potential W_P eines Punktes P der Erdoberfläche ist im Allgemeinen nicht identisch mit dem durch das Erdellipsoid verursachte Normalpotential U_P im selben Punkt P. Die Äquipotentialfläche des Erdellipsoids mit demselben Potential W_P verläuft durch einen von P unterschiedlichen Punkt P'. Der Abstand von P zu P' wird als Höhenanomalie ζ bezeichnet. Alle Punkte P', für welche gilt, dass ihr Normalpotential identisch mit dem wirklichen Potential eines Punktes P an der Erdoberfläche ist, bilden das so genannte Telluroid. Falls wir die Höhenanomalien ζ vom Ellipsoid aus auftragen, so erhalten wir als weitere wichtige Bezugsfläche das Quasigeoid, welches zwar keine Äquipotentialfläche darstellt, sich aber vom Geoid im Allgemeinen um weniger als 50 cm unterscheidet. Es lässt sich im Gegensatz zum Geoid allein aus Beobachtungen an der Erdoberfläche bestimmen, ohne dass Hypothesen über die Massenverteilung im Erdinneren angenommen werden müssen.

Der Abstand zwischen dem Punkt P an der Erdoberfläche und dem Punkt P_0 auf dem Geoid wird als orthometrische Höhe H_{orth} bezeichnet. Der Abstand zwischen dem Punkt P' auf dem Telluroid und dem Ellipsoid entspricht der Normalhöhe H_{norm} und ist identisch mit dem Abstand des Punktes P vom Quasigeoid. Die Umrechnung von orthometrischen Höhen in Normalhöhen kann über die ellipsoidischen Höhen h_{ell} geschehen, welche den Abstand von P zum Ellipsoid bezeichnen. Zur Umrechnung gelten folgende wichtige Beziehungen:

$$h_{ell} = H_{orth} + N = H_{norm} + \zeta$$

Diese recht einfachen Zusammenhänge sind in Abb. 2.2-1 dargestellt, dort aber nicht sehr deutlich erkennbar, da die einzelnen Grössen zum Teil entlang der Schwerelinie und zum Teil entlang der Ellipsoidnormalen aufgetragen sind. In Wirklichkeit betragen die dadurch verursachten Längenunterschiede jedoch nur einige Mikrometer [Wirth, 1990], was deutlich unter jeder für uns entscheidenden Grössenordnung liegt. In Abb. 2.2-1 ist ebenfalls angedeutet, dass die Korrelation zwischen Topografie und Quasigeoid im Allgemeinen grösser ist, als diejenige zwischen Topografie und Geoid. Daraus folgt auch der im Vergleich zum Geoid unruhigere Verlauf des Quasigeoids.

2.3 Die Ableitung des Potentials, der Schwerevektor

Die Orthogonaltrajektorien zu den Äquipotentialflächen W formen räumliche Kurven, welche als Schwerefeldlinien bezeichnet werden. Diese sind gekrümmt, da die Äquipotentialflächen im Allgemeinen nicht parallel sind. Die Tangenten an diese Schwerefeldlinien werden als Lotlinien bezeichnet. Der Schwerevektor \bar{g} im Punkt P , welcher parallel zur Lotlinie ist, ergibt sich aus der Ableitung von W in Richtung der maximalen Änderung. Also

$$\bar{g} = \text{grad}(W)$$

Der Betrag des Schwerevektors wird als Schwere bezeichnet und lässt sich mit absoluten Gravimetern messen. Der Normalschwerevektor ergibt sich, indem in der obenstehenden Formel nicht das Potential W , sondern das Normalpotential U eingesetzt wird. Der Winkel zwischen Normalschwerevektor und Schwerevektor wird als Lotabweichung ϵ bezeichnet. Diese Begriffe sind in der folgenden Abbildung illustriert.

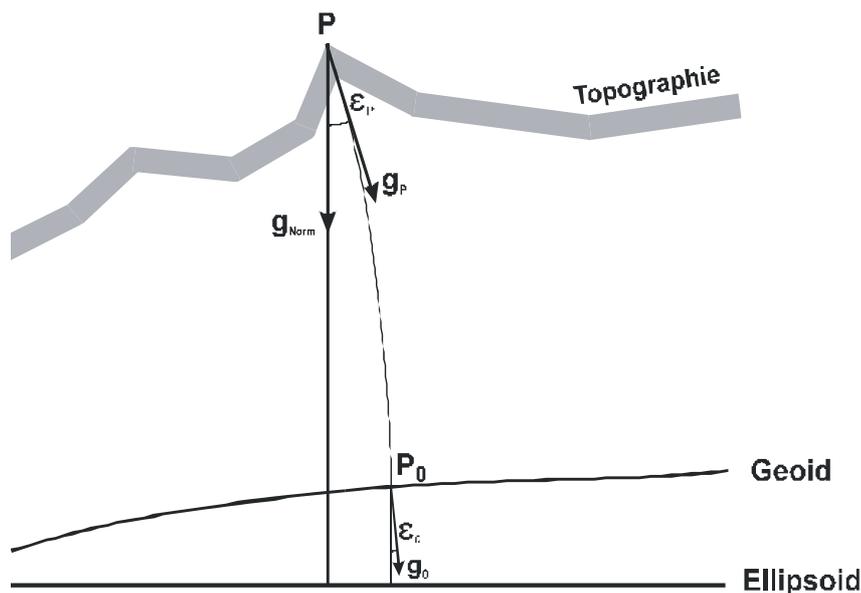


Abb. 2.3-1: Schwerevektor und Lotabweichung: ϵ_p = Oberflächenlotabweichung, ϵ_0 = Lotabweichung auf dem Geoid, g_p = Oberflächenschwere, g_{Norm} = Normalschwerevektor, g_0 = Schwerevektor auf dem Geoid

In Abb. 2.3-1 sind die Normalschwerelinien als Geraden dargestellt, obwohl auch dies streng betrachtet nicht gilt. Deutlich zu sehen ist der Einfluss der Krümmung der Schwerefeldlinien auf die Lotabweichung. Diese nimmt dadurch im Punkt P und dem entsprechenden Fusspunkt P_0 unterschiedliche Beträge an. Die Differenz zwischen ϵ_p und ϵ_0 wird als Lotkrümmung bezeichnet (obwohl sie ein Winkel ist).

2.4 Bestimmung des Potentials aus Nivellement und Schweremessungen

In Kapitel 2.3 wurde der Schwerevektor als Ableitung des Potentials beschrieben. In der praktischen geodätischen Höhenbestimmung ist jedoch die umgekehrte Berechnung wichtiger. Aus gemessenen Höhendifferenzen und Schwerewerten soll die Potentialdifferenz ΔW bestimmt werden. Dies ergibt sich aus folgender Formel:

$$\Delta W = -\int g \cdot dh$$

wobei in der Praxis das Integral durch eine Summe über alle gemessenen Höhendifferenzen ersetzt werden muss. Falls dabei in einem Punkt gestartet wird, welcher auf dem Geoid liegt, erhält man die so genannten geopotentiellen Knoten C . Diese sind, im Gegensatz zum reinen geometrischen Nivellement ohne Berücksichtigung von Schweremessungen, nicht mehr abhängig vom eingeschlagenen Weg zwischen Startpunkt und Zielpunkt. Die geopotentiellen Knoten dienen im Folgenden als Grundlage für alle strengen Höhensysteme, sind selbst jedoch aus folgenden Gründen nicht als Höhensystem geeignet:

Als Potentialdifferenz weisen sie nicht die Einheit "Meter", sondern die Einheit m^2s^{-2} auf. Dies widerspricht der Gewohnheit, einen Höhenunterschied als Längenmass zu betrachten.

Potentialdifferenzen weisen gegenüber metrischen Höhendifferenzen einen Massstabsfaktor von etwa 9.8 auf. Deshalb wird für die praktische Arbeit mit geopotentiellen Koten die Einheit GPU verwendet, wobei gilt:

$$1 \text{ GPU (geopotential unit)} = 10\text{m}^2\text{s}^{-2}$$

Um diese beiden Nachteile zu eliminieren, wurde das System der dynamischen Höhen geschaffen. Dabei werden die geopotentiellen Koten C durch die Normalschwere in einer Breite von 45° dividiert (im GRS80: $g_{\text{Norm}}(45^\circ) = 9.806199 \text{ ms}^{-2}$). Somit erhalten wir ein strenges Höhensystem, bei welchem gilt, dass Punkte mit gleicher Höhe auf derselben Äquipotentialfläche liegen. Trotz dieses Vorteils wird das dynamische Höhensystem in der Praxis sehr selten angewendet. Es hat nämlich den Nachteil, dass in geografischen Breiten, welche stark von 45° abweichen und in gebirgigen Regionen ein grosser Massstabsfehler auftritt.

2.5 Normalhöhen und orthometrische Höhen

Um den Nachteil der Massstabsverzerrung der dynamischen Höhen zu eliminieren, dürfen die geopotentiellen Koten C nicht durch eine Konstante dividiert werden, sondern durch einen Schwerebetrag, welcher sowohl die geografische Breite, als auch die Stationshöhe berücksichtigt.

Im Fall der Normalhöhen wird dazu die mittlere Normalschwere zwischen der Erdoberfläche und dem Quasigeoid, oder exakter zwischen dem Telluroid und dem Referenzellipsoid verwendet. Also:

$$H_N = \frac{C}{\bar{g}_{\text{norm}}}$$

wobei die mittlere Normalschwere entlang der Lotlinie aus der Normalschwereformel und der Formel für die Freiluftkorrektur gerechnet werden kann, ohne dass die Dichteverteilung im Erdinneren bekannt sein muss. Gerechnet wird sie mit der folgenden, in abgewandelter Form aus [Heiskanen, Moritz, 1967] entnommenen Formel, welche für Stationen gilt, welche nicht sehr weit von der Erdoberfläche entfernt liegen:

$$\bar{g}_{\text{norm}} = g_{\text{äq}} \cdot \frac{1 + \left(\frac{b \cdot g_{\text{pol}}}{a \cdot g_{\text{äq}}} - 1 \right) \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \varphi}} - g_{\text{äq}} \cdot \frac{H}{2a} \left(2 + 2.4 \frac{a-b}{a} + 0.8 \frac{g_{\text{pol}} - g_{\text{äq}}}{g_{\text{äq}}} + 2 \left(\frac{g_{\text{pol}} - g_{\text{äq}}}{g_{\text{äq}}} - 2 \frac{a-b}{a} \right) \sin^2 \varphi - 3 \frac{H}{a} \right)$$

Der erste Teil entspricht dabei der Formel für die Normalschwere und der zweite Teil der halben Freiluftkorrektur.

Es gelten dabei die folgenden Bezeichnungen und Werte für das GRS80:

- \bar{g}_{norm} : mittlere Normalschwere in der Lotlinie
- a : Grosse Halbachse des Ellipsoids = 6'378'137.0 m
- b : kleine Halbachse des Ellipsoids = 6'356'752.3141 m
- $g_{\text{äq}}$: Normalschwere am Äquator = 9.7803267715 ms^{-2}
- g_{pol} : Normalschwere am Pol = 9.8321863685 ms^{-2}
- φ : ellipsoidische Breite
- H : Normalhöhe

In dieser Formel tritt die Normalhöhe H selbst als Parameter auf, obwohl sie eigentlich noch unbekannt ist. Für praktische Anwendungen genügt jedoch eine Näherung, oder sie kann durch iteratives Vorgehen bestimmt werden.

Im Fall der orthometrischen Höhen, wo nicht das Normalschwerefeld als Bezug verwendet wird, müssen die geopotentiellen Koten durch die tatsächlich vorhandene mittlere Schwere in der Lotlinie dividiert werden. Also:

$$H_{\text{orth}} = \frac{C}{\bar{g}}$$

Die mittlere Schwere entlang der Lotlinie ist weder theoretisch herleitbar, noch ist sie zu beobachten. Sie muss aus der beobachteten Schwere an der Oberfläche und Hypothesen über die Massenverteilung im Erdinneren geschätzt werden. In [Wirth, 1990] ist eine ausführliche Herleitung der folgenden, auch in dieser Arbeit verwendeten Formel gegeben.

$$\bar{g}^P = g_{\text{beob}}^P + \frac{1}{2} g_{\text{frei}}^P - g_{\text{Modelle}}^P - \frac{T_M^P - T_M^0}{H}$$

Dabei bezeichnen

g_{beob} : beobachtete Schwere im Punkt P

g_{frei} : Freiluftkorrektur im Punkt P

g_{Modelle} : Wirkung der Massenmodelle auf den Betrag des Schwerevektors

T^P : Wirkung der Massenmodelle auf das Potential in Punkt P

T^0 : Wirkung der Massenmodelle auf das Potential in Höhe Null

Diese Formel ist streng gültig, falls davon ausgegangen wird, dass alle Massen, welche unterschiedliche Wirkungen auf das Potential im Punkt P und auf "Meereshöhe" verursachen, in Modellen erfasst sind. Die zur Berechnung der mittleren Schwere in der Lotlinie verwendeten Massenmodelle sind dieselben, welche später in Kapitel 5 vorgestellt werden.

In der Praxis werden diese strengen orthometrischen Höhen eher selten verwendet. Stattdessen wird für die mittlere Schwere in der Lotlinie eine Näherungsformel verwendet, welche in flachen Gebieten eine sehr gute Annäherung darstellt:

$$\bar{g}^P \approx g_{\text{beob}}^P + 0.0424 \text{ mgal m}^{-1} \cdot H$$

was zu den Helmertschen orthometrischen Höhen führt. Wenn anstatt der beobachteten Schwere die Normalschwere in die Formel eingesetzt wird, so erhält man die normal-orthometrischen Höhen.

3 Zusammenfassung der angewendeten Methode zur Geoidbestimmung

3.1 Astrogeodätische Methode

Die für die Geoidbestimmung 1998 verwendete Methode stützt sich im Wesentlichen auf Oberflächenlotabweichungen ϵ , welche üblicherweise in eine Nord-Süd-Komponente ξ und eine West-Ost-Komponente η aufgeteilt wird. Dabei gilt die Beziehung

$$\epsilon = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

Bei ϵ handelt es sich dabei um den Betrag der Lotabweichung. Da die Lotabweichungen die Richtung des Schwerevektors festlegen und somit senkrecht zu den Äquipotentialflächen stehen, gilt aber auch

$$\epsilon = - \frac{\partial W}{\partial s}$$

wobei ∂s ein horizontales Streckenelement bezeichnet. Für das Geoid als spezielle Äquipotentialfläche müssen an Stelle der beobachteten Oberflächenlotabweichungen ϵ die auf Höhe Null reduzierten Lotabweichungen ϵ_0 verwendet werden. Aus diesen ergibt sich die Geoiddifferenz ΔN zwischen zwei Punkten A und B durch Integration:

$$\Delta N = \int_A^B -\epsilon_0 ds$$

Mit diesem astrogeodätischen Nivellement lassen sich nur Geoidhöhendifferenzen bestimmen. Für die absolute Lagerung muss N in mindestens einem Punkt vorgegeben sein oder durch andere Methoden

bestimmt werden. Dieses Verfahren lässt sich auch flächenhaft anwenden, wobei die Lotabweichungen in Zwischenpunkten durch geeignete Verfahren (Polynome, Kollokation) interpoliert werden.

Der Vorteil der astrogeodätischen Geoidbestimmung besteht darin, dass das Geoid bereits durch wenige Messungen in einem beschränkten Gebiet mit relativ hoher Genauigkeit bestimmt werden kann. Ein Nachteil besteht darin, dass Lotabweichungsmessungen relativ teuer sind und somit eine Abdeckung eines grösseren Gebiets in der benötigten Dichte, insbesondere bei bewegter Topografie, kostspielig wird. Deshalb wird die astrogeodätische Geoidbestimmung heute meist auf lokale Gebiete beschränkt.

Ein weiterer Nachteil, der jedoch nicht nur für die astrogeodätische Geoidbestimmung gilt, ist die Tatsache, dass zur Berechnung die Lotabweichungen ϵ_0 auf dem Geoid verwendet werden müssen und diese nur über Annahmen über die Dichteverteilung im Erdinnern ableitbar sind. Deshalb wird heute immer häufiger nicht mehr das Geoid, sondern das Quasigeoid nach Molodensky (1945) bestimmt. Da hier das Randwertproblem nicht auf Höhe des Geoids sondern auf Höhe der Topografie gelöst wird, fliessen zu seiner astrogeodätischen Berechnung grundsätzlich die Oberflächenlotabweichungen ein, welche noch um das Normalfeld korrigiert werden müssen. Diese Korrekturen können für erdnahe Punkte nach folgenden Formeln berechnet werden:

$$\xi_{\text{Norm}} = \frac{g_{\text{Pol}} - g_{\text{Aeq}}}{g_{\text{Aeq}}} \cdot \frac{\sin 2\varphi \cdot H}{a \cdot (1 - f \cdot \sin^2 \varphi)}$$

$$\eta_{\text{Norm}} = 0$$

Dabei bezeichnen: g_{Pol} und g_{Aeq} Die Normalschwere am Pol resp. am Äquator
 a, f Halbachse und Abplattung des Referenzellipsoids
 φ, H geografische Breite und Meereshöhe

Da diese Korrekturen jedoch verglichen mit den Messfehlern meistens relativ klein sind (in mittleren Breiten: $\xi_{\text{Norm}} \approx 0.17'' \cdot H[\text{km}]$), wird diese Korrektur oft vernachlässigt.

3.2 'Direkte' Beobachtung von Geoidundulationen

Alle Methoden, bei welchen Geoidundulationen oder Höhenanomalien als Beobachtungen verwendet werden, beruhen auf den einfachen Beziehungen zwischen den Höhensystemen, wie wir sie in Kapitel 2.2 vorgestellt haben. Umgeformt ergeben sich die Formeln:

$$N = h_{\text{ell}} - H_{\text{orth}} \quad \text{und} \quad \zeta = h_{\text{ell}} - H_{\text{norm}}$$

Für die Einführung von 'direkt' beobachteten Geoidundulationen oder Höhenanomalien benötigt man sowohl die ellipsoidische Höhe h_{ell} als auch die orthometrische Höhe oder die Normalhöhe. Da es nun aber mit klassischen Messmethoden praktisch unmöglich ist, die ellipsoidische Höhe zu beobachten, erfolgte der Durchbruch erst mit dem Aufkommen der Satellitengeodäsie. Die ersten Geoidbestimmungen nach dieser Methode erfolgten durch die Satelliten-Altimetrie im ozeanischen Bereich, wo durch Reflexion eines Radarsignals der Abstand des Satelliten von der Wasseroberfläche bestimmt werden kann. Die ellipsoidische Höhe des Satelliten wird durch Kontrollstationen bestimmt. Die Differenzbildung ergibt eine Fläche, welche ungefähr das Geoid beschreibt, aber noch durch die so genannte Meerestopografie oder 'Sea Surface Topography' SST verfälscht ist. Diese hat verschiedene Ursachen wie zum Beispiel Strömungen, Wellen, Temperaturunterschiede und Salzgehalt des Wassers. Ihre Bestimmung ist eines der wesentlichen Probleme bei der genauen altimetrischen Geoidbestimmung.

Die satellitengeodätische Geoidbestimmung auf dem Festland wurde zwar schon Ende der siebziger Jahre mit dem Dopplersystem TRANSIT durchgeführt (siehe z. B. das Projekt ALGEDOP [Geiger, Müller, 1987]), erreichte aber erst mit GPS eine Genauigkeit, welche mit derjenigen der astrogeodätischen oder gravimetrischen Methode vergleichbar ist. Dabei wird auf Stationen, deren orthometrische Höhe oder Normalhöhe aus einem Präzisionsnivellement und Schweremessungen bekannt ist, mit GPS auch die ellipsoidische Höhe bestimmt. Die wichtigsten Fehlerquelle bilden heute bei dieser Methode der Einfluss der troposphärischen Refraktion auf die Laufzeit der GPS-Signale und systematische Fehler in den Nivellementsnetzen. Erste Geoidberechnungen nach dieser Methode wurden in der Schweiz im Polygonzug von Visp nach Zermatt [Wirth, 1990] und im Projekt ALGESTAR [Marti, 1990] durchgeführt.

Durch die Weiterentwicklung der Mess- und Auswertetechnik im GPS-Bereich, welche auch die kinematische Positionierung im cm-Bereich erlaubt [Cocard, 1995], werden heute Methoden erprobt, welche ähnlich der Altimetrie, von Flugzeugen aus mittels Laser-Profiliern die Distanz zur Meeres- oder Seeoberfläche messen [Geiger et al., 1994]. Ein dieser Methode sehr ähnliches Verfahren besteht darin, einen GPS-Empfänger in eine Schwimmboje einzubauen und somit das Geoid (oder genauer: die Meerestopografie) direkt zu messen.

3.3 Gravimetrische Methode

Die Methode der gravimetrischen Geoidbestimmung geht auf G. Stokes (1849) zurück. Sie liefert absolute Geoidundulationen in einem streng geozentrischen System durch Integration der Schwereanomalien über die ganze Erdoberfläche. Diese Methode wurde von A. Geiger [1990] für die Geoidbestimmung in der Schweiz angewendet. In der vorliegenden Arbeit zum Geoid der Schweiz 1998 wurden die Schweren jedoch nicht direkt als Beobachtungen verwendet, sondern sie dienten lediglich der Reduktion der übrigen Messgrößen (Lotabweichungen, Höhenanomalien) auf Meereshöhe. Deshalb wird diese Methode hier nicht weiter beschrieben.

3.4 Geoidbestimmung aus Massen

Es wäre theoretisch auch möglich, eine Geoidbestimmung allein aus einem Massenmodell des Erdinnern durchzuführen. Ist nämlich die exakte Massenverteilung bekannt, so lassen sich das Erdschwerefeld und das Geoid ohne weitere Messungen durch Anwendung des Newton'schen Gravitationsgesetzes streng berechnen. Allerdings sind wir heute noch sehr weit davon entfernt ein solches Modell zur Verfügung zu haben. Deshalb werden die Massenmodelle heute nur zur Reduktion der übrigen Messungen auf Meeresebene und zur Elimination bekannter Anteile des Schwerefeldes verwendet. Auf den reduzierten Beobachtungen wird dann eine so genannte Co-Geoid-Bestimmung durchgeführt. Das Geoid und das Quasigeoid erhält man danach, indem man die Einflüsse der reduzierten Massen auf das Potential wieder zum Co-Geoid hinzufügt. Dieses Verfahren ist als Remove-Restore-Technik bekannt.

3.5 Kombination der Verfahren

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Kombination der klassischen Methoden der Geoidbestimmung angewendet. Die beobachteten Größen (Lotabweichungen, Schweren, Höhenanomalien) werden zunächst um die Einflüsse der bekannten Massenmodelle reduziert. Danach wird eine Co-Geoid-Bestimmung durch Interpolation des Residualfeldes durchgeführt. Das Geoid erhält man danach, indem man die Wirkungen der Massenmodelle auf Meereshöhe hinzuaddiert. Das Quasigeoid erhält man durch Addition der Massenwirkungen auf Höhe der Topografie.

4 Die verwendeten Messungen

4.1 Lotabweichungen

Heute verfügt man im Einzugsgebiet der schweizerischen Landesvermessung über etwa 620 Lotabweichungsstationen, welche für eine Geoidbestimmung verwendet werden können. Die Anzahl der verfügbaren Lotabweichungskomponenten hat sich also seit der Geoidbestimmung durch Gurtner 1978 etwa verdreifacht [Gurtner, 1978] (siehe Abb. 4.1-1), was ein Hauptgrund für die Genauigkeitssteigerung der neuen Geoidberechnung ist.

Während einige Lotabweichungen bereits im letzten Jahrhundert gemessen wurden, stammen viele aus Beobachtungen mit der transportablen Zenitkamera TZK3 des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich. Die speziell für die Geoidbestimmung durchgeführten Messungen erfolgten in den Jahren 1990 bis 1996 hauptsächlich auf Punkten des GPS-Landesnetzes LV95. Im Gegensatz zu der Geoidberechnung 1997 konnten für die Berechnung 1998 auch die Messungen einbezogen werden, welche 1995 und 1996 entlang der Landesgrenze und im Gebiet des Lac Léman gemessen wurden.

Die 'beobachteten' Lotabweichungen ergeben sich aus den ursprünglichen Astronomischen Koordinaten (Φ , Λ) und den geodätischen (ellipsoidischen) Koordinaten (φ , λ) durch Differenzbildung:

$$\text{Nord-Süd-Komponente } \xi: \quad \xi = \Phi - \varphi$$

$$\text{West-Ost-Komponente } \eta: \quad \eta = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\Phi)$$

Diese einfache Differenzbildung ist unter der Bedingung möglich, dass das Bezugssystem der astronomischen Messungen und dasjenige der geodätischen Messungen achsparallel sind.

Alle Zenitkammermessungen, von welchen die Originaldaten noch vorlagen, wurden im Verlauf des Projektes zur Geoidbestimmung noch einmal ausgewertet und in das astronomische Bezugssystem des Sternkatalogs FK5 transformiert. Dieses ist identisch mit dem ICRS (IERS celestial reference system). Die Differenzen zu den ursprünglichen Auswertungen waren jedoch in der Regel so gering, dass auch die älteren Messungen ohne Transformation in der Geoidberechnung verwendet werden konnten.

In der Regel wurde die Genauigkeit der gemessenen Lotabweichungen mit 0.5" angesetzt. Nur falls aus den Originalauswertungen eine deutliche Abweichung festgestellt wurde, haben wir den Wert entsprechend geändert. Einige Messungen, welche sich als Ausreisser erwiesen, weit ausserhalb des interessierenden Gebietes liegen, oder sehr dicht zu einer besseren Station liegen, wurden für die Geoidbestimmung nicht berücksichtigt. Eine Zusammenstellung aller für die Geoidbestimmung verfügbaren Lotabweichungsmessungen ist in Abb. 4.1-1 dargestellt.

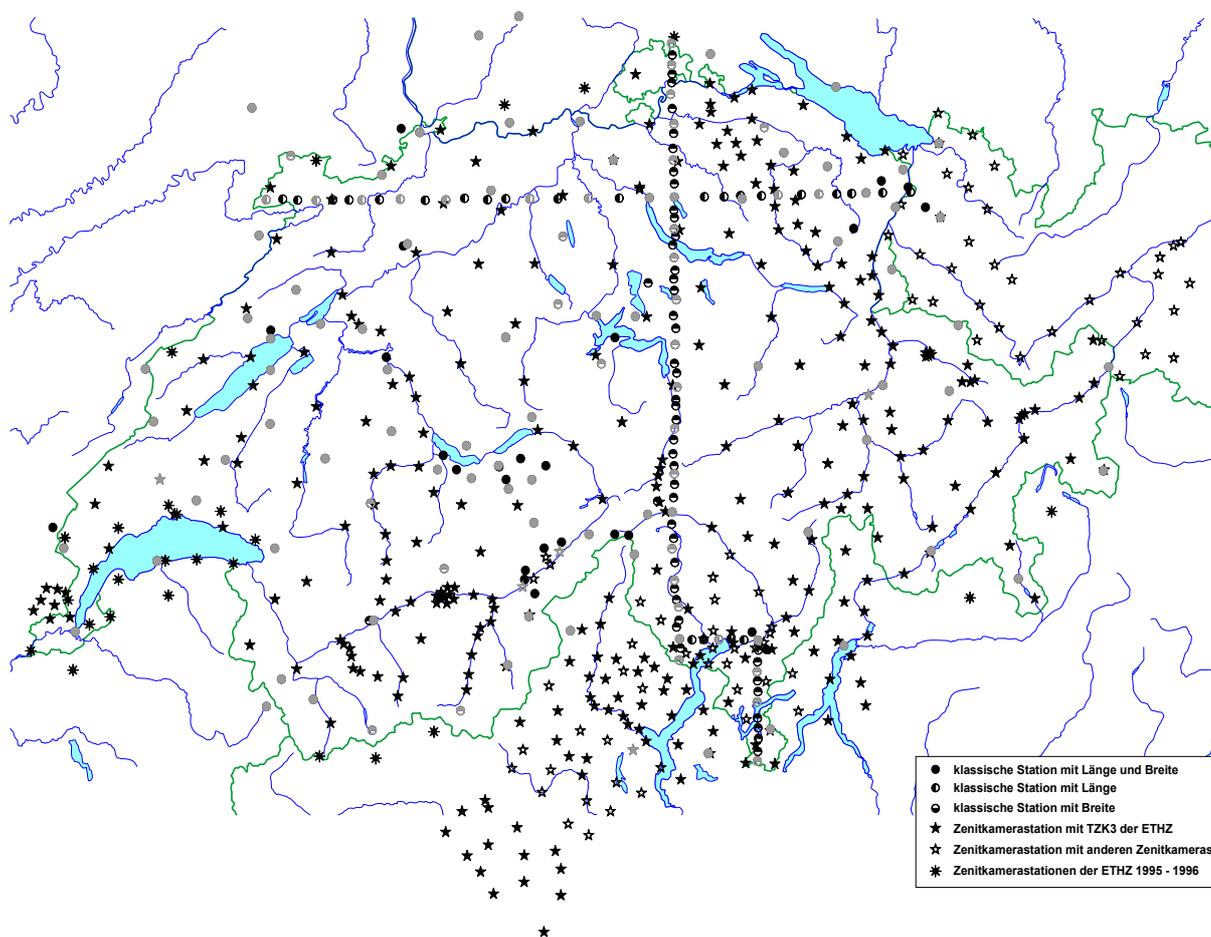


Abb. 4.1-1: Astro-geodätische Stationen der Schweiz (Stand 2001). Farbiger dargestellt sind die Stützpunkte der Geoidbestimmung 1978 (Gurtner-Geoid)

Die beobachteten Lotabweichungen (Abb. 4.1-2) zeigen einen sehr unruhigen Verlauf, welcher insbesondere durch die Topografie verursacht ist. Innerhalb von wenigen km können Differenzen von mehr als 60" auftreten. Dies ist insbesondere im Testnetz Turtmann besonders deutlich, wo die meisten Stationen an den gegenüberliegenden Bergflanken des Rhonetals liegen. Die absolut grössten Werte von über 40" sind im Tessin und in Norditalien am Südrand der Alpen und im Einflussgebiet der Ivrea-Zone zu finden. Im Mittelland dagegen zeigen die Lotabweichungen einen bedeutend ruhigeren Verlauf.

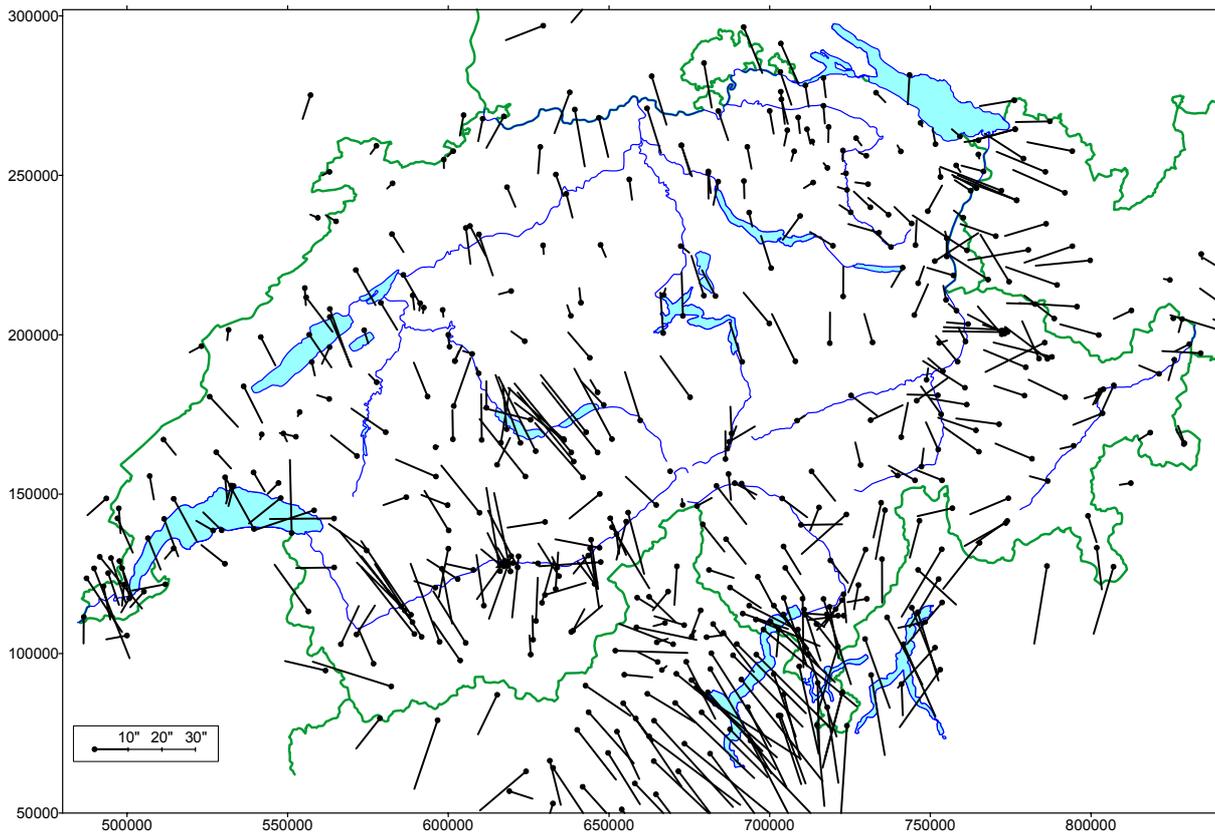


Abb. 4.1-2: Beobachtete Lotabweichungen (in Bogensekunden) im Bezugssystem CH1903

4.2 Schweremessungen

Für die Geoidberechnung 1998 wurde vor allem der gravimetrische Datensatz der Schwerekarte der Schweiz [Klingelé, Olivier, 1980] der Schweizerischen Geophysikalischen Kommission (SGPK) mit ca. 2200 Punkten verwendet. Etwa 260 Stationen in der Südschweiz und in Italien konnten zudem aus Arbeiten von Kissling [1982] und Schwendener [1984] übernommen werden.

Des Weiteren konnten etwa 20'000 Punkte für den neuen Schwereatlas der Schweiz im Massstab 1:100'000 in der Westschweiz und im Mittelland für die Berechnungen verwendet werden. Dieser Datensatz lag allerdings erst am Ende des Jahres 2001 vollständig vor und wird eine wichtige Basis für zukünftige Untersuchungen des Schwerefeldes bilden.

Ein weiterer wichtiger Datensatz, welcher noch nicht in die Geoidbestimmung 1998 eingeflossen ist, bilden die aerogravimetrischen Messungen [Klingelé et al., 1996], welche 1995 durchgeführt wurden. In diesem Projekt wurde die Schweiz in 5000 Metern Höhe gravimetrisch mit einer Genauigkeit von ca. 5 mgal vermessen. Diese Daten können also insbesondere zur Schätzung von Vertikalgradienten und zur Untersuchung von dreidimensionalen Kollokationsansätzen verwendet werden.

Die Messungen des neuen Schweregrundnetzes [Arnet, Klingelé, 1996], dessen Stationen zum grossen Teil identisch mit denjenigen des schweizerischen GPS-Basisnetzes LV95 sind, und die Messungen, welche entlang der Linien des Schweizerischen Landesnivellements durchgeführt wurden, konnten noch nicht vollständig integriert werden, sie dienen jedoch der Berechnung von orthometrischen Höhen für LHN95. Somit sind diese Messungen indirekt in die Geoidbestimmung auf den GPS/Nivellements-Stationen eingeflossen.

4.3 GPS-Stationen mit nivellierter Höhe

Das schweizerische GPS-Grundnetz LV95 (Abb. 4.3-1), welches in den Jahren 1989 bis 1994 etabliert und das erste Mal vermessen wurde, stellt neben seiner Hauptaufgabe als Referenzsystem der neuen Landesvermessung, auch eine wichtige Stütze für eine Geoidbestimmung aus GPS-Messungen in Kombination mit Nivellementdaten dar. Die Haupt- und Verdichtungspunkte sind teilweise durch lokale Nivellements direkt an das Schweizerische Landesnivellement angeschlossen worden. Andere Punkte sind

durch kurze Basislinien mittels GPS an nahe liegende Nivellement-Punkte angeschlossen. Für die Geoidbestimmung 1998 konnten somit etwa 80 Punkte verwendet werden. Seither sind vor allem weitere Verdichtungspunkte und Stationen des GPS-Permanentnetzes AGNES ans Landesnivellement angeschlossen worden, womit heute ca. 120 GPS/Nivellement-Stationen vorliegen, welche für eine neue Geoidbestimmung verwendet werden könnten.

Eine Einschränkung der Anzahl Stützpunkte für CHGEO98 ergab sich durch den damaligen Stand der Auswertung von LHN95 (verwendet wurde die Berechnung von A. Schlatter vom 9. Juli 1998). Es wurden nur solche Stationen verwendet, welche in der Nähe (bis zu 10 km und Höhendifferenz < 300 Meter) eines der in der LHN95-Ausgleichung verwendeten Punktes lagen. Somit verblieben uns für die Lösung 1997 76 Punkte, welche für die Geoidbestimmung verwendet werden konnten. Von diesen 76 Punkten wurden jedoch später noch 2 Punkte aus den Berechnungen eliminiert, da sie sehr grosse Verbesserungen (>10 cm) erhielten.

Die ellipsoidischen Höhen der Punkte stammen aus der Gesamtausgleichung von LV95 aus dem Jahre 1995 von A. Wiget. Die Auswertung der Neumessung von LV95 (CHTRF98) konnte für die Geoidbestimmung 1998 nicht mehr berücksichtigt werden.

Die Potentiale der GPS-Punkte aus der Auswertung von LHN95 wurden mit den bekannten Formeln in Normalhöhen umgerechnet. Durch Differenzbildung zwischen ellipsoidischen Höhen und Normalhöhen erhalten wir die Höhenanomalien ζ , welche als Beobachtungen in die Geoidbestimmung einfließen.

Bemerkung: Die Berechnungen wurden nicht mit orthometrischen Höhen, sondern mit Normalhöhen durchgeführt, damit die Reduktion der Beobachtungen analog zu den Lotabweichungen durchgeführt werden konnte. Testberechnungen haben jedoch gezeigt, dass die Wahl des Höhensystems ohne Bedeutung auf die Bestimmung des Geoids ist, solange bei allen Berechnungen die gleichen Massenmodelle und die gleichen Oberflächenschweren verwendet werden.



Abb. 4.3-1: GPS-Netz LV95 mit Anschlusspunkten ans Landesnivellement (horizontale Quadrate: Stützpunkte in CHGEO98, schräg gestellte Quadrate: keine Stützpunkte in CHGEO98)

5 Die verwendeten Massenmodelle

5.1 Das digitale Höhenmodell

Ausgangsmodell für das in der Geoidbestimmung verwendete digitale Höhenmodell war das DHM25 mit Stand vom Dezember 1997 (alle Karten 1:25'000 und Karten 1:50'000 in Frankreich, Deutschland und Österreich) mit einer Auflösung von 25 Metern. In Gebieten ausserhalb des durch DHM25 abgedeckten Perimeters wurden die DTED1-Daten (Digital Terrain Elevation Data, Level 1) der U.S. National Imaging and Mapping Agency (NIMA) verwendet um das Geländemodell in einem Umkreis von ca. 70 km um das Gebiet der Schweiz zu vervollständigen. Die DTED1-Daten sind im Original in einer Auflösung von 3" mal 3" im WGS84 erhältlich. Für unsere Zwecke wurden sie mit einer Auflösung von 50 mal 50 Meter ins Schweizerische Projektionssystem transformiert.

Um Speicherplatz und Rechenzeit zu sparen musste das Matrixmodell des DHM25 in geeigneter Weise in einem binären Format abgespeichert werden. Dabei wurde jedes Kartenblatt in quadratische Blöcke von jeweils 500 Metern Kantenlänge aufgeteilt.

Es ist aber auch so, dass es viel zu aufwändig wäre, die Wirkung des gesamten Geländemodells mit dieser hohen Auflösung von 25 Metern zu berechnen. Deshalb wurden aus dem DHM25 abgeleitete Modelle mit einer Auflösung von 50 m, 500 m und 10 km mit mittleren Höhen des entsprechenden Gebietes gebildet. Je nach Entfernung der Massen kann somit mit einem gröberen Modell gearbeitet werden, was die Rechenzeit erheblich reduziert aber auch einen kleinen Genauigkeitsverlust verursacht.

Das DHM25 und die daraus abgeleiteten Modelle liegen im Projektionssystem der Schweizerischen Landesvermessung vor. Dies hat den Nachteil, dass für weit entfernte Massen Projektionsverzerrungen auftreten. Die Auswirkungen auf das Schwerefeld sind aber innerhalb der Schweiz vernachlässigbar.

In der verwendeten Version des DHM25 ist die Oberfläche der Seen digitalisiert. Der ebenfalls benötigte Seeboden musste deshalb zusätzlich in einem weiteren Modell berechnet werden.

Seit 1998 wurde das DHM25 durch das Bundesamt für Landestopographie weiter verbessert (bessere Interpolationsalgorithmen, Bruchkanten). Für die Geoidbestimmung ist es jedoch streng genommen nicht zulässig diese neuen Modelle einzuführen, ausser wenn alle einzelnen Berechnungsschritte (Reduktion, Kollokation, Trendbestimmung) ebenfalls neu durchgeführt werden.

5.2 Einführung eines Dichtemodells für die Topografie

Das digitale Höhenmodell enthält nur Aussagen über die geometrische Verteilung der Massen. Über die Dichteverteilung kann nichts ausgesagt werden. Ohne weitere Informationen können wir demnach standardmässig nur mit einer konstanten Dichte (normalerweise 2.67 g/cm^3) arbeiten.

Dichteanomalien können wir berücksichtigen, indem wir separate, von der Topografie getrennte Modelle einführen. Dies ist überall dort sinnvoll, wo grossräumige, nicht bis an die Erdoberfläche reichende Massen auftreten. Als Beispiel für ein solches Modell sei hier die Krusten-Mantel-Grenze (Moho) erwähnt. Wenn jedoch eine Störzone bis an die Erdoberfläche reicht (z.B. Ivrea-Körper), so muss sie mit dem Topografiemodell eine gemeinsame Berührungsfläche bilden. In einem solchen Fall ist es nicht sinnvoll, diese Fläche doppelt abzuspeichern. In der vorliegenden Arbeit wurden deshalb die oberflächennahen Anteile mit dem Topografiemodell verknüpft und nur die tieferen Anteile in einem gesonderten Modell behandelt.

Für die oberflächennahen Dichteanomalien wurde nun ein 2-dimensionaler Ansatz zu deren Berücksichtigung gewählt. Wir formen geschlossene Polygone und rechnen den Einfluss der Topografie innerhalb eines solchen Polygons mit einer anderen als der Standarddichte. Im Moment sind in der Auswertesoftware drei verschiedene Arten von solchen Polygonen definiert.

Typ 1 wird verwendet, um die Wassermassen der Seen zu berechnen. Solche Polygone werden durch Seekonturen gebildet und benötigen als zusätzliche Information die Höhe des Seespiegels. Eine Voraussetzung ist, dass der Seeuntergrund im digitalen Geländemodell enthalten ist. Dies ist im Moment jedoch noch nicht der Fall. Deshalb wurden solche Polygone in den Arbeiten für CHGEO98 noch nicht verwendet.

Typ 2 ist durch eine konstante Dicke einer Struktur mit anomaler Dichte charakterisiert. Typ 2 wurde in dieser Arbeit nur zur Berechnung der Wirkung von Gletschern verwendet. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit besteht in der Modellierung von Sedimenten.

Ein Polygon vom Typ 3 ist dadurch gekennzeichnet, dass mit ihm eine Dichteanomalie bis auf eine konstante Meereshöhe modelliert wird. Sie kamen in den Arbeiten für CHGEO98 in der Modellierung des Ivrea-Körpers und der Po-Sedimente zur Anwendung. Bei diesen Modellen wurde nur der tief gelegene Teil in separaten Modellen erfasst, während die Wirkung des oberflächennahen Teils durch Polygone berechnet wird.

Die Polygone des Typs 2 und 3 werden durch vertikale Linien begrenzt. Dies ist für eine in der Natur vorkommende geologische Struktur natürlich eine sehr schlechte Annahme. Zum jetzigen Zeitpunkt ist es jedoch das einzige Modell, welches ohne sehr grossen zusätzlichen Aufwand zur Verfügung gestellt werden kann.

5.3 Weitere Massenmodelle

Wie in Kapitel 5.2 bereits erwähnt, können nicht alle geologischen Strukturen, welche einen wesentlichen Einfluss auf das Schwerfeld haben, in ein einziges digitales Geländemodell integriert werden. An dieser Stelle werden nun die übrigen Modelle vorgestellt.

5.3.1 Moho-Modell

Im Gegensatz zu den Arbeiten von Elmiger werden heute in der Schweiz die isostatischen Korrekturen nicht mehr mit einem der üblichen isostatischen Kompensationsmodelle (z.B. Pratt-Hayford), sondern mit einem Modell der Krusten-Mantel-Grenze (Moho) berechnet. Für CHGEO98 konnten im Wesentlichen die Ergebnisse des Nationalen Forschungsprogrammes 20 (NFP20) verwendet werden. Die minimale Mohotiefe beträgt in der Region von Basel etwa 26 km und steigt in Richtung der Alpen auf über 60 km an. Aus Interpretationen von gravimetrischen und astrogeodätischen Messungen ergab sich ein für die Reduktionen geeigneter Dichtekontrast von 0.37 g/cm^3 . Die von uns durchgeführten Reduktionsberechnungen bezogen sich jeweils auf eine mittlere angenommene Mohotiefe (Ausgleichstiefe) von 34 km.

5.3.2 Po-Sedimente

Neben der Moho ist die Po-Ebene die wichtigste Störmasse, welche für Schwerfeldbetrachtungen in unserem Gebiet berücksichtigt werden muss. Ihre tertiären und quartären Sedimente erreichen eine maximale Mächtigkeit von 12 km mit einem Oberflächendichtekontrast gegenüber der mittleren Topografie von -0.8 g/cm^3 . Der maximale Effekt dieser Sedimente auf die Schwere beträgt -130 mgal [Schwendener, 1984]. Im Einzugsgebiet der schweizerischen Geoidberechnung beträgt der Einfluss allerdings nur wenige mgal. Dagegen ist die Horizontalkomponente des Schwerevektors im Süden unseres Landes noch deutlich spürbar und verursacht Lotabweichungen von mehr als $5''$ [Marti, 1988]. Für unsere Berechnungen wurde das Modell von Schwendener unverändert übernommen. Es enthält neben der geometrischen Information auch eine mit der Tiefe variierende Dichtefunktion. Für die Berechnungen wurde das Modell von Schwendener auf ein regelmässiges $5 \text{ mal } 5 \text{ km}$ Gitter interpoliert. Zudem wurde der oberflächennahe Teil, wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt, vom eigentlichen Modell der Po-Sedimente getrennt und nun zusammen mit dem Einfluss der sichtbaren Topografie behandelt.

5.3.3 Ivrea-Körper

Diese mächtige intrakrustale Störzone verursacht im Süden der Schweiz eine deutliche Störung des Schwerfeldes. So werden im Oberwallis und im Tessin Lotabweichungen von $25''$ bis $30''$ gemessen, welche durch den Ivrea-Körper verursacht werden. Der maximale Einfluss auf die Schwere beträgt bei Locarno mehr als 100 mgal [Bürki, 1989]. Da sich der Ivrea-Körper an vielen Stellen zudem bis an die Erdoberfläche erstreckt und dadurch auch grosse Lotkrümmungen hervorruft, ist es unverzichtbar, ein Modell bei der Reduktion von Schwerfeldmessungen zu berücksichtigen. Das Modell wurde von Bürki [1989] vor allem aus Lotrichtungsmessungen und Schweredaten zusammengestellt. Es wurde aus Rechteckquadern und Dreiecksprismen mit jeweils individueller Dichte zusammengesetzt und ist in der Tiefe auf das Moho-Modell aufgesetzt. An seiner oberen Fläche reicht das Modell von Bürki bis auf "Meereshöhe". Deshalb muss der darüber liegende, bis an die Oberfläche reichende Teil gesondert modelliert und berechnet werden. Dies wurde ebenso wie bei den Po-Sedimenten durch die Integration des Modells in die Topografie gelöst. Bei der Modellierung von Bürki ergaben sich maximale Dichtekontraste von 0.4 g/cm^3 , sie sind also etwa in der gleichen Grössenordnung wie diejenigen der Moho-Diskontinuität.

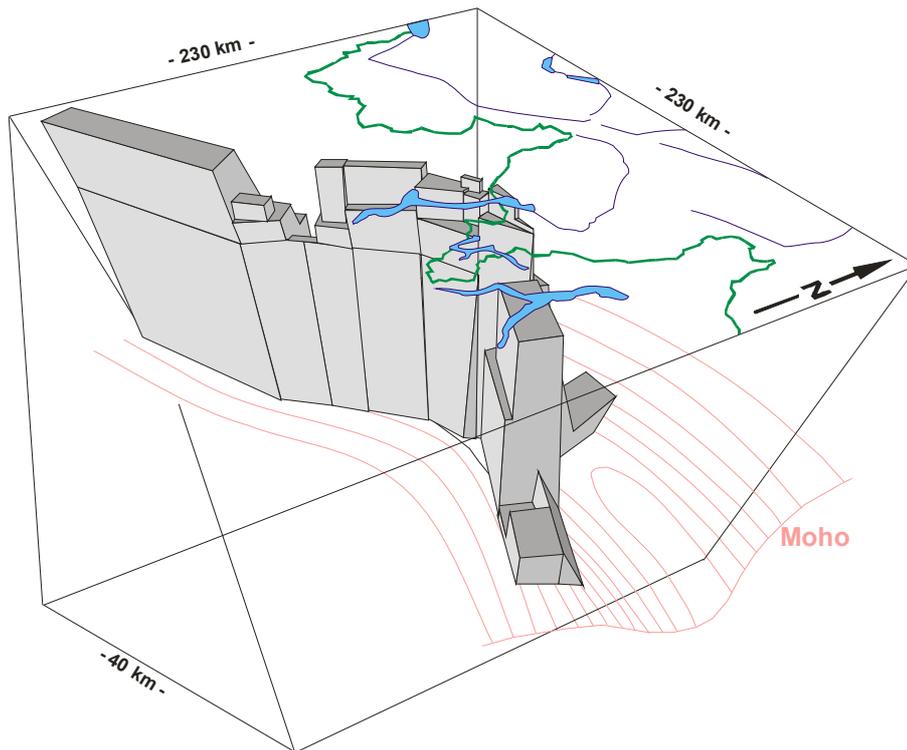


Abb. 5.3-1: Modell des Ivrea-Körpers nach Bürki [1989], Ansicht von Osten

5.3.4 Seen, quartäre Talfüllungen, Gletscher

Die Wassermassen der Seen verursachen relativ geringe Potentialunterschiede und wirken sich nur in unmittelbarer Ufernähe auf die Messungen aus. Aber umso mehr müssen sie bei der Reduktion berücksichtigt werden, damit diese lokalen Effekte nicht in die Interpolation einfließen. Dasselbe gilt in gleicher Form auch für Talfüllungen und Gletscher, sowie für alle weiteren lokalen, oberflächennahen Dichteanomalien, in deren Nähe sich Messstationen befinden.

Das Modell der Schweizer Seen sollte eigentlich, wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt, im Topografiemodell enthalten sein. Zurzeit ist dieser Schritt jedoch noch nicht realisiert. Deshalb wurde behelfsmässig ein Modell generiert, welches aus den Landeskarten 1:25'000 und 1:50'000 digitalisiert wurde. Dadurch können wegen der geringen Auflösung dieses Modells bei der Schwerfeldberechnung Fehler in der Grössenordnung von einigen wenigen mgal entstehen. Das heute verfügbare Modell umfasst etwa die 30 grössten Seen der Schweiz und des benachbarten Auslandes, welche jeweils als Einzelquader mit Seitenlängen von 500 bis 1000 Metern abgespeichert sind. Die grössten fehlenden Seen sind der Lac de Joux und der Stausee der Grande Dixence.

Bedeutend weniger einfach als das Tiefenmodell für die Seen, ist ein Mächtigkeitsmodell für die Gletscher zu erstellen. Bis heute sind nur die grössten Gletscher systematisch auf ihre Mächtigkeit hin untersucht worden. Die berechneten Eisdicken sind zudem mit einem Fehler von $\pm 30\%$ behaftet. Deshalb wurde in dieser Arbeit nur ein sehr grobes Modell des Aletschgletschers verwendet. Es ist dies der einzige Gletscher der Schweiz, in dessen unmittelbaren Nähe Lotabweichungsbeobachtungen durchgeführt wurden. Die grösste Eismächtigkeit dieses Gletschers beträgt am Konkordiaplatz ca. 950 Meter. Wegen der ungenau bekannten Geometrie der Gletscher ist die Annahme einer einheitlichen Eisdichte von 0.9 g/cm^3 kein Verlust der Genauigkeit. Bereits Elmiger hat in seiner Arbeit [Elmiger, 1969] ein einfaches Modell aus Quadern für den Aletschgletscher verwendet und kam bei seinen Berechnungen auf maximale Korrekturen von $2.2''$ an der Station Konkordia. Für die vorliegende Arbeit wurde der Aletschgletscher durch einige Polygone des Typs 2 aus Kapitel 5.2 geformt und somit zusammen mit dem Topografieeinfluss berechnet.

Für die quartären Sedimentbecken der grössten Flüsse besteht bis heute noch kein umfassendes Modell. Für einige Gebiete wurde, ähnlich wie in [Bürki, 1989] aus der Landeskarte grob die Form des Sedimenttrogs abgeschätzt und durch einige wenige Quader modelliert.

Die quartären Sedimente sind ein relativ wichtiges Massenmodell, da viele Stationen direkt auf ihnen installiert wurden. Auf den anderen Stationen hingegen wirken sie sich überhaupt nicht aus. Wie es sich im

Ivrea-Projekt zeigte, können die Auswirkungen auf die Lotabweichungen mehr als 2" betragen (Magadino-Ebene).

Die quartären Talfüllungen stellen bei weitem nicht die einzigen geologischen Strukturen mit einer vom Mittelwert abweichenden Dichte dar. Für eine genaue Reduktion der Messdaten müssten noch andere lokale Dichteanomalien der Erdkruste berücksichtigt werden. Dazu fehlt uns in der Schweiz jedoch weitgehend die nötige Information, da bis heute keine Dichteprovinzkarte der Schweiz verfügbar ist. Die geologische Karte der Schweiz hilft zur Lösung dieses Problems wenig, da Gesteine derselben Formation durchaus unterschiedliche Dichtewerte aufweisen können. Diese Erkenntnis war auch bei der Geoidberechnung in Österreich 1983 bekannt. Trotzdem hat es sich dabei als zweckmässig erwiesen, die Dichteprovinzgrenzen entlang der hauptsächlich geologisch-tektonischen Trennlinien zu ziehen. Die dritte Dimension der Strukturen wurde dabei aber mangels genügender Tiefeninformationen vernachlässigt. So entstanden im Modell überall senkrechte Schichtgrenzen. Dieses Vorgehen bedeutet jedoch schon eine starke Verbesserung gegenüber einer topografischen Reduktion mit einer Einheitsdichte über das ganze Gebiet. Die ausschlaggebenden oberflächennahen geologischen Strukturen wurden erfasst, während sich die Fehler in den tiefer gelegenen Schichten nicht stark auf die Messungen auswirken.

6 Bemerkungen zu den Referenzsystemen

Um die Schwerefeldberechnungen sinnvoll durchführen zu können, müssen sich alle Beobachtungen, aber auch die Massenmodelle, auf ein einheitliches Referenzsystem beziehen. Diese Bedingung ist bei den von uns verwendeten Datensätzen nicht von Anfang an gegeben. Deshalb müssen vor der eigentlichen Geoidberechnung Transformationen durchgeführt werden.

6.1 Benutzte Referenzsysteme

Das heute in der Schweiz offiziell gültige Referenzsystem für geodätische und vermessungstechnische Anwendungen wird als CH1903 bezeichnet. Das ihm zu Grunde liegende Ellipsoid ist das Bessel-Ellipsoid, welches in der alten Sternwarte von Bern gelagert wurde. Auf diesem Ellipsoid wurde eine schiefachsige, konforme Zylinderprojektion definiert, auf welcher alle Landeskarten und vermessungstechnischen Arbeiten basieren. Deshalb liegen heute die Lagekoordinaten sämtlicher Schwerestationen und astrogeodätischen Stationen in diesem System vor. Ebenso beziehen sich alle digitalen Höhenmodelle und weiteren Massenmodelle auf dieses System.

CH1903 hat sich seit seiner Einführung gut bewährt und wurde von den Anwendern rasch akzeptiert. Es hat jedoch den Nachteil, dass sein Bezug zu globalen Systemen wegen lokaler Verzerrungen nicht mit der heute verlangten Genauigkeit hergestellt werden kann. Zudem liegen seine Koordinatenachsen nicht parallel zur Erdachse (Laplace-Bedingung nicht streng erfüllt), und es weist einen mittleren Massstabsfehler von -5.7 ppm auf.

Seit sich GPS auch in der Landesvermessung durchgesetzt hat, ist es möglich, die Nachteile des bisherigen Systems effizient und mit hoher Genauigkeit zu korrigieren. Die Originalauswertungen der GPS-Messungen von LV95 wurden im Referenzrahmen ITRF93 des Bezugssystems ITRS89 ausgeführt. Durch eine Drehung um den Massenschwerpunkt der Erde kann diese Lösung auf das europäische Referenzsystem ETRS89 transformiert werden. Dieses System könnte nun auch als neues Bezugssystem der Schweizerischen Landesvermessung verwendet werden. Es hat den Vorteil, dass es ein wohl definiertes System ohne Massstabsfehler ist, welches sich parallel zur tektonischen Bewegung der Eurasischen Lithosphärenplatte mitbewegt. Es eignet sich für sämtliche gesamteuropäischen geodätischen Arbeiten und zum Datenaustausch zwischen den einzelnen Ländern. ETRS89 ist deshalb ein System, in welchem sich die Resultate der vorliegenden Arbeiten ausdrücken lassen müssen.

Für die praktische Anwendung in der schweizerischen Landesvermessung hat es jedoch den Nachteil, dass grosse Koordinatendifferenzen zum vertrauten CH1903 auftreten. Deshalb wurde entschieden, dieses System nur für wissenschaftliche Zwecke und im Datenverkehr mit den Nachbarländern zu verwenden. Für alle praktischen Arbeiten in der Schweiz wird das System CH1903+ eingeführt, welches möglichst geringe Unterschiede zur bisherigen Landesvermessung aufweisen soll. Deren Nachteile (Massstab, Nichtparallelität der Koordinatenachsen zum globalen System) wurden eliminiert. Zudem wurden die Definitionen der Fundamentalgrößen von der heute nicht mehr existierenden alten Sternwarte in Bern auf die Satelliten-Beobachtungsstation Zimmerwald verschoben.

Die Unterschiede zwischen CH1903 und CH1903+ betragen in der Lage maximal 2 Meter, welche vor allem durch die Korrektur des Massstabes verursacht werden. In der Höhe hingegen wirkt sich vor allem die

Nichtparallelität der Koordinatenachsen aus und führt zu einer systematischen Verkipfung der ellipsoidischen Höhen in Nord-Süd-Richtung von ca. 0.5 Metern von Schaffhausen bis Chiasso. Dies entspricht einem Drehwinkel von 0.45".

Für viele Anwender (Navigation, Militär, Landeskarten) liegen diese Unterschiede in einem Bereich, der unterhalb der benötigten Genauigkeit liegt, so dass für ihre Zwecke keine Systemumstellung nötig ist. Aber auch für die Schwerefeldbestimmung kann für viele Zwecke der systematische Unterschied zwischen CH1903 und CH1903+ vernachlässigt werden, wie zum Beispiel in der geografischen Lokalisierung von Massenmodellen (digitales Höhenmodell) oder bei der Berechnung von Lotabweichungen. Für andere Berechnungen, insbesondere bei der Stützung des Geoids durch 'direkt beobachtete' Undulationen mittels GPS und Nivellement, sind die systematischen Unterschiede jedoch von entscheidender Bedeutung. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit, wo immer möglich und nötig, mit den Systemen CH1903+ oder ETRS89 gearbeitet. Erst ganz am Schluss werden die Resultate in andere Systeme transformiert.

6.2 Transformation von Schwerefeldgrössen

In diesem Unterkapitel wird dargestellt, wie sich die verschiedenen Schwerefeldgrössen und die zu ihrer Berechnung nötigen weiteren Grössen in den unterschiedlichen Bezugssystemen verhalten. Besondere Beachtung finden dabei die für die Schweiz wichtigen Systeme CH1903, CH1903+ und ETRS89.

6.2.1 Lotabweichungen

Die Lotabweichungen ergeben sich aus den Beziehungen:

$$\xi = \Phi - \varphi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\varphi)$$

also aus der Differenz zwischen den astronomischen Koordinaten Φ und Λ und den geodätischen Koordinaten φ und λ . Eine Voraussetzung, um diese einfachen Formeln anwenden zu können, ist jedoch, dass die Laplace-Bedingung für das lokale Bezugssystem streng erfüllt sein muss, oder mit anderen Worten: Das terrestrische Bezugssystem muss zum astronomischen System achsparallel sein. Falls dies nicht der Fall ist, erfahren die Lotabweichungen eine Korrektur, in welcher die Drehwinkel zwischen den einzelnen Systemen enthalten sind. Die Formeln können z. B. [Groten, 1979] oder [Torge, 1980] entnommen werden:

$$\xi = \Phi - \varphi + \sin(\lambda) \cdot \alpha - \cos(\lambda) \cdot \beta$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\varphi) - \sin(\varphi) \cdot (\cos(\lambda) \cdot \alpha + \sin(\lambda) \cdot \beta) + \cos(\varphi) \cdot \gamma$$

In diesen Formeln können die astronomischen Koordinaten Φ und Λ als systemunabhängige Grössen beobachtet werden. Die systemabhängigen Grössen φ und λ sowie die Transformationsparameter α , β und γ ergeben sich aus der Festlegung des geodätischen Datums und terrestrischen sowie GPS-Beobachtungen. Die Umrechnung der geodätischen Koordinaten von einem System in das andere erfolgt am einfachsten über den Weg der geozentrischen Koordinaten und einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation mit den bekannten Formeln z.B. aus [Kahle, 1988] für die Umrechnung von geodätischen in geozentrische Koordinaten und [Schmid, Heggli, 1978] für den Übergang zwischen verschiedenen Referenzsystemen.

Die beiden Systeme ETRS89 und CH1903+ können mit genügender Genauigkeit als parallel zum astronomischen System betrachtet werden. Es genügt hier, mit den vereinfachten Formeln für die Berechnung der Lotabweichungen zu rechnen.

Anders verhält es sich beim System CH1903. Dort wurden zur Transformation vom globalen System (WGS84) ins lokale System die so genannten 'GRANIT-Parameter' verwendet, bei denen auch 3 Rotationen enthalten sind. Deshalb müssten hier die Lotabweichungen mit den modifizierten Formeln berechnet werden. Dies wurde bei der Geoidberechnung von Gurtner 1978 (richtigerweise) nicht berücksichtigt. Dies hat zur Folge, dass das astrogeodätische Geoid von Gurtner (CH1903) und ein neues astrogeodätisches Geoid im CH1903+ diesen Systemunterschied nicht aufzeigen. Die Inkonsistenz zwischen den beiden Systemen ist heute nachträglich kaum mehr zu korrigieren, weil sowohl das Geoid von Gurtner als auch die 'GRANIT-Parameter' in der Praxis weit verbreitet waren. Dies bleibt jedoch für die praktische Anwendung ohne Bedeutung, falls nicht versucht wird, Lotabweichungen und auch Geoidhöhen über eine räumliche

Ähnlichkeitstransformation mit den 'GRANIT-Parametern' vom CH1903 ins CH1903+ oder umgekehrt, zu transformieren.

Ein weiteres Problem ergibt sich bei der Verwendung von Lotabweichungen aus der Tatsache, dass sie sich auf die ellipsoidische (geografische) Nordrichtung beziehen, dass aber praktisch alle vermessungstechnischen Arbeiten im schweizerischen Projektionssystem durchgeführt werden und sich demzufolge auf die Nordrichtung der Projektion beziehen. Auch liegen sämtliche in dieser Arbeit vorliegenden Massenmodelle im schweizerischen Projektionssystem vor. Um nun auch die beobachteten Lotabweichungen in diesem System verwenden zu können, müssen sie zunächst um die Meridiankonvergenz m gedreht werden. Dies geschieht mit folgenden Formeln:

$$\begin{aligned}\xi_{KN} &= \xi_{GN} \cdot \cos(m) + \eta_{GN} \cdot \sin(m) \\ \eta_{KN} &= \eta_{GN} \cdot \cos(m) - \xi_{GN} \cdot \sin(m)\end{aligned}$$

mit: ξ_{KN} : Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung gegenüber der Karten-Nordrichtung
 η_{KN} : West-Ost-Komponente der Lotabweichung gegenüber der Karten-Nordrichtung
 ξ_{GN} : Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung gegenüber der geodätischen Nordrichtung
 η_{GN} : West-Ost-Komponente der Lotabweichung gegenüber der geodätischen Nordrichtung
 m : Meridiankonvergenz

Um diese Formeln anwenden zu können, müssen beide Lotabweichungskomponenten bezüglich der geografischen Nordrichtung bekannt sein. Es gibt jedoch sehr viele Stationen, bei welchen nur eine Komponente beobachtet wurde und die andere deshalb näherungsweise aus Massen berechnet werden musste. Durch diese Drehung entstehen maximale Korrekturen an einer einzelnen Komponente von ca. 0.5".

6.2.2 Geoidundulationen und Höhenanomalien

Die 'beobachteten' Geoidundulationen und Höhenanomalien ergeben sich aus der Differenz zwischen den ellipsoidischen Höhen aus GPS-Beobachtungen und orthometrischen Höhen (resp. Normalhöhen) aus Nivellement-Messungen. Dabei sind orthometrische Höhen und Normalhöhen unabhängig vom gewählten Referenzellipsoid und können (zumindest theoretisch) beobachtet werden. Die einzige Schwierigkeit besteht dabei in der Festlegung des Nullpunkts oder Ausgangshorizonts. Im bisherigen System CH1903 wurde dieser so gewählt, dass sich auf dem RPN (Repère Pierre du Niton) in Genf eine Höhe von 373.6 Metern ergibt. Dieser Wert stammt im Wesentlichen aus Anschlussmessungen an den Pegel von Marseille. Im CH1903+ wurde dieser Wert grundsätzlich beibehalten. Aus einer provisorischen kinematischen Ausgleichung des Landesnivellements wurde jedoch daraus das Potential und die orthometrische Höhe für den neuen Fundamentpunkt in Zimmerwald bestimmt und mit einem Wert von 897.9063 Metern (880.4475 GPU) als neuen Ausgangshorizont für die Landesvermessung festgehalten (Epoche 1993.0). Bei einer weiteren Ausgleichung des Landesnivellements (LHN95) wird sich daher der Wert des RPN leicht ändern.

Im ETRS89 hingegen wurde von den Potentialwerten der Knotenpunkte des europäischen Nivellements (UELN Lösung 1986 [Ehmsperger, Kok, 1986]) ausgegangen. Diese Lösung stützt sich auf den Pegel von Amsterdam (NAP). Aus dieser Berechnung ergibt sich für Zimmerwald eine orthometrische Höhe von 897.8027 Meter (Potential 880.3459 GPU). Zum System CH1903+ ergibt sich also ein konstanter Offset ΔP von ca. 10 cm.

Um nun eine Geoidundulation oder Höhenanomalie von CH1903+ ins ETRS89, oder umgekehrt, zu transformieren, ist es wiederum am einfachsten, wenn man den Weg über geozentrische Koordinaten nimmt. Dabei kann in den bekannten Transformationsformeln die ellipsoidische Höhe durch die Geoidundulation oder Höhenanomalie ersetzt werden. Anschliessend an diese Umrechnung wird nun noch die Korrektur wegen des unterschiedlichen Ausgangshorizonts angebracht.

6.2.3 Schwerewerte

Die absoluten Schwerewerte sind als Betrag des Schwerevektors unabhängig vom gewählten Referenzsystem. Mit genügender Genauigkeit können sie der Vertikalkomponente gleichgesetzt werden. Die Normalschwere kann nur für ein mittleres Erdellipsoid sinnvoll gerechnet werden, da sie für lokale Systeme im Allgemeinen nicht definiert ist. Somit sind auch die Schwereanomalien nur in einem globalen System ausdrückbar und hängen nur von der verwendeten Normalschwereformel ab. Die Reduktion der Schwere um den Einfluss bekannter Massenmodelle wird ebenfalls annähernd unabhängig vom Bezugssystem

durchgeführt. Dadurch liegen auch die Residualschweren im globalen System vor und können nicht in einfacher Weise in ein lokales System transformiert werden, wie dies für Lotabweichungen und Geoidundulationen möglich ist.

Bei einer kombinierten Geoidbestimmung mit Schwereanomalien, Lotabweichungen und 'beobachteten' Geoidundulationen ist es deshalb einfacher, die Berechnungen im globalen Bezugssystem der Schweremessungen durchzuführen. Falls die Berechnungen trotzdem in lokalen Systemen durchgeführt werden, ist es erlaubt, für den Verlauf der Schweren unbekannte Parameter (Offset, Trend) anzusetzen.

7 Die Reduktion der Beobachtungen

7.1 Einführung

In Regionen mit bewegter Topografie und komplexen geologischen Strukturen ist es im Allgemeinen nicht ohne weiteres möglich, das Schwerefeld aus den durchgeführten Messungen direkt zu bestimmen. Vorgängig müssen die Einflüsse von Massen eliminiert werden, welche eine hochfrequente Störung des Schwerefeldes verursachen, die normalerweise durch Messungen nicht vollständig erfasst werden können. Dies ist insbesondere für oberflächennahe Massen der Fall, also für die Topografie und lokale Dichteanomalien. Durch deren Elimination kann das Schwerefeld auch in Gebieten mit reduzierter Stützpunktdichte mit genügender Genauigkeit bestimmt werden.

Ein zweiter Grund für die Einführung von Massenmodellen ist die Fortsetzung des Schwerefeldes auf Meeresniveau, wie dies in der Berechnung von Geoid und orthometrischen Höhen nötig ist. Da normalerweise direkt auf dem Geoid selbst keine Messungen durchgeführt werden können, ist es unumgänglich, diese Werte durch Annahmen über die Massenverteilung im Erdinneren zu präzisieren. Dies ist einer der Hauptnachteile des Systems Geoid und orthometrische Höhen gegenüber dem System, bestehend aus Quasigeoid und Normalhöhen, welches allein aus Beobachtungen an der Erdoberfläche bestimmbar ist. Aber auch bei der Berechnung des Quasigeoids ist es in der Praxis in gebirgigen Gegenden unumgänglich, zumindest ein Topografiemodell einzuführen, um die Anzahl der Stützpunkte für die Schwerefeldbestimmung möglichst klein zu halten und die Genauigkeit zu steigern.

Als spezielles Massenmodell kann ein hochauflösendes globales Kugelfunktionsmodell des Schwerefeldes bezeichnet werden. Falls man, wie in den Arbeiten zu CHGEO98, kein solches einführt, können nach der Reduktion der Beobachtungen relativ grosse Trends in den Residuen verbleiben, welche vor der Interpolation des Restfeldes noch zusätzlich durch einen geeigneten Ansatz eliminiert werden müssen. Wesentlich ist die Einführung eines globalen Referenzmodells insbesondere bei einer rein gravimetrischen oder rein astrogeodätischen Bestimmung des Geoids. Falls man jedoch auch genügend 'direkt beobachtete' Geoidundulationen in die Berechnungen einbezieht, kann darauf verzichtet werden.

7.2 Berechnungsmethoden für Masseneinflüsse

Eine übliche Methode, um den Einfluss von Massen zu berechnen, ist die Aufteilung der Modelle in einzelne einfache geometrische Figuren (Quader, Prismen, Zylindersektoren), von welchen die Massenanziehung mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz einfach berechnet werden kann. Mit wachsender Entfernung der Massen von den Stationen werden diese Körper dann durch noch einfachere Modelle (Massenlinien und Massenpunkte) approximiert. Diese Methode ist insbesondere für die Berechnung der Wirkung der Topografie sowohl in der Geodäsie als auch in der Geophysik weit verbreitet und liefert in der Regel sehr gute Resultate. Ein Problem bei der Verwendung dieser Methode ist jedoch, dass eine komplexe geologische Struktur damit nicht ohne Einführung von Kanten und Winkeln eingeführt werden kann. Neuere Methoden versuchen deshalb, den Störkörper direkt durch ein unregelmässig geformtes Polyeder zu modellieren [Arnet, 1992]. Der Einfluss auf das Schwerefeld wird in diesem Fall über ein Oberflächenintegral des Schwereflusses berechnet. Für grobe Modellierungen von tief gelegenen Strukturen ist dies sicher eine effiziente Alternative zur klassischen Berechnung des Einflusses von senkrechten Quadern. Für relativ einfach strukturierte Massen kann damit sehr viel an Rechenzeit eingespart werden. Andererseits ist diese Methode für die Berechnung des Einflusses einer Masse, welche sehr unregelmässig geformt ist, wie zum Beispiel der Topografie, nicht schneller als die Berechnung eines Modells, welches aus einzelnen Quadern gebildet ist. Bei diesen Modellen geht der Vorteil der Berechnung eines Oberflächenintegrals verloren. Zudem verursacht ein solches Modell grosse Schwierigkeiten bei der Generalisierung des Modells.

Zur Erklärung sei hier ein Beispiel aufgeführt: Bei der Berechnung des Einflusses der Topografie wird die nächste Umgebung mit einem sehr hochauflösenden Modell gerechnet. Je weiter die Massen vom Aufpunkt

entfernt sind, desto geringer wird die Auflösung gewählt. Dies lässt sich sehr einfach durchführen, weil sich ein Geländemodell, welches in Quadern (oder auch Zylindersektoren) vorliegt, einfach in Teilmodelle aufteilen lassen, die sich anschliessend massengleich generalisieren lassen. Bei einem Geländemodell, welches als unregelmässiger Polyeder vorliegt, kann man diese Aufteilung nicht mehr ohne weiteres durchführen. In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode der Berechnung mittels Polyedern noch nicht überall eingeführt (insbesondere Mohotiefe, Ivrea-Körper), sondern nur für die Berechnung des Einflusses der unmittelbaren Stationsumgebung. (siehe Kapitel 7.3.1).

7.3 Einflüsse von Massenmodellen

7.3.1 Wirkung der Topografie

Wie in Kapitel 5.1 erwähnt, liegt das Topografiemodell in Rasterform mit unterschiedlichen Auflösungen vor (25 Meter, 50 Meter, 500 Meter, 10 Kilometer). Die genauesten Resultate bei der Berechnung des Einflusses der Topografie erhält man, wenn man immer mit dem höchstaflösenden Modell arbeitet. Dies ist jedoch aus Gründen der Rechenzeit, welche dafür benötigt wird, in der Praxis ausgeschlossen. Man muss deshalb abschätzen, bis zu welcher Entfernung welches Modell verwendet werden muss, ohne dass signifikante Fehler in die berechneten Schwerfeldkomponenten einfließen.

Von Beginn weg wurde entschieden, für die Berechnung des Einflusses der Topografie immer das ganze vorhandene Modell zu verwenden, also nicht - wie zum Beispiel in der Gravimetrie üblich - nur bis zu einem bestimmten Grenzradius (oft benutzt wird $r=167$ km). Dies hat den Grund darin, dass individuelle Einzugsgebiete zwar sowohl für Schwermessungen als auch für Lotabweichungen sehr gute Resultate liefern, aber bei der Berechnung der Wirkung auf das Potential lokal Nebeneffekte auftreten können, welche eine Grössenordnung von mehreren cm erreichen.

Zudem können die Säulen des Topografiemodells mit der strengen Quaderformel berechnet, oder aber durch Massenlinien oder Massenpunkte approximiert werden. Auch dies hat einen wesentlichen Einfluss auf die Rechengeschwindigkeit. Auch hier gilt es, Grenzdistanzen festzulegen, ab welchen die Vereinfachungen zulässig sind. Als Zusammenfassung der Untersuchungen zu diesen Grenzabständen können folgende Angaben dienen, welche einen Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit bilden:

Grenze	Distanz	maximal begangener Fehler auf		
		Potential	Schwere	Lotabw.
MH500 - MH10	50 km	1.6 cm	0.13 mgal	0.07 "
Linie - Punkt MH10	-	-	-	-
Quader - Linie MH10	∞	-	-	-
Linie - Punkt MH500	20 km	0.3 cm	0.03 mgal	0.01 "
Quader - Linie MH500	5 km	0.1 cm	0.09 mgal	0.02 "
MH50 - MH500	1250 m	0.2 mm	0.18 mgal	0.05 "
Linie - Punkt MH50	-	-	-	-
Quader - Linie MH50	300 m	0	0.01 mgal	0
DHM25 - MH50	100 m	0	0.09 mgal	0.02 "

Tabelle 7.3-1: Gewählte Grenzdistanzen für die Berechnung des Einflusses der Topografie und durch die Vereinfachung maximal begangene Fehler

Nachdem die Grenzdistanzen festgelegt wurden, konnte nun der Topografieeinfluss berechnet werden. Als Dichte wurde dabei generell 2.67 g/cm^3 gewählt, ausser in den Regionen, des Ivrea-Körpers und der Po-Ebene, wo nach dem Verfahren von Kapitel 5.2 Polygone mit anomaler Dichte eingeführt wurden.

Diese Berechnungen wurden für sämtliche astrogeodätischen Stationen, Schwerestationen, LV95-Punkte und in einem regelmässigen 1-km-Gitter berechnet.

Als Beispiele dieser Wirkung sind hier der Einfluss auf die Geoidhöhe dargestellt (Abb. 7.3-1), um den groben Verlauf der Topowirkung zu zeigen, aber auch die Wirkung auf die Lotabweichungen (Abb. 7.3-2), um den lokal sehr stark variierenden Charakter dieser Korrektur noch einmal zu betonen.

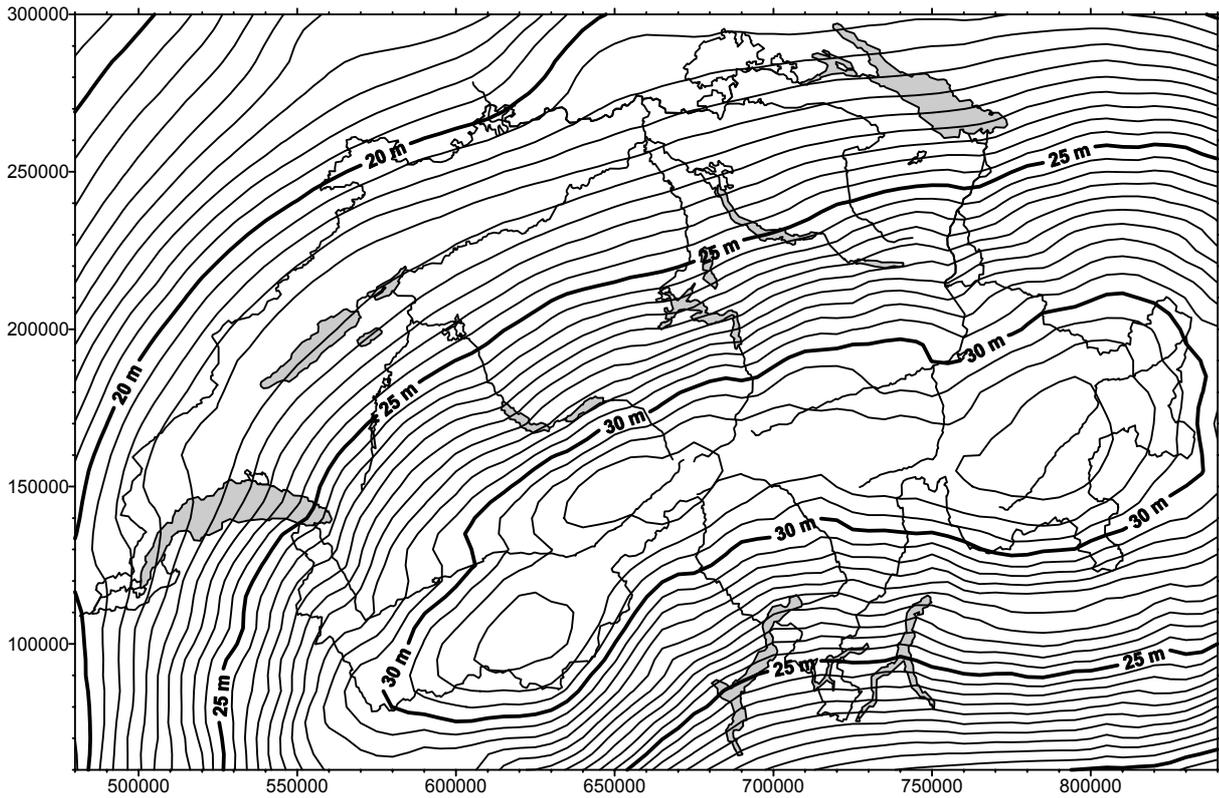


Abb. 7.3-1: Einfluss der Topografie auf die Geoidhöhe

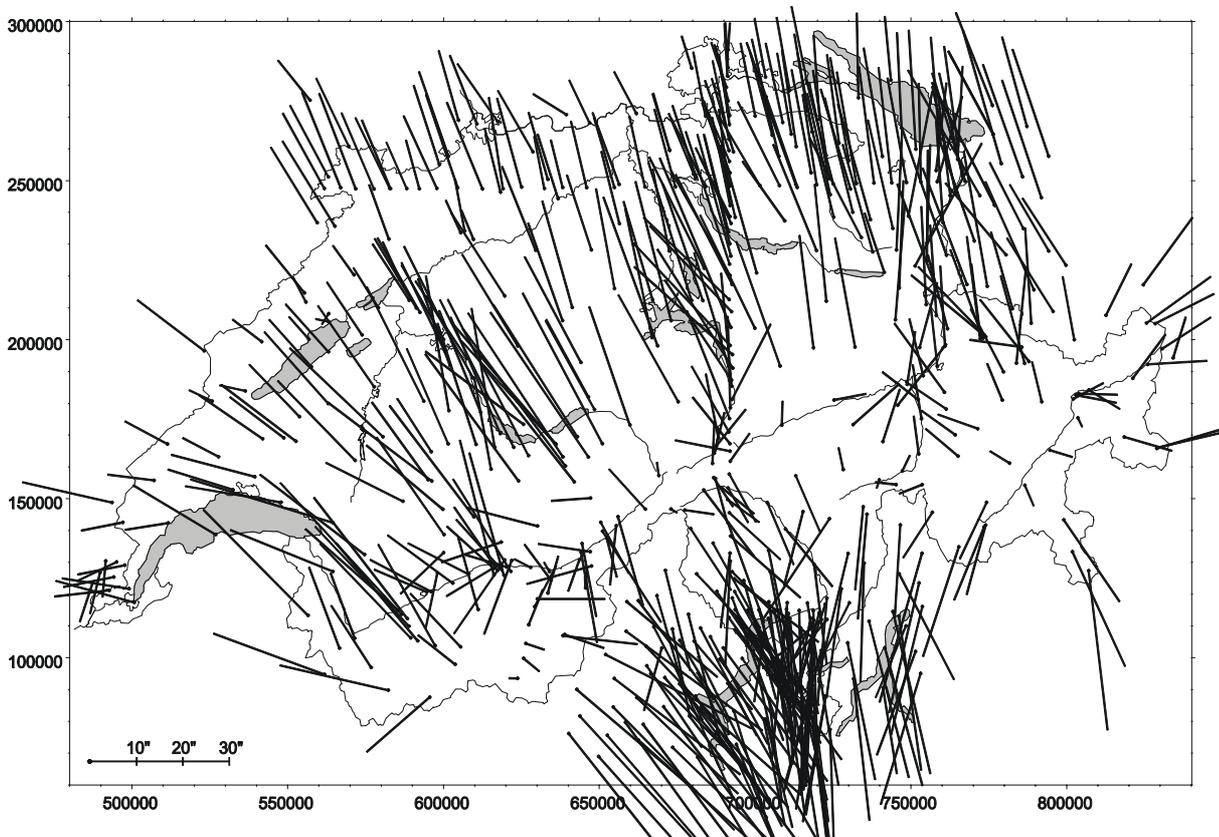


Abb. 7.3-2: Einfluss der Topografie auf die Lotabweichungen

7.3.2 Wirkung der Moho-Diskontinuität

Für die Berechnung des Moho-Einflusses wurden ähnliche Untersuchungen über die Grenzabstände durchgeführt wie bei der Topografie. Daraus ergab sich: Die Mohowirkung wird bis zu einer Distanz von 30 km mit der Quaderformel, bis zu 60 km mit der Linienformel und darüber hinaus für den Rest des Modells mit der Formel für Massenpunkte berechnet. Als Ausgleichshorizont wurde eine Tiefe von 34 km gewählt, was der mittleren Tiefe des ganzen Modells entspricht. Als Dichtekontrast an der Krusten-Mantel-Grenze wurde ein Wert von $+0.40 \text{ g/cm}^3$ eingesetzt. In Abb. 7.3-3 ist die Wirkung des Modells auf die Geoidundulation dargestellt.

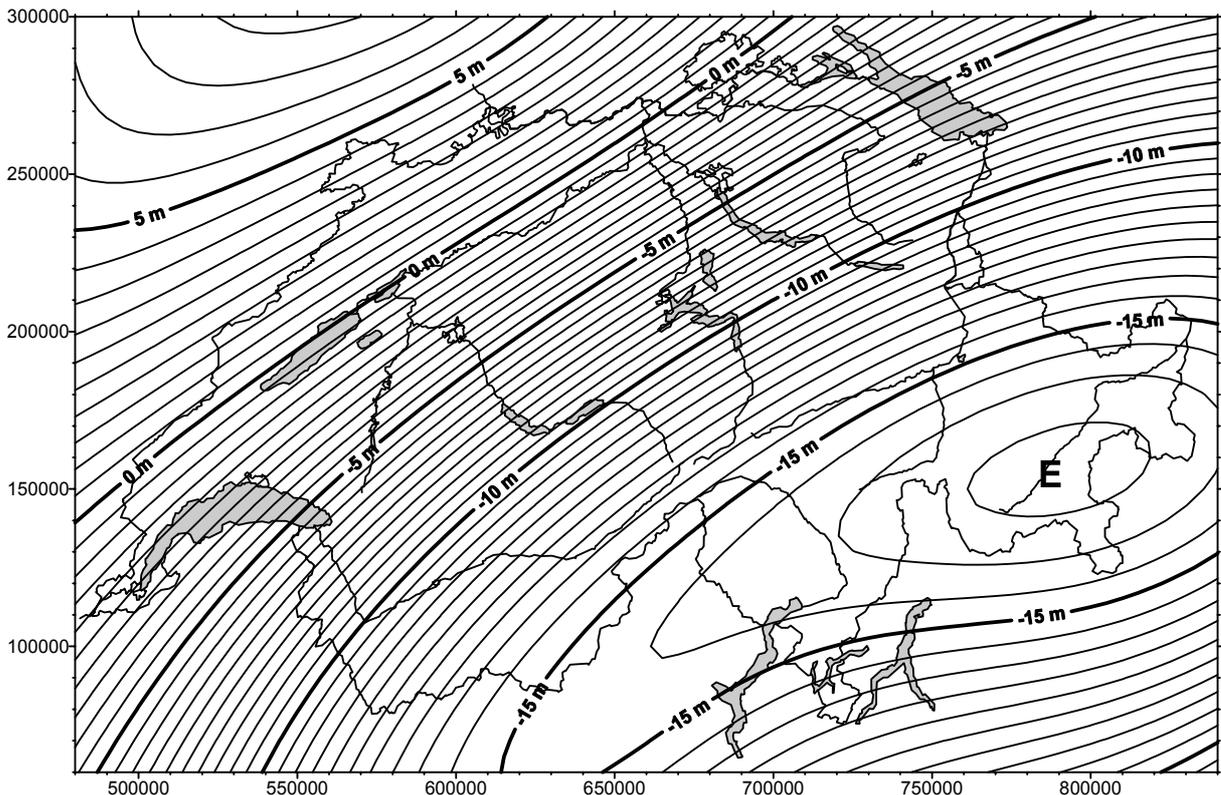


Abb. 7.3-3: Wirkung des Moho-Modells auf die Geoidundulation

Der Verlauf der Isolinien der Moho-Wirkung zeigt eine sehr ruhige Struktur. Die grössten negativen Wirkungen beobachten wir im Engadin (E) mit Beträgen von -18.4 Metern. Dieser Wert steigt dann in Richtung Nordwesten rasch an, bis wir in der Ajoie einen Betrag von +4.8 Metern erreichen. Die durch die Moho in der Schweiz verursachten Differenzen in der Geoidundulation betragen also mehr als 23 Meter. Die grössten Lotabweichungen erreichen im Raum Luzern Beträge von über 30".

Wenn wir jedoch die Wirkungen mit der in Abb. 7.3-1 dargestellten Wirkung der Topografie vergleichen, so sehen wir, dass beide Male ungefähr der gleiche grobe Verlauf, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen, auftritt. Die beiden Wirkungen von Topografie und Moho heben sich also teilweise gegenseitig auf.

7.3.3 Wirkung des Ivrea-Körpers

Die Wirkung des Ivrea-Körpers auf das Geoid, welche in Abb. 7.3-4 dargestellt ist, erreicht innerhalb der Schweiz bei Brissago ein Maximum von etwa 7.6 Metern. Die minimalen Beträge treten am Bodensee auf, wo aber immer noch 2 Meter Geoidundulation durch den Ivrea-Körper verursacht werden. Die grössten Einflüsse auf die Lotabweichung treten innerhalb der Schweiz im Verzasca-Tal auf und erreichen Beträge von gegen 20". Der Einfluss auf die Schwere erreicht Beträge von über 130 mgal.

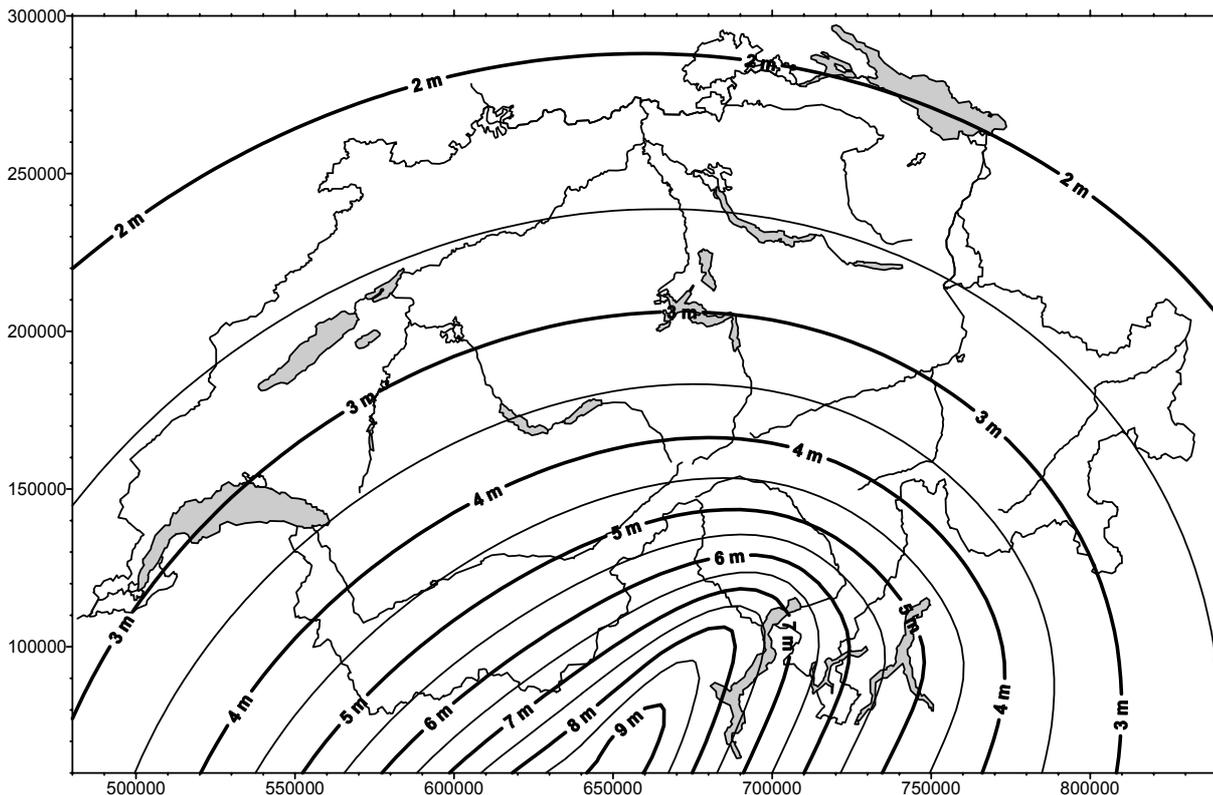


Abb. 7.3-4: Wirkung des Ivrea-Körpers auf das Geoid

7.3.4 Wirkung der Po-Sedimente

Das Modell der Po-Sedimente liegt ausserhalb der Grenzen der Schweiz. Im Südtessin ist sein Einfluss auf das Schwerefeld jedoch so bedeutend, dass es vorteilhaft ist, es in eine Berechnung des Geoids der Schweiz mit einzubeziehen. Seine Wirkung auf das Geoid ist in der gleichen Grössenordnung wie diejenige des Ivrea-Körpers. Sie hat ihr absolutes Maximum in Chiasso mit -5.5 Metern. In der Nord- und Westschweiz werden Beträge von -1.8 bis -2 Metern erreicht. Dieses Modell kompensiert also im Wesentlichen den Einfluss des Ivrea-Körpers. Im Südtessin werden Lotabweichungen verursacht, welche bis etwa 13" reichen. Sie nehmen jedoch sehr rasch ab und betragen bereits in Lugano nur noch etwa 5". Deshalb ist es für die Schwerefeldinterpolation vorteilhaft, dieses Modell zu berücksichtigen. Auf die Schwere haben die Sedimente der Po-Ebene auf dem Gebiet der Schweiz nur einen vernachlässigbaren Einfluss mit einem Maximum von ca. 4 mgal.

7.3.5 Wirkung von lokalen Störmassen (Seen, Gletscher, quartäre Sedimente)

Die relativ kleinen, lokalen Massenmodelle von Seen, Gletschern und quartären Sedimenten werden in einer regionalen Geoidbestimmung meistens vernachlässigt. Im Vergleich zu den bisher vorgestellten Modellen haben sie eine Auswirkung auf das Schwerefeld, welche um eine Grössenordnung kleiner ist. Durch ihre lokalen Störungen des Schwerefelds ist es jedoch so, dass durch eine Nichtberücksichtigung viele Messungen als Ausreisser interpretiert werden, obwohl sie eigentlich von hoher Qualität sind, oder dass die Einflüsse von lokalen Störmassen bei der Schwerefeldbestimmung einfach weggefiltert werden. Ein sehr gutes Beispiel dafür ist die Lotabweichungsmessung der Station Konkordia am Rand des Aletschgletschers: Ohne Berücksichtigung eines Modells für die Eismassen muss dieser Punkt aus der Berechnung eliminiert werden, da er um mehr als 4" vom Trend der umgebenden Stationen abweicht. Mit der Berücksichtigung des Modells bildet er jedoch eine wertvolle Stütze für die Schwerefeldbestimmung.

Die Wirkung der Wassermassen der Seen auf das Geoid beträgt in der ganzen Schweiz mehr als 2 cm, erreicht aber lokal in der Mitte der grössten Seen Maxima von deutlich über 10 cm. Der Einfluss auf die Schwere ist an Land praktisch nicht spürbar. Bereits im Stadtzentrum von Lausanne oder Genf beträgt die Wirkung deutlich unter einem mgal, obwohl sie in der Seemitte mehr als 20 mgal ausmacht. Zu beachten ist bei diesen Zahlen, dass die Berechnungen mit einem Dichtekontrast gegenüber dem Topografiemodell von -1.67 gcm^{-3} berechnet wurden und nicht mit der Dichte des Wassers ($+1.0 \text{ gcm}^{-3}$).

Der Einfluss der Seen auf die Lotabweichung erreichen Maximalwerte von mehr als 5" und der maximale Einfluss auf die Lotkrümmung beträgt etwa 1.7" am Ufer des Lac Léman.

Für die Sedimente der Talfüllungen besteht noch kein umfassendes Modell. Einzig im Tessin und im grenznahen Italien wurden die Ablagerungen der grössten Flüsse mit einigen wenigen Quadern und Dreiecksprismen modelliert. Es handelt sich dabei um dasjenige Modell, welches in [Bürki, 1989] beschrieben wurde. Als grösste Einflüsse wurden dabei in der Magadino-Ebene Werte von etwa 2.2" für die Lotabweichung und 9.7 mgal für die Schwere gefunden. Zu beachten ist dabei jedoch, dass für die grössten Sedimentbecken der Schweiz (diejenigen von Rhein und Rhone) noch kein Modell verwendet wurde.

7.3.6 Reduzierte Beobachtungen

In diesem Unterkapitel wird nun in einer Serie von Abbildungen die Wirkung der Reduktion der Massenmodelle auf die Regularisierung des Schwerefeldes dargestellt. Die hauptsächliche Aufmerksamkeit wird dabei den Lotabweichungen geschenkt, da sich bei ihnen der Effekt besonders gut beobachten lässt.

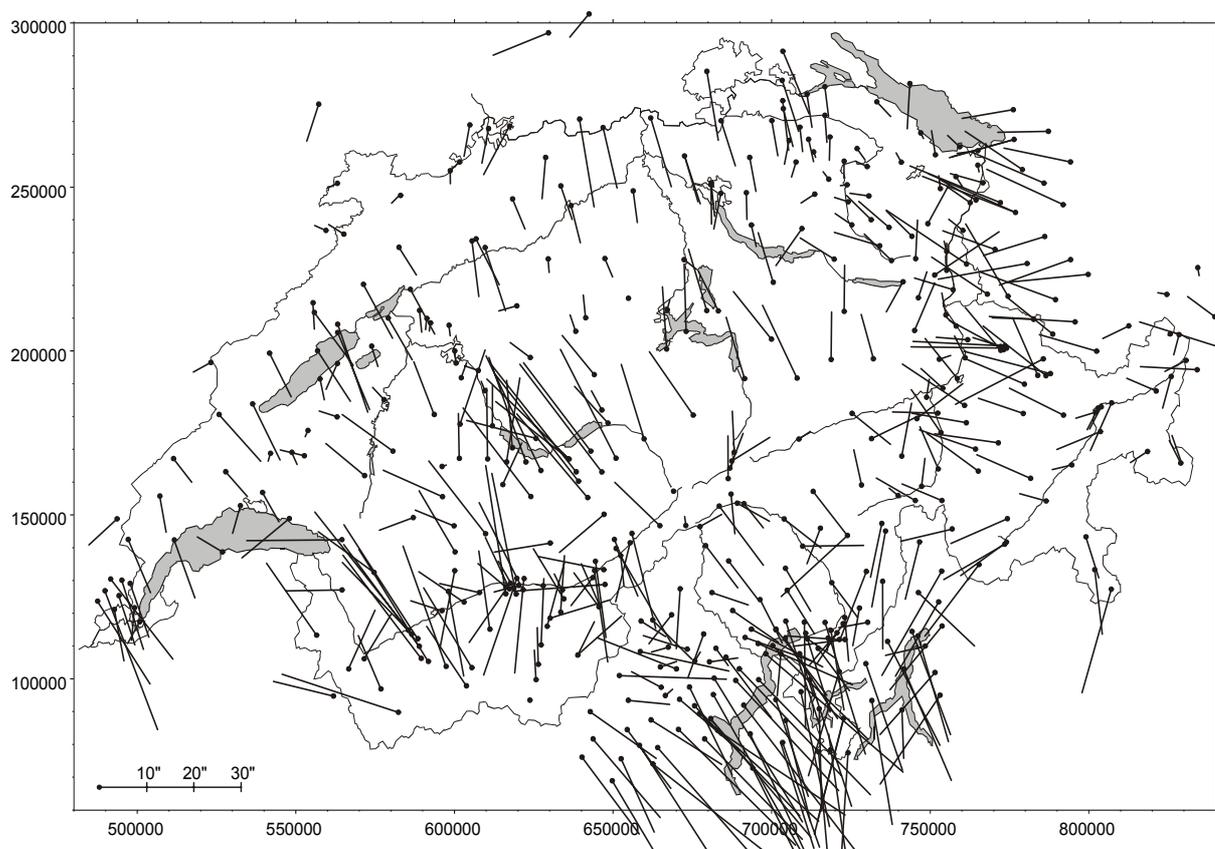


Abb. 7.3-5: Beobachtete Lotabweichungen

Die beobachteten Lotabweichungen zeigen einen sehr unruhigen Verlauf, welcher insbesondere durch die Topografie verursacht ist. Innerhalb von wenigen km können Differenzen von mehr als 60" auftreten. Dies ist insbesondere im Testnetz Turtmann besonders deutlich, wo die meisten Stationen an den gegenüberliegenden Bergflanken des Rhonetals liegen. Die absolut grössten Werte von über 40" sind im Tessin und in Norditalien am Südrand der Alpen und im Einfluss der Ivrea-Zone zu finden. Im Mittelland dagegen zeigen die Lotabweichungen einen bedeutend ruhigeren Verlauf.

Die Topografie (inklusive oberflächennahe Dichteanomalien des Ivrea-Körpers und der Po-Sedimente) ist also das erste Massenmodell (neben dem Normalfeld), welches reduziert wurde. Das ergibt das Bild in Abb. 7.3-6 für die Lotabweichungen und Abb. 1.3-1 für die Schwere, welches den Bouguer-Anomalien entspricht und in guter Übereinstimmung mit den von Klingelé und Olivier [1980] veröffentlichten Karte steht.

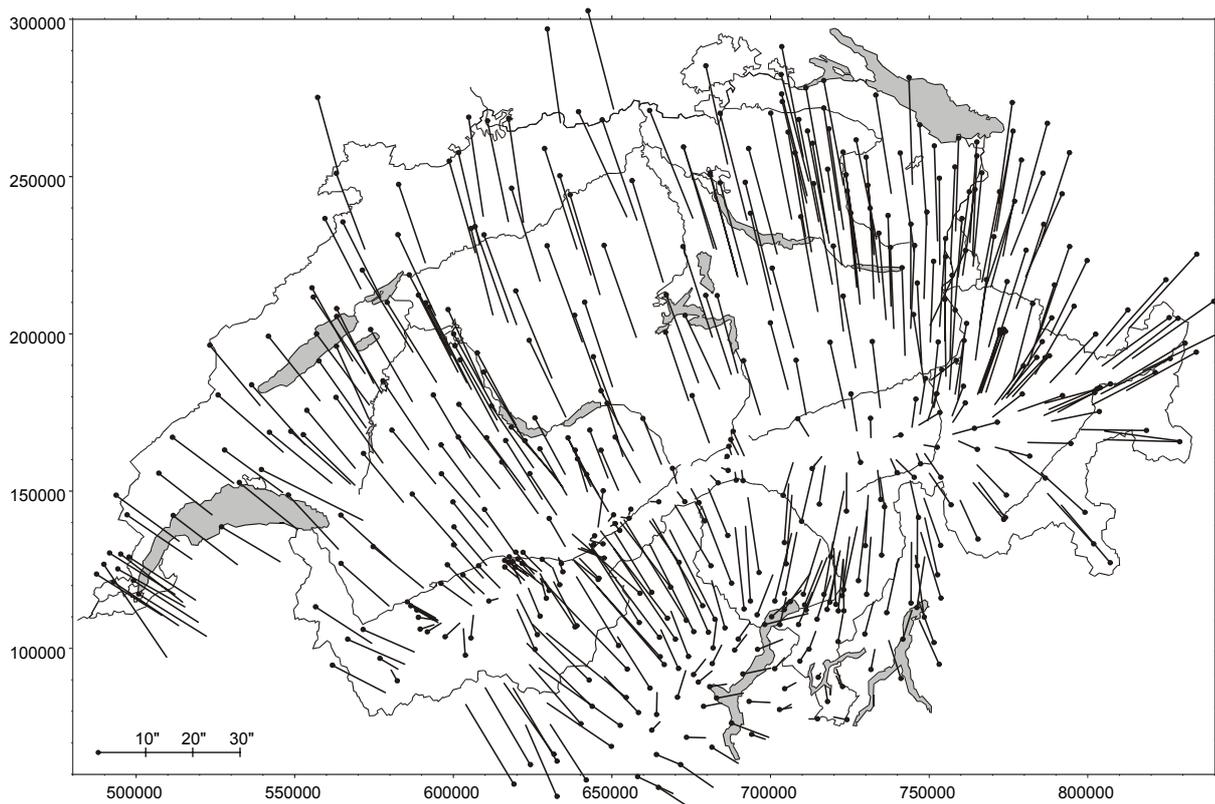


Abb. 7.3-6: Topografisch reduzierte Lotabweichungen

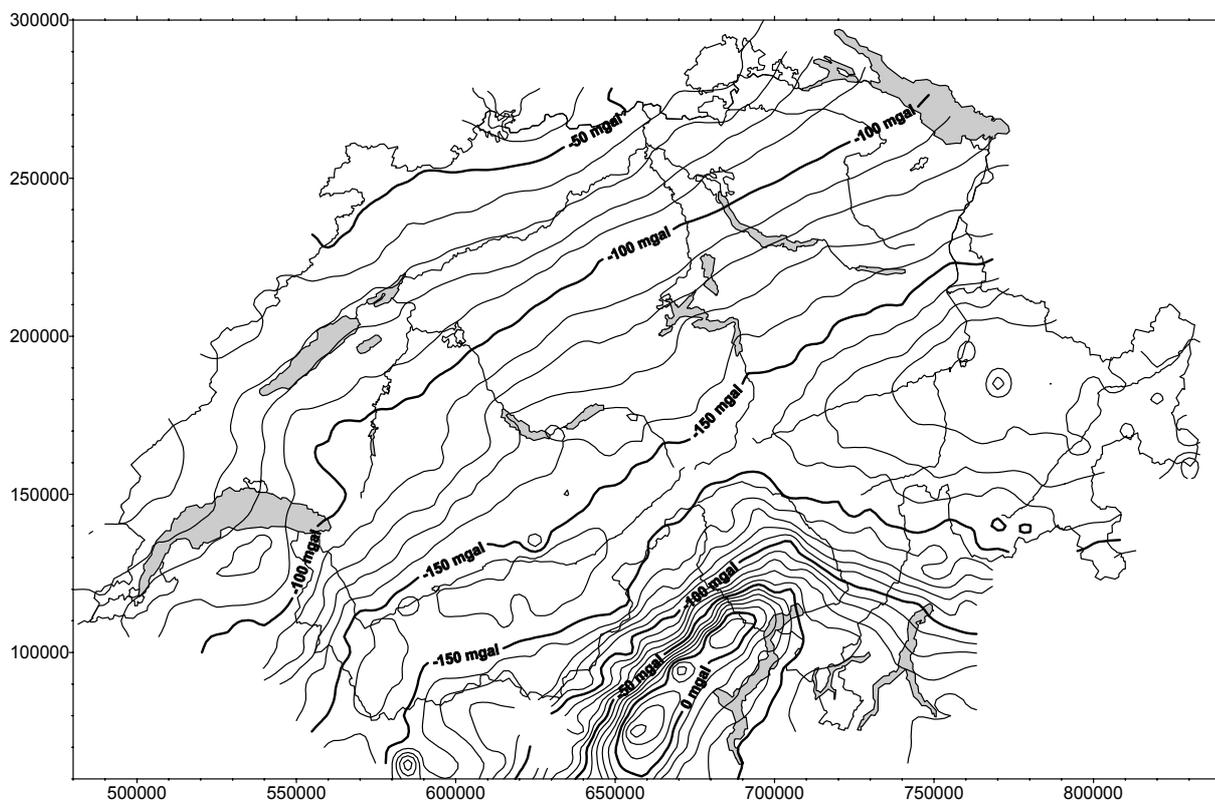


Abb. 7.3-7: Topografisch reduzierte Schweredaten (Bouguer-Anomalien)

Die grössten Unregelmässigkeiten in den topografisch reduzierten Beobachtungen treten im Tessin und in Norditalien auf. Dies ist die Folge des Einflusses des Ivrea-Körpers. Zudem enthalten diese Anomalien einen Trend, welcher hauptsächlich durch die Moho verursacht ist. Bereits sind einzelne Messungen deutlich als Ausreisser zu erkennen. Um die Unregelmässigkeiten weiter zu eliminieren, wurden im nächsten Schritt die

Wirkungen von Ivrea-Körper, Po-Sedimenten aber auch von lokalen Störmassen (Seen, Gletscher) subtrahiert, was für die Lotabweichungen das Bild von Abb. 7.3-8 ergibt.

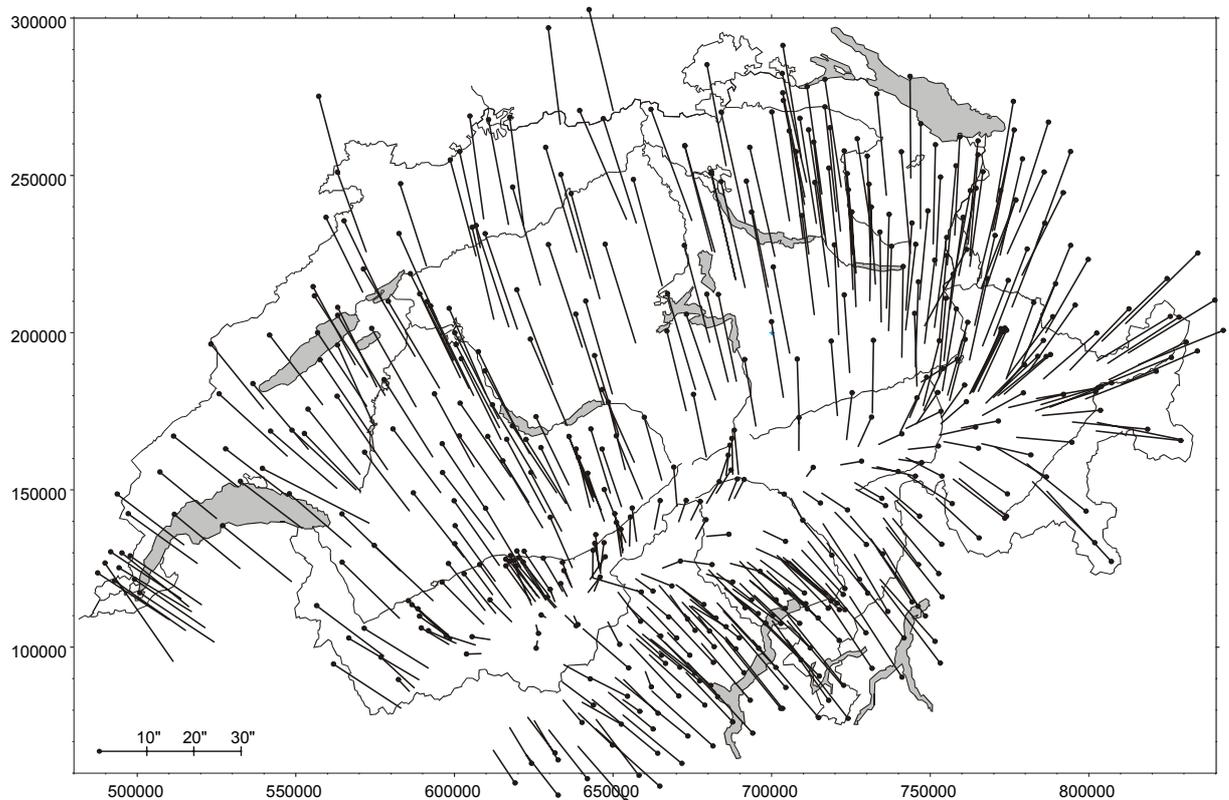


Abb. 7.3-8: Lotabweichungen reduziert um Topografie, Ivrea-Körper, Po-Sedimente, Seen und Gletscher

Diese Residuallotabweichungen verlaufen ausserhalb der Alpen sehr ruhig und zeigen entlang des Alpenhauptkamms eine Konzentration aufgrund der grösseren Krustenmächtigkeit. Deshalb wurden in einem weiteren Reduktionsschritt nun auch die Wirkungen des Moho-Modells eliminiert. Dies ergibt die in Abb. 7.3-9 dargestellten Residuallotabweichungen. Auffallend an dieser Darstellung ist insbesondere der starke noch verbleibende Trend in den Lotabweichungen in Richtung Nordwesten, welcher im nächsten Kapitel noch etwas genauer zu diskutieren ist und die nun deutlich sichtbaren Ausreisser in den Messungen (Lotabweichungen bei Genf, Lausanne, Chur und einige in der Ivrea-Zone), welche im weiteren Verlauf der Berechnungen nicht mehr berücksichtigt wurden.

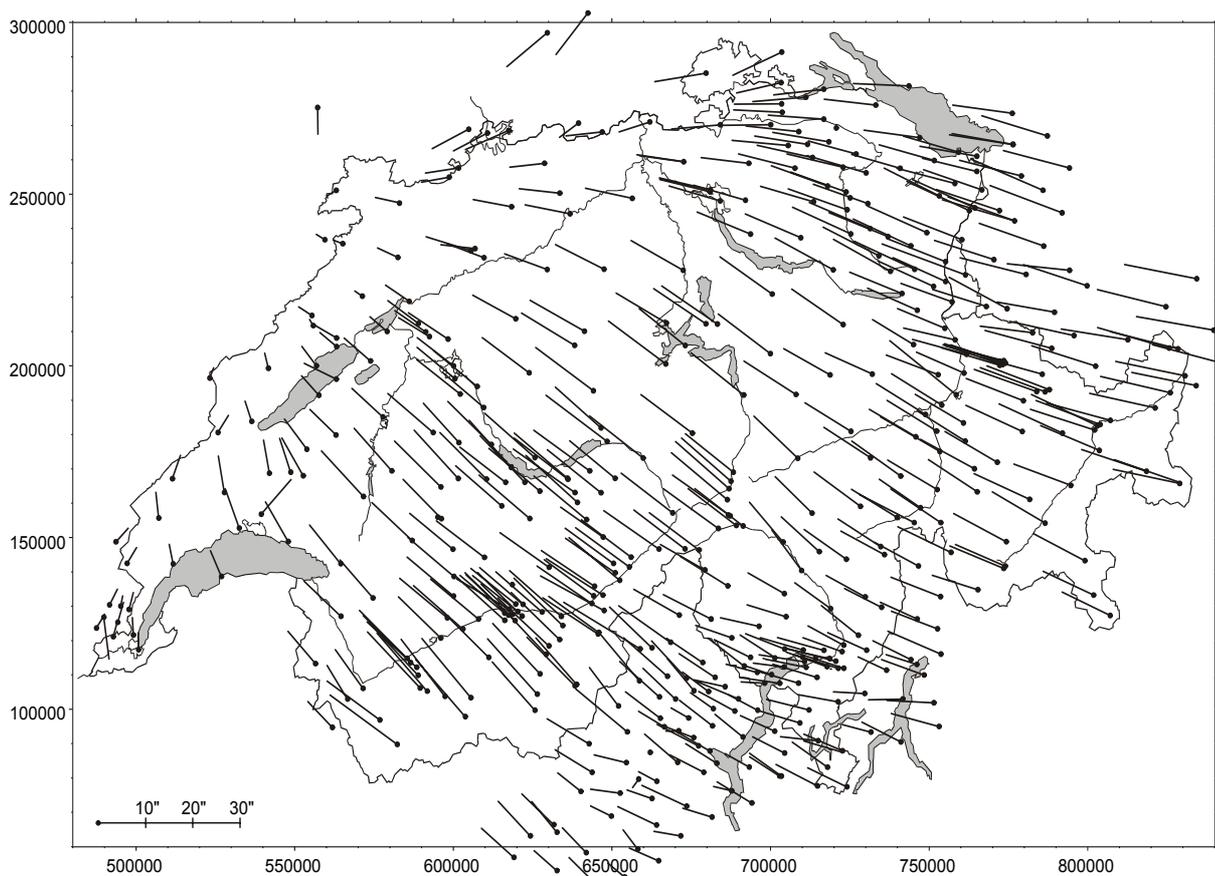


Abb. 7.3-9: Lotabweichung reduziert um alle bekannten Massenmodelle

7.4 Die Bestimmung des Trends

Der nach der Reduktion verbleibende Trend ist der durch unsere Massenmodelle nicht erklärbarer Anteil der Schwerefeldbeobachtungen. Er wird durch nicht berücksichtigte Massen und durch die Wahl des Bezugssystems verursacht.

Einige Möglichkeiten der Ursachen eines Trends seien hier aufgezählt:

- Das benutzte digitale Geländemodell reicht nur etwa 70 km über die Landesgrenzen der Schweiz hinaus. Natürlich verursachen die ausserhalb liegenden Massen auch einen Effekt auf das Schwerefeld. Als Summe aller Landmassen und der Wassermassen der Ozeane wurden Effekte von bis maximal 5" auf die Lotabweichungen abgeschätzt. Falls wir noch ein Isostasiemodell einführen, werden die Beträge eher kleiner. In unserem Residualfeld betragen aber die Lotabweichungskomponenten im Mittel mehr als 10". Die topografischen Massen ausserhalb unseres Einzugsgebiets vermögen somit die Residuen nicht vollständig zu erklären.
- Durch eine Variation des Dichtekontrasts an der Moho lässt sich der Trend des Residualfelds sehr stark beeinflussen, da die Mohowirkung mit den Residuen der Lotabweichungen aber auch mit denjenigen der Schweren eine hohe Korrelation aufweisen. Um den Trend nördlich der Alpen zu eliminieren, müsste der Dichtekontrast an der Krusten-Mantel-Grenze jedoch von den verwendeten 0.40 g/cm^3 auf einen Wert von 0.26 g/cm^3 reduziert werden, was auf eine tiefe Lithosphärenwurzel mit relativ positivem Dichtekontrast hindeuten würde.
- Die Wahl des Referenzsystems hat einen grossen Einfluss auf den Trend der Lotabweichungen, nicht jedoch auf denjenigen der Schweren. Falls wir alle Resultate in Bezug auf das ETRS89 anstatt des CH1903 darstellen, so würden sich die Nord-Süd-Komponenten um etwa 4.7" und die West-Ost-Komponenten um etwa 1.8" erhöhen. Dieser Vektor zeigt jedoch nicht in Richtung des Trends der Residuen der Lotabweichungen und vermag ihn deshalb nicht zu erklären.

Diese Zusammenstellung zeigt auf, dass es uns nicht gelingt, den Trend des Residualfelds in einfacher Weise zu erklären. Wir begnügen uns damit, dass er von nicht näher definierbaren, weit entfernten Störmassen verursacht wird und somit keinen wesentlichen Einfluss auf die Lotkrümmung hat. Unter dieser Annahme ist

es erlaubt, den Trend vor der Interpolation des Restfeldes zu subtrahieren und nachträglich wieder zu addieren. Dieses Vorgehen erlaubt uns, die Beträge der Residuen klein zu halten und auf Null zu zentrieren. Damit kann die Genauigkeit der Interpolation gesteigert werden.

Falls alle Massen ausserhalb des Geoids reduziert wurden, müssen die Residuen des Störpotentials V die Laplace-Bedingung der Potentialtheorie

$$\Delta V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

erfüllen. Das heisst auch, dass für den Trend eine harmonische Funktion angesetzt werden muss. Dazu bieten sich einerseits räumliche Kugelfunktionen, aber auch harmonische Polynome an.

Als Ansatz für die Reduktion des Trends wurde aber für CHGEO98 keine harmonische Funktion gewählt, sondern ein einfaches Polynom, dessen Grad zwischen 2 und 5 variiert wurde. Damit verlassen wir zwar den Weg eines physikalisch korrekten Ansatzes und führen eventuell Inkonsistenzen zwischen Lotabweichungen und Schweren ein, erleichterten uns jedoch die Interpolation des Residualfeldes. Für die definitive Berechnung wurde ein Grad von 4 gewählt. Die daraus entstehenden Residuen sind in Abb. 7.4-1 und Abb. 7.4-2 dargestellt:

Die in diesen Abbildungen dargestellten trendreduzierten Beobachtungen wurden zunächst dazu verwendet, um Ausreisser zu detektieren und von den weiteren Berechnungen auszuschliessen. Dies geschah manuell, allein aufgrund der vorangehenden Abbildungen.

Über die dargestellten Residuen kann generell gesagt werden, dass sie im Flachland deutlich ruhiger verlaufen als im Alpenraum (insbesondere Ivreegebiet), was auf vernachlässigte Dichtekontraste im Topografiemodell zurückzuführen ist. Deutlich sind noch verbleibende systematische Effekte in einigen Gebieten zu erkennen, welche weder durch die Massenmodelle noch durch die Trendfunktion erfasst werden konnten. Diese müssen anschliessend durch einen Kollokationsansatz interpoliert werden.

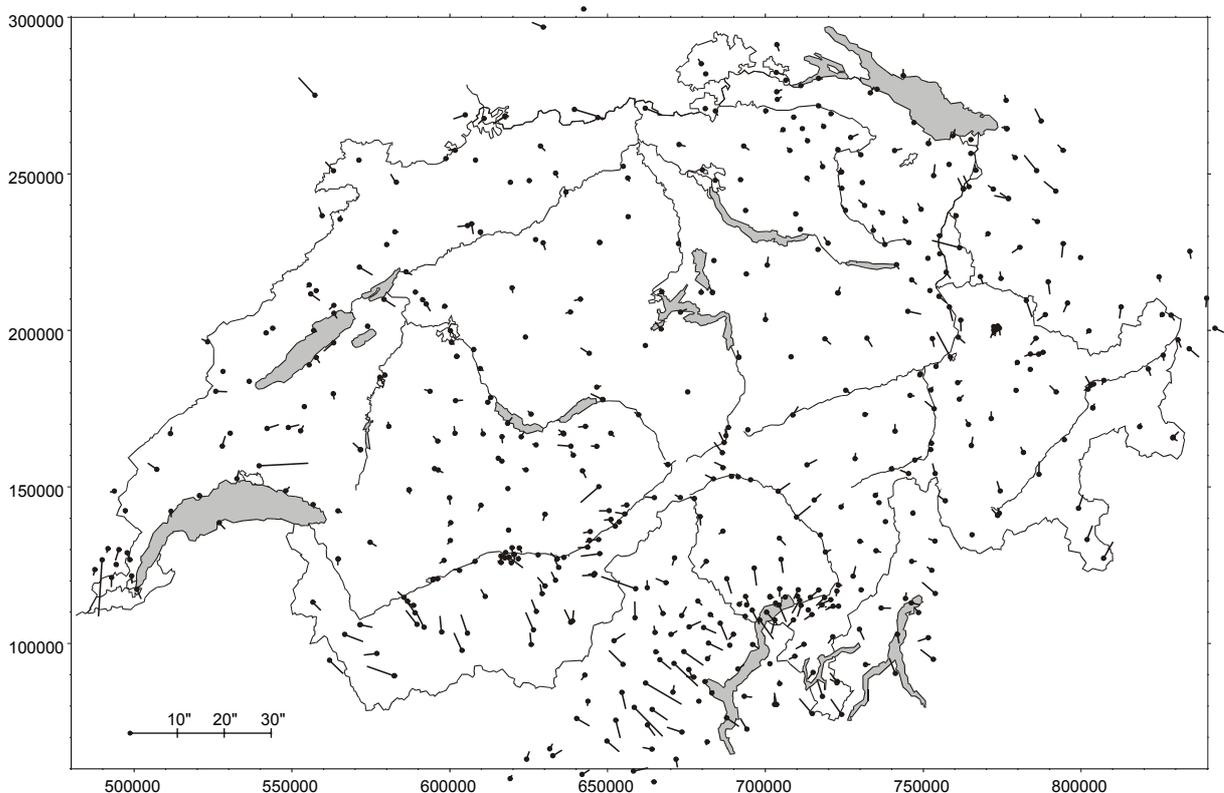


Abb. 7.4-1: Residuallotabweichungen korrigiert um Trend 4. Grades

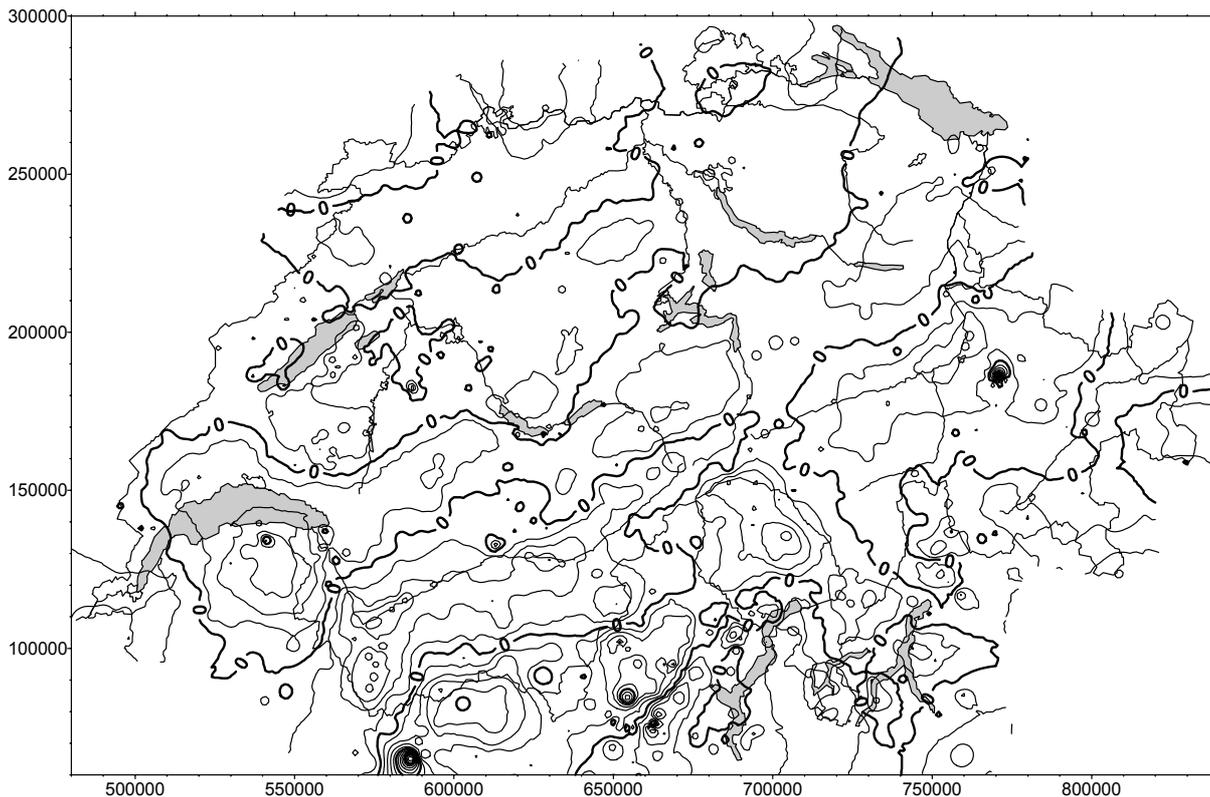


Abb. 7.4-2: Residualschweren korrigiert um Trend 4. Grades (Isolinienabstand 5 mgal)

8 Die Interpolation des Restfeldes

8.1 Einführung, Mathematische Grundlagen

Nach der Reduktion der Beobachtungen um die Einflüsse der Modellmassen, erhalten wir ein Residualfeld von reduzierten Lotabweichungen, Geoidhöhen und Schwerewerten, welches nun mit einer geeigneten Methode kombiniert und interpoliert werden muss. Dazu hat sich die multivariate Kollokation als ein sehr vielseitiges Mittel zur Kombination solcher unterschiedlicher Typen von Messungen erwiesen. Dabei werden mittels statistischer Methoden Varianzen und Kovarianzen zwischen den Beobachtungen modelliert. Als entscheidende Grössen treten dabei die Auto- und Kreuz-Kovarianzfunktionen zwischen den reduzierten Beobachtungen mit ihren Parametern auf. Die Beschreibung der Grundlagen der Kollokationsmethode sind in dieser Arbeit bewusst sehr kurz gehalten, da bereits in [Gurtner, 1978] und [Wirth, 1990] gute Darstellungen, zum Teil mit Herleitung, zu finden sind. Eine umfassendere Präsentation ist in [Moritz, 1980] enthalten. Wir beschränken uns deshalb hier auf die wichtigsten Grundideen und die wesentlichen benötigten Formeln.

Die Grundidee der Kollokationsmethode ist, dass durchgeführte Beobachtungen nicht nur als Realisierung eines mathematischen Modells (wie in der klassischen Ausgleichsrechnung), sondern noch zusätzlich durch einen nicht durch ein mathematisches Modell erkläraren systematischen Anteil verursacht werden. Die Verbesserungen an den Beobachtungen werden somit nicht als voneinander unabhängige, unkorrelierte Grössen betrachtet, sondern sie werden in einen zusätzlich zu schätzenden Signalanteil \underline{s} und in einen unkorrelierten Noise-Anteil \underline{n} aufgespalten. Aufteilen lassen sich die Anteile von \underline{s} und \underline{n} , weil sie stochastisch unterschiedlich behandelt werden. Somit sehen die Beobachtungsgleichungen folgendermassen aus:

$$\underline{l} = \underline{F}(\bar{\mathbf{x}}) + \underline{s} + \underline{n}$$

wobei:

- \underline{l} Beobachtungen
- $\underline{F}(\bar{\mathbf{x}})$ Funktionales Modell der unbekannt Parameter $\bar{\mathbf{x}}$
- \underline{s} Signalvektor
- \underline{n} Vektor des Rauschens (Noise)

Nach der Linearisierung erhalten wir die Verbesserungsgleichungen in der Form:

$$\underline{0} = \underline{A}\underline{x} - \underline{l} + \underline{s} + \underline{n} \quad (\text{Linearisiert um Zentrum } 0)$$

$$\underline{0} = \underline{A}\underline{x}' - \underline{f} + \underline{s} + \underline{n} \quad \text{mit } \underline{f} = \underline{l} - F(\bar{\underline{x}}^0)$$

und $\underline{x}' = \text{verkürzte Parameter}$

Als Ansatz für das stochastische Modell wird sowohl \underline{s} als auch \underline{n} als normalverteilt mit Erwartungswert 0 und den Kovarianzmatrizen C_{ss} , respektive C_{nn} gewählt. Zudem wird angenommen, dass die Signale und das Rauschen nicht untereinander korreliert sind ($C_{ns} = 0$).

Die Matrix C_{nn} kann als bekannt angenommen werden. Sie entspricht der Kovarianzmatrix der Messungen in einer klassischen vermittelnden Ausgleichsrechnung und wird üblicherweise diagonal angesetzt.

Die Elemente von C_{ss} sind als die Erwartungswerte der Kovarianzen der Signale definiert und aus grossen Beobachtungsreihen empirisch bestimmbar. Im Allgemeinen wird diese empirische Kovarianzfunktion so angesetzt, dass sie nur von der relativen Lage zweier Punkte abhängt (Homogenität) und dass sie richtungsunabhängig ist (Isotropie). Somit lässt sich eine distanzabhängige Kovarianzfunktion C_{ss} formulieren, welche ein Maximum bei einer Distanz von 0 hat und, je weiter die Punkte auseinander liegen, gegen 0 streben.

Bei bekannten C_{nn} und C_{ss} lassen sich die unbekannt Parameter \underline{x}' sowie die Signale und das Rauschen in den Stützpunkten mit der Methode der kleinsten Quadrate berechnen:

$$\underline{x}' = (\underline{A}^T \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{A})^{-1} \cdot \underline{A}^T \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{f}$$

$$\underline{s} = \underline{C}_{ss} \cdot \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{f}$$

$$\underline{n} = \underline{C}_{nn} \cdot \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{f}$$

wobei gilt: $\underline{C}_{ZZ} = \underline{C}_{ss} + \underline{C}_{nn}$

Von Bedeutung ist, dass die Signale nicht nur in den Stützpunkten selbst, sondern auch in allen weiteren Punkten prädiziert werden können, falls die dazu gehörige Kreuz-Kovarianzmatrix $C_{s's}$ bekannt ist. Ein grosser Vorteil ist zudem, dass der so genannte Korrelatenvektor $\underline{k} = \underline{C}_{ZZ}^{-1} \cdot \underline{f}$ bei gegebenen Stützpunkten und Stützwerten konstant ist und nur einmal gerechnet werden muss.

Die Varianz-Kovarianz-Matrix $\Sigma_{s's'}$ der prädizierten Signale (inklusive Anteil des mathematischen Modells) lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$\Sigma_{s's'} = \underline{C}_{s's'} - \underline{C}_{s's'} \cdot \underline{C}_{ZZ}^{-1} \cdot \underline{C}_{s's'}^T + \left(\underline{C}_{s's'} \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{A} - \underline{A}' \right) \left(\underline{A}^T \underline{C}_{ZZ}^{-1} \underline{A} \right)^{-1} \left(\underline{A}^T (\underline{C}_{s's'} \underline{C}_{ZZ}^{-1})^T - \underline{A}'^T \right)$$

Diese Varianz-Kovarianz-Matrix kann bereits a priori berechnet werden. Das heisst, dass sie sich allein aus der Stützpunktverteilung, der Position der Neupunkte und der Kovarianzmatrizen C_{ss} des Signals und C_{nn} des Rauschens bestimmen lässt, ohne dass die eigentlichen Messwerte bekannt sein müssen.

In der kombinierten Schwerefeldbestimmung kann man von der Kollokationsmethode insofern Gebrauch machen, als dass in den allgemeinen Formeln keine Beschränkung über die Art der Signale gemacht wird. Deshalb ist es möglich, solch unterschiedliche Grössen wie Lotabweichungen, Geoidundulationen und Schwereanomalien in einem einzigen Berechnungsschritt zu interpolieren. Es ist auch möglich, weitere Grössen, welche mit dem Schwerefeld korreliert sind, in die Berechnungen einzubeziehen, wie dies Wirth und Geiger [1990] für den Fall der Oberflächendichte getan haben. Diese Möglichkeiten sind ein wesentlicher Grund dafür, weshalb die Kollokation als eines der stärksten Interpolationsmittel insbesondere für die Schwerefeldbestimmung betrachtet wird.

8.2 Anwendung der Kollokation in der Schwerefeldbestimmung

Der allgemeine Ansatz für eine Kovarianzfunktion Φ sieht so aus, dass die Kovarianz für nahe gelegene Punkte ein Maximum aufweist und mit wachsendem Abstand gegen 0 geht. Sie kann rein empirisch aus vorhandenen Messreihen bestimmt werden, wobei für zentrierte Messungen gilt, dass der Erwartungswert E des Produkts zweier Messungen mit Abstand r eine Schätzung für die Kovarianzfunktion $\Phi(r)$ darstellt. Also:

$$E[\ell_i \cdot \ell_k] = \Phi_{i,k}$$

In praktischen Anwendungen können die empirischen Kovarianzfunktionen für homogene Ansätze also dadurch geschätzt werden, dass für alle auftretenden Messtypen für gewisse Distanzklassen (bei anisotropen Ansätzen auch für Azimutklassen) die Produkte der Messungen gebildet werden. Sehr oft werden aber die Kovarianzfunktionen nicht rein empirisch angesetzt, sondern als eine mathematische Funktion mit unbekanntem Parametern (meistens zwei: ein Mass σ_0^2 für die Amplitude, welche der Varianz des Signals entspricht und die Korrelationslänge oder charakteristische Distanz d), wobei nur diese empirisch bestimmt werden.

Die für CHGEO98 getesteten Funktionen Φ sind die beiden folgenden:

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} \quad 1/r - \text{Modell nach Wirth}$$

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + \frac{r}{d} + \frac{r^2}{3d^2} \right) \cdot e^{-\frac{r}{d}} \quad \text{Markov-Modell 3. Ordnung}$$

Diese Funktionen sind homogen und isotrop. Sie hängen nur vom Abstand der beiden Punkte ab und können für gleichartige Beobachtungen angesetzt werden - im Fall der Schwerefeldbestimmung also zwischen Geoidundulationen oder für Schwereanomalien jeweils untereinander.

Der Parameter d (charakteristische Distanz, Korrelationslänge) hat dabei einen entscheidenden Einfluss auf die Schwerefeldinterpolation. Er ist ein Mass für die Glättung der resultierenden Funktion. Falls er zu klein gewählt wird, so ist die Interpolation in Gebieten mit geringer Stützpunktdichte ungenügend. Wird er zu gross gewählt, so werden die Stützwerte zu stark gefiltert.

Der andere Parameter σ_0 hat keinen direkten Einfluss auf die Schwerefeldinterpolation. Erst in Verbindung mit dem Noise (C_{nn} -Matrix) bestimmt er den Grad der Filterung der Stützwerte. Für die a priori Genauigkeitsbestimmung wirkt er wie ein Massstabsfaktor.

Da die Geoidundulationen, Lotabweichungen und Schwereanomalien nicht unabhängig voneinander sind, sondern alle durch dasselbe Störpotential verursacht werden, dürfen nach der Wahl einer Kovarianzfunktion die weiteren Funktionen nicht mehr frei gewählt werden, sondern müssen aus den bekannten Beziehungen zwischen den Schwerefeldgrössen (Stokes, Vening-Meinesz, Differentialbeziehungen) hergeleitet werden.

Die Parameter der Kovarianzfunktion selbst sind abhängig von der gewählten Kovarianzfunktion, der Stützpunktdichte, den Beträgen der Stützwerte und dem Grad der Glättung des Residualfelds, wie dies in der folgenden Zusammenstellung zu sehen ist:

verwendeter Datensatz	Grad des Trends	berechnete Parameter			
		Markov-Modell		1/r-Modell	
		d [m]	σ_0 ["]	d [m]	σ_0 ["]
alle Lotabweichungen	2	28945	2.65	65878	2.54
alle Lotabweichungen	3	22446	1.43	45850	1.42
alle Lotabweichungen	4	12532	1.22	27037	1.32
Hälfte der Lotab.	3	23770	1.49	48370	1.48
alle Schweren	4	10852	0.90		
alle LA und N	4	12114	1.22	19970	1.36

Tabelle 8.2-1: Berechnete Parameter der Kovarianzfunktionen aus verschiedenen Datensätzen

Diese Zusammenstellung zeigt, dass der Grad des Trendpolynoms einen sehr grossen Einfluss auf die Parameter der Kovarianzfunktionen hat. Je mehr die Beobachtungen reduziert werden, desto kleiner wird die charakteristische Distanz d . Die Dichte der Stützpunkte hat dagegen einen viel geringeren Einfluss. Mit der Erhöhung des Grads des Trendpolynoms vermindert sich auch der Betrag der Varianz des Signals σ_0 . Das heisst, dass die Genauigkeit der Schwerfeldbestimmung gesteigert werden kann, indem die Signale klein gehalten werden.

Die Einführung von 'beobachteten' Geoidundulationen hat in unserem Fall nur einen sehr geringen Einfluss auf die Parameter der Kovarianzfunktion. Dies ist eine Folge der gegenüber den Lotabweichungen sehr geringen Anzahl Messungen. Eine ähnliche Aussage kann gemacht werden, falls die Schweremessungen in die Auswertung einbezogen werden. Ihre grosse Menge bestimmt die Parameter. Die Lotabweichungen und Geoidundulationen bleiben praktisch ohne Einfluss.

Ebenfalls ohne wesentlichen Einfluss auf die Parameter ist auch, ob die groben Ausreisser in den Messungen vor oder nach der Parameterschätzung eliminiert werden, da ihre geringe Anzahl nicht ins Gewicht fällt.

Nachdem die Parameter der Kovarianzfunktion bestimmt sind, kann die eigentliche Kollokation und damit die Co-Geoid-Bestimmung durchgeführt werden. Als Resultat dieses Schrittes erhalten wir die prädierten reduzierten Cogeoidhöhen, Lotabweichungen und Schwerewerte auf allen Stützpunkten und in einem regelmässigen Gitter, den Korrelatenvektor, welcher für alle weiteren Prädiktionen von Lotabweichungen, Geoidhöhen und Schweren verwendet werden kann und Informationen zu den Genauigkeiten der berechneten Werte. In der folgenden Abb. 8.2-1 ist als Beispiel der relative Fehler des Geoids CHGEO98 (aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement) gegenüber Zimmerwald dargestellt. Diese relativen mittleren Fehler zeigen, dass lokal (bis 10 km) mit einer Genauigkeit von 1 cm gerechnet werden kann. Über grössere Distanzen erhalten wir relative Genauigkeiten von 2 bis 3 cm. Eine reine astrogeodätische Lösung würde relative Genauigkeiten von 5-6 cm ergeben. Testberechnungen für das Geoid 1997 [Marti, 1997] haben zudem gezeigt, dass die lokale Genauigkeit nur verbessert werden kann, wenn auch die Schweremessungen als Beobachtungen in die Kollokation einfließen.

Die Wahl des Kovarianzmodells hat bei genügender Stützpunktdichte hingegen nur einen sehr geringen Einfluss auf das Resultat und die Genauigkeit.

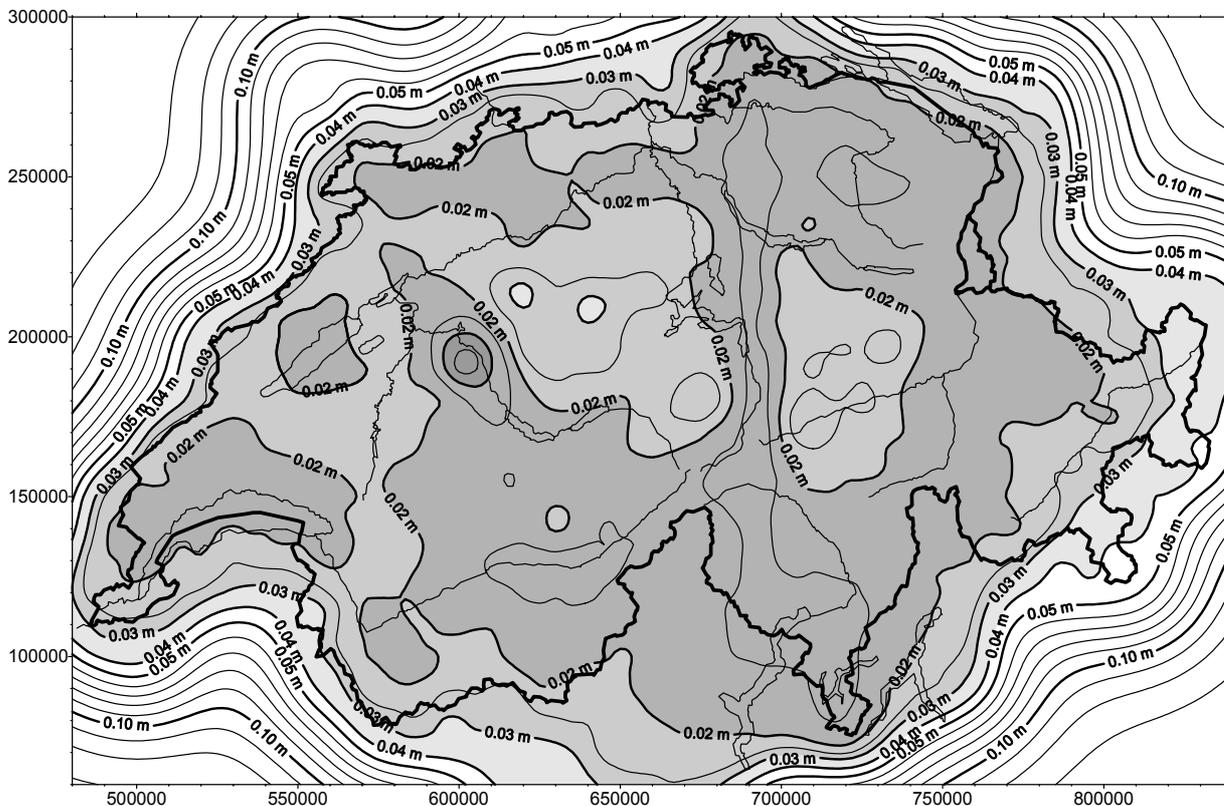


Abb. 8.2-1: relativer mittlerer Fehler der Geoidundulation gegenüber Zimmerwald

9 Die Berechnung des Geoids und des Quasigeoids

9.1 Zusammenfassung

Nachdem wir in den vorangehenden Kapiteln die für die Geoidbestimmung nötigen Datensätze (Korrelatenvektor und Co-Geoid, Koeffizienten der Trendfunktion und Wirkung der Massenmodelle auf Meereshöhe) zusammengestellt haben, lässt sich nun das Geoid als Summe der drei Einflüsse berechnen.

Das Quasigeoid wird gleich berechnet, jedoch werden Trend und Massenwirkungen auf Höhe der Topografie berechnet. Das Normalfeld wird nicht hinzuaddiert.

Die Oberflächenlotabweichungen und Oberflächenschweren werden wie das Quasigeoid berechnet, es kommt jedoch noch das Normalfeld hinzu.

Es wurden verschiedene Varianten des Geoids berechnet. Als erstes eine reine astrogeodätische Lösung, bei welcher nur die Geoidhöhe in Zimmerwald vorgegeben wurde. Diese Lösung weist einen mittleren Fehler von maximal 6 cm gegenüber Zimmerwald auf.

In einer zweiten Lösung wurden dann zusätzlich sämtliche vorhandenen GPS/Nivellement-Messungen als Beobachtungen eingeführt. Als deren mittlerer Fehler wurde in der Regel 3 cm angenommen. Durch diese zusätzlichen Messungen konnte der mittlere Fehler des Geoids in der ganzen Schweiz gegenüber Zimmerwald auf 3 bis 4 cm gegenüber Zimmerwald gesenkt werden (Abb. 8.2-1). Diese Variante wurde als offizielle Lösung gewählt.

Ein zusätzlicher Versuch, bei welchem auch die Schweremessungen als Beobachtungen verwendet wurden, zeigte zwar eine deutliche Verbesserung des mittleren Fehlers a priori auf 1 bis 2 cm, es ergaben sich aber auch systematische Zwänge zwischen Lotabweichungen und Schweren, welche nicht eliminiert werden konnten. Deshalb wurde für die Schlusslösung von CHGEO98 diese Variante verworfen.

Da sämtliche Berechnungen im ETRF93 durchgeführt wurden, erhalten wir nach diesem Schritt die Resultate auch wieder in diesem Bezugsrahmen. Für andere Bezugsrahmen (insbesondere CH1903+) muss anschliessend noch eine Koordinatentransformation durchgeführt werden.

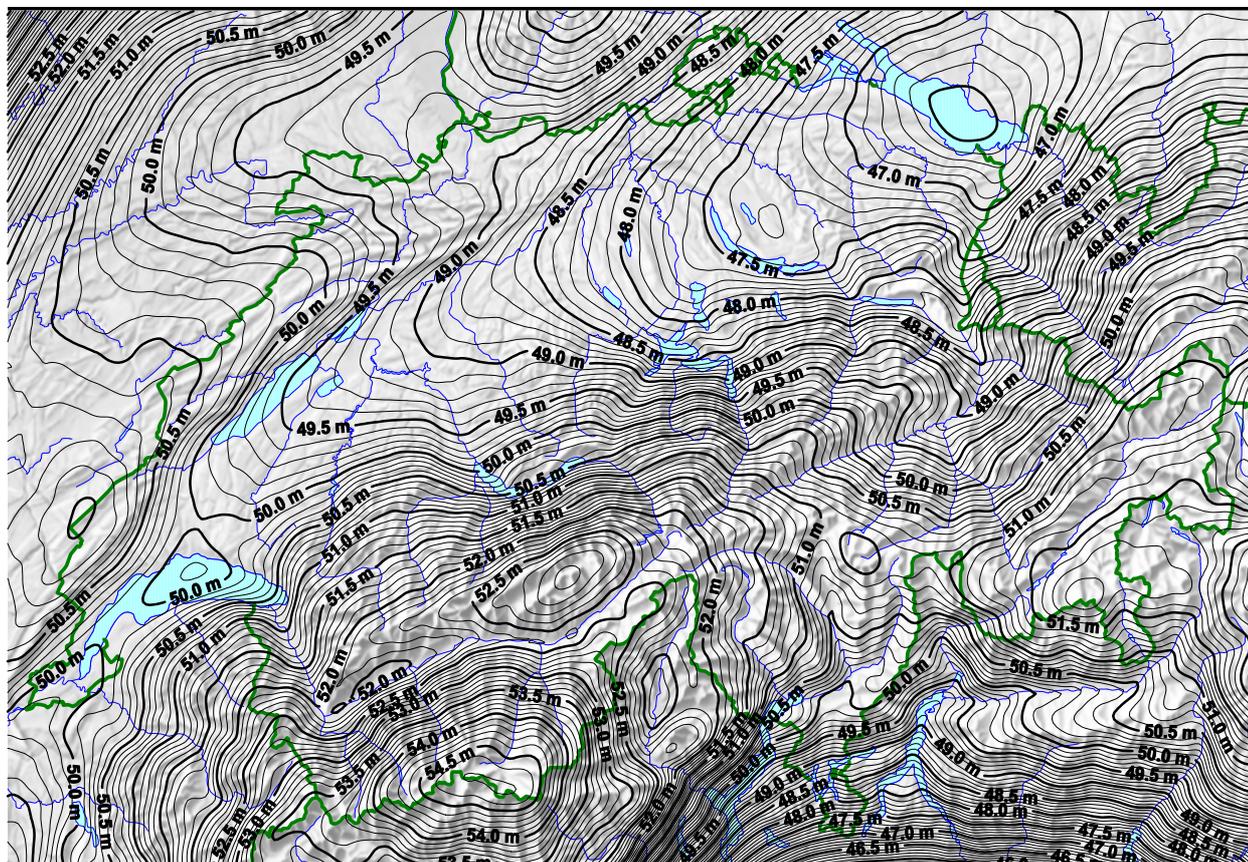


Abb. 9.1-1: Geoid der Schweiz im ETRF93

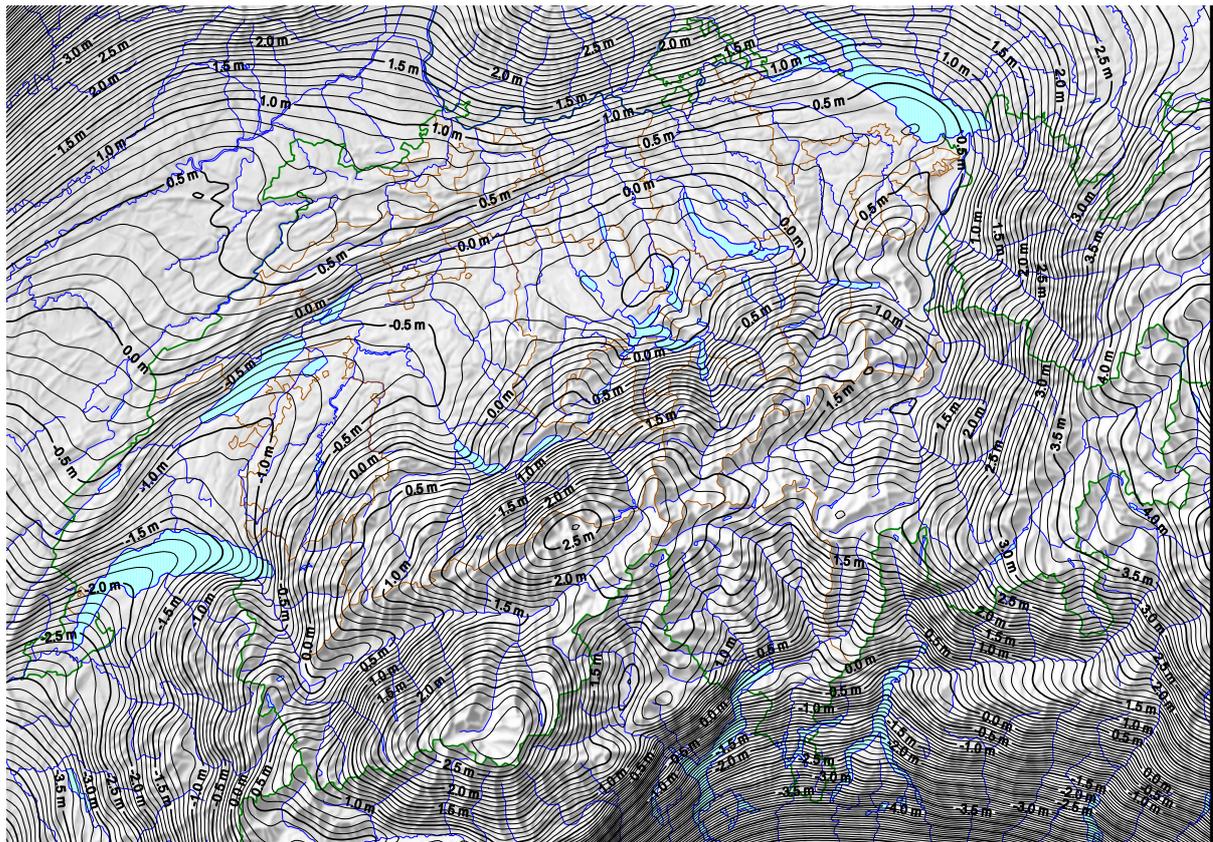


Abb. 9.1-2: Geoid der Schweiz im CH1903(+)

9.2 Beschreibung des Geoids

Die astrogeodätische Lösung wurde im System CH1903+ unter der Verwendung von 495 ξ -Komponenten und 457 η -Komponenten der Lotabweichung gerechnet. Zum Schluss wurde am Resultat noch ein Offset angebracht, so dass die Geoidundulation in Zimmerwald derjenigen des Geoids von Gurtner im CH1903 entspricht. Für die kombinierte Lösung kamen dann noch die Messungen auf 72 GPS/Nivellement-Stationen hinzu. Die Hauptcharakteristiken des Geoids (Abb. 9.1-1 und Abb. 9.1-2) sind im Folgenden kurz beschrieben: Im Mittelland bildet das Geoid einen Trog der vom Genfersee im Südwesten bis zum Bodensee im Nordosten etwa um 2 Meter ansteigt. Am Rand dieses Trogs erkennt man markante Anstiege gegen die Alpen und gegen den Schwarzwald, in kleinerem Mass auch gegen den Jura. Deutlich unruhiger als im Mittelland verläuft das Geoid im Alpenraum, wo deutlich der Einfluss der Topografie, insbesondere bei den Tälern von Rhone und Rhein, zu erkennen ist. Südlich der Alpen erfolgt ein starker Abfall des Geoids gegen die Po-Ebene, welcher zwischen Bellinzona und Chiasso mehr als 4 Meter ausmacht. Der Einfluss des Ivrëa-Körpers auf das Geoid ist nur schwierig zu erkennen, da er vom deutlichen Abfall auf der Südseite der Alpen überlagert ist.

9.3 Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid

Anschliessend wurde aus den gleichen Daten ein Quasigeoid gerechnet. Die Differenzen zum Geoid sind in Abb. 9.3-1 dargestellt.

Die Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid sind sehr stark mit der Topografie korreliert. Am deutlichsten ist dies im Alpenraum an den sich deutlich abzeichnenden Tälern zu erkennen. Während sich die Unterschiede im Mittelland um Null bewegen, erreicht man in den Walliser Alpen Werte in der Grössenordnung von 0.5 Metern. Als Extremwert wurde auf der Dufourspitze, dem höchsten Punkt der Schweiz, ein Höhenunterschied von 67 cm bestimmt.

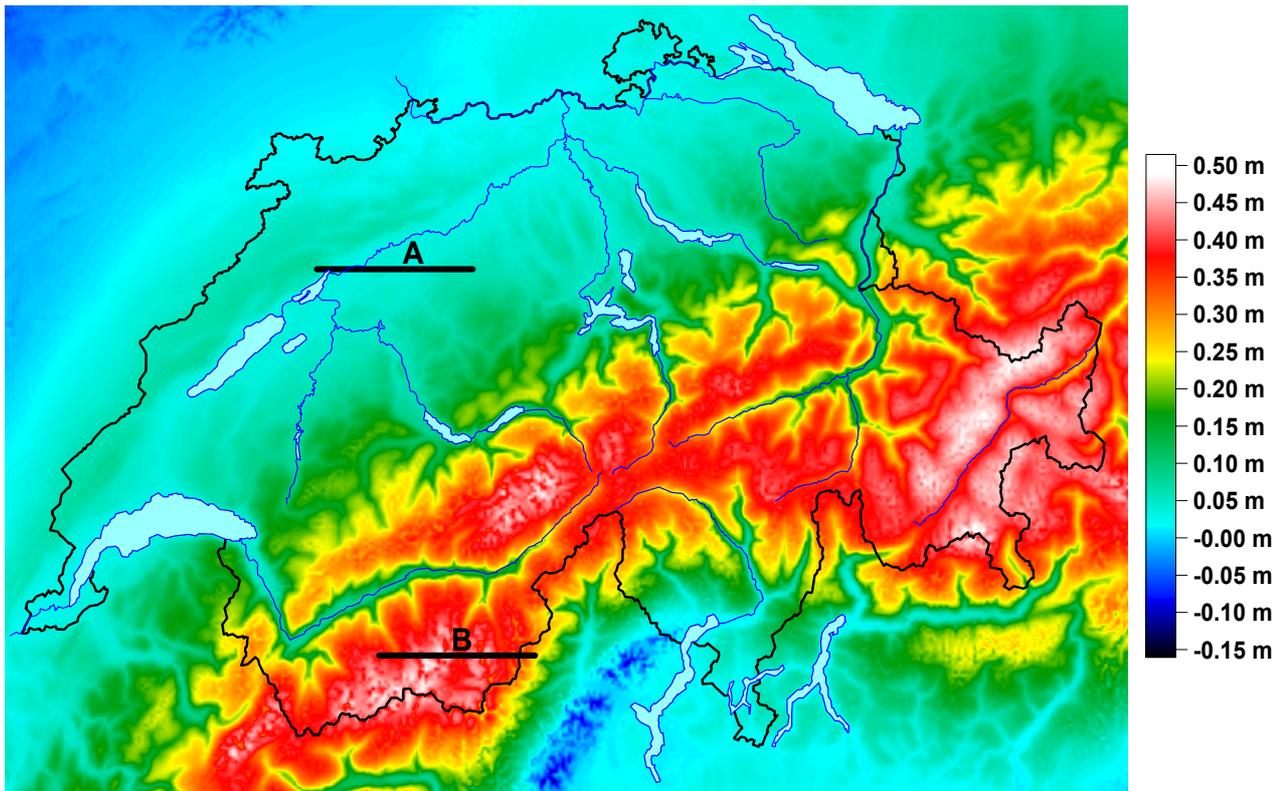


Abb. 9.3-1: Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid

Das Quasigeoid zeigt wegen seiner im Vergleich zum Geoid hohen Korrelation mit der Topografie einen viel unruhigeren Verlauf. Dies macht es in Gebieten mit bewegtem Gelände schwierig, das Quasigeoid direkt aus einem regelmässigen Gitter zu interpolieren. Das hat eine praktische Auswirkung auf die Benutzer, denen das Geoid oder Quasigeoid in der Regel als regelmässiges Gitter abgegeben wird und die danach selber die Undulationen oder Höhenanomalien für ihre Messpunkte interpolieren müssen. Das Quasigeoid muss in einem deutlich engeren Gitter abgegeben werden als das Geoid. Dies ist in den beiden folgenden Abbildungen noch einmal verdeutlicht, wo für 2 Profile (A) und (B) aus Abb. 9.3-1 - eines im Mittelland und eines im Hochgebirge - sowohl die Geoidundulationen als auch die Höhenanomalien in einem Abstand von 500 Metern berechnet wurden.

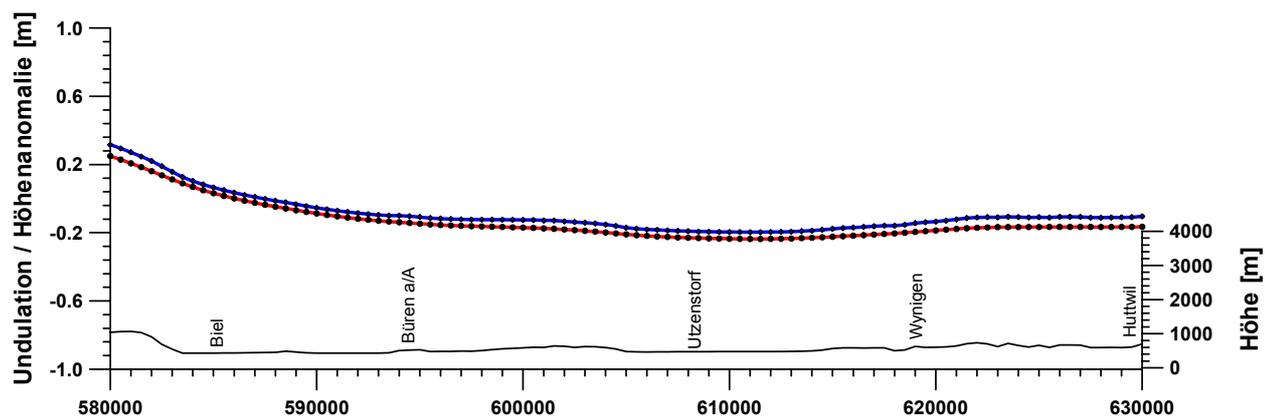


Abb. 9.3-2: Quasigeoid (oben) und Geoid (unten) im Flachland entlang von Profil A aus Abb. 9.3-1

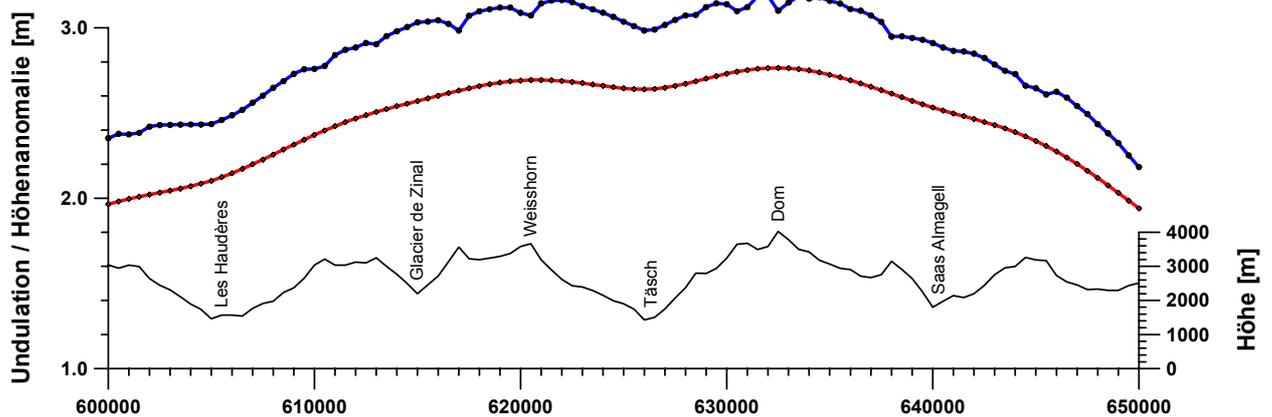


Abb. 9.3-3: Quasigeoid (oben) und Geoid (unten) in den Alpen entlang von Profil B aus Abb. 9.3-1

Abb. 9.3-2 zeigt, dass es im Flachland keine Rolle spielt, ob an die Benutzer das Geoid oder das Quasigeoid abgegeben wird. Die Differenzen sind praktisch zu vernachlässigen und beide Kurven zeigen einen sehr ruhigen, leicht zu interpolierenden Verlauf. Einzig am linken Rand sind signifikante Unterschiede zu sehen, welche mit dem Beginn des Jura zusammenfallen.

Im Alpenraum hingegen (Abb. 9.3-3) ist der Unterschied zwischen Geoid und Quasigeoid gross, und die hochfrequenten Anteile des Quasigeoids sind deutlich sichtbar. Während es zweifelhaft ist, ob im Quasigeoid bei der verwendeten Auflösung von 500 Metern alle Details erfasst wurden, könnte die Maschenweite beim Geoid auf 2 bis 3 km reduziert werden.

9.4 Vergleich zwischen astro-geodätischer und kombinierter Lösung

Die Unterschiede zwischen dem astro-geodätischen und dem kombinierten Geoid sind im Bereich des Mittellandes aber auch des Rhonetals sehr klein und betragen maximal 3 cm. Dies spricht in diesem Gebiet sowohl für die Qualität des astrogeodätischen Geoids als auch für die Qualität der GPS-Messungen und des Nivellements. Im Alpenraum jedoch erscheinen die Differenzen mit zum Teil über 20 cm sehr gross zu sein. Die Ursache dafür muss in mindestens einem der zur Berechnung dieses Vergleichs beteiligten Datensätze liegen:

- Die **GPS-Messungen** wurden alle gemeinsam unter Anwendung der bestmöglichen Modelle für die Troposphäre ausgewertet. Der Vergleich der einzelnen Tageslösungen untereinander zeigte eine Repetierbarkeit der Höhe von besser als 5 cm. Es scheint unwahrscheinlich, dass durch eine verbesserte Modellierung der Troposphäre oder durch den Einbezug von Messungen mit Wasserdampfadiometern noch eine wesentliche Korrektur zu erreichen ist.
- Das **Nivellement** war zum Zeitpunkt der Berechnung von CHGEO98 zwar noch nicht vollständig erfasst und es lag nur eine provisorische Ausgleichung von LHN95 vor. Das Einbeziehen von weiteren Messungen im Verlauf des Projekts LHN95 zeigte jedoch, dass sich die orthometrischen Höhen nur noch im Bereich von ± 1 cm verändern.
- Somit bleibt nur das **astrogeodätische Geoid** als Fehlerquelle, um die Differenzen von 20 cm zu erklären. Die a priori Rechnungen haben aber gezeigt, dass eine solche Differenz nicht durch zufällige Messfehler verursacht werden kann. Es müssten demnach in den Lotabweichungen in einigen Gebieten systematische Fehler in der Grössenordnung von 0.5" vorhanden sein. Eine erste Vermutung bestand darin, dass nach der Reduktion der Lotabweichungen in den Residuen noch Anteile enthalten sind, welche eine Lotkrümmung verursachen. In diesem Fall müsste aber der Vergleich zwischen den aus dem Nivellement gerechneten Normalhöhen und den Normalhöhen aus GPS und Quasigeoid deutlich besser ausfallen als der entsprechende Vergleich der orthometrischen Höhen. Dies konnte jedoch nicht bestätigt werden. Die Unterschiede zeigen praktisch das gleiche Bild wie bei den orthometrischen Höhen.

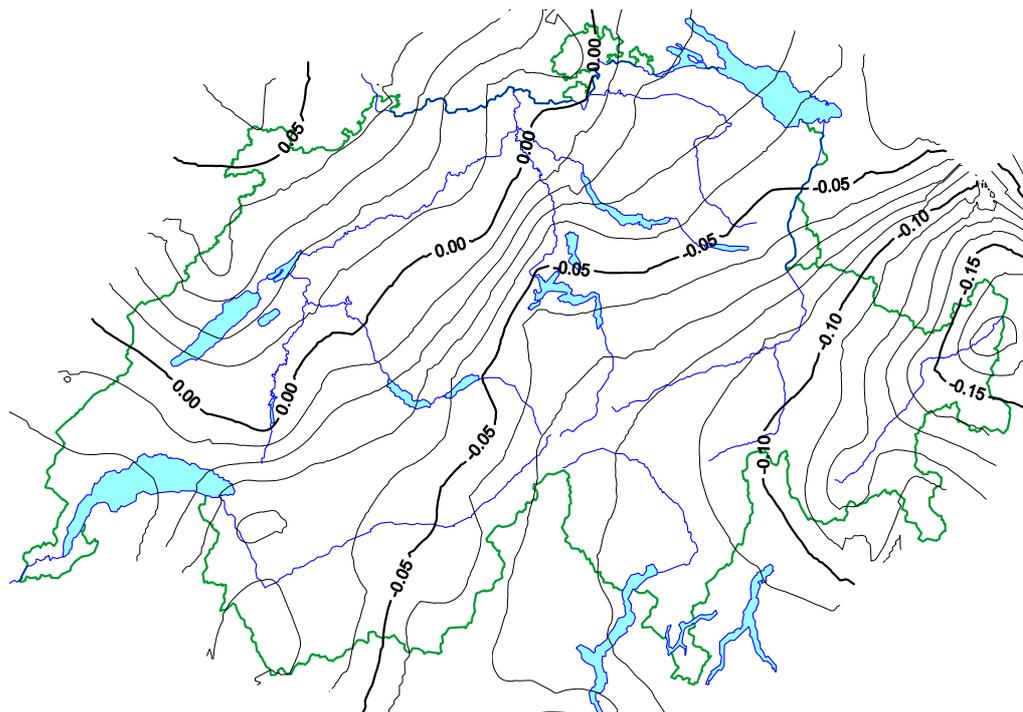


Abb. 9.4-1: Differenzen zwischen dem astrogeodätischen Geoid und dem kombinierten Geoid aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement

Die Unterschiede zeigen einen klaren systematischen Trend der von Südwesten nach Nordosten um mehr als 15 cm ansteigt. Es scheint eine Diskrepanz zwischen Lotabweichungen und den beobachteten Geoidundulationen vorzuliegen, deren Ursachen nicht erklärt werden können. Der Winkel zwischen dem kombinierten Geoid und dem astrogeodätischen Geoid beträgt etwa $0.15''$, was deutlich unterhalb der Genauigkeit einer einzelnen Lotabweichungsmessung liegt. Woher die Systematik kommt, ist allerdings nicht klar. Es scheint wahrscheinlich, dass er in den Lotabweichungen zu suchen ist und nicht in den direkt beobachteten Geoidundulationen. Deshalb wird die Orientierung der kombinierten Lösung als besser betrachtet und somit dieses Geoid als unsere Schlusslösung gewählt.

Bringt man übrigens diesen Trend an der astrogeodätischen Lösung an, so ergeben sich zur kombinierten Lösung nur noch maximale Unterschiede von 3 bis 4 cm. Dies spricht für die interne Genauigkeit der gewählten Verfahren, hilft uns jedoch nicht, die systematischen Abweichungen zu erklären. Hier seien nur einige Hinweise gegeben, welche die Suche der Ursachen erklären könnten:

- Alle grossen Modellwirkungen (Topografie, Moho) weisen einen Gradienten auf, welcher ungefähr in die gleiche Richtung weist, wie der in diesem Kapitel aufgedeckte Trend.
- Die reduzierten Lotabweichungen (vgl. Abb. 7.3-9) aber auch die Bouguer-Anomalien (Abb. 7.3-7) weisen ebenfalls einen Trend auf, welcher ungefähr in diese Richtung zeigt.
- Sehr grob zeigen auch die Differenzen zwischen Quasigeoid und Geoid in diese Richtung, was aber aus dem Topografiemodell zu erklären ist.

10 Die Bildung des Geoidgitters

10.1 Einführung

Der Hauptzweck dieser Arbeit war, den Vermessungsfachleuten der Schweiz ein Schwerefeldmodell zur Verfügung zu stellen, welches ihnen erlaubt, die mit GPS bestimmten Höhen in ein physikalisches Höhensystem zu transformieren. Daneben muss jedoch auch die Reduktion der klassischen Messungen um den Einfluss des Störpotentials (insbesondere Lotabweichungen) ermöglicht werden.

Es wäre nun denkbar, diesen Benutzern ein Softwarepaket zur Verfügung zu stellen, mit welchem sich die Berechnungen der vorliegenden Arbeit nachvollziehen lassen. Das würde aber bedeuten, dass sie die Massenmodelle, den Korrelatenvektor und die entsprechenden Programme zur Berechnung von Masseneinflüssen und zur Prädiktion bei sich installieren müssten. Diese Lösung wurde im Programm

GEOLOT (LAG) gewählt. Das heute verwendete Massenmodell ist jedoch so umfangreich und komplex, dass es nicht mehr sinnvoll ist, dieses an alle Benutzer abzugeben. Die Fehleranfälligkeit bei der Bedienung würde gesteigert. Zudem hat sich der Berechnungsaufwand deutlich erhöht und wegen der Integrierung von DHM25 ergeben sich zusätzliche urheberrechtliche Probleme. Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, dass den Benutzern nur das Endresultat in Form eines Rasters sowie ein kleines Interpolationsprogramm zur Verfügung gestellt werden. Dazu wurden einige gängige Interpolationsmethoden untersucht und eine sinnvolle Gitterauflösung gewählt. Zudem werden die durch diese Vereinfachung verursachten Fehler dargestellt. Als Grunddatensatz dient uns dazu ein Geoidraster mit 1 km Auflösung, welcher streng aus Massenmodellen gerechnet wurde. Für weitere Untersuchungen wurden auch ein Raster des Geoids mit 5 km Auflösung sowie die 1-km-Raster des Quasigeoids und der Lotabweichungen gebildet. In die Untersuchungen der Genauigkeit der Interpolationsmethode wurde für ca. 5000 Punkte die strenge Lösung (Geoid, Quasigeoid und Lotabweichungen) berechnet und diese dann mit den aus den Rasterdaten berechneten Grössen verglichen. Als Interpolationsmethoden wurden folgende Methoden untersucht:

- Bilinearer Ansatz (2x2 Nachbarpunkte)
- Biquadratischer Ansatz (3x3 Nachbarpunkte)
- Splineinterpolation (aus 3x3, 5x5 und 7x7 Nachbarpunkten)

10.2 Die Interpolation des Geoids und des Quasigeoids

Der Vergleich der streng berechneten und der aus dem 1-km-Raster interpolierten Geoidundulationen hat gezeigt, dass der maximale Fehler etwa 3 mm, unabhängig von der gewählten Interpolationsmethode beträgt. Bei der bilinearen Methode liegen etwa 70% aller Differenzen innerhalb von 1 mm. Bei allen übrigen Methoden, welche sich alle etwa als gleichwertig herausgestellt haben, liegen sogar 95% innerhalb eines Millimeters. (Abb. 10.2-1). Es hat sich somit gezeigt, dass die Interpolation des Geoids aus einem 1-km-Raster ohne signifikanten Genauigkeitsverlust durchführbar ist. Da auch diskutiert wurde, ob es sinnvoll ist den Benutzern ein Raster des Geoids mit 5 km Auflösung abzugeben, wurde dieselbe Untersuchung auch für diesen Datensatz durchgeführt. Die durch die Interpolation maximal verursachten Fehler liegen dabei bei etwa 4 cm. Nur etwa 70% der Differenzen liegen innerhalb eines cm. Daraus folgt, dass ein 5-km-Raster den Anforderungen der Vermessungspraxis in der Regel nicht genügt. Um noch einmal den Unterschied zwischen der Interpolierbarkeit des Geoids und des Quasigeoids aufzuzeigen (dem Hauptargument bei der Wahl des Höhensystems von LHN95), wurde auch aus einem 1-km-Raster des Quasigeoids die Höhenanomalie interpoliert. Die maximalen Fehler lagen in diesem Test bei etwa 2 cm, also deutlich höher als beim Geoid.

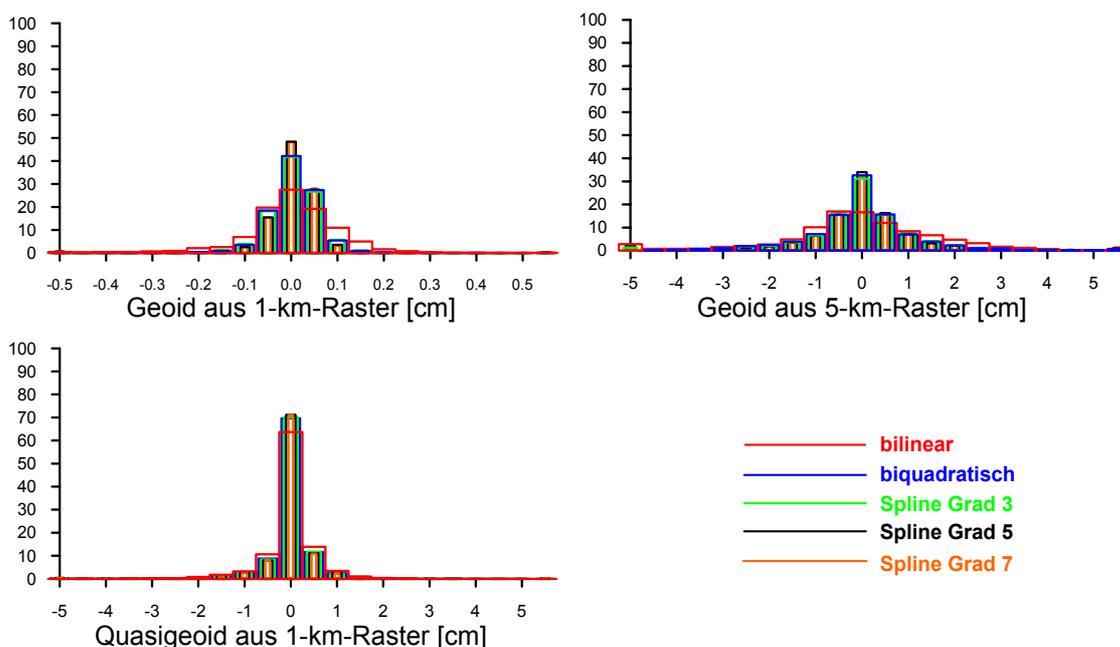


Abb. 10.2-1: Differenzen zwischen streng gerechneten Werten und aus Gitter interpolierten Werten nach verschiedenen Interpolationsmethoden in % der Gesamtmenge. (Man beachte die unterschiedlichen Masstäbe!)

10.3 Die Interpolation der Lotabweichungen

Das erfreuliche Ergebnis bei der Interpolation des Geoids, bewog uns auch zu untersuchen inwiefern die Lotabweichungen aus einem 1-km-Raster interpolierbar sind. Etwa 50% der Differenzen lagen bei diesem Test innerhalb von 1.5 cc und etwa 99.5% innerhalb von 6 cc (Abb. 10.3-1). Dies genügt wohl für die meisten geodätischen Anwendungen mit geringeren Anforderungen und liegt in der Grössenordnung des Fehlers welcher mit dem bisherigen Programm GEOLOT (Geoid von Gurtner) bei Vernachlässigung der Nahtopografie erreicht wurde. Einzelne Punkte in extremen Lagen zeigten jedoch Differenzen bis zu 15 cc. Interessanterweise spielt die Interpolationsmethode global betrachtet fast keine Rolle. Zu betonen ist noch, dass sich mit dieser Methode nur Lotabweichungen an der Erdoberfläche näherungsweise interpolieren lassen. Für andere Punkte (z.B. in Tunnels) muss auf jeden Fall mit den Massenmodellen gearbeitet werden.

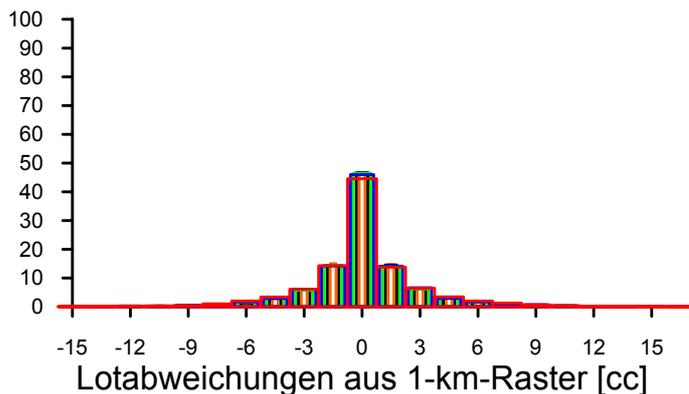


Abb. 10.3-1: Differenz zwischen streng gerechneten Oberflächenlotabweichungen und aus einem 1-km-Raster interpolierten Werten (in % der Gesamtuntersuchungsmenge)

10.4 Die Wahl der Interpolationsmethode

Bei den oben beschriebenen Tests hat sich erwiesen, dass die bilineare Interpolation den übrigen Methoden unterlegen ist und deutlich schlechtere Resultate liefert. Die biquadratische Interpolation und die Splineinterpolation mit 3 Nachbarpunkten waren etwa gleichwertig. Nur unwesentlich besser fielen die Resultate für die Splineinterpolationen höheren Grades aus. Diese haben aber den Nachteil, dass der Randbereich, in welchem die Methode nicht anwendbar ist, relativ gross wird.

Die Rechengeschwindigkeit fällt bei keiner Methode stark ins Gewicht, so dass dieses Kriterium zur Wahl der Methode nicht beigezogen wurde.

Somit wurde entschieden, die biquadratische Interpolation in das definitive, an die Benutzer abzugebende Programm zu integrieren. Diese ist etwa gleichwertig mit der Splineinterpolation 3. Grades, hat aber als einziges den Vorteil, dass die Interpolationsroutine einfacher zu programmieren ist.

Hier also eine kurze Beschreibung der biquadratischen Interpolation:

Der Name dieser Interpolationsmethode kommt daher, dass jeder Schnitt durch die Interpolationsfläche parallel zu den beiden Koordinatenachsen eine quadratische Funktion (Parabel) ergibt.

Ausgangspunkt sind dabei die Stützwerte H der 9 nächstgelegenen Gitterpunkte P , die in den Koordinatenbereich von -1 bis +1 transformiert wurden. Durch diese 9 Stützwerte wird danach ein Flächenpolynom gelegt, welches folgende Gleichung erfüllt:

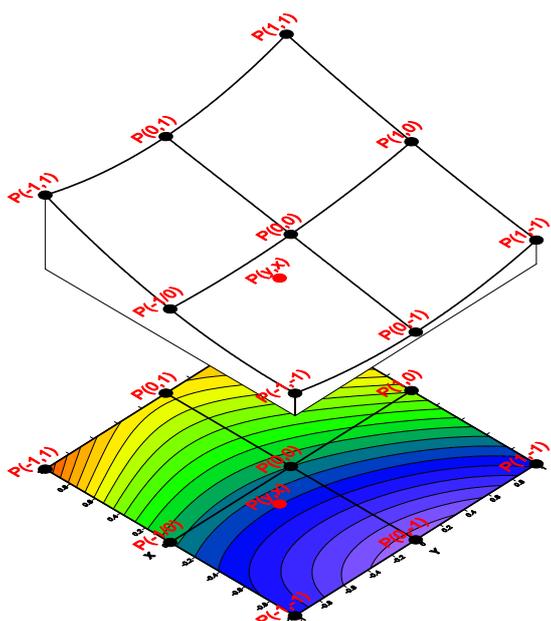


Abb. 10.4-1: Schema der biquadratischen Interpolation

$$H(y, x) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot y + C_4 \cdot xy + C_5 \cdot x^2 + C_6 \cdot y^2 + C_7 \cdot xy^2 + C_8 \cdot x^2y + C_9 \cdot x^2y^2$$

wobei die Koeffizienten C_1 bis C_9 folgende Werte annehmen:

$$C_1 = H_{(0,0)}$$

$$C_2 = (H_{(0,-1)} - H_{(0,1)})/2$$

$$C_3 = (H_{(1,0)} - H_{(-1,0)})/2$$

$$C_4 = (H_{(1,-1)} - H_{(1,1)} + H_{(-1,1)} - H_{(-1,-1)})/4$$

$$C_5 = (H_{(0,1)} + H_{(0,-1)})/2 - H_{(0,0)}$$

$$C_6 = (H_{(1,0)} + H_{(-1,0)})/2 - H_{(0,0)}$$

$$C_7 = (H_{(0,1)} - H_{(0,-1)})/2 + (H_{(1,-1)} - H_{(1,1)} - H_{(-1,1)} + H_{(-1,-1)})/4$$

$$C_8 = (H_{(-1,0)} - H_{(1,0)})/2 + (H_{(1,1)} + H_{(1,-1)} - H_{(-1,-1)} - H_{(-1,1)})/4$$

$$C_9 = H_{(0,0)} - (H_{(0,1)} + H_{(1,0)} + H_{(0,-1)} + H_{(-1,0)})/2 + (H_{(1,1)} + H_{(1,-1)} + H_{(-1,-1)} + H_{(-1,1)})/4$$

10.5 Die Abgabe des Geoidgitters an die Benutzer

Das Geoidgitter wird auf Grund der Untersuchungen in den vorherigen Kapiteln in Form eines 1 km Gitters im Schweizerischen Projektionssystem an die Benutzer abgegeben. Dabei wird nicht zwischen LV03 und LV95 unterschieden da die Verzerrungen mit maximal 2 Metern zu gering sind um in der Interpolation des Geoids wirksam zu werden. Als offizielle Interpolation wird die biquadratische Methode vorgeschrieben um in allen Anwenderprogrammen identische Resultate zu erhalten.

Da einige GPS-Anwenderprogramme die Korrektur der Geoidhöhe bereits vor der Transformation in Landeskoordinaten anbringen, war es nötig neben dem 1-km-Raster auch ein Gitter im ETRS89 in geografischen Koordinaten zu erstellen. Dieses hat eine Auflösung von 30" x 30" (Bogensekunden), was etwa der 1-km-Auflösung des Gitters in der Projektionsebene entspricht. Auch dieses 30"-Gitter wird auf Wunsch den Benutzern abgegeben. Die erhaltenen Unterschiede zwischen den beiden Gittern liegen im Bereich von einigen Zehntel mm.

Für wissenschaftliche Zwecke können auf den Web-Seiten des International Geoid Service (IGeS in Milano) zudem Gratisversionen des Schweizer Geoids und Quasigeoids mit einer Auflösung von 5 km (resp. 3') herunter geladen werden.

Für die Verwendung Swisstopo-intern wurden noch weitere Gitter erzeugt, welche nicht offiziell sind und normalerweise nicht an die Benutzer abgegeben werden. Es handelt sich dabei um:

- 1-km Gitter des Quasigeoids
- 1-km-Gitter des astrogeodätischen Geoids
- 1-km-Gitter des astrogeodätischen Quasigeoids
- 1-km-Gitter der Lotabweichungen (ξ und η getrennt)

Es handelt sich dabei normalerweise um Datensätze, welche nur zu Vergleichszwecken oder für Näherungslösungen verwendet werden sollten. Es ist zu empfehlen für das Quasigeoid und für Lotabweichungen immer die strengen Berechnungen über Massenmodelle zu benutzen.

11 Vergleich mit bisherigen Lösungen

11.1 Vergleich mit dem Geoid von Gurtner 1978

Die hier verglichene Version des astrogeodätischen Geoids von Gurtner (mit Modifikationen von Elmiger und Marti), ist die seit 1992 in der Schweiz offiziell verwendete (implementiert in LAG und GEOLOT). Gelagert ist es in Schwerzenbach mit einer Undulation von 0 Metern. Das neue Geoid wurde im CH1903+ aus provisorischen Werten so gelagert, dass die Undulation in Zimmerwald mit dem Ergebnis aus dem Gurtner-Geoid übereinstimmte. Die weiteren Auswertungen von LHN95 ergaben aber Differenzen um mehr als 10 cm. Deshalb ergeben die Differenzen in Schwerzenbach und in Zimmerwald nicht Null, sondern ca. -11 cm.

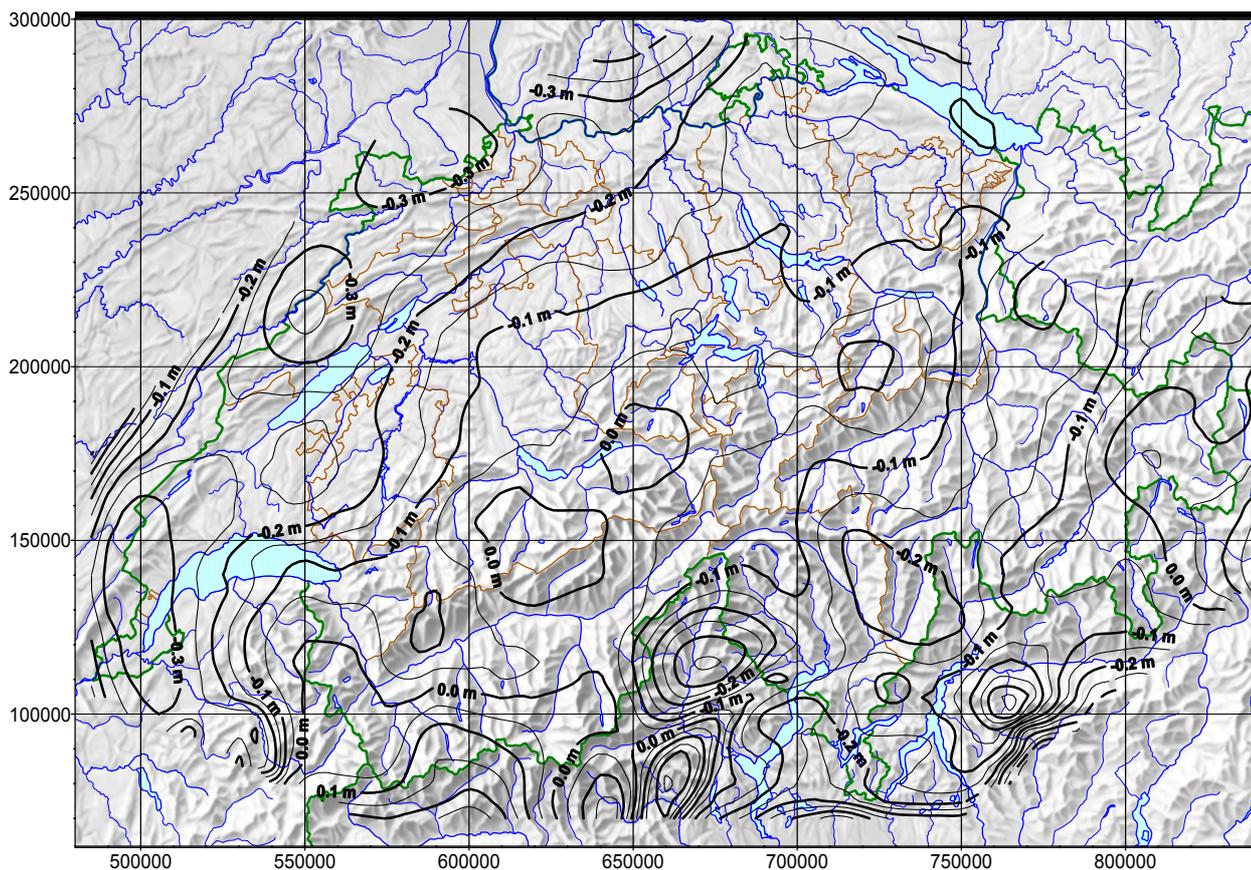


Abb. 11.1-1: Differenzen zwischen dem Geoid CHGEO98 und dem Geoid von Gurtner

Die grössten Differenzen treten im Bereich der Ivrea-Zone auf. Dies ist auf das heute stark verbesserte Modell des Ivrea-Körpers und die vielen zusätzlichen Messungen in diesem Gebiet zurückzuführen.

Abgesehen von diesem deutlich sichtbaren Unterschied, zeigt sich in Abb. 11.1-1 ein langwelliger Anteil etwa in West-Ost-Richtung: Nördlich von Genf befindet sich ein Minimum von etwa -33 cm. Die Unterschiede wachsen danach an, bis sie im Berner Oberland ein lokales Maximum von etwa +1 cm erreichen, und bis in die Region des San Bernardino Passes, wo sie ein weiteres Minimum von -20 cm bilden. Noch weiter östlich wachsen die Differenzen dann wieder bis auf +5 cm im Unterengadin an.

Der langwellige Trend, der in den Alpen viel ausgeprägter als im Mittelland erscheint, ist sicher auf die bei der Geoidberechnung von Gurtner verwendete geringere Stützpunktdichte zurückzuführen.

11.2 Vergleich mit CHGEO97

In Abb. 11.2-1 sind die Differenzen zur provisorischen Geoidlösung 1997 dargestellt, welche nie offiziell eingeführt wurde. In CHGEO98 sind gegenüber der Lösung von 1997 die in Kapitel 1.2 beschriebenen Änderungen enthalten. Innerhalb der Schweiz sind die Differenzen in der Regel kleiner als 1 cm. Grau unterlegt sind in Abb. 11.2-1 diejenigen Gebiete mit Differenzen grösser als 2 cm. Die zusätzlichen Lotabweichungsmessungen von 1995 und 1996 haben die Geoidform also nur in Randzonen noch leicht verändert (insbesondere südlich des Lac Léman). Ebenfalls ohne wesentlichen Einfluss blieb die Erweiterung des DHM25. Die fast kreisrunde Isolinie mit Zentrum über dem Aletschgletscher ist eine Folge der verbesserten Routinen zur Berechnung des Topografieeinflusses, welche sich insbesondere bei der Berechnung der Wirkungen der Eismassen bemerkbar machten. In anderen Gebieten (z.B. Ivrea-Körper) sind diese Effekte so stark mit anderen überlagert, dass der Einfluss in der Abbildung nicht sichtbar ist.

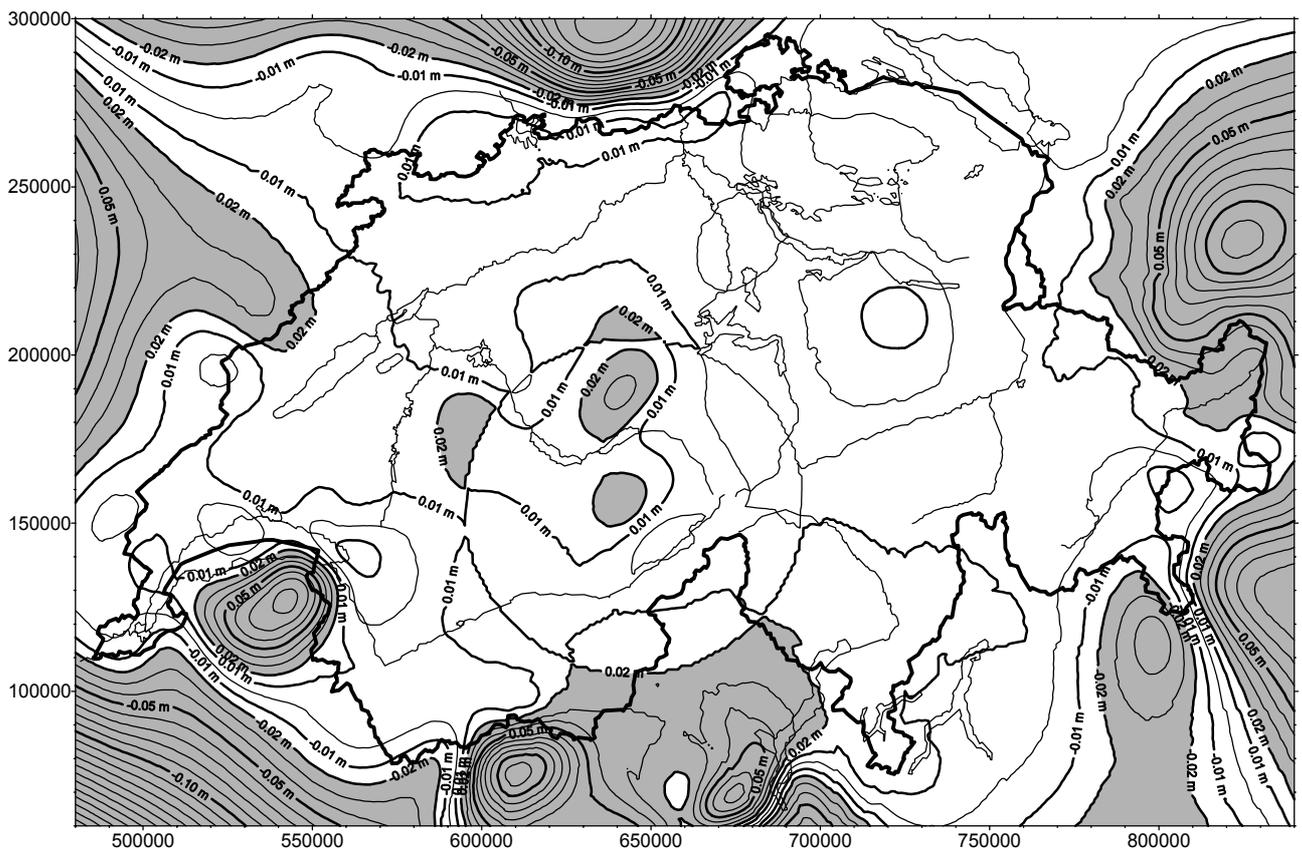


Abb. 11.2-1: Differenzen des Geoids 1998 minus Geoid 1997

11.3 Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid EGG97

1997 wurde die Lösung EGG97 (Abb. 11.3-1) für das europäische Quasigeoid vorgestellt, welches am Institut für Erdmessung (IfE) der Universität Hannover berechnet wurde [Denker et al., 1997]. Es handelt sich dabei um eine gravimetrische Lösung, welche etwa 1.5 Millionen Schwerewerte berücksichtigt. Aus der Schweiz sind dabei die Schweredaten aus [Klingelé, Olivier, 1980] sowie das RIMINI-Geländemodell eingeflossen. Als Referenzsystem wurde das ETRS89 verwendet. Diese Lösung wurde uns vom IfE mit einer Auflösung von 1' x 1.5' (entspricht ca. 2 km Maschenweite) zur Verfügung gestellt.

Um unsere Lösungen mit dem europäischen Quasigeoid vergleichen zu können, mussten diese zuerst in das europäische Referenzsystem transformiert werden. Dies geschieht mit dem in Kapitel 6.2 beschriebenen Verfahren. Nach der Transformation erhielten wir das Quasigeoid, welches nun mit dem EGG97 verglichen werden konnte.

Die Differenzen sind in Abb. 11.3-2 dargestellt. Zu beachten ist in diesem Vergleich, dass weder ein Trend noch ein Offset angebracht worden ist. Global betrachtet zeigen die Differenzen einen nicht signifikanten Offset von 2.5 cm. Die extremen Differenzen betragen -42 cm (im Gebiet des Ivrea-Körpers) und + 47 cm (im Gebiet des Mont Blanc). Zudem scheinen die Differenzen eine Korrelation mit der Topografie zu zeigen. Es ist

zu vermuten, dass das eine Folge der vereinfachten Berechnung (FFT-Technik) des Topografie-Einflusses in EGG97 ist. Ein weiteres Problem scheint die Ivrea-Zone zu sein, wo grosse systematische Differenzen auftreten. Zwar ist in EGG97 kein Modell für den Ivrea-Körper enthalten, aber in der Berechnung eines Quasigeoids sollte das eigentlich keinen Einfluss haben (im Gegensatz zu einer Geoidberechnung).

Im Mittelland zeigen sich nur sehr geringe Unterschiede mit Maximalwerten von etwa ± 5 cm. In der Region nördlich von Genf und Lausanne (Waadtländer Jura) erreichen diese Differenzen aber auch Beträge von über 10 cm. Im Alpenraum zeigen die Isolinien einen unruhigeren Verlauf, überschreiten aber auch hier kaum einmal den Wert von 10 cm. Eine Ausnahme davon bildet einzig eine Zone, welche von Liechtenstein über Chur und das Domleschg bis ins Engadin und das Puschlav reicht. Dort werden in Einzelfällen auch Beträge von 20 cm erreicht. Östlich dieser Zone werden die Differenzen wieder kleiner und erreichen im Unterengadin praktisch wieder einen Wert von 0. Diese langwelligen Unterschiede der beiden Lösungen zeigen lokal eine systematische Diskrepanz zwischen den Lotabweichungen und Schwerewerten auf. Die kurzwelligen Unterschiede, wie sie vor allem im Alpenraum auftreten, dürften zum grössten Teil durch die verwendeten Topografiemodelle sowie auf die Interpolation auf ein regelmässiges Gitter verursacht sein und sind nur teilweise eine Folge der Schweremessungen oder Lotabweichungen.

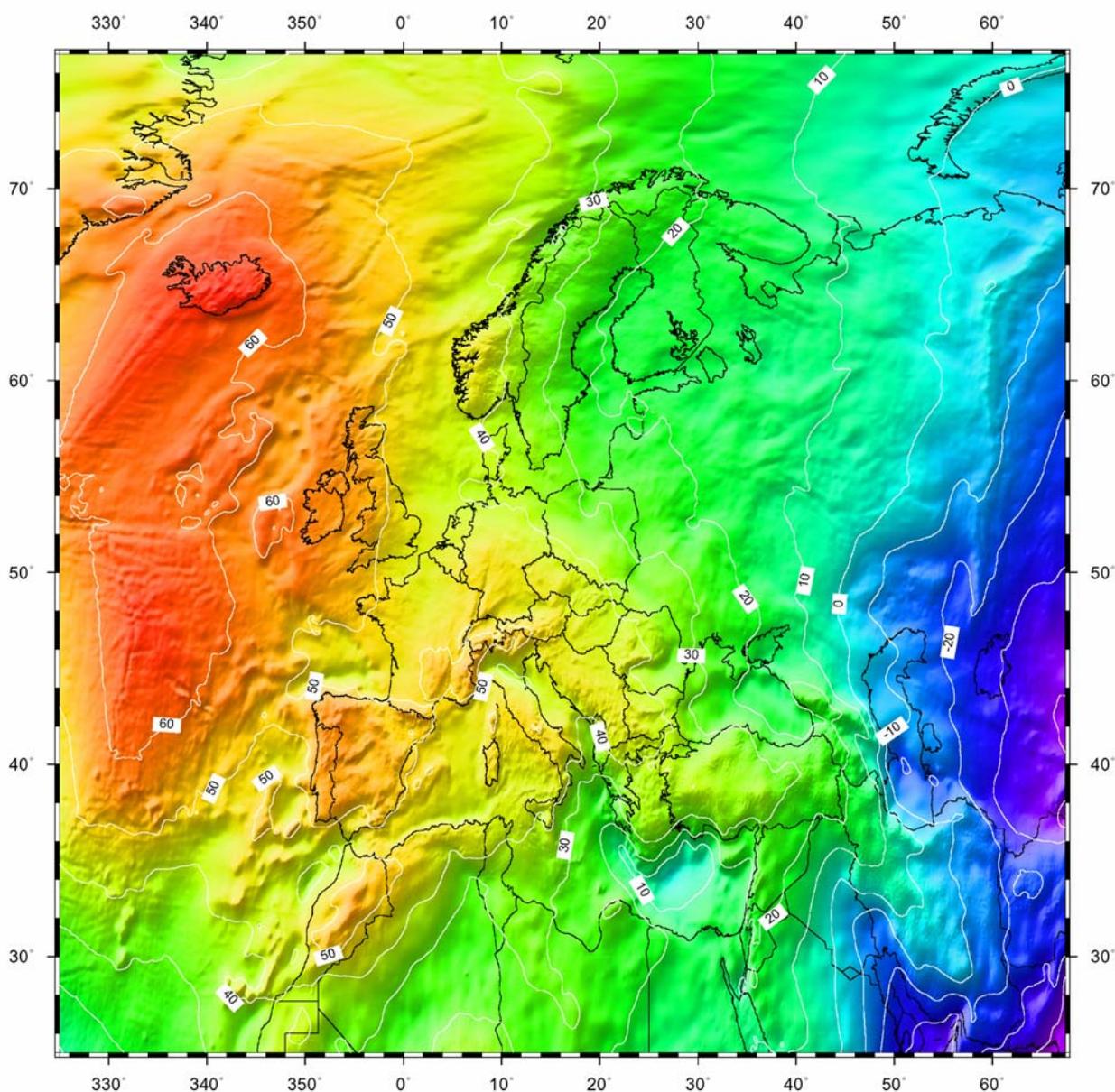


Abb. 11.3-1: Das europäische Quasigeoid EGG97 (Denker, 1998)

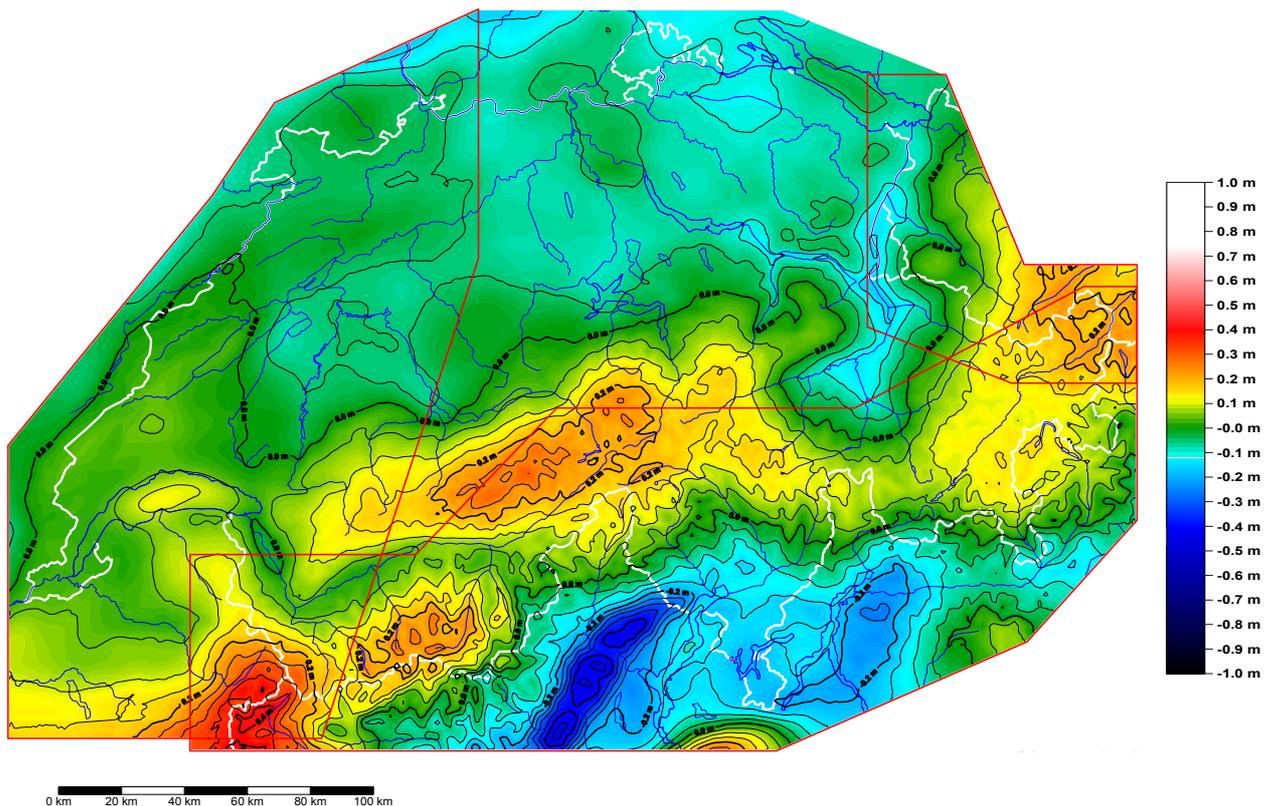


Abb. 11.3-2: Differenzen zwischen europäischem Quasigeoid (EGG97) und schweizerischem Quasigeoid. Die Trennlinien entsprechen den Perimetern, wie sie in Abb. 11.5-1 verwendet werden.

Der Vergleich der astro-geodätischen Lösung von CHGEO98 mit EGG97 ergab leicht schlechtere Ergebnisse als der Vergleich des kombinierten Geoids. Insbesondere waren die Unterschiede im Tessin und in Graubünden grösser. Dagegen war der Vergleich im zentralen Alpenraum (Berner Oberland, Zentralschweiz) leicht zu Gunsten der astrogeodätischen Lösung

Zusammengefasst kann gesagt werden, dass der Vergleich unserer Lösungen mit EGG97 aufgezeigt hat, dass in flachem und leicht gebirgigem Gebiet sowohl mit der astrogeodätischen als auch mit der gravimetrischen Methode über grössere Distanzen von 50 bis 100 km Entfernung ein Geoid (oder Quasigeoid) mit einer Genauigkeit von einigen wenigen Zentimetern zuverlässig berechnet werden kann. Im Alpenraum hingegen treten Differenzen auf, welche den Schluss zulassen, dass zumindest eine der Lösungen kleinere Schwachpunkte aufweist.

Meiner Meinung sind diese Schwachstellen mehrheitlich im europäischen Quasigeoid zu suchen, da sowohl das dort verwendete digitale Höhenmodell (RIMINI) als auch die verwendeten Schweredaten noch grobe Fehler enthalten.

Aufgrund dieses Vergleichs dieser zwei vollkommen unabhängigen Lösungen (unterschiedliches Geländemodell, keine einzige Messung, welche gleichzeitig in beiden Berechnungen verwendet wurde, völlig unabhängige Software) schliesse ich auf eine äussere Genauigkeit unserer provisorischen kombinierten Lösung aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement auch im hochalpinen Gebiet von besser als 5 cm. Eine Ausnahme davon könnte einzig das Unterengadin bilden, wo die Differenzen zwischen unserer Lösung und der europäischen Lösung mehr als 20 cm betragen. In diesem Gebiet ist für eine verbesserte Geoidbestimmung das Messen von zusätzlichen GPS/Nivellement-Stationen unerlässlich.

11.4 Vergleich mit dem globalen Modell EGM96

Der Vollständigkeit halber sei hier auch noch ein kleiner Vergleich mit dem zurzeit genauesten globalen Kugelfunktionsmodell EGM96 (Earth Geopotential Model 1996) aufgeführt [Lemoine et al., 1998]. Dieses Modell ist vollständig bis zum Grad 360 bestimmt und hat demnach eine räumliche Auflösung von ca. 50 km. In Abb. 11.4-1 ist der Ausschnitt von EGM96 in der Schweiz dargestellt. Auf den ersten Blick ist die ungenügende Auflösung dieses Modells für ein Gebiet mit bewegter Topografie ersichtlich. Nur die rudimentärsten Charakteristiken wie das Mittelland, der Alpenhauptkamm und das starke Abfallen gegen die

Po-Ebene sind zu erkennen. Wichtige Details, wie die Absenkungen des Geoids über den grossen Tälern (Wallis, Rheintal) gehen in dieser Auflösung verloren. Deshalb treten gegenüber CHGEO98 Differenzen von mehreren Metern auf und es wird davor abgeraten dieses Modell in der Schweiz zu verwenden.

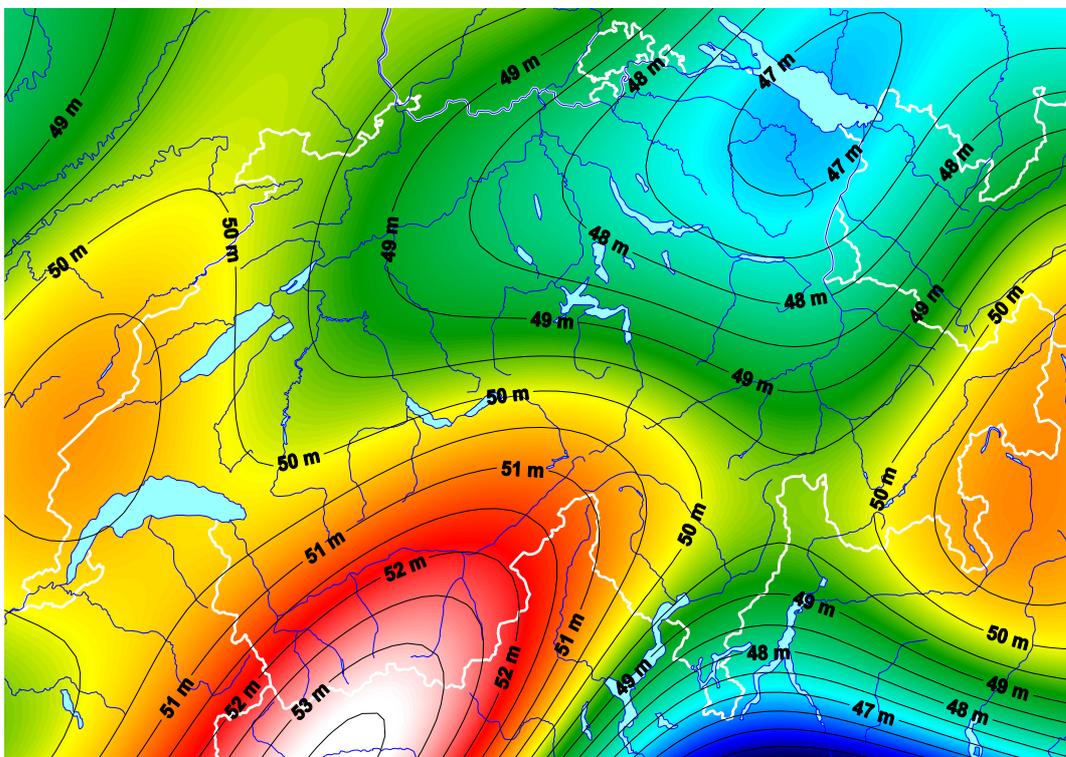


Abb. 11.4-1: Das globale Modell EGM96 im Gebiet der Schweiz

11.5 Vergleich mit Geoiden der Nachbarländer

Auch in den Nachbarländern der Schweiz sind in den letzten Jahren neue Geoidmodelle entstanden, welche man mit CHGEO98 vergleichen kann. Ich möchte an dieser Stelle den Autoren dieser Modelle dafür danken, dass sie uns ihre Lösungen überlassen haben: Henri Duquenne (ESGT, Le Mans) für das französische Quasigeoid QGF98, Riccardo Barzagli (Uni Milano) für das italienische Quasigeoid ITALGEO95 sowie Hans Sünkel und Norbert Kührtreiber (beide TU Graz) für das österreichische Geoid 1987. In Deutschland wird zurzeit EGG97 als offizielles Geoid verwendet.

Alle diese Lösungen wurden zunächst ins ETRS89 transformiert und dort im Überlappungsbereich mit CHGEO98 verglichen. Dabei zeigte es sich, dass sehr oft ein Offset und teilweise sogar lineare Trends angebracht werden mussten, damit die Lösungen vergleichbar wurden. Diese Offsets und Trends sind ein Hinweis auf allenfalls noch bestehende Datumsprobleme und langwellige Fehler in den jeweiligen Modellen und sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Beschreibung	EGG97 Europäisches gravimetrisches Quasigeoid 1997	QGF98 Französisches gravimetrisches Quasigeoid 1998	ITALGEO95 Italienisches gravimetrisches Quasigeoid 1995	österreichisches Astro-Geoid 1987	CHGEO98 Schweizerisches Geoid 1998
Gitter-Auflösung	1' x 1.5'	1.5' x 2'	3' x 3'	3' x 5'	0.5' x 0.5'
Offset	-2.5 cm	+100.8 cm	-33.9 cm	+234.6 cm	Referenz
Trend (West-Ost)	+1.0 cm/100 km	-7.1 cm/100 km	+11.4 cm/100 km	+18.4 cm/100 km	Referenz
Trend (Nord-Süd)	+3.3 cm/100 km	+4.3 cm/100 km	-23.4 cm/100 km	-56.2 cm/100 km	Referenz
Min. / Max. Differenzen	-47.1 cm bis +42.9 cm	-25.2 cm bis +29.2 cm	-68.2 cm bis +49.8 cm	-14.3 cm bis +23.3 cm	Referenz

Tabelle 11.5-1: Geschätzte Offsets und Trends zwischen CHGEO98 und den Geoiden der Nachbarländer und EGG97. Grau hinterlegte Parameter sind in den folgenden Abbildungen nicht berücksichtigt.

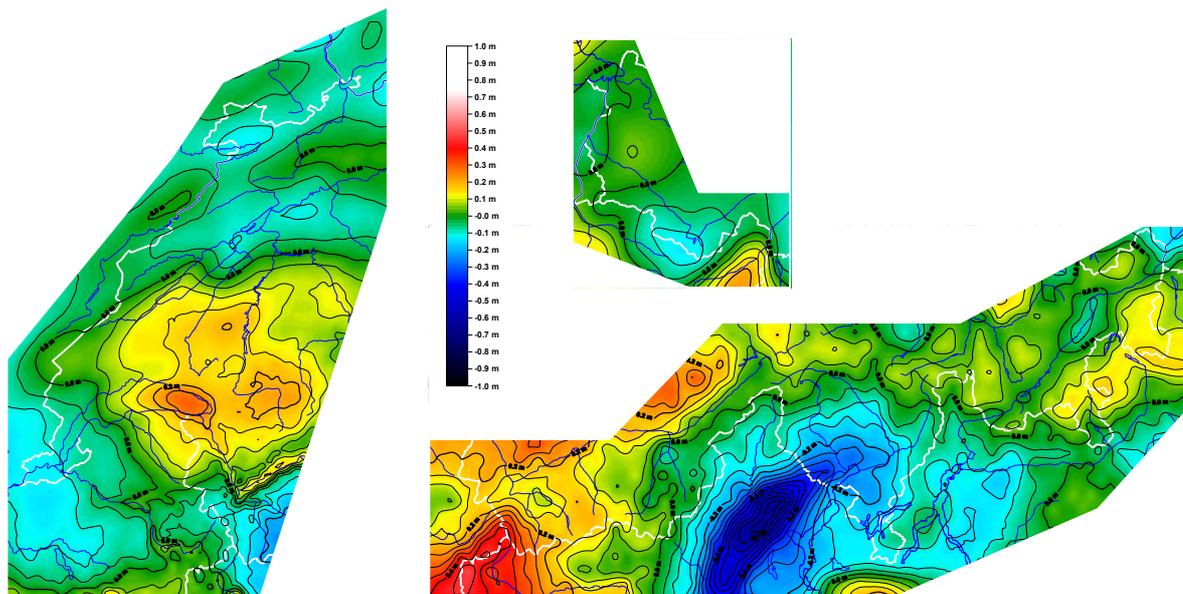


Abb. 11.5-1: Differenzen von QGF98 (links), ITALGEO95 (rechts unten) und dem österreichischen Geoid 1987 (rechts oben) minus CHGEO98 (nach Abzug von Offsets und im Fall von Österreich auch von Trends)

Alle Lösungen zeigen in der Regel in flacheren Regionen eine Übereinstimmung, welche besser als 10 cm ist. In den Alpen treten jedoch Differenzen von mehreren Dezimetern auf. Dies ist ein Hinweis auf eine ungenügende Genauigkeit der Standard-Berechnungsmethoden für den Einfluss der Topografie. Ein weiteres Problem ist, dass die gemeinsamen Gebiete der verglichenen Lösungen jeweils am Rand des interessierenden Gebietes liegen und deshalb Extrapolationsfehler auftreten können. Zudem ist zu erwähnen, dass für Italien und Österreich inzwischen neuere Modelle berechnet wurden. Diese konnten jedoch für diesen Vergleich noch nicht verwendet werden.

Das französische Quasigeoid QGF98 stimmt mit CHGEO98 im Allgemeinen sehr gut überein, wenn man den sehr grossen Offset von ca. 1 m berücksichtigt. Die Korrelation dieser Differenzen mit der Topografie ist viel kleiner als diejenige mit anderen Lösungen. Die grossen positiven Differenzen im Mont Blanc Gebiet, wie sie in EGG97 und in ITALGEO95 auftreten, sind in QGF98 nicht zu beobachten. Die relativ grossen Differenzen von +25 cm im östlichen Teil des Lac Léman sind wahrscheinlich eine Folge der für die Berechnung von QGF98 verwendeten schweizerischen Schwere­daten. Dies konnte jedoch noch nicht verifiziert werden.

Der Vergleich von ITALGEO95 mit CHGEO98 zeigt in diesem sehr schwierigen Gebiet sehr ähnliche Charakteristiken wie derjenige mit EGG97. Auch hier ist eine Korrelation der Differenzen mit der Topografie zu beobachten, welche allerdings kleiner ist, als diejenige von EGG97. Auch hier treten die grossen Unterschiede von bis zu +40 cm in der Region des Mont Blanc auf. In der Ivrea-Zone treten sogar Unterschiede von bis -65 cm auf. Hingegen ist die Übereinstimmung im Tessin, wo dieser sehr starke Abfall des Geoids gegen die Po-Ebene auftritt und in Graubünden sehr gut.

Der Vergleich mit dem österreichischen Geoid 1987 ist nicht sehr aussagekräftig, da das gemeinsame Gebiet mit CHGEO98 sehr klein ist. Ein Problem sind aber die grossen Trends, welche in den Differenzen noch vorhanden sind, was auf Datumsprobleme hindeutet. Nachdem aber die Trends eliminiert wurden, zeigen die beiden Lösungen eine sehr gute Übereinstimmung in Österreich und bis an die Grenze. Sobald wir aber ein paar km in die Schweiz gehen, nehmen die Differenzen rasch grosse Beträge an.

12 Schlussbetrachtungen

12.1 Resultate

Die Resultate dieser Arbeit und insbesondere der Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid haben gezeigt, dass das Geoid in der ganzen Schweiz mit einer Genauigkeit von besser als 5 cm bekannt ist. Hauptverantwortlich für dieses gute Resultat sind einerseits die vielen präzisen Lotabweichungsmessungen der letzten Jahre, welche mit der transportablen Zenitkamera der ETH Zürich durchgeführt wurden, aber

insbesondere auch die gute Qualität der heute verfügbaren Modelle der Topografie und der geologischen Tiefenstruktur. Durch die Elimination der durch diese Störkörper verursachten Wirkungen auf das Schwerefeld erhielten wir ein so stark geglättetes Residualfeld der Beobachtungen, dass die Wahl der Interpolationsmethode nur noch einen geringen Einfluss auf die Lösung hat. Als vorläufige Schlusslösung wird die kombinierte Bestimmung aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement gewählt. Diese Lösung zeigt gegenüber der reinen astrogeodätischen Lösung in Graubünden Diskrepanzen von über 10 cm. Dies haben wir mit systematischen Fehlern in den Lotabweichungen erklärt, was jedoch durch weitere Untersuchungen noch bestätigt werden muss. Die Unterschiede zum kombinierten Geoid mit integrierten Schweren lassen sich hingegen mit grosser Sicherheit der Trendabspaltung zuschreiben. Für die Elimination dieses Problems ist eine Verbesserung der Auswertesoftware nötig.

Trotz dieser Probleme, welche noch in der momentanen Lösung stecken, ist das in dieser Arbeit entstandene Schwerefeldmodell bereit, um an die Benutzer abgegeben und in der Praxis eingesetzt zu werden. Sowohl die Geoidundulationen als auch die prädierten Lotabweichungen sind in allen heute in der Schweiz benutzten Referenzsystemen (CH1903, CH1903+ und CHTRS95) mit einer Genauigkeit berechenbar, welche gegenüber dem Geoidmodell 1978 stark gesteigert wurde.

Zum Schluss sei noch einmal erwähnt, dass das Geoid 1998 sowohl im Rahmen CH1903 als auch im Rahmen CH1903+ verwendet werden darf. Es ist aber nicht zulässig, in einem Projekt mit GEOLLOT (Geoid von Gurtner) berechnete und mit dem Geoid 1998 berechnete Geoidundulationen zu vermischen.

12.2 Noch nicht erfüllte Voraussetzungen für ein cm-Geoid der Schweiz

Trotz des guten Resultates dieser Arbeit sind wir in der Schweiz noch ein wenig vom hochgesteckten Ziel des cm-Geoids entfernt. Wieso dies so ist und wie das Resultat eventuell noch verbessert werden könnte, soll in diesem Kapitel erläutert werden.

Aus den durchgeführten Untersuchungen ist zu schliessen, dass aus astrogeodätischen Messungen alleine das Geoid in der Schweiz mit einer Genauigkeit von etwa 4 bis 6 cm relativ zu Zimmerwald bestimmt werden kann. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass keine systematischen Fehler mehr vorhanden sind und dass alle Massenmodelle, welche einen indirekten Effekt (Lotkrümmung) verursachen, eliminiert worden sind. Steigern lässt sich diese Genauigkeit nur, falls ein sehr viel dichteres Lotabweichungsnetz beobachtet würde oder der mittlere Fehler einer einzelnen Messung gegenüber den in dieser Arbeit verwendeten Werten deutlich reduziert werden könnte. Beide diese Ziele sind im Moment nicht realisierbar, so dass wir dem Ziel eines cm-Geoids nur durch Kombination mit anderen Messungen näher kommen können.

Durch die Integration von GPS/Nivellement kann der mittlere Fehler des Geoids etwa auf 2 bis 3 cm reduziert werden. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass sowohl die GPS-Höhen als auch die orthometrischen Höhen mit einer Genauigkeit von etwa 1 cm bekannt sind. Bei einer geringeren Genauigkeit dienen die GPS/Nivellement-Messungen im Wesentlichen der Korrektur von systematischen, langwelligen Fehlern der astrogeodätischen Lösung, bringen aber im lokalen Bereich keine Verbesserungen.

Im Gegensatz dazu erreicht man durch die Integration der Schweremessungen lokal eine Genauigkeitssteigerung, die derjenigen der astrogeodätischen Lösung überlegen ist. Für eine Geoidbestimmung im Bereich von 1 cm über Distanzen von 50 bis 100 km, müssen sie in die Berechnungen einbezogen werden. In CHGEO98 konnte dies wegen der Probleme bei der Berücksichtigung des Trends noch nicht realisiert werden.

12.3 Verbesserungsvorschläge

Eine Verbesserung der Geoidbestimmung kann eventuell durch eine Verdichtung der Messungen eine Genauigkeitssteigerung erreicht werden. Bei den Lotabweichungen steht dabei allerdings nicht in erster Linie eine Erhöhung der Anzahl Stationen im Vordergrund, sondern es soll durch Neumessungen eine Kontrolle und eine eventuelle Ersetzung vieler älterer Messungen im Vordergrund stehen. Dies kann durch den Einsatz des neuen transportablen Zenitkamarasystems DIADEM der ETH Zürich relativ preisgünstig erreicht werden.

Neben den Lotabweichungen weisen auch die Schweremessungen nach Abschluss des Projektes für den Schwereatlas 1:100'000 für den Zweck der Geoidbestimmung eine genügend grosse Dichte auf. Das Problem besteht hier eher in der Eliminierung von groben Fehlern, der Zusammenstellung der Daten und der Reduktion auf ein einheitliches Bezugssystem. Diese Arbeiten wurden durch die SGPK durchgeführt. Eine weitere Frage, welche in dieser Arbeit nur kurz angeschnitten wurde, ist, ob sich die Integrierung der Messungen des Projektes AEROGRAV [Klingelé et al., 1996] lohnt. Dadurch könnte für die Kollokation eine

dreidimensionale Kovarianzfunktion angesetzt werden und somit die Reduktion der Messungen von der Erdoberfläche auf das Geoid verbessert werden.

Somit verbleiben in erster Linie die GPS-Messungen auf Punkten des Landesnivellements, welche das Geoid noch verbessern - oder zumindest auf billige Weise kontrollieren - könnten. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass das Landesnivellement streng in orthometrischen Höhen vorliegt und dass die GPS-Höhen in einem Distanzbereich von 100 bis 200 km mit einer Genauigkeit von zumindest 1 bis 2 cm bestimmt werden können.

Neben zusätzlichen Messungen kann auch eine Verfeinerung des Massenmodells eine Genauigkeitssteigerung bewirken. Das digitale Höhenmodell DHM25 bildet dabei einen ausgezeichneten Beitrag zur Schwerefeldbestimmung. Seine Auflösung von 25 Metern genügt für die Geoidberechnung. Kleinere Fehler im Hochgebirge sind für unsere Zwecke unbedeutend. Zu prüfen bleibt allerdings noch ob der Perimeter unseres Geländemodells ausreicht um systematische Trends zu verhindern.

Mehr als die geometrische Form des Topografiemodells muss uns jedoch die Dichteverteilung interessieren. Sie ist (neben den Messfehlern) hauptverantwortlich für die kurzweiligen Anteile in den Residuen der Messungen, wie sie in Kapitel 7.3.6 dargestellt sind. Insbesondere die reduzierte Oberflächendichte der quartären Sedimente der grössten Flüsse sollte modelliert werden. Dies hätte nicht nur den Vorteil einer genaueren Berechnung des indirekten Effekts für die Bestimmung des Geoids, sondern erleichtert auch für die Quasigeoidbestimmung die Interpolation.

Der Modellierung der oberflächennahen Störkörper sollte also für den Zweck der Schwerefeldbestimmung die grösste Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die Verbesserung der Modellierung des Dichteverlaufs im Erdinneren interessiert erst in zweiter Linie.

Die Kollokation hat sich in dieser Arbeit einmal mehr als geeignetes Verfahren zur Schwerefeldbestimmung erwiesen. Für lokale Berechnungen mit einer nicht allzu grossen Datenmenge bildet sie die Grundlage für eine hochgenaue kombinierte Geoidbestimmung. Ihr Nachteil besteht jedoch darin, dass eine Matrix mit der Dimension 'Anzahl Beobachtungen' invertiert werden muss. Das Integrieren sämtlicher vorhandener Schweremessungen in die Berechnungen wird deshalb praktisch nur möglich, falls die Einzelmessungen durch repräsentative Mittelwerte ersetzt werden, wie dies bereits in den Arbeiten von Geiger [1990] gemacht wurde.

Die benutzte Kovarianzfunktion ist bei einer guten Messpunktverteilung von geringem Einfluss auf die Lösung, solange man einen zweidimensionalen Ansatz wählt. Physikalisch sinnvoller wäre jedoch ein dreidimensionaler Ansatz, bei welchem die Signale mit zunehmender Höhe gedämpft werden. Dies führt aber beim heute vorliegenden Datensatz nicht auf befriedigende Resultate, da sich alle Messungen an der Erdoberfläche befinden. Erneute Versuche mit einer dreidimensionalen Kovarianzfunktion können erst nach der Berücksichtigung der Resultate des Projekts AEROGRAV unternommen werden.

Ein weiterer Nachteil des in dieser Arbeit verwendeten Verfahrens ist der, dass direkt im Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung gearbeitet wurde. Für die Wahl der harmonischen Kovarianzfunktion (und auch der Trendfunktion) wurde jedoch davon ausgegangen, dass die Berechnungen in einem strengen kartesischen Koordinatensystem durchgeführt wurden. Die Benutzung eines Kartenprojektionssystems als Bezugsfläche ist also nur für lokale Schwerefeldbestimmungen erlaubt. Für grössere Untersuchungsgebiete ist es aber nötig, eine Kugel oder ein Ellipsoid als Referenzfläche zu verwenden und somit auch die Kovarianzfunktion und die Laplace-Bedingung im entsprechenden System zu formulieren. Ein Untersuchungsgebiet mit der Grösse der Schweiz kann kaum mehr als eine sehr lokale Berechnung betrachtet werden und somit dürfte das von uns gewählte Referenzsystem (Kartenprojektion) ein weiterer Grund für die systematischen Unterschiede zwischen Lotabweichungen und Schwerewerten bilden. Obwohl der Vergleich mit dem europäischen Geoid eine hohe Übereinstimmung der beiden Lösungen ausweist, würde man bei einer Neuberechnung direkt in einem streng kartesischen (geozentrischen) oder ellipsoidischen Referenzsystem arbeiten.

Als wesentlichster Nachteil des bisherigen Verfahrens der Schwerefeldbestimmung ist die Behandlung des Trends der reduzierten Beobachtungen zu nennen. Durch die unabhängige Einführung eines nicht harmonischen Trends für Lotabweichungen und Geoidhöhen einerseits und für Schweren andererseits werden Inkonsistenzen in der kombinierten Lösung mit einem Betrag von mehr als 10 cm eingeführt. Dies ist der wichtigste Mangel der heute verfügbaren Auswertesoftware, welcher für eine wirklich integrierte Schwerefeldbestimmung unter Verwendung aller Messungen behoben werden muss. Eventuell ist dazu die Einführung eines globalen Kugelfunktionsmodells als Referenzmodell unerlässlich.

13 Anwenderprogramme zur Geoidberechnung

13.1 Übersicht

Im Laufe der Arbeiten zum Geoid der Schweiz sind einige Computer-Programme entstanden, welche in diesem Kapitel kurz beschreiben werden sollen. Es handelt sich dabei insbesondere um Programme zum Berechnen von Masseneinflüssen, zur Interpolation und Kollokation des Restfeldes und zur Interpolation aus Gittern. Lauffähig sind die Programme unter Windows (ab Version 95) unter AIX und unter Linux.

Das Geoid der Schweiz soll mit einer Auflösung von 1 km auf 1 km im schweizerischen Projektionssystem (CH1903 und CH1903+) verwendet werden. Als Alternative wird auch ein geografisches Gitter mit 0.5' Auflösung im CHTRS95 (=ETRS89) herausgegeben. Für die Interpolation wird die biquadratische Methode empfohlen. Das Geoidmodell CHGEO98 wird auch externen Softwareherstellern zur Verfügung gestellt, welche dieses in ihre eigenen Produkte integrieren können.

13.2 CHGEO98R

Das Bundesamt für Landestopographie verkauft neben dem Datensatz CHGEO98 auch ein Computer-Programm CHGEO98R, welches die Interpolation von Geoidundulationen aus Rasterdaten ermöglicht. Die grössten Unterschiede zum bisherigen Programm GEOLOT liegen natürlich darin, dass das neue Geoidmodell verwendet wird, aber auch in der Berechnungsmethode. Während GEOLOT eine Berechnung aus Massenmodellen zugrunde liegt, verwendet CHGEO98R eine Rasterinterpolation. Dies bedeutet zwar, dass CHGEO98R sehr schnell ist, aber auch gleichzeitig eine gewisse Einschränkung der Funktionalität. Die wichtigste davon ist, dass es sich bei den berechneten Lotabweichungen immer um Lotabweichungen an der Erdoberfläche handelt. Lotabweichungen in anderen Höhen (insbesondere in Tunnels) können nicht mit CHGEO98R berechnet werden. Dazu muss das strenge Vorgehen mit Verwendung der Massenmodelle gewählt werden (Programm GEOLOT98). Die Interpolation der Oberflächenlotabweichungen aus dem Raster hat eine Genauigkeit von einigen cc. Dies liegt in der Grössenordnung der Resultate wie sie auch GEOLOT lieferte, wenn die Nahtopografie nicht berücksichtigt wurde. Falls höhere Genauigkeiten verlangt sind, so muss auch hier das strenge Verfahren aus Massenmodellen gewählt werden.

Swisstopo-intern sind in diesem Programm zudem Optionen verfügbar, welche Geoidundulationen und Lotabweichungen auch in den Referenzsystemen CHTRS95 und ETRS89 zu berechnen. Eine leicht veränderte Version von CHGEO98R wird auch als Online-Rechendienst über das Internet angeboten.

Die Swisstopo-interne Version von CHGEO98R ist unter Windows (Eingabeaufforderung), AIX und Linux lauffähig. Das Programm wird mit 'chgeo98r' (grafische Motiv-Version) oder 'chgeo98r -m' (textbasierte ASCII-Version) aufrufbar. Als Alternative kann auch 'chgeo98r -f Steuerfile' verwendet werden um im Batchmode ohne weitere Interaktion des Benutzers zu arbeiten. Nach dem Start des Programms erscheint folgender Startbildschirm wo der lokale Name des Optionsfiles (ohne Extension) gewählt werden kann. Falls die Eingabe leer gelassen wird, so wird CHGEO98R.OPT gesetzt.

```

CHGEO98R Version 99.02-LINUX
INITIALIZE OPTIONS 29/10/02 10:41
-----
NNNNNN NN NN NNNNNN NNNNNNN NNNNNNN NNNN NNNN NNNNNNN
NN NN
NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN
NN NNNNNNN NN NNNN NNNNNNN NN NN NNNNNN NNNN NNNN NNNNNNN
NN NN
NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN NN
NNNNNN NN NN NNNNNN NNNNNNN NNNNNNN NNNN NNNN NN NN
(C) 1998, Bundesamt für Landestopographie
-----
Name des lokalen Optionen-Files (ohne Extension) ? > <
-----

```

Nach drücken der Return-Taste erscheint das Hauptmenu von CHGEO98R, wo alle Optionen gesetzt werden können. Diese sind stark an die bekannten Optionen im Programm GEOLOT (LAG) angelehnt.

```

CHGEO98R Version 99.02-LINUX
H a u p t - M e n u e                                     29/10/02 10:51
-----
< 1 >   Name Input-Koordinaten-File   : intest.koo
< 2 >   Name Protokoll-File           : chgeo98r.prn
< 3 >   Name Output Koord.-File       : intest.res
< 4 >   Output als Messfile (opt.)    : intest.mes
< 5 >   neue Titel-Zeile (Out.-File)  : Testberechnung
--- BERECHNUNG ---
< 6 >   Berechnung Geoidundulation    : JA
< 7 >   Berechnung Lotabweichung      : JA
< 8 >   Korrektur der Höhen           : NEIN
< 9 >   Lotabweichung bzg. xx-Nord    : K
<10 >   Einheit Lotabweichung        : CC
<11 >   Bezugssystem                   : CH
<12 >   Ausgangshorizont              : CH
<13 >   Spezielles Raster             : NEIN
-----
weitere Befehle : | < X > | < C > | < Q > | < ?[x] > |
-----
waehle :
-----

```

13.2.1 Beschreibung der Optionen

<1> Input-Koordinaten-File

Das Inputkoordinatenfile muss im Format \$\$PK (orthometrische Höhen) oder \$\$PE (ellipsoidische Höhen) vorliegen. Es werden Zivilkoordinaten, Militärkoordinaten und LV95-Koordinaten unterstützt. Das Programm entscheidet selbständig um welche Art von Koordinaten es sich handelt.

<2> Name Protokoll-File

Die durchgeführten Berechnungen werden im hier angegebenen File protokolliert.

<3> Name Output-Koord-File

Die berechneten Geoidundulationen und Lotabweichungen werden im hier angegebenen Koordinatenfile gespeichert. Je nach Stellung der Option <8> und dem Typ des Inputfiles wird es im \$\$PE oder \$\$PK-Format erzeugt.

<4> Output als Messfile

Wenn hier ein Eintrag gemacht wird, so wird ein Messfile als Input für LTOP erzeugt. Falls dieses File ellipsoidische Höhen enthalten wird, so wird eine Warnung auf den Bildschirm ausgegeben.

<5> neue Titelzeile

Dieser Eintrag enthält die Titelzeile für das Output-Koordinatenfile und das Messfile. Er erscheint auch in den Kopfzeilen des Protokollfiles.

<6> Berechnung von Geoidundulationen

Eintrag "JA" oder "NEIN"; legt fest ob Geoidundulationen aus einem Raster berechnet werden sollen.

<7> Berechnung von Lotabweichungen

Eintrag "JA" oder "NEIN"; legt fest ob Lotabweichungen aus dem Raster berechnet werden sollen.

<8> Korrektur der Höhen

Falls hier "JA" eingegeben wird, so werden die Höhen im Output-Koordinaten-File und im Messfile um die Geoidundulation korrigiert. Das heisst: Aus einem \$\$PK-File entsteht ein \$\$PE-File und umgekehrt.

<9> Lotabweichung bzg. xx-Nord

Ein Eintrag "K" bedeutet, dass die Lotabweichungen bezüglich Kartennord angegeben werden. Ein "G" bedeutet bezüglich geographisch Nord. Obwohl dieser Effekt relativ klein ist, sollte dieser Schalter für die Weiterverwendung der Lotabweichungen in LTOP immer auf "K" stehen.

<10> Einheit der Lotabweichungen

Für eine Weiterverwendung der Lotabweichungen in LTOP sollte diese Option immer auf "CC" (Neusekunden) stehen. Die Ausgabe der Lotabweichungen in Altsekunden sollte nur in Spezialfällen verwendet werden.

<11> Bezugssystem

Wahl des Bezugssystems für Geoidundulationen und Lotabweichungen. Der Eintrag "CH" bedeutet Bezugssystem CH1903 oder CH1903+ und sollte für LTOP-Berechnungen so eingestellt bleiben. Für den Datenaustausch mit dem Ausland und für Spezialfälle kann auch "ETRF" (=Bezugsrahmen ETRS89 oder CHTRS95) eingegeben werden.

<12> Ausgangshorizont

Normalerweise ist diese Option auf "CH" gesetzt. Dies bedeutet, dass als Ausgangshorizont das System von LN02 oder LHN95 (abgeleitet vom RPN) gewählt wird. Der Eintrag "ETRF" bedeutet, dass als Ausgangshorizont das System des UELN oder CHTRS95 (abgeleitet vom Pegel Amsterdam) verwendet wird. Der Unterschied in den beiden Systemen hat auf die Geoidundulationen einen Einfluss von ca. 11 cm.

<13> Spezielles Raster

Falls diese Option auf 'NEIN' gesetzt ist, so wird mit dem Standardgitter des CHGEO98-Modells gerechnet. Das heisst, dass das 1 km-Gitter im Schweizerischen Projektionssystem verwendet wird. In Spezialfällen kann aber auch mit speziellen Geoidrastern gearbeitet werden. Zurzeit sind folgende zusätzlichen Eingaben möglich:

- NEIN Interpolation des Geoids CHGEO98 aus dem 1-km-Raster im Projektionssystem
- QUASIGEOID Interpolation des Quasigeoids aus dem 1-km-Gitter im Projektionssystem
- ETRF-GEOID Interpolation aus dem 0.5'-Gitter im ETRS89
- AG Interpolation aus dem 1-km-Gitter der astro-geodätischen Lösung
- AQ Interpolation aus dem 1-km-Gitter der astro-geodätischen Lösung des Quasigeoids
- EGG96 Interpolation aus dem 1'x1.5'-Gitter des europäischen Quasigeoids EGG96
- QGF98 Interpolation aus dem 1.5'x2'-Gitter des französischen Quasigeoids

<X> Startet CHGEO98R und verlässt danach das Programm

<C> Startet CHGEO98R und kehrt zur Eingabemaske zurück

<Q> Speichert das Optionenfile und verlässt CHGEO98R

<?x> (oder hx) Aufruf der Hilferoutinen

Gibt eine kurze Erklärung zur Verwendung der Option x.

13.2.2 Outputs von CHGEO98R

CHGEO98R erzeugt bis zu 3 Outputfiles. Im Protokollfile werden die gewählten Optionen ausgewiesen und die einzelnen Berechnungsschritte dokumentiert. Zudem sind hier Fehlermeldungen zu finden, falls einzelne berechnete Punkte ausserhalb des verwendeten Geoidrasters liegen. Im Output-Koordinatenfile (Resultatfile) sind die berechneten Grössen enthalten. Es ist je nach gewählten Optionen im Format \$\$PE oder \$\$PK. Im Feld 'Herkunft der Geoidundulation' kann erkannt werden, mit welchem Raster die Berechnungen durchgeführt wurden. Das Messfile als Output enthält für jeden Punkt 3 Messzeilen (LY, LX und LH) für die Lagekoordinaten und normalerweise für die orthometrische Höhe. Alle Punkte werden dabei demselben GPS-Satz zugeordnet.

13.2.3 Die Windows-Version von CHGEO98R

Die Windows-Version von CHGEO98R entspricht im Wesentlichen der internen Version des Programms. Es sind jedoch alle Optionen zur Berechnung von Lotabweichungen, Berechnung aus verschiedenen Gitterfiles und Koordinatentransformationen ausgeschlossen. Diese Version des Programmes wird auch an externe Benutzer abgegeben.

Nach dem Start des Programms erscheint folgender Bildschirm



Die Optionen für Input und Output entsprechen den Optionen der internen Version von CHGEO98R und sind im Kapitel 13.2.1 erklärt. Der einzige Unterschied besteht in den Checkboxes auf der linken Seite des Fensters. Damit kann gewählt werden, ob das entsprechende File erzeugt werden soll oder nicht. Die Filenamen können entweder von Hand eingegeben werden oder sie können über die Knöpfe rechts im normalen 'Öffnen'-Dialog von Windows gesetzt werden. Das Feld 'Beschreibung' entspricht der Option 5 'neue Titelzeile' der internen Version.

Die Checkbox 'Höhen korrigieren' entspricht der Option 8 der internen Version und hat einen Einfluss auf das Format des Resultatfiles (\$\$PK oder \$\$PE). Als zusätzliche Option, welche in der internen Version nicht implementiert ist, kann die Anzahl Zeilen pro Seite gewählt werden um das Protokollfile zu formatieren.

Nachdem alle Optionen gesetzt wurden, kann die Berechnung mit dem Knopf 'Berechnung starten' durchgeführt werden. Nach erfolgreicher Berechnung erfolgt der Hinweis, dass die Berechnung beendet ist und die Anzahl der berechneten Punkte wird angezeigt.

Die Menüpunkte des Programms sind sehr einfach. Sie dienen nur zum Verlassen des Programms, zur Auswahl der Sprache und zum Aufruf der Hilferoutinen.

Zu jeder Option und zu jedem Menüpunkt ist eine Online-Hilfe verfügbar, welche, je nach Art des Aufrufs der Hilfe, mehr oder weniger detailliert ausfällt:

1. Kurzinformation: Anfahren des Feldes mit der Maus und einige Sekunden warten
2. Verwenden des "?"-Symbols aus der Titelleiste des Fensters und klicken auf die Option (entspricht auch dem Drücken der Taste "F1" bei ausgewählter Option)
3. Vollständige Information über das Programm: Wahl des Menüpunktes "Hilfe"

13.3 GEOLOT98

Das Programm GEOLOT98 benutzt zur Berechnung von Geoidundulationen und Lotabweichungen im Gegensatz zu CHGEO98R in erster Linie keine Rasterdaten sondern es werden die strengen Berechnungen aus Massenmodellen, der Trendfunktion und dem Korrelatenvektor durchgeführt. Dieses Programm ist demnach das eigentliche Nachfolgeprodukt der Programme GEOLOT und LAG. Dieses Programm ist zurzeit nur swisstopo-intern verfügbar und ist unter Windows (Eingabeaufforderung), AIX und Linux lauffähig.

Entstanden ist das Programm hauptsächlich aus dem Programm QUAWIRK (siehe Kapitel13.4) zur Berechnung von Masseneinflüssen aber auch aus Teilen der Programme HITCOL und TREND. Bei GEOLOT98 sind jedoch die meisten Optionen deaktiviert, so dass nur die für die meisten Benutzer benötigten Optionen sichtbar sind. Die weniger benutzten oder für einen Endbenutzer nicht vorgesehenen Optionen müssen direkt im Optionenfile mit einem Texteditor gesetzt werden. Das Programm wird mit 'geolot98' (grafische Motiv-Version) oder 'geolot98 -m' (textbasierte ASCII-Version) aufrufbar. Als Alternative kann auch 'geolot98 -f Steuerfile' verwendet werden um im Batchmode ohne weitere Interaktion des Benutzers zu arbeiten. Nach dem Start des Programms erscheint folgender Startbildschirm wo der lokale Name des Optionenfiles (ohne Extension) gewählt werden kann. Falls die Eingabe leer gelassen wird, so wird GEOLOT98.OPT gesetzt.

```

GEOLOT98 Version 99.02-AIX 29/10/02 17:17
-----
INITIALIZE OPTIONS
-----

      NNNNNN  NNNNNNN  NNNNNNN  NN      NNNNNN  NNNNNNNN  NNNN  NNNN
      NN  NN  NN      NN      NN  NN      NN  NN  NN      NN  NN  NN  NN
      NN  NN  NN      NN      NN  NN      NN  NN  NN      NN  NN  NN  NN
      NN  NNNN  NNNNNN  NN      NN  NN      NN  NN  NN      NN  NNNNN  NNNN
      NN  NN  NN      NN      NN  NN      NN  NN  NN      NN      NN  NN  NN
      NN  NN  NN      NN      NN  NN      NN  NN  NN      NN  NN  NN  NN
      NNNNNN  NNNNNNN  NNNNNNN  NNNNNNN  NNNNNN  NN      NNNN  NNNN

(C) 1998, Bundesamt für Landestopographie

-----
Name des lokalen Optionen-Files (ohne Extension) ? > <
-----

```

Nach drücken der Return-Taste erscheint das Hauptmenu von GEOLOT98, wo alle Optionen gesetzt werden können

```

GEOLOT98 Version 99.02-AIX 29/10/02 17:19
-----
H a u p t - M e n u e
-----
< 1 >  Name Input-Koordinaten-File :
< 2 >  Name Protokoll-File       : geolot98.prn
< 3 >  Name Output Koord.-File   :
< 4 >  Output als Messfile (opt.) :
< 5 >  neue Titel-Zeile (Out.-File):
--- BERECHNUNG ---
< 6 >  Berechnung Geoidundulation : JA
< 7 >  Berechnung Lotabweichung   : JA
< 8 >  Korrektur der Höhen         : NEIN
< 9 >  Lotabweichung bzg. xx-Nord  : K
<10 >  Einheit Lotabweichung       : CC
<11 >  Bezugssystem                : CH
<12 >  Ausgangshorizont          : CH
<13 >  Art der Geoidberechnung    : GR
-----
weitere Befehle : | < X > | < C > | < Q > | < ?[x] > |
-----
waehle :
-----

```

Diese Optionen sind praktisch identisch zu denjenigen von CHGEO98R und können in Kapitel 13.2.1 eingesehen werden. Nur die Option <13> 'Art der Geoidberechnung' ist unterschiedlich und muss hier noch erklärt werden.

Die Option <13> 'Art der Geoidberechnung' regelt die Art der Berechnung des Geoides. Falls sie auf 'GR' (Default) gesetzt wird, so wird das Geoid aus dem 1-km-Gitter interpoliert, falls sie auf 'GM' gesetzt wird, so wird das Geoid streng aus Massen gerechnet. Die berechneten Unterschiede sind sehr gering (kleiner als 1 mm). Die Wahl dieser Option hat aber einen grossen Einfluss auf die Rechengeschwindigkeit. Insbesondere wenn gleichzeitig Geoidundulationen und Lotabweichungen berechnet werden sollen, dauert eine

Berechnung relativ lange da die Einflüsse der Massenmodelle zweimal (einmal auf Höhe der Topografie und einmal auf Meereshöhe) berechnet werden müssen. Es ist deshalb sinnvoll das Geoid aus dem Raster zu bestimmen.

Die weiteren möglichen Eingaben der Option <13> ermöglichen die Berechnung des Quasigeoides aus Massen (QM) oder aus einem Gitter (QR). Falls ein Quasigeoid benötigt wird, so ist hier die Option QM vorzuziehen, da die Interpolierbarkeit deutlich schlechter ist als diejenige des Geoids. Der Einwand wegen der Rechenzeit bei gleichzeitiger Berechnung von Lotabweichungen gilt hier übrigens nicht, da die Masseneinflüsse in beiden Fällen auf Höhe der Topografie berechnet werden müssen. Das Quasigeoid wird also praktisch ohne zusätzlichen Zeitaufwand gerechnet.

Die Output- und Resultatfiles von GEOLOT98 sind absolut identisch zu denjenigen von CHGEO98R und müssen deshalb hier nicht noch einmal erklärt werden.

13.4 QUAWIRK

13.4.1 Übersicht

Das Programm QUAWIRK (Quaderwirkungen) war das ursprüngliche Programm zur Berechnung der Einflüsse von Massen. Es ist aber im Lauf der Zeit immer weiter ausgebaut worden, so dass es heute eine Vielzahl von weiteren Aufgaben erfüllt. Eigentlich sind die Optionen von QUAWIRK fast identisch mit denjenigen von GEOLOT98. Allerdings sind in GEOLOT98 die meisten Optionen für den Benutzer versteckt, während der Benutzer von QUAWIRK die volle Kontrolle über alle Details hat. Dies macht dessen Benutzung für einen ungeübten Benutzer allerdings auch recht schwierig.

Nach dem Startbildschirm von QUAWIRK erscheint folgendes Hauptmenü, welches die hauptsächlichen Anwendungen des Programms beschreibt.

QUAWIRK Version Februar 2002		29/10/02 17:41
Hauptmenu		

<1> Berechnung der Einflüsse von Modellmassen		
<2> Schwereinterpolation		
<3> mittlere Schwere in der Lotlinie		
<4> Höheninterpolation aus DHM25 und MH50		
<Q> Abbrechen		

waehle :		

Es sind dies die Berechnung der Einflüsse von Modellmassen, die Interpolation von Oberflächenschweren, die Berechnung von mittleren Schweren entlang der Lotlinie und eine Höheninterpolation aus dem Höhenmodell.

Bei Wahl der Option <1> erscheint folgender Bildschirm mit den allgemeinen Optionen für die Berechnung des Einflusses von Massenmodellen. Danach werden diejenigen Optionen erklärt, welche nicht denjenigen von GEOLOT98 entsprechen oder eine zusätzliche Erklärung benötigen.

13.4.2 Berechnung des Einflusses von Modellmassen

```

QUAWIRK Version Februar 2002
Massenberechnung
-----
29/10/02 17:48
<1> wahl der Massenmodelle...
<2> Berechnung auf regelmaessigem Gitter: NEIN
<3> Koordinatenfile (wenn nicht Gitter) : infile.pk
<4> Resultatfile : stuetz.res
<5> Protokollfile : quawirk.prn
<6> Titel der Berechnung : Testberechnung

<7> Berechnung auf fester Hoehe ? : NEIN
<8> feste Hoehe fuer Berechnung : 0
<9> Erdkruemmung beruecksichtigen ? : JA

<N> Menu der Steuergroessen

<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
-----
waehle :
-----

```

<1> Wahl der Massenmodelle

Diese Option springt in ein Untermenü, wo gewählt werden kann, welche Modelle berechnet werden sollen.

<2> Berechnung auf regelmässigen Gitter

Die Wirkungen der Massenmodelle können alternativ in einem regelmässigen Gitter oder auf den Punkten eines Input-Koordinatenfiles (Format \$\$PK oder \$\$PE) berechnet werden. Dies wird mit dieser Option gesteuert.

<7> Berechnung auf fester Höhe

Die Einflüsse können entweder auf der im Inputfile angegebenen Höhe berechnet werden oder auf einer festen in Option 8 zu wählenden Höhe. Falls die Wirkungen auf einem festen Gitter berechnet werden sollen aber nicht auf einer festen Höhe, so werden die Höhen zunächst aus dem digitalen Höhenmodell interpoliert.

<9> Erdkrümmung berücksichtigen

Mit dieser Option wird der Einfluss der Erdkrümmung bei den Berechnungen berücksichtigt. Diese Option sollte eigentlich immer auf 'JA' gesetzt bleiben. Nur für Spezialfälle sollte sie verändert werden.

<N> Menü der Steuergrößen

Mit diesem Befehl wird in das nachfolgend dargestellte Untermenü der Steuergrößen von QZUAWIRK verzweigt.

```

QUAWIRK Version Februar 2002
einige Steuerparameter
-----
29/10/02 18:00
<1> Minimaler y-wert des Gitters : 480000
<2> Maximaler x-wert des Gitters : 300000
<3> Maschenweite des Gitters : 5000
<4> Anzahl Gitterpunkte in West-Ost : 73
<5> Anzahl Gitterpunkte in Nord-Sued : 49

<6> Grenzabstand Quaderformel : 30000
<7> Grenzabstand Linienformel : 60000
<8> Grenzabstand Punktformel : 999000

<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
<N> wahl der Modelle
<U> Zurueck zum Hauptmenu
-----
waehle :
-----

```

Dieses Menü steuert einerseits die Berechnung in einem Gitter (Optionen 1 - 5) und andererseits die Genauigkeit der Berechnung des Einflusses aller Massenmodelle ausser der Topografie. In den Optionen 6 - 8 wird festgelegt, bis zu welchen Grenzabständen mit der genauen Quaderformel, der Linienformel oder der Punktformel gerechnet wird. Insbesondere auf die Berechnung des Einflusses von Moho, Po-Sedimenten, Wassermassen der Seen und Molassebecken des Mittellandes sind diese Grössen von Bedeutung für die Genauigkeit aber auch für die Rechenzeit.

Mit dem Menüpunkt <N> springt man ins Untermenü für die Wahl der zu berechnenden Modelle:

```

<1> Normalfeld rechnen           : JA
<2> Topowirkungen berechnen     : JA
<3> Mohodiskontinuitaet berechnen : JA
<4> Po-Sedimente berechnen      : JA
<5> Ivreakoerper berechnen      : JA
<6> Wassermassen der Seen berechnen : JA
<7> Sedimente berechnen         : JA
<8> Gletscher berechnen         : JA
<9> Molasse berechnen           : NEIN
<0> Oberfläche der Po-Sedimente  : JA
<A> Oberfläche des Ivreakörpers  : JA
<B> zusaetzliches Spezialmodell  : NEIN
<C> Spezialfile fuer Berechnung  : /gpsdata2/massmod/ivrea/ivrea.v89

<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
-----
waehle :
-----

```

In den Optionen 1 - A kann mit JA/NEIN gewählt werden, welche Massenmodelle berechnet werden sollen. In der Darstellung oben sind die Optionen so gewählt, wie sie für die Schlussberechnung von CHGEO98 gesetzt wurden. Die Option erlaubt die Berechnung eines beliebigen Massenmodells, welches nicht eigentlicher Bestandteil der Software ist. Das dazugehörige File wird in Option <C> angegeben.

Mit <N> wird ins nächste Untermenü gesprungen, wo angegeben wird, wo sich die Files des Geländemodells befinden.

```

QUAWIRK Version Februar 2002
30/10/02 8:34
-----
Topofilenamen
-----
<1> Pfad von MH500              : /gpsdata2/massmod/mh500/
<2> Name von MH500              : mh500aktuell.dat
<3> Pfad von MH10               : /gpsdata2/massmod/mh10/
<4> Name von MH10               : mh10aktuell.dat

<5> Pfad von MH50                : /gpsdata2/massmod/mh50/bin/
<6> Praefix der MH50-Files       : mm
<7> Suffix der MH50-Files       : .50b

<8> Pfad zu den DHM25-Modellen(binaer) : /gpsdata2/massmod/dhm25/bin/
<9> Prefix der DHM25-Modelle    : b1
<0> Suffix der DHM25-Modelle    : .25b
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
<U> Zurueck zum Hauptmenu
<N> Menu der Grenzabstaende
-----
waehle :
-----

```

Die Präfixe und Suffixe geben dabei an, wie die Namen der Höhenmodelle zusammengesetzt werden, welche Kartenblattweise abgespeichert sind (DHM25 und MH50). In obigem Beispiel ist zum Beispiel das binäre DHM25 des Blattes 1200 im Directory /gpsdata2/massmod/dhm25/bin unter dem Namen b1200.25b zu finden.

Mit <N> wird das Menü zur Definition der Grenzabstände zur Berechnung des Einflusses des Topografiemodells aufgerufen, wie sie in Kapitel 7.3.1 erklärt sind.

```

QUAWIRK Version Februar 2002
Grenzabstaende Topoberechnung                                     30/10/02  8:43
-----
<B> Grenzabstand   DHM25           : 100
<1> Grenzabstand   MH50            : 1250
<2> Grenzabstand   MH500           : 50000
<3> Grenzabstand   Quaderformel   MH50   : 300
<4> Grenzabstand   Linienformel   MH50   : 1250
<5> Grenzabstand   Punktformel   MH50   : 999999
<6> Grenzabstand   Quaderformel   MH500  : 5000
<7> Grenzabstand   Linienformel   MH500  : 20000
<8> Grenzabstand   Punktformel   MH500  : 999999
<9> Grenzabstand   Quaderformel   MH10   : 60000
<0> Grenzabstand   Linienformel   MH10   : 60000
<A> Grenzabstand   Punktformel   MH10   : 999999
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
<U> Zurueck zum Hauptmenu
<N> Menu der Steuerparameter
-----
waehle :
-----

```

Dies sind alle Menüs des Hauptteiles von QUAWIRK, welches danach mit <X> gestartet werden kann.

13.4.3 Interpolation von Schweren

Neben der Berechnung von Einflüssen von Massenmodellen gibt es noch weitere Aufgaben, welche mit QUAWIRK durchgeführt werden können. So wird durch die Wahl von Option <2> im Hauptmenü eine Interpolation von Schwerewerten ermöglicht. Das zugehörige Menü sieht folgendermassen aus:

```

QUAWIRK Version Februar 2002
Schwereinterpolation                                             30/10/02  8:48
-----
<1> Berechnung auf regelmaessigem Gitter: NEIN
<2> Koordinatenfile (wenn nicht Gitter) : infile.pk
<3> Masseneinflüsse in den Punkten      : stuetz.wob
<4> Resultatfile                       : stuetz.res
<5> Protokollfile                      : quawirk.prn
<6> Titel der Berechnung                : Testberechnung
<7> Berechnung auf fester Hoehe ?      : NEIN
<8> feste Hoehe fuer Berechnung        : 0
<9> Minimaler y-wert des Gitters       : 480000
<0> Maximaler x-wert des Gitters       : 300000
<A> Maschenweite des Gitters           : 5000
<B> Anzahl Gitterpunkte in West-Ost    : 73
<C> Anzahl Gitterpunkte in Nord-Sued   : 49
<0> Optionen der Schwereinterpolation
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen
-----
waehle :
-----

```

Die Optionen 1 - 10 entsprechen dabei (mit Ausnahme der Option <3>) einzelnen Optionen des Teils für die Berechnung von Einflüssen von Modellmassen. Als zusätzliches Inputfile wird in dieser Berechnung noch in der Option <3> eine Datei mit den Berechneten Masseneinflüssen in den zu berechnenden Punkten verlangt. Diese Berechnung muss vorgängig zur Schwereinterpolation (ebenfalls mit dem Programm QUAWIRK) durchgeführt werden.

Mit der Option <0> wird in ein Untermenü gesprungen, wo die Art der Schwereinterpolation noch gesteuert werden kann. Diese Optionen benötigen noch eine Erklärung.

```

QUAWIRK Version Februar 2002
Optionen der Schwereinterpolation                                     30/10/02  8:55
-----
<1> Ausdrucken der Matrizen ? (j/N)      : NEIN
<2> Koordinaten der Stützpunkte          : /gpsdata2/schweren/schweren.res
<4> Kovarianzmodell                      : GAUSS
<5> Spezialfall Kollokation              : NORMAL
<6> charakteristische Distanz           :
<7> Suchradius für Interpolation         : 10000
<8> Anzahl verw. Punkte für Interpolat.  : 20
<9> Varianz des Signals                  : 0.4
<0> generelle Stützpunktgenauigkeit mgal: 0.04

<U> Zurück
<X> Ausführen
<Q> Abbrechen

-----
wähle :
-----

```

<1> Ausdruck der Matrizen

Hier kann gewählt werden, ob für jede Berechnung die einzelnen Matrizen ausgedruckt werden sollen. Falls diese Option eingeschaltet wird, so wird der Output allerdings sehr gross und sollte deshalb nur für Testzwecke verwendet werden.

<2> Koordinaten der Stützpunkte

Dieses Inputfile enthält die Punkte und reduzierten Schweredaten aus welchen die Schweren interpoliert werden sollen. Es kann optional auch mittlere Fehler für jede einzelne Messung enthalten.

<4> Kovarianzmodell

Hier kann die Art der Kovarianzfunktion für die Kollokation gewählt werden. Zurzeit sind folgende Modelle implementiert: GAUSS (Gauss'sche Glockenkurve), MARKOV (Markov Modell 3. Ordnung), WIRTH (1/r-Modell nach Wirth), HIRVONEN (1/r²-Modell nach Hirvonen). Bei einer einigermaßen realistischen Wahl der charakteristischen Distanz (Option <6>) ist das Kovarianzmodell allerdings ohne grosse Bedeutung.

<5> Spezialfall Kollokation

Hier können einige Sonderfälle der Kollokation gewählt werden. 'NORMAL' bedeutet, dass sowohl eine Filterung, eine Parameterschätzung und eine Kollokation durchgeführt werden. Mit 'CNN=0' kann die Filterung ausgeschaltet werden, mit 'CSS=0' die Kollokation (Interpolation) und mit 'A=0' die Schätzung der Parameter eines linearen Trends.

<6> Charakteristische Distanz

Hier kann die charakteristische Distanz (Halbwertslänge) für die Kovarianzfunktion eingegeben werden. Falls diese Option leer bleibt, so wird die charakteristische Distanz aus den Stützpunkten geschätzt.

<7> Suchradius für Interpolation

Innerhalb dieses Abstandes vom zu berechnenden Punkt werden die Stützpunkte gesucht, welche für die Interpolation verwendet werden sollen.

<8> Anzahl der verwendeten Punkte für die Interpolation

Die maximale Anzahl der Stützpunkte, welche für die Interpolation verwendet werden soll.

<9> Varianz des Signals

Die für die Kollokation zu verwendende Varianz des Signals (nach Abzug eines linearen Trends). Dies entspricht ungefähr dem Mittelwert der verbleibenden Residualschweren.

<0> Generelle Stützpunktgenauigkeit

Dieser Wert entspricht der Genauigkeit eines einzelnen Stützwertes und ist für die Filterung wichtig. Dieser Wert gilt für alle Messungen für welche nicht im Stützpunktfile eine individuelle Genauigkeit angegeben wird.

13.4.4 Mittlere Schweren entlang der Lotlinie

Für die dritte Aufgabe von QUAWIRK, der Berechnung von mittleren Schweren entlang der Lotlinie steht das folgende Menü zur Verfügung:

```

QUAWIRK Version Februar 2002
mittl. Schwere in Lotlinie                                     30/10/02  9:35
-----
<0> Art der Schwere (Orth, Norm, Dyn)      : 0
<1> Berechnung auf regelmaessigem Gitter: NEIN
<2> Koordinatenfile (wenn nicht Gitter)   : infile.pk
<3> Masseneinflüsse in den Punkten        : stuetz.wob
<4> Masseneinflüsse auf Höhe 0            : stuetz.wun
<5> File mit beob. oder prädz. Schweren: stuetz.gra
<6> Resultatfile                          : stuetz.res
<7> Titel der Berechnung                  : Testberechnung
<8> Berechnung auf fester Hoehe ?        : NEIN
<9> feste Hoehe fuer Berechnung          : 0
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen

-----
waehle :
-----

```

Die wichtigste Option ist dabei die Option <0> wo gewählt wird welche Art von mittlerer Schwere entlang der Lotlinie berechnet werden soll. Ermöglicht werden zurzeit die folgenden Möglichkeiten: 'O': mittlere Schweren entlang der Lotlinie zur Berechnung von orthometrischen Höhen, 'N': mittlere Normalschwere entlang der Lotlinie, 'D': mittlere Normalschwere für eine Breite von 45° für die Berechnung dynamischer Höhen, 'H': für die Berechnung von mittleren Schweren entlang der Lotlinie nach der Helmert'schen Näherungsformel, 'Z': zur Berechnung von normal-orthometrischen Höhen, 'B': zur Berechnung einer reinen Bouguer-Plattenwirkung.

Bei der Wahl 'H' (Helmert'sche orthometrische Höhen) muss das File mit den Oberflächenschweren (Option 5) vorhanden sein, bei Wahl von 'O' (orthometrische Höhen) zusätzlich noch die Files mit den Massenwirkungen an den Aufpunkten (Option 3) und auf Meereshöhe (Option 4). Die übrigen Berechnungsarten benötigen diese zusätzlichen Input-Files nicht.

13.4.5 Höheninterpolation

Diese Möglichkeit von QUAWIRK sei hier nur am Rande erwähnt Sie dient zur Interpolation von Geländehöhen aus dem DHM25. Sie wird benutzt, falls Massenwirkungen, Oberflächenschweren oder mittlere Schweren entlang der Lotlinie auf beliebigen Punkten berechnet werden sollen um zumindest eine Näherungshöhe benutzen zu können. Das zugehörige Menü sieht folgendermassen aus und benötigt wohl keine nähere Beschreibung.

```

QUAWIRK Version Februar 2002
Hoeoheninterpolation aus DHM                               30/10/02 10:09
-----
<1> Berechnung auf regelmaessigem Gitter: NEIN
<2> Koordinatenfile (wenn nicht Gitter)   : infile.pk
<4> Resultatfile                          : stuetz.res
<6> Titel der Berechnung                  : Testberechnung
<9> Minimaler y-wert des Gitters          : 480000
<0> Maximaler x-wert des Gitters          : 300000
<A> Maschenweite des Gitters              : 5000
<B> Anzahl Gitterpunkte in West-Ost      : 73
<C> Anzahl Gitterpunkte in Nord-Sued     : 49
<X> Ausfuehren
<Q> Abbrechen

-----
waehle :
-----

```

13.5 HITCOL

Das Programm HITCOL ist eine Weiterentwicklung des unter dem gleichen Namen entstandenen Programms von B. Wirth. Es dient in erster Linie der Berechnung des Korrelatenvektors der Kollokation und somit des Co-Geoids aber auch zur Berechnung von mittleren Fehlern des Geoids und der vollständigen Varianz-Kovarianzmatrix. Nach dem Start des Programms erscheint der folgende Bildschirm.

```

HITCOL Version Juli 94
INITIALIZE OPTIONS 30/10/02 10:16
-----
                                HITCOL
                                =====

                                (Harmonisch Interpoliertes Störpotential mit COLlocation)
                                Interpolation des Schwerfeldes mittels Kollokation

                                Originalautor : Bruno Wirth
                                Adaptiert von  U. Marti

                                (c) 1994, Bundesamt fuer Landestopographie

-----
Name des lokalen Optionen-Files (ohne Extension) ? >      <
-----

```

Danach wird das Hauptmenü angezeigt, wo gewählt werden kann, ob ein neuer Korrelatenvektor bestimmt werden soll, oder eine Berechnung (Prädiktion) mit einem bestehenden File durchgeführt werden soll.

```

HITCOL Version Juli 94
Hauptmenu 30/10/02 10:18
-----

<1> Berechnung eines neuen Korrelationsvektors
<2> Schwerfeld interpolieren

<Q> Abbrechen

-----
waehle :
-----

```

Von Interesse ist hier nur der Punkt <1>, da die Optionen von Punkt <2> selbsterklärend sind. Eine Variante des 2. Teils ist natürlich auch im Programm GEOLOT98 enthalten.

Bei Wahl der Option <1> erscheint der folgende Bildschirm zur Wahl der einzelnen Optionen, welche im Folgenden erklärt sind:

HITCOL Version Juli 94		30/10/02 10:25
neue Berechnung		
<1> Wahl der Kovarianzfunktion	:	EINS/R
<2> Lotabweichungen benutzen	:	JA
<3> Geoidundulationen benutzen	:	JA
<4> Schwerewerte benutzen	:	JA
<5> File der Stuetzwerte	:	KOLL.IN
<6> Outputfile	:	KOLL.OUT
<7> Resultatfile	:	
<8> File der Kovarianzmatrix	:	AMAT
<9> File des Korrelationsvektors	:	CORREL
<0> Maskenwert nicht beobachteter	:	999.0
<N> Menu der Offsets und Noise		
<M> Menu der Modell-Parameter		
<R> Menu der Gitter-Parameter		
<X> Ausfuehren		
<Q> Abbrechen		

waehle :		

<1> Wahl der Kovarianzfunktion

Folgende Kovarianzmodelle sind zurzeit implementiert: EINS/R: 1/r-Modell nach B. Wirth, MARKOV2D: zweidimensionales Markov-Modell 3. Ordnung und MARKOV3D: dreidimensionales Markov-Modell 3. Ordnung.

<2> bis <4> Beobachtungen benutzen

Hier kann gewählt werden, ob die im Stützpunkfile enthaltenen Beobachtungen auch tatsächlich zur Schwerefeldbestimmung benutzt werden sollen. Damit ist es möglich, aus einem einzigen File sowohl eine rein-astrogeodätische, eine rein gravimetrische, eine reine GPS-Nivellement-Lösung oder eine Kombination aus einzelnen Messungen zu berechnen.

<5> File der Stuetzwerte

Dies ist das Inputfile, aus welchen der Korrelatenvektor bestimmt werden soll. Es enthält die Koordinaten der Stützpunkte und um den Einfluss von Massenmodellen reduzierte Lotabweichungen, Schweren und Geoidundulationen. Zusätzlich kann zu jeder Beobachtung noch ein individueller mittlerer Fehler angegeben werden oder ein Flag zur Elimination der Beobachtung gesetzt werden.

<6> Outputfile

Dieses File enthält alle berechneten Grössen wie den Korrelatenvektor, die prädierten Werte auf den Stützpunkten und optional die berechneten Werte in einem regelmässigen Gitter, die relativen mittleren Fehler gegenüber eines festen Punktes und die vollständige Varianz-Kovarianz-Matrix des Co-Geoids.

<7> Resultatfile

Dieses File enthält nur die prädierten Beobachtungen auf den Stützpunkten.

<8> File der Kovarianzmatrix

Diese Datei enthält die vollständige Kovarianzmatrix der Beobachtungen und wird zur Berechnung der mittleren Fehler benötigt. Diese Datei ist allerdings meistens sehr gross und sollte nach erfolgreicher Berechnung gelöscht werden.

<9> File des Korrelationsvektors

Dieses File enthält den berechneten Korrelatenvektor und kann nach Abschluss der Co-Geoid-Berechnung zur Prädiktion auf beliebigen Punkten verwendet werden.

<0> Maskenwert

Das File der Stützpunkte enthält in der Regel Punkte, auf denen nicht alle Grössen (Lotabweichung, Schwere, Geoidhöhe) beobachtet sind. Für nicht beobachtete Werte muss der in dieser Option enthaltene Werte ins Stützpunkfile geschrieben werden.

<N> Menü der Offsets und Noise

Dieser Menüpunkt springt in das Menü, wo für die einzelnen Datensätze eventuell vorhandene Offsets und die jeweiligen generellen mittleren Fehler angegeben werden können.

HITCOL Version Juli 94		30/10/02 10:51
Offsets und Noise		

<1> Offset fuer Xi-Messungen	:	3.1
<2> Offset fuer Eta-Messungen	:	-4.8
<3> Aenderung der Xi-Messungen	:	0.0
<4> Aenderung der Eta-Messungen	:	0.0
<5> Offset der beob. Geoidhoehen	:	0.0
<6> Offset der Schweremessungen	:	-85.0
mittlere Fehler der Beobachtungen		
=====		
<7> mittl.Fehler Geoidhoehe	:	0.01
<8> mittl.Fehler Xi-Komponente	:	0.5
<9> mittl.Fehler Eta-Komponente	:	0.6
<0> mittl.Fehler Schwereanomalie	:	0.5

<U> zurueck zum Hauptmenu		
<N> Menu der Modell-Parameter		

wähle :		

Die Optionen für Offset und Änderung werden hier nicht erklärt. Es ist in jedem Fall besser zunächst alle Beobachtungen in ein einheitliches System zu transformieren und danach alle Werte auf 0 zu setzen.

Die mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungsgruppen werden verwendet, wenn im File der Stützpunkte kein individueller Fehler angegeben wurde.

<M> Menü der Modell-Parameter

Hier werden die Parameter für die einzelnen Kovarianzmodelle gewählt. Es handelt sich dabei für alle Modelle um die charakteristische Distanz und das mittlere Signal der Lotabweichungen. Beim 1/r-Modell kommt noch ein Tiefenoffset hinzu, welcher die Singularitäten in den Stützpunkten behebt.

HITCOL Version Juli 94		30/10/02 10:55
Parameter der Kollokationsmodelle		

Markov-Modell 3. Ordnung		
=====		
<1> Charakteristische Distanz	:	2000.0
<2> Sigma Epsilon	:	1.86
1/r - Modell		
=====		
<3> Tiefenoffset B	:	3000.0
<4> PARAMETER C	:	9000000.0
<5> Sigma T	:	0.001
Referenzpunkt der relativen Fehler		
=====		
<6> Y-Koordinate	:	688132.75
<7> X-Koordinate	:	169049.94
<8> Hoehe	:	1105.52
<P> Menu der Modell-Parameter		
<N> Menu der Gitter-Parameter		

wähle :		

Sinnvolle Werte für die einzelnen Kollokations-Parameter können mit dem Hilfsprogramm DOSIG0 bestimmt werden.

Der Referenzpunkt der relativen Fehler wird benutzt um die relativen mittleren Fehler des berechneten Co_Geoids auszuweisen. Die Höhe dieses Punktes spielt nur bei einem dreidimensionalen Ansatz für das Kovarianzmodell eine Rolle.

<R> Menü der Gitter-Parameter

Die Parameter 1- 6 dieses Menüs dienen der Berechnung des Geoids und dessen mittleren Fehler in einem regelmässigen Gitter. Die mittleren Fehler werden dabei relativ zum im vorherigen Menü gewählten Punkt berechnet und werden im Outputfile ausgewiesen. Die Optionen <7> und <8> dienen dem Erzeugen einer vollständigen Varianz-Kovarianz-Matrix des Co-Geoids zwischen den Punkten des in Option <8> angegebenen Koordinaten-Files.

Gitterwerte		HITCOL Version Juli 94	30/10/02 11:09

<1> Minimaler y-wert des Gitters	:	613000.0	
<2> Maximaler x-wert des Gitters	:	131000.0	
<3> Maschenweite des Gitters	:	200.0	
<4> Anzahl Gitterpunkte in West-Ost	:	61	
<5> Anzahl Gitterpunkte in Nord-Sued	:	31	
<6> Fixe Hoehe fuer die Berechnung	:	200.0	
<7> zusaetliche QXX (Geoid) berechnen	:	NEIN	
<8> Koordinatenfile für QXX-Berechnung	:		
<U> zurueck zum Hauptmenu			
<P> Menu der Modell-Parameter			

waehle :			

13.6 Weitere Programme

Im Verlauf zu den Arbeiten zum Geoid der Schweiz ist eine Reihe von weiteren Programmen entstanden, welche für die Geoidbestimmung nötig waren. Die wichtigsten davon sind hier nur kurz erwähnt. Für eine detaillierte Beschreibung müssen die Kommentare in den Quelltexten konsultiert werden.

TREND

Das Programm Trend dient zur Bestimmung einer Trendfunktion des Schwerefeldes. Dabei werden die Lotabweichungen und Geoidundulationen einerseits und die Schweredaten andererseits getrennt behandelt. Als Trend-funktionen sind einfache oder harmonische Polynome mit einem Grad zwischen 1 und 4 zugelassen.

DOSIGO

Dieses Programm ermöglicht die Schätzung der beiden Parameter 'charakteristische Distanz' und 'Varianz des Signals' aus einem Satz von Beobachtungen. Dabei werden aus empirischen Korrelationen zwischen den einzelnen Beobachtungen die Parameter nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt (least squares collocation)

CROSSVAL

Dieses Programm ist eine Abwandlung der Schwereinterpolation aus QUAWIRK. Dabei werden alle Schwerewerte einer Datei aus den umliegenden Punkten geschätzt. Dies erlaubt uns die Elimination von groben Fehlern in den umfangreichen Datensätzen.

POTHOE

Dieses Programm benötigt als Input ein Resultat aus KINETZ (kinematische Ausgleichung des Landesnivellements) mit geopotentiellen Knoten und das Resultatfile mit den mittleren Schweren entlang der Lotlinie aus QUAWIRK. Damit können Höhen in den unterschiedlichsten Höhensystemen berechnet werden.

SUMDIF

SUMDIF ist ein einfaches Programm zur Addition und Subtraktion von Massen-Wirkungsfiles.

TOPOMOD

Dieses umfangreiche Programm mit vielen Möglichkeiten dient zur Zusammenstellung eines konsistenten Geländemodells. Es dient der Mittelbildung von Geländehöhen, der Extraktion von Ausschnitten und dem Kombinieren von Geländemodellen (z.B. DHM25 und DTED1)

RESTOBLN und LATOBLN

Dienen der grafischen Darstellung von Geoidhöhen, Schweren oder Lotabweichungen in Form von Balken- oder Vektordiagrammen, welche weiter mit dem Programm SURFER verarbeitet werden können.

GEOIDTRANS

Transformiert Geoid und Lotabweichungen von einem Referenzsystem in ein anderes

LOTABW

Berechnet Lotabweichungen aus einem File mit astronomischen und einem mit geodätischen Koordinaten

MERIDK

Bringt die Meridiankonvergenz an Lotabweichungskomponenten an.

13.7 Das Format der Wirkungsfiles

Die Arbeiten zum Geoid der Schweiz machten es nötig als Ergänzung zu den bestehenden Formaten für Koordinaten-Files des Bundesamtes für Landestopographie (\$\$PK, \$\$PE, \$\$EL etc.) ein weiteres Format zu definieren, in welchem Lotabweichungen, Schweren und Potentiale (Geoidhöhen) enthalten sein können. Dieses Format haben wir mit \$\$PW bezeichnet und ist eine Abwandlung des \$\$PK-Formates, welches die Koordinaten im Projektionssystem und orthometrische Höhen enthält. Dieses File-Format wird in vielen Programmen als Input verlangt (HITCOL, TREND, QUAWIRK, RESTOBLN, SUMDIF) oder als Output erzeugt (HITCOL, QUAWIRK, CROSSVAL). Deshalb wird hier eine kurze Beschreibung der enthaltenen Felder gegeben.

Die erste Zeile des Files beginnt mit den Zeichen '\$\$PW' und einen beliebigen Titel.

Danach folgen die einzelnen Datenzeilen mit folgendem Inhalt:

Kolonnen	Format	Beschreibung
1-32	A32	Name des Punktes
33-44	F12.4	Y-Koordinate (Ostwert)
45-56	F12.4	X-Koordinate (Nordwert)
57-70	F14.4	Höhe
71-82	F12.5	West-Ost-Komponente der Lotabweichung (Eta) in Altsekunden
83-94	F12.5	Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung (Xi) in Altsekunden
95-106	F12.5	Schwereeinfluss (ev. -980000 mgal) in mgal
107-118	F12.5	Einfluss auf das Potential (Geoid) in Metern
119	A1	Flag für die Elimination der Eta-Komponente (eliminiert falls = M)
120-124	F5.3	mittlerer Fehler von Eta in "
125	A1	Flag für die Elimination der Xi-Komponente (eliminiert falls = M)
126-130	F5.3	mittlerer Fehler von Xi in "
131	A1	Flag für die Elimination der Schwere (eliminiert falls = M)
132-136	F5.3	mittlerer Fehler der Schwere in mgal
137	A1	Flag für die Elimination der Geoidundulation (eliminiert falls = M)
138-142	F5.3	mittlerer Fehler der Geoidundulation in Metern

Dabei werden nicht bekannte Grössen in den Kolonnen 71 bis 118 mit einem Maskenwert gefüllt, welcher normalerweise 999.90000 beträgt

Literaturverzeichnis

- Arnet F, (1992): POTENZ - ein Programm zur exakten Berechnung der Gravitationsfeldgrößen Potential, Beschleunigung und Schweretensor von beliebigen Polyedern. IGP-Bericht Nr. 192, ETH Zürich, März 1992.
- Arnet F, E. Klingelé (1997): SG 95: Das neue Schweregrundnetz der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 54.
- Bürki B. (1989): Integrale Schwerefeldbestimmung in der Ivrea-Zone und deren geophysikalische Interpretation. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 40.
- Cocard M.: (1995): High Precision GPS Processing in kinematic mode. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 52.
- Denker, H., and W. Torge (1997): The European gravimetric quasigeoid EGG97. In: *Forsberg, R., M. Feissel, and R. Dietrich (Eds.), Geodesy on the Move, IAG Symposia 119*, pp. 249-254, Springer 1997.
- Elmiger A. (1969): Studien über Berechnungen von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 12. Zürich.
- Elmiger A. (1971): Astronomisch-geodätische Lotabweichungen in der Schweiz. Zusammenstellung 1867 - 1970. Bericht an die SGK. Juni 1971.
- Elmiger A. (1975): Erste Ergebnisse einer Geoidbestimmung für die Schweiz aus astronomischen und interpolierten Lotabweichungen. Bericht an die SGK. Juni 1975.
- Geiger A., M.V. Müller (1987): Dopplermessungen für das Projekt ALGEDOP. Anwendung des U.S. Satelliten-Navigationssystems TRANSIT in der Schweiz. Teil II: Auswertung und Interpretation. IGP-Bericht Nr. 138. ETH Zürich, November 1987.
- Geiger A. (1990): Gravimetrisches Geoid der Schweiz: Potentialtheoretische Untersuchungen zum Schwerefeld im Alpenraum. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 43.
- Geiger A., M. Cocard, Y. Peter, H.-G. Kahle (1994): Precise DGPS and Self Calibrating Laser Altimetry for Airborne Marine Geoid Determination. In: *Proceedings of ION GPS-94 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah. September 20-23, 1994.*
- Groten E. (1979): *Geodesy and the Earth's Gravity Field*. Dümmler Verlag, Bonn.
- Gubler E., H.-G. Kahle, E. Klingelé, St. Mueller, R. Olivier (1981): Recent Crustal Movements in Switzerland and their Geophysical Interpretation. *Tectonophysics*, Vol. 71 p 125-152.
- Gurtner W. (1978): Das Geoid der Schweiz. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 20. Februar 1978.
- Heiskanen W. A., H. Moritz (1967): *Physical Geodesy*. Reprint Institute of Physical Geodesy Technical University Graz. 1987.
- Hilfiker J., (1902): *Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz*. Verlag der Abteilung für Landestopographie. Haller'sche Buchdruckerei, Bern.
- Holota P., M. Vermeer (1992): First Continental Workshop on the Geoid in Europe. Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography. Prag.
- Jeanrichard F. (Hrsg.) (1992): Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1990. Teil 1. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 45.
- Jordan S. K. (1972): Self-consistent statistical models for the gravity anomaly, vertical deflections, and undulation of the geoid. *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, No. 20, 3660-3670.
- Kahle H.-G., E. Klingelé, St. Mueller, R. Egloff (1976): The variation of crustal thickness across the Swiss Alps based on gravity and explosion seismic data. *Pageoph*. Vol. 114, p. 479-494.
- Kahle H.-G., (1988): *Einführung in die Höhere Geodäsie*. Verlag der Fachvereine, Zürich.

- Kahle H.-G. (Hrsg.) (1993): NFP20. Beitrag der Geodäsie zur geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 47.
- Kissling E. (1982): Aufbau der Kruste und des oberen Mantels in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 45. p. 37-126.
- Klingelé E., R. Olivier (1980): La nouvelle carte gravimétrique de la Suisse. (Anomalie de Bouguer). Matériaux pour la Géologie de la Suisse, Géophysique No. 20, Commission Suisse de Géophysique.
- Klingelé E., M. Cocard, H.-G. Kahle, M. Halliday (1996): The Airborne Gravimetric Survey of Switzerland. Géophysique Nr. 31, SGPK 1996.
- Lemoine F. G., S. C. Kenyon, J. K. Factor, R.G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp and T. R. Olson (1998): The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. NASA Technical Paper TP-1998-206861
- Mader K. (1951): Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. Sonderheft 11 Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie, Wien.
- Mainville A., M. Véronneau, R. Forsberg, M. Sideris (1995): A Comparison of Geoid and Quasigeoid Modeling in Rough Topography. In [Sünkel, Marson (eds.) (1995)].
- Marti U. (1988): Astrogeodätische Geoidbestimmung in der Ivrea-Zone. IGP-Bericht Nr. 153. ETH Zürich, Juli 1988.
- Marti U. (1990): ALGESTAR. Satellitengestützte Geoidbestimmung in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 41.
- Marti U. (1997): Geoid der Schweiz 1997. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 56.
- Marti U. (1998): Das Geoid der Schweiz 1998. Technische Ergänzungen zur Neuberechnung des Geoids der Schweiz. Bundesamt für Landestopographie. TB 98-25.
- Moritz H. (1980): Advanced Physical Geodesy. Sammlung Wichmann Neue Folge Band 13. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Moritz H. (1990): The Figure of the Earth. Theoretical Geodesy and the Earth's Interior. Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Mueller St., J. Ansoerge, R. Egloff, E. Kissling (1980): A crustal cross section along the Swiss Geotraverse from the Rhinegraben to the Po plain. Eclogae Geol. Helv. Vol. 73, Nr. 2, p. 463-485.
- Rapp R., Y. Wang, N. Pavlis (1991): The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models. Rep. No. 410, Dept. of Geodetic Science and Surveying. Ohio State University, Columbus.
- Rosenmund M. (1903): Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung, Eidgenössische Landestopographie, Bern.
- Röser S., U. Bastian (1989): PPM (Position and Proper Motion) of 181731 Stars north of -2.5° North. Astronomisches Recheninstitut. Heidelberg.
- Schmid H. H., S. Heggli (1978): Räumliche Koordinatentransformationen. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 23. Juli 1978.
- Schneider D, E. Gubler, U. Marti, W. Gurtner (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 3. Terrestrische Bezugssysteme und Bezugsrahmen. Berichte aus der L+T Nr. 8. Wabern.
- Schürer M. (1944): Die Reduktion und Ausgleichung des Schweizerischen Landesnivellements. Annexe au procès-verbal de la 88ème séance de la commission Géodésique Suisse, Basel.
- Schürer M. (1990): Das schweizerische geodätische Datum. VPK Nr. 2/1990, p. 88-89.

- Schwendener H. (1984): Ein gravimetrisches Krusten-Mantel-Modell für ein Profil im nördlichen Alpenvorland bis an die Ligurische Küste. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 36.
- Sünkel H. (1986): Konventionelle und moderne Verfahren zur Ableitung orthometrischer Höhen. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 74. Jg., Heft 2, 1986.
- Sünkel H. (1988): Digital Height and Density Model and its Use for Orthometric Height and Gravity Field Determination for Austria. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini. No. 2/88. Firenze, 1988.
- Sünkel H., I. Marson (1995): Gravity and Geoid. IAG Symposia No 113. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Torge W. (1980): Geodätisches Datum und Datumstransformation. In: Pelzer H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Verlag Konrad Wittwer KG, Stuttgart.
- Tscherning C. C., (1976): Covariance expression for second and lower order derivatives of the anomalous potential. Report no. 255, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus.
- Vaniček, P. , Krakiwsky E. (1986): Geodesy: The Concepts. Second Edition. Elsevier Science Publishers B. V. Amsterdam.
- Wenzel, H.-G. (1981): Zur Geoidbestimmung durch Kombination von Schwereanomalien und einem Kugelfunktionsmodell mit Hilfe von Integralformeln. Zeitschrift für Vermessungswesen, Vol. 106, No. 3.
- Wiget A., A. Geiger, H.-G. Kahle (1985): Die Doppler-Messkampagne SWISSDOC: Ein Beitrag zur Landesvermessung in der Schweiz. VPK 2/85. Februar 1985.
- Wiget A., H.-G. Kahle (1986): ALGEDOP: Ein Beitrag zur satellitengestützten Geoidbestimmung in der Schweiz. VPK 5/86. Mai 1986.
- Wiget A., U. Wild, T. Signer, B. Vogel (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 7. GPS-Landesnetz: Auswertung der GPS-Messungen 1988-94; Bezugsrahmen 'CHTRF95' und 'LV95'. Berichte aus der L+T Nr. 12, Wabern.
- Wirth B. (1990): Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 42.

Berichte aus der L+T / swisstopo-Doku (seit 2002)

Nr.	Titel (Autoren)	Ausgabe	Preis * CHF
1	Jahresbericht / Rapport annuel 1993	1994	gratis
2	Publikationen 1980–93 Publications 1980–93	1994	8.-
3	Die neue Strassenkarte 1:200'000 (H.U. Feldmann und M. Oehli) Die neue Landeskarte 1:1'000'000 (H.U. Feldmann)	1995	10.-
4	Jahresbericht / Rapport annuel 1994	1995	gratis
5	Jahresbericht / Rapport annuel 1995	1996	gratis
6	Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 1: Vorgeschichte, Entstehung des Projekts, Konzept und Planung (D. Schneider, E. Gubler und A. Wiget)	1996	8.-
7	Teil 2: Geostation Zimmerwald: Satellite Laser Ranging (SLR) und GPS-Permanentbetrieb (U. Wild und W. Gurtner)	1995	8.-
8	Teil 3: Terrestrische Bezugssysteme und Bezugsrahmen (D. Schneider, E. Gubler, U. Marti und W. Gurtner)	2001	8.-
8f	3e partie: Définition de la nouvelle mensuration nationale de la Suisse 'MN95' (D. Schneider, E. Gubler, U. Marti und W. Gurtner, traduit par H. Dupraz)		
9	Teil 4: Diagnoseausgleichung der Triangulation 1. und 2. Ordnung 'DIA93' (H. Chablais, Th. Signer und B. Vogel)	1995	8.-
10	Jahresbericht / Rapport annuel 1996	1997	gratis
11	Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 5: GPS-Landesnetz: Netzanlage, Materialisierung, Dokumentation und Nachführung (W. Santschi, B. Vogel, Th. Signer und D. Gutknecht)	1998	8.-
12	Teil 6: GPS-Landesnetz: GPS-Messungen 1988-94 (B. Vogel, A. Wiget, Th. Signer, D. Gutknecht und W. Santschi)	1997	8.-
13	Teil 7: GPS-Landesnetz: Auswertung der GPS-Messungen 1988-94; Bezugsrahmen 'CHTRF95' und 'LV95' (A. Wiget, U. Wild, Th. Signer und B. Vogel)	2002	10.-
14	Teil 8: Gesamtausgleichungen des GPS-Landesnetzes mit dem Diagnosenetz der Triangulation 1. und 2. Ordnung 'DIA95' (Th. Signer und B. Vogel)	2001	8.-
15	Teil 9: GPS-Landesnetz: Verdichtung und Bezug zur bisherigen Landesvermessung. Transformation 'LV95 <-> LV03' (Th. Signer und B. Vogel)	1999	8.-
16	Teil 10: Das Geoid der Schweiz 1998 "CHGEO98" (U. Marti)	2002	10.-
17d	Überlegungen zum Nutzen- und Einsparungspotenzial von Geo-Standards (J. Kaufmann, J. Dorfschmid)	2001	8.-
17f	Réflexions concernant les potentiels d'utilité et d'économie en relation avec les géo-standards (J. Kaufmann, J. Dorfschmid)		
17e	Reflections on the benefits and potential economies of geographic data standards (J. Kaufmann, J. Dorfschmid)		
18	Interpolation von DHM25 Level 2: Interpolation eines digitalen Höhenmodells aus Höhenkurven, Zwischenkurven, Seeufern, Bruchkanten, Gewässerlinien und Höhenkoten mittels Dreiecksvermaschung (Felix Arnet)	2001	8.-

* zuzüglich MWSt und Versandkostenanteil